MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Selectividad 2025

Comunidad autónoma de

MADRID

www.apuntesmareaverde.org.es

Autores: Javier Rodrigo Hitos y Juan Antonio Martínez García

VÍDEOS CON EXÁMENES RESUELTOS

https://www.youtube.com/watch?v=3pNRriSVtdM

	PRUEBA ACCESO A LA UNIVERSIDAD (PAU) FASE GENERAL CURSO: **2024–2025** MATERIA: **MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**	CONVOCATORIA: ORDINARIA DE JUNIO

El examen consta de 4 ejercicios: el primero sin apartados optativos y los tres siguientes con posibilidad de elección. Todas las respuestas deben ser razonadamente justificadas.
CALIFICACIÓN: cada ejercicio se valorará sobre 2,5 puntos.
DURACIÓN: 90 minutos.

Problema 1:

EJERCICIO 1 (2,5 puntos) Responda los dos apartados. Este ejercicio no tiene opcionalidad.

El dueño de una frutería quiere alquilar una cámara frigorífica para la campaña de sandías del verano. Entre las diferentes cámaras que puede alquilar cercanas a su frutería, la que más le convence es una que tiene capacidad para guardar 2700 kilos de sandía que es, según sus datos de años anteriores, la cantidad de kilos que vende cualquier semana de la campaña. Las sandías que vende son de tres variedades: sandía verde rayada, sandía negra sin pepitas y sandía negra con pepitas. La sandía rayada es la menos apreciada por su clientela, por ello decide ponerle el precio más bajo y la venderá a 1,25 euros el kilo. Las sandías negras son las más demandadas entre su clientela, pero entre estas dos variedades es más fácil vender la variedad sin pepitas. Por esta razón, determina que el precio de la sandía negra sin pepitas sea de 2,75 euros el kilo y el precio con pepitas de 2,25 euros el kilo.
El dueño de la frutería quiere que, en cualquier circunstancia, el número de kilos de sandía negra con pepitas vendidos sea un tercio del total de kilos de sandías sin pepitas y sandías rayadas.

1.a) (1,25 puntos) El frutero considera que para poder pagar el alquiler y obtener beneficio, debe recaudar de la venta 5400 euros cualquier semana de la campaña. Si se venden todas las sandías almacenadas para la semana, ¿cuántos kilos debería vender de cada variedad para recaudar exactamente ese importe?

1.b) (1,25 puntos) Con la idea de simplificar el etiquetado, el frutero necesita saber si es posible poner el mismo precio a todas las variedades de sandías y seguir recaudando 5400 euros a la semana vendiendo los 2700 kilos. Si fuera posible, ¿cuál sería el precio de venta del kilo de sandía?, ¿cuál sería la cantidad de kilos de cada variedad que debería vender?. Justifique si dichas cantidades serían únicas.

Pregunta 2.1:

EJERCICIO 2 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas, o bien 2.1 o 2.2.
Pregunta 2.1
Se considera la función real de variable real definida por la siguiente expresión:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+1}{x-1} & si\ x\le 0 \\ \dfrac{x+a}{x+1} & si\ x>o \end{cases},\ a\in\mathbb{R}$$

2.1.a) (1 punto) Determine el valor del parámetro real a para que la función sea continua en $x=0$.
2.1.b) (1,5 puntos) Calcule las asíntotas de $f(x)$.

Pregunta 2.2:

Pregunta 2.2
Se considera la función real de variable real dada por la siguiente expresión: $f(x)=e^x\left(-x^2+3\right)$
2.2.a) (1,25 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y clasifique, si procede, sus extremos relativos.
2.2.b) (1,25 puntos) Halle el valor de la integral definida

$$\int_1^2 \frac{f(x)}{xe^x}dx$$

Pregunta 3.1:

EJERCICIO 3 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas, o bien 3.1 o 3.2.

Para poder participar en el concurso "Mejor Jabón Artesano del año" es necesario pasar un control de calidad muy exigente.

