

CAPÍTOL 1: RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

2n ESO

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-009031

Fecha y hora de registro: 2013-06-22 11:35:24.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Autora: Adela Salvador

Il·lustracions: Banc d'imatges de l'INTEF

Traducció al valencià: Pedro Podadera IES Juan de Garay

Índex

1. FASES EN LA RESOLUCIÓ D'UN PROBLEMA

2. PRIMERES ESTRATÈGIES

- 2.1. ESTIMA EL RESULTAT
- 2.2. EXPERIMENTA, JUGA AMB EL PROBLEMA
- 2.3. FES-HO MÉS FÀCIL PER A COMENÇAR
- 2.4. FES UN DIAGRAMA, UN ESQUEMA...
- 2.5. MIRA SI EL TEU PROBLEMA S'ASSEMBLA A ALGUN QUE JA CONEGUES
- 2.6. TRIA UNA BONA NOTACIÓ

3. EMOCIONS I RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

- 3.1. EUREKA!
- 3.2. BLOQUEJOS

4. JOCS I PROBLEMES

Resum

Què és un problema? Com enfrontar-se a uns problemes nous que, potser, no siguen fàcils? És possible donar normes, conèixer estratègies, per a resoldre millor qualsevol tipus de problema?

Un **problema** matemàtic és una situació en què hi ha un objectiu que aconseguir superant una sèrie d'obstacles, sempre que el subjecte que afronta la situació no conega procediments o algoritmes que li permeten, immediatament, aconseguir l'objectiu.

El que per a una persona és un problema, per a una altra pot ser un simple **exercici**, o molt més que un problema, una **investigació**. La diferència està en els coneixements previs, i si per a resoldre'l ha de fer-se preguntes, afegir hipòtesi a l'enunciat.

Davant d'un autèntic problema moltes vegades no sap un ni tan sols per on començar. Veurem algunes **estratègies de pensament** útils en qualsevol classe de problemes.

Pensem que ensenyar a resoldre problemes és el millor que es pot ensenyar, perquè el món evoluciona ràpidament i el que hui ens pareix imprescindible, demà pot haver quedat obsolet, mentre que resolent problemes es prepara les persones a enfrontar-se al que desconex i els processos mentals mai envelleixen.

Hi ha estudis que confirmen que l'ensenyança expressa de les etapes, cadències, tècniques i estratègies aconsegueix millors resultats que la mera pràctica espontània.

1. FASES EN LA RESOLUCIÓ D'UN PROBLEMA

Exemple 1:

1. La piscina del teu poble té forma de rectangle. Els seus costats mesuren 25 m de llarg i 15 m d'ample. L'alcalde desitja rodejar la piscina amb una tanca. El metre de tanca val 12 €. Quant costarà fer la tanca?



Sempre que hages de resoldre un problema és convenient que seguisques els passos següents:

Fase 1: Abans de començar a actuar, intenta entendre bé el problema

Llig amb atenció l'enunciat, i pensa:

- Quins són les dades?
- Què demanen?

Dades: Dimensions de la piscina: 25 per 15 m. Preu del metre de tanca: 12 euros.

Demanen: El cost de la tanca. Per a saber-lo hem de calcular el seu perímetre.

Fase 2: Busca una bona estratègia.

És un problema amb operacions amb nombres naturals, per tant:

- Quines operacions aritmètiques he de fer? Caldrà sumar? Caldrà multiplicar? Caldrà restar? Caldrà dividir?

Per a calcular el perímetre hem de sumar $25 + 25 + 15 + 15$. Per a conèixer el preu hem de multiplicar la longitud del perímetre pel preu d'un metre de tanca.

Fase 3: Porta avant la teua estratègia

Ara sí, ara resollem el problema:

Si sumem $25 + 25 + 15 + 15 = 80$ m tenim el perímetre del rectangle. Multipliquem 12 per 80 i tenim 960 euros que és el que costarà fer la tanca.

Fase 4: Comprova el resultat. Pensa si és raonable. Comprova l'estratègia.

Comprovem totes les operacions. És raonable que el perímetre de la piscina siga de 80 metres? Si fóra de 100 metres ens costaria 1200 euros la tanca, per tant en ser menor, el preu també pareix raonable.