Pregunta 3.1

Un maestro jabonero sabe que el 90% de sus pastillas de jabón hechas a mano pasarían sin problemas este control de calidad.

3.1.a) (1 punto) La empresa organizadora del concurso elegirá en el taller de cada participante una muestra aleatoria simple de pastillas de jabón para obtener una estimación de la proporción de ellas que superan el control de calidad. Suponiendo cierta la creencia del maestro jabonero sobre la calidad de sus pastillas, determine el tamaño mínimo necesario de la muestra de pastillas de jabón que la empresa organizadora debe tomar en el taller de este artesano para garantizar, con un nivel de confianza del 95 %, que el margen de error en la estimación sea inferior al 5 %.

3.1.b) (1,5 puntos) Si finalmente la organización decide seleccionar una muestra aleatoria simple de 140 pastillas de jabón de este artesano, calcule, aproximando por la distribución normal adecuada, la probabilidad de que al menos 120 pastillas de jabón superen el control de calidad.

Pregunta 3.2:

Pregunta 3.2

El peso de las pastillas de jabón de este artesano se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ gramos y desviación típica 30 gramos.

3.2.a) (1,25 puntos) La empresa organizadora del concurso seleccionó 140 pastillas de jabón de este artesano y obtuvo que el peso total fue de 17500 gramos. Obtenga un intervalo de confianza del 99% para estimar el peso medio μ de las pastillas de jabón de este artesano.

3.2.b) (1,25 puntos) Si el verdadero valor de μ fuera igual a 100 gramos, ¿cuál sería la probabilidad de que el peso medio de 64 pastillas de jabón de una muestra aleatoria simple fuera superior a 110 gramos?

Pregunta 4.1:

EJERCICIO 4 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas, o bien 4.1 o 4.2.

Pregunta 4.1

En un concesionario el 50% de sus ventas son de automóviles microhíbridos, el 35% híbridos y el resto eléctricos enchufables. El acabado más alto de gama se vende en el 80% de los eléctricos enchufables, el 60% de los híbridos y el 45% de los microhíbridos. Se selecciona una operación de venta al azar

4.1.a) (1,25 puntos) Calcule la probabilidad de que el coche vendido en esa operación no tenga el acabado más alto de la gama.

4.1.b) (1,25 puntos) Si el coche correspondiente a la operación de venta seleccionada tiene el acabado más alto de la gama, determine la probabilidad de que sea eléctrico enchufable.

Pregunta 4.2:

Pregunta 4.2

De tres sucesos A, B y C se sabe que A y C son sucesos disjuntos, A y B son independientes y se tienen las siguientes probabilidades: $P(A)=0.25$, $P(B)=0.2$ y $P(B\cap C)=0.05$.

4.2.a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que ocurra al menos uno de los sucesos A o B.

4.2.b) (1 punto) Calcule $P\left(\overline{B}\cup\overline{C}\right)$.

4.2.c) (0,5 puntos) ¿Pueden ser independientes los sucesos A y C?

RESPUESTAS CONVOCATORIA DE JUNIO

Pregunta 1:

EJERCICIO 1 (2,5 puntos) Responda los dos apartados. Este ejercicio no tiene opcionalidad.

El dueño de una frutería quiere alquilar una cámara frigorífica para la campaña de sandías del verano. Entre las diferentes cámaras que puede alquilar cercanas a su frutería, la que más le convence es una que tiene capacidad para guardar 2700 kilos de sandía que es, según sus datos de años anteriores, la cantidad de kilos que vende cualquier semana de la campaña. Las sandías que vende son de tres variedades: sandía verde rayada, sandía negra sin pepitas y sandía negra con pepitas. La sandía rayada es la menos apreciada por su clientela, por ello decide ponerle el precio más bajo y la venderá a 1,25 euros el kilo. Las sandías negras son las más demandadas entre su clientela, pero entre estas dos variedades es más fácil vender la variedad sin pepitas. Por esta razón, determina que el precio de la sandía negra sin pepitas sea de 2,75 euros el kilo y el precio con pepitas de 2,25 euros el kilo.
El dueño de la frutería quiere que, en cualquier circunstancia, el número de kilos de sandía negra con pepitas vendidos sea un tercio del total de kilos de sandías sin pepitas y sandías rayadas.