Activitats proposades

1. Inventa problemes semblants!
2. El comptakilòmetres del pare de Joan marca 74.791 km. Si les revisions són cada 5.000 km, quants quilòmetres li falten per a la pròxima revisió? La mare de Maria observa que el comptakilòmetres del seu cotxe marca 24.312 km, quants quilòmetres li falten per a la pròxima revisió?
3. L'aula de Maria mesura 8 metres de llarg per 5 d'ample. Es desitja posar un sòcol que val a 8 € el metre. Quants euros costarà posar-lo? Estima quant mesura la teua aula de llarg i quant d'ample, i calcula quant costaria posar aqueix mateix sòcol.



2. ESTRATÈGIES EN LA RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

2.1. Estima el resultat

Moltes vegades nos n'hi ha prou amb estimar un resultat, no amb la solució exacta.

Ja has estimat les dimensions de la teua aula.

A la mare de Maria, per exemple, per a estar tranquil·la li basta saber que li falten més de 600 km per a la pròxima revisió. Mentre que el pare de Joan potser no necessita saber que exactament li falten $75.000 - 74.791 = 209$ km per a la pròxima revisió, sinó estimar que li falten menys de 300 km pel que ha de començar a preocupar-se per fer-la.

Per a realitzar bones estimacions és convenient haver practicat molt.

Activitats proposades

Intenta ara tu estimar les solucions d'aquests problemes:

4. Si la teua paga setmanal és de deu euros, i estalvies tota la paga d'un mes Podries comprar-te un ordinador portàtil (que estimes que val uns 900 euros)? I amb totes les pagues d'un any?
5. Pensa en una piscina a què hages anat alguna vegada. Estima els litres d'aigua que pot contindre.
6. Informen que a una manifestació han anat 500.000 persones, com creus que les han comptat?
7. Si tota la població mundial es donara la mà, quina longitud es formaria? (Estima que la població mundial, en aquest moment, és major que set mil milions de persones)
8. Quantes llentilles hi ha en un paquet d'un quilo?



2.2. Experimenta, juga amb el problema

En experimentar amb les dades del problema és fàcil que se t'acudisca que has de fer amb ells.

Activitats proposades

9. Aprèn a fer màgia.
 - Pensa un nombre.
 - Suma-li 10.
 - Dobra el resultat.
 - Resta-li 6.
 - Calcula la meitat.
 - Resta-li el nombre del principi.
 - El teu resultat és 7! Com ho he endevinat?



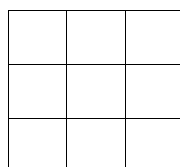
2.3. Fes-ho més fàcil per a començar

10. En quants zeros acaba el producte dels mil primers nombres enters?

Per a enfrontar-te a aquest problema, tin en compte, el primer, les **fases**, intenta entendre bé el problema. Per a obtenir un 0 has multiplicat un 2 per un 5?

Per tant, fes-ho **més fàcil per a començar**. En compte de amb els mil primers nombres enters comença només amb 10. A continuació amb 20, després 100... Manipula els objectes. Pensa, que hi ha més múltiples de dos o múltiples de 5?

11. Quadrat Màgic



Amb els nombres del 20 al 28 completa al teu quadern el quadrat màgic de manera que obtingues la mateixa suma en totes direccions, en horitzontal, en vertical, i inclús a les dos diagonals.

➤ Fes-ho més fàcil, comença amb un quadrat màgic amb els nombres de l'1 al 9. Quant ha de sumar cada fila? Quin ha de ser el nombre de la casella central? La suma d' $1 + 2 + \dots + 9 = \dots$? Quin nombre dividit entre 3 ens dona: ...?

Després fes-te les mateixes preguntes amb els nombres del problema.

Un quadrat més difícil: Distribueix els nombres $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$ de manera que els **productes** de les seues files, columnes i diagonals done sempre el mateix valor. Una ajuda: Posa al centre el 6.

2.4. Fes un diagrama, un esquema...

Moltes vegades fer un diagrama ens resol el problema.

Activitats proposades

12. "El dipòsit": D'un dipòsit ple d'aigua es trau la tercera part del contingut, i encara queden 1.200 litres d'aigua. Quina capacitat té el dipòsit?

Si dibuixes el dipòsit, de seguida sabràs la solució.

13. Es calcula que Teano, la dona de Pitàgores va nèixer cap a l'any 519 abans de Crist, quants anys han passat des del seu naixement?

14. Una persona ha de creuar un riu en una barca amb un llop, una cabra i un col llombarda, en la que només pot anar ella i una de les tres coses, tenint en compte que si no està davant, el llop es menja a la cabra i la cabra es menja la col llombarda. Com aconsegueix transportar-los a l'altre costat del riu?

2.5. Mira si el teu problema s'assembla a algun que ja conegues

És possible que el teu problema tinga el mateix aire que un altre que ja has resolt, la qual cosa pot proporcionar-te pistes útils per a resoldre el nou.

Activitats proposades

15. Amb quatre quatres es pot aconseguir 2: $4 : 4 + 4 : 4 = 1+1= 2$

Aconsegueix utilitzant quatre quatres 1, 3, 4, 7.

16. Cada entrada costava 4 € i jo li vaig entregar 10 €. No em va preguntar res, em va donar dues entrades i em va tornar 2 €. Com va poder saber el taquiller que jo volia dues entrades de cine?

17. Dues persones es troben al desert on s'han perdut des de fa dies. Per a millor sobreviure, decideixen compartir els seus pans, un en té tres i l'altre cinc. En aqueix moment apareix una tercera persona que no té menjar. Comparteixen així els seus huit pans entre els tres. Finalment els rescata i, en agraïment, quan arriben a la ciutat, la tercera persona els invita a sa casa i els recompensa donant tres monedes al primer i cinc monedes al segon. La seua filla que ha presenciada l'escena li indica al pare que el repartiment no és just. Per què? Com s'han de repartir les 8 monedes?

2.6. Tria una bona notació

Als problemes de matemàtiques és molt important triar una bona notació. Decidir, per exemple, que anomenem x al que no coneixem, als problemes d'equacions.

Activitats proposades

18. Busca un nombre que sumat amb el seu següent done com resultat 11.

Per a resoldre-ho, segueix els passos següents:

Pas 1: Abans de començar a actuar, intenta entendre bé el problema

Llig amb molt atenció l'enunciat, i pregunta't:

Què et demanen? Quines dades tens?

Ens demanen un nombre. La **incògnita** és aqueix nombre. Anomena a aqueix nombre x . El seu següent, serà $x + 1$. Ens diuen que la suma d'ambdós és 11.

Pas 2: Busca una bona estratègia. Triem una bona notació

Anomenem x al nombre que busquem: $x + (x + 1) = 11$.

Pas 3: Porta avant la teua estratègia

Juguem amb els nombres i observem que $5 + 6 = 11$.

Pas 4: Comprova el resultat. Pensa si és raonable.

En efecte, el següent a 5 és 6, i $5 + 6 = 11$.

3. EMOCIONS I RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

3.1. Eureka!

Ja saps que **Arquimedes** estava en la banyera quan va exclamar **Eureka!** perquè havia descobert una important propietat dels cossos submergits. Una cosa pareguda ocorre moltes vegades. Tu mateix, si treballes en un problema, després el teu inconscient continua treballant i, de sobte, sense esperar-ho Eureka! Tens la solució. Aquesta situació, aquesta emoció positiva i gratificant, també rep el nom **d'Això mateix!**

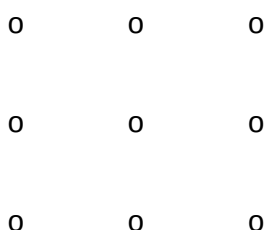
A la Història de la Ciència es coneixen moltes d'aquestes situacions. Busca alguna i reflexiona sobre com et sents en resoldre un problema, que en un primer moment, pareixia impossible.

3.2. Bloquejos

Però també poden aparèixer emocions negatives, a les que anomenarem **bloquejos**. Moltes vegades, en intentar resoldre un problema, aquest ens pareix impossible, ens desanimem, entrem ganes de deixar-lo tot. Açò és un bloqueig. Però això li passa a tot el món. Cal traure forces i continuar. Buscar la causa del bloqueig.

Vegem alguns problemes senzills que resulten complicats perquè en ells sol produir-se un bloqueig. Intenta primer resoldre'ls i després, si no t'ixen, llig l'ajuda.

19. Sense alçar el llapis uneix amb 4 traços rectes aquests nou punts.



Dibuixa al teu quadern nou punts com els de la figura i intenta unir-los, amb 4 traços sense alçar el llapis.

Recorda, el primer és comprendre l'enunciat. Prova a fer-lo. Ho has aconseguit? Magnífic. No l'aconsegueixes, intenta-ho un poc més.