1.a) (1,25 puntos) El frutero considera que para poder pagar el alquiler y obtener beneficio, debe recaudar de la venta 5400 euros cualquier semana de la campaña. Si se venden todas las sandías almacenadas para la semana, ¿cuántos kilos debería vender de cada variedad para recaudar exactamente ese importe?

1.b) (1,25 puntos) Con la idea de simplificar el etiquetado, el frutero necesita saber si es posible poner el mismo precio a todas las variedades de sandías y seguir recaudando 5400 euros a la semana vendiendo los 2700 kilos. Si fuera posible, ¿cuál sería el precio de venta del kilo de sandía?, ¿cuál sería la cantidad de kilos de cada variedad que debería vender?. Justifique si dichas cantidades serían únicas.

Solución:

1.a) Llamamos “x” al número de kilos de sandía verde rayada, “y” a los kilos de sandía negra sin pepitas y “z” a los kilos de sandía negra con pepitas.
“Vende 2700 kilos a la semana” → $x+y+z=2700$
“El número de kilos de sandía negra con pepitas vendidos sea un tercio del total de kilos de sandías sin pepitas y sandías rayadas” → $z=\frac{x+y}{3}$.
“Vende el kilo de sandía rayada a 1,25 euros el kilo, la negra sin pepitas a 2.75 €/kg y la sandía negra con pepitas a 2.25 €/kg. Debe recaudar de la venta 5400 euros” →
$1.25x+2.75y+2.25z=5400$.

Reunimos las ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=2700 \\ z=\dfrac{x+y}{3} \\ 1.25x+2.75y+2.25z=5400 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=2700-y-z \\ 3z=x+y \\ 1.25x+2.75y+2.25z=5400 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 3z=2700-y-z+y \\ 1.25(2700-y-z)+2.75y+2.25z=5400 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4z=2700 \rightarrow \boxed{z=\dfrac{2700}{4}=675} \\ 3375-1.25y-1.25z+2.75y+2.25z=5400 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} z=675 \\ 1.5y+z=2025 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1.5y+675=2025 \Rightarrow 1.5y=1350 \Rightarrow \boxed{y=\frac{1350}{1.5}=900} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x=2700-900-675=1125}$$

Para recaudar el importe de 5400 euros debe vender 1125 kilos de sandía rayada, 900 de sandía negra sin pepitas y 675 de sandía negra con pepitas.

1.b) Si de las condiciones del apartado anterior solo cambiamos el precio del kilo de sandía haciendo que los distintos tipos de sandías tengan el mismo precio tendríamos que recaudar 5400 euros vendiendo 2700 kilos de sandía, por lo que el precio del kilo de sandía debe ser $\frac{5400}{2700}=2$ €/kg.

Cambiamos en el sistema anterior la última ecuación e intentamos resolverlo.

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=2700 \\ z=\dfrac{x+y}{3} \\ 2x+2y+2z=5400 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{Ecuación } 3^{\text{a}} = 2\cdot \text{ Ecuación } 1^{\text{a}} \\ \text{Podemos quitar ecuación } 3^{\text{a}} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=2700 \\ z=\dfrac{x+y}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=2700 \\ 3z=x+y \to 3z-x=y \end{array}\right\} \Rightarrow x+3z-x+z=2700 \Rightarrow 4z=2700 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{z=\frac{2700}{4}=675} \Rightarrow y=3\cdot 675-x=2025-x \Rightarrow \boxed{\left\{\begin{array}{l} x=\lambda \\ y=2025-\lambda \\ z=675 \end{array}\right.}$$

La solución no es única: debe vender 675 kilos de sandía negra con pepitas, una cantidad de kilos entre 0 y 2025 de sandía rayada y los kilos restantes de sandía negra sin pepitas hasta llegar a completar los 2700 kilos totales.