Bloqueig: Si no ho aconsegueixes és perquè estàs pressuposant alguna cosa que no s'ha dit i és que no pots eixir del recinte limitat pels punts. Fes traços més llargs i ho aconsegiràs de seguida.

20. Amb 3 furgadents, tots iguals, pots construir un triangle equilàter. Amb 5 furgadents pots fer 2 triangles equilàters, com podem construir quatre triangles equilàters iguals amb sis furgadents amb la condició que el costat de cada triangle siga la longitud del furgadent?

Experimenta, juga amb el problema. Ho has aconseguit! Llavors no has tingut un bloqueig.

Bloqueig: Ningú ha dit que no pogueres eixir del pla. Ací està el bloqueig. L'aconsegueixes amb un tetraedre regular.



4. JOCS I PROBLEMES

T'agrada jugar? Per a ser un bon jugador en jocs d'estratègia pots utilitzar les tècniques que has après amb la resolució de problemes.

Fases:

1. El primer, naturalment, comprendre bé les regles del joc, que és semblant a comprendre l'enunciat.
2. La segona cosa, jugar, fins a trobar una estratègia guanyadora.
3. Després jugar i veure si la teua estratègia és realment bona.
4. Finalment, generalitzar, intentar millorar l'estratègia.

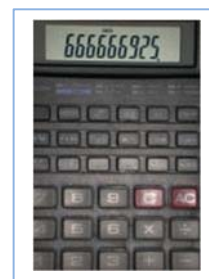


Activitats proposades

Utilitza tot el que has après.

21. Prepara unes quantes monedes d'un cèntim a la mà (o boletes de paper, o fitxes...). Posa la mateixa quantitat en cada mà, almenys 10. Passa 6 monedes de la mà dreta a l'esquerra. Lleva de la mà esquerra tantes monedes com et queden a la dreta. Què observes? Jo sóc mag i puc endevinar quantes monedes et queden a la mà esquerra! Són 12? Com funciona el truc? Prova a passar 4 o 5 objectes en compte de 6, com funciona ara?

22. Un altre joc: És un joc de **calculadora** i pot ser un joc cooperatiu; un joc en què es posen en comú les diferents estratègies i es discuteix sobre el millor procediment, el més senzill o el més original. Consta de quatre fitxes com les de la figura, on s'indiquen les tecles que està permès pulsar, i el resultat, en roig, a què cal arribar.



3	6	5	7	10	7	2	7
+	-	x	/	+	-	+	-
/	=	+	=	x	=	x	=
33		147		123		95	

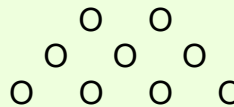
- El joc consisteix, en primer lloc, a obtenir el resultat a la calculadora.
- Has d'anotar tots els mètodes trobats. Pensa i anota al teu quadern quin és el procediment que t'ha resultat més eficaç.
- Escribeu, utilitzant parèntesi, les expressions que ha utilitzat la calculadora.
- Modifica el joc confeccionant noves fitxes, modificant aquestes amb altres tecles i amb altres resultats.

CURIOSITATS. REVISTA**Un enigma**

Quatre parets, sense portes
 Amb sis talls les faràs
 I tin a més en compte
 Que el més senzill de cinc és.

Un joc: EL NIM

És un joc per a dos jugadors: de cada fila,
 per torn, es poden prendre una, dues o tota
 la fila. Perd qui ha de prendre l'última fitxa.

**L'ós**

Un caçador conta a un grup d'amics:
 Vaig caminar 2 km cap al sud, després 2 km a
 l'est, i finalment 2 km al nord. Em vaig trobar
 al lloc de partida. I allí vaig caçar un ós. De
 quin color era l'ós?

Amic 1: ☒ Naturalment, era blanc.

Amic 2: ☒ Fals! Ací no hi ha óssos!

Analitza on estava el caçador.

Solució: El primer amic opina que el caçador estava al Pol Nord. El segon amic que estava en un punt d'un meridià de l'hemisferi sud, tal que al caminar 2 km aplegue a un altre meridià de circumferència 2 km. Però hi ha més. Moltes més solucions possibles. Troba-les

El nombre de files i de fitxes, (monedes, boletes de paper, furgadents...) pot modificar-se. És important buscar l'estratègia guanyadora.



Solució: El tetràedre

RESUM

Problema	És una situació en què hi ha un objectiu a aconseguir superant una sèrie d'obstacles, sempre que el subjecte que afronta la situació no conega procediments o algorismes que li permeten aconseguir l'objectiu.
Fases en la resolució d'un problema	Fase 1: Abans de començar a actuar, intenta entendre bé el problema. Fase 2: Busca una bona estratègia. Fase 3: Porta avant la teua estratègia. Fase 4: Comprova el resultat. Pensa si és raonable. Comprova l'estratègia.
Algunes estratègies	➤ Estima el resultat. ➤ Experimenta, juga amb el problema. ➤ Fes-lo més fàcil per a començar. ➤ Fes un diagrama, un esquema... ➤ Mira si el teu problema s'assembla a algun que ja conegues. ➤ Tria una bona notació.
Emocions i resolució de problemes	Emoció positiva: Idea feliç. Això mateix! Eureka! Emoció negativa: Bloqueig
Jocs d'estratègia	Per a ser un bon jugador en jocs d'estratègia pots utilitzar les tècniques que has après amb la resolució de problemes.

EXERCICIS I PROBLEMES de 2n d'ESO

1. **"L'hotel dels embolics"**: Un hotel té infinites portes totes tancades, un client graciós s'alça a la nit i les obri totes. Un segon client tanca les parells. Un tercer client modifica les que són múltiple de tres, si està oberta la tanca i si està tancada l'obri. El quart el mateix de quatre en quatre i així successivament. Com estan les portes al matí?

Ajuda i solució: Vés anotant les portes que es van quedant obertes fins a comprovar que són: 1, 4, 9, 16... Com són aqueixos nombres? Quants divisors tenen?

2. El radi de la Terra és de 6.240 km aproximadament. Rodegem la terra amb un cable. Quant hauríem d'augmentar la longitud del cable perquè se separara per l'equador una distància de dos metres? Menys de 15 m? Més de 15 m i menys de 15 km? Més de 15 km?



3. **La invitació:** Joan invita Marta i a Elena a berenar. Prepara una llimonada i es disposa a servir-la. Marta la vol amb poca llima i Elena amb molta. Joan ha posat el suc de llima i l'aigua en gerres iguals i amb la mateixa quantitat. Per a complaure a les seues invitades pren un got de la gerra amb llima i el tira en la de l'aigua, i a continuació pren un got de la mateixa grandària de la mescla i el tira en la de la llima. Hi haurà més llima en la gerra de l'aigua o aigua en la gerra de la llima?

Ajuda: Per a començar fes-ho més fàcil. Pensa en dues bosses iguals una amb boles negres i l'altra amb boles roges.

4. **"Els cadells"**: Un xic té una cistella de cadells i li regala a una amiga la meitat més mig cadell, del que li queda li dóna a un amic la meitat més mig, a la seua cosina la meitat que li queda més mig, i al seu cosí la meitat que li queda més mig i li queda un cadell. Quants cadells tenia la cistella?



Ajuda: Fes un esquema

5. Volem posar un rivet al voltant de la vora de la teua taula de treball. El metre de rivet val a un euro. Estima les dimensions de la teua taula. Quant costaria posar-lo?

6. Un amic diu a un altre:

El producte de les edats de les meues tres filles és 36, i la suma és el nombre de la casa en què vius. Endevina quines edats tenen?

No, em falta una dada.

Tens tota la raó, la major toca el piano.

Quina edat tenen les filles?

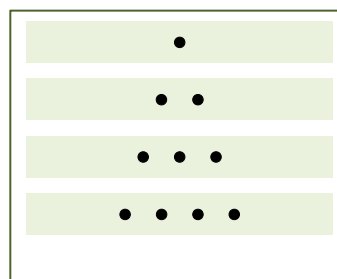
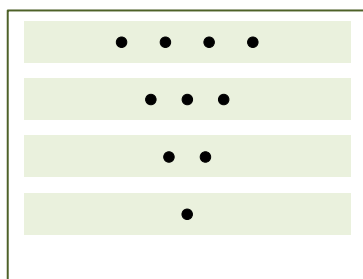
7. En una trama de quatre per quatre, quin és el nombre més gran de costats que pot tindre un polígon amb vèrtexs en punts de la trama? Generalitza a altres trames.
8. Dissenya figures de cartolina que mitjançant un sol tall podem dividir en quatre trossos iguals.
9. Com repartir equitativament 8 litres entre dos utilitzant únicament tres gerres de 8, 5 i 3 litres.
10. Estima quant mesura la teua habitació de llarg, d'alt i d'ample. Si vols pintar-la i el pot de pintura costa 5,2 €, i diu en les instruccions que pots pintar amb ell, 10 m^2 , quant costarà pintar-la?