Pregunta 2.1:

EJERCICIO 2 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas, o bien 2.1 o 2.2.

Pregunta 2.1

Se considera la función real de variable real definida por la siguiente expresión:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{x-1} & si\ x\le 0\\[2mm] \dfrac{x+a}{x+1} & si\ x>o\end{cases},\ a\in\mathbb{R}$$

2.1.a) (1 punto) Determine el valor del parámetro real a para que la función sea continua en $x=0$.

2.1.b) (1,5 puntos) Calcule las asíntotas de *f(x)*.

Solución:

2.1.a) Para que la función sea continua en $x=0$ deben coincidir los valores de los límites laterales con el valor de la función.

$$\left.\begin{array}{l} f(0)=\dfrac{0^2+1}{0-1}=-1\\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{x^2+1}{x-1}=-1\\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x+a}{x+1}=\dfrac{0+a}{0+1}=a\\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=f(0)\end{array}\right\}\Rightarrow \boxed{a=-1}$$

Con $a=-1$ la función es continua en $x=0$.

2.1.b) La función queda $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{x-1} & si\ x\le 0\\[2mm] \dfrac{x-1}{x+1} & si\ x>o\end{cases}$

Asíntotas verticales $x=a$

Los denominadores de la expresión de la función se anulan para $x=1$ y $x=-1$, pero para estos valores la función está bien definida $f(-1)=\dfrac{(-1)^2+1}{-1-1}=-1$ y $f(1)=\dfrac{1-1}{1+1}=0$.

Por tanto, el dominio de la función es $\mathbb{R}$ y no tiene asíntotas verticales.

Asíntota horizontal. $y=b$

Estudiamos la situación cuando x tiende a $-\infty$.

$$b=\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+1}{x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to-\infty} x=-\infty$$

No existe asíntota horizontal cuando x tiende a $-\infty$.

Estudiamos la situación cuando x tiende a $+\infty$.

$$b=\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x-1}{x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x}=1$$

La recta $y=1$ es asíntota horizontal cuando x tiende a $+\infty$.

Asíntota oblicua. $y=mx+n$

Estudiamos la situación cuando x tiende a $-\infty$.

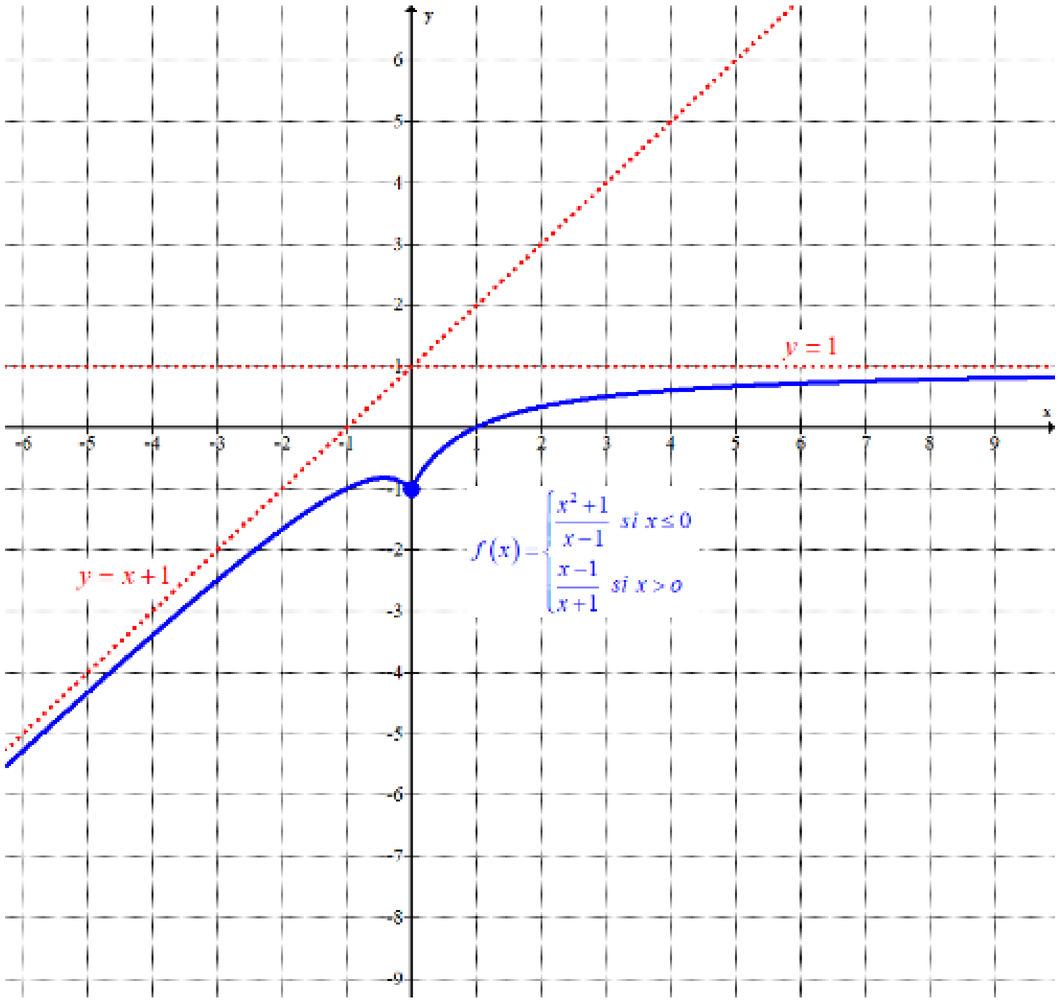
La función no tiene asíntota horizontal y puede tener asíntota oblicua.