F. J. Martínez



11. Monedes Ordenades

Mou només tres monedes per a aconseguir que el triangle quede d'aquesta manera:



12. A la base de Plutó arriben embarcaments de 6 llandes de 100 boles d'un gram. Un dia arriba el missatge "Urgent. Una llanda s'ha omplert amb boles defectuoses, cada una amb un excés de pes d'un mil·ligram. Identifiquen-la" Com fer-lo amb una sola pesada? Un mes més tard arriba un altre missatge: "Alguna de les sis llandes, potser totes elles, poden estar plenes amb boles defectuoses, amb un sobrepès d'un mil·ligram. Identifiquen i destruïsquen totes les boles defectuoses" Pots fer-ho amb una pesada no més?
13. Una estudiant té l'insòlit nom palindròmic d'Inés Lil Seni. El seu núvio, estudiant de matemàtiques, avorrit un matí per una lliçó un poc rotllo, s'entreté intentant comprendre un criptograma numèric. Escriu el nom en forma de multiplicació:

$$\begin{array}{r} \text{INES} \\ \times \text{LIL} \\ \hline \text{SENI} \end{array}$$

Serà possible reemplaçar cada lletra per un dels deu dígit i obtindre una multiplicació correcta? El jove descobreix amb sorpresa que sí, i també que la solució és única. (Cap dels dos nombres de quatre xifres comença per zero).

14. La piscina del poliesportiu municipal s'ha hagut de buidar per un problema de contaminació. Aquest procés s'ha realitzat en tres fases per a poder utilitzar l'aigua en la neteja de les instal·lacions, primer s'ha tret la tercera part, després la meitat de la resta i encara queden 150 m^3 d'aigua. Quina capacitat té la piscina?

PER AL PROFESSORAT

En l'ensenyança de les matemàtiques és convenient, com afirmava *Hans Freudenthal*, “fer matemàtiques a la classe de matemàtiques” i una forma d'aconseguir-ho, és organitzar classes de resolució de problemes o proposar xicotetes investigacions.

En investigar als bons resolutors de problemes s'han obtingut dues conclusions: La primera és que **la capacitat per a resoldre problemes millora amb la pràctica**, la segona és que l'anàlisi dels mètodes matemàtics, així com el de les distintes estratègies que intervenen en la resolució de problemes també millora la dita capacitat. Hi ha estudis que confirmen que l'ensenyança expressa de les etapes, cadències, tècniques i estratègies aconsegueix millors resultats que la mera pràctica espontània. És precís resoldre molts problemes. Aqueixa ajuda només pot ser eficaç si s'exerceix sobre problemes concrets i no com prerequisit teòric.

Treballar en la resolució de problemes és el millor que es pot proporcionar a una persona, ja que ajuda a equipar-la per a la seua activitat integral, no sols pel que fa a les seues capacitats matemàtiques. El món evoluciona ràpidament, i tenim l'obligació de preparar persones que en el futur van a enfrontar-se a situacions desconegudes. Els processos mentals no es fan obsolets.

Un **problema matemàtic** és una situació en què hi ha un objectiu que aconseguir superant una sèrie d'obstacles, sempre que el subjecte que afronta la situació no conega procediments o algoritmes que li permeten aconseguir l'objectiu.

Un problema té distinta qualificació en funció de la persona que se'l plantege, i és evident que el que són problemes per a uns, no en són per a altres. Així quan una persona sap els rudiments del llenguatge algebraic, un problema que puga resoldre's plantejant una equació de primer o segon grau o un sistema d'equacions, no és un problema, sinó un **exercici** a què se li aplica una regla fixa que és la notació algebraica i els algoritmes per a resoldre les equacions que resulten. També és distint un problema d'una **investigació**, que en ser un procés més obert, és la persona qui es planteja l'objectiu que vol aconseguir. Així, quan un estudiant en resoldre un problema es fa preguntes, intentant generalitzar el resultat o modificar les condicions inicials, està realitzant una investigació. Podem per tant distingir entre exercici, problema i investigació.