$$m=\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{x^2+1}{x-1}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+1}{x^2-x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x^2}=1$$

$$n=\lim_{x\to-\infty}(f(x)-x)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x^2+1}{x-1}-x\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{\cancel{x^2}+1-\cancel{x^2}+x}{x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{x}=1$$

La recta $y=x+1$ es asíntota oblicua cuando x tiende a $-\infty$.

Estudiamos la situación cuando x tiende a $+\infty$.
La función tiene asíntota horizontal y no tiene asíntota oblicua.



Pregunta 2.2:

Pregunta 2.2

Se considera la función real de variable real dada por la siguiente expresión: $f(x) = e^x\left(-x^2+3\right)$

2.2.a) (1,25 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y clasifique, si procede, sus extremos relativos.

2.2.b) (1,25 puntos) Halle el valor de la integral definida

$$\int_1^2 \frac{f(x)}{xe^x}\,dx$$

Solución:

2.2.a) Averiguamos cuando se anula la derivada de la función (puntos críticos).

$$f(x)=e^x\left(-x^2+3\right) \Rightarrow f'(x)=e^x\left(-x^2+3\right)+e^x\left(-2x\right)=e^x\left(-x^2-2x+3\right)$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow e^x\left(-x^2-2x+3\right)=0 \Rightarrow \left\{e^x \neq 0\right\} \Rightarrow -x^2-2x+3=0 \Rightarrow$$

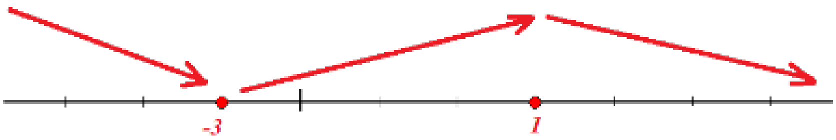
$$\Rightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4(-1)3}}{2(-1)}=\frac{2\pm 4}{-2}=\begin{cases}\dfrac{2+4}{-2}=\boxed{-3=x}\\[2mm] \dfrac{2-4}{-2}=\boxed{1=x}\end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de estos dos puntos críticos.

- En el intervalo $(-\infty,-3)$ consideramos $x=-4$ y la derivada vale $f'(-4)=e^{-4}\left(-(-4)^2-2(-4)+3\right)=-5e^{-4}<0$. La