L'heurística, terme introduït per **George Polya** al seu llibre *Com plantejar i resoldre problemes*, és el "art de resoldre problemes" i tracta de desvelar el conjunt d'actituds, processos generals, estratègies i pautes que afavoreixen la resolució de problemes en general i en particular dels problemes matemàtics. Deia Polya: “El professor de matemàtiques no hauria d'acontentar-se de dispensar el saber, sinó que també hauria d'intentar desenrotllar en els estudiants la capacitat d'utilitzar aqueix saber; hauria d'insistir en el saber – fer, en les actituds adequades, en els hàbits intel·lectuals desitjables”.

Polya considera la resolució de problemes com un procés lineal en què estableix quatre fases:

1. Comprendre el problema,
2. Concebre un pla,
3. Executar un pla, i
4. Examinar la solució obtinguda.

En cada una d'aquestes fases hi ha una sèrie de pautes o suggeriments heurístics que pretenen fixar l'atenció sobre aspectes concrets del problema, per a suggerir idees que permeten avançar en la seua resolució.

A Espanya en 1991 es publica *Per a pensar millor* de Miguel de Guzmán en el que es destaca la identificació dels distints tipus de bloquejos, la importància de l'activitat subconscient al procés de resolució de problemes, el desenrotllament de la creativitat, i la importància de realitzar un protocol en el procés de resolució. Aconsellava “*ensenyar matemàtiques basant-se fonamentalment en l'ocupació activa amb problemes al voltant dels continguts que es pretén impartir*”. En *Com parlar, demostrar i resoldre en Matemàtiques* (2003) reflexiona sobre l'organització d'una classe de problemes i les tècniques que la faciliten, com el remolí d'idees o el treball en grup.

Una forma aconsellable per a les classes de resolució de problemes és organitzar el **treball en grups**. Hi ha moltes formes d'organitzar el treball en grup, per la qual cosa abans de proposar qualsevol activitat de grup hem d'assegurar-nos que l'alumnat coneix algunes tècniques bàsiques. Si no és així gran part de la rendibilitat esperada es perd davant d'un mal repartiment de responsabilitats, una deficient organització, una incorrecta administració del temps, etc.

Els grups, ni massa grans, ni massa xicotets, podrien estar formats per unes sis o set persones. En un grup ha d'haver-hi una persona responsable i una persona secretària:

- La **persona responsable** té dues funcions, **dinamitzadora** per a mantindre l'interès del grup i cuidar que ningú es quede sense participar i **organitzadora** preocupant-se de planificar els temps i les tasques assignades a cada fase del treball.
- La persona **secretària** s'ocupa d'anotar totes les idees que vagen sorgint i sistematitzar les tasques que es vagen desenrotllant i és portaveu, encarregant-se d'exposar les conclusions del seu equip a tota la classe.

Cada una de les funcions descrites no han d'associar-se sempre a una mateixa persona sinó que és recomanable un sistema d'alternança.

Paper del professorat: En una classe de resolució de problemes, la nostra labor és dinamitzar als distints equips, suplint les deficiències i ajudant en els primers moments a les persones responsable i secretària en les seues funcions.

Quan un professor o una professora planteja un treball en grup per a resoldre problemes deu:

- Triar problemes amb un enunciat atractiu i motivador.
- Graduar de manera convenient la dificultat del problema.
- Analitzar detingudament els bloquejos que puguin sorgir en la resolució del problema i utilitzar els mètodes adequats per a superar-los.
- Percebre les dificultats que el treball en grup planteja com a tal i comptar amb recursos per a actuar enfront dels obstacles que pertorben el seu bon funcionament.
- Procurar establir un ambient adequat dins de l'aula que afavorisca actituds positives cap a l'aprenentatge.

Però l'aprenentatge de la resolució de problemes és un procés a llarg termini. No és un objectiu operatiu avaluable mitjançant un examen.

Deia Giner dels Rius: El mestre és qui exigeix del deixeble que pense i reflexione per si, i en la mesura de les seues forces, que investigue, qüestione, intente, dubte, desplegue les ales del seu esperit. O Cossio: Doneu l'ocasió a l'estudiant de pensar per ell mateix i ser el creador de la seua pròpia instrucció.

Per a saber més entra en: <http://innovacioneducativa.upm.es/pensamientomatematico/node/91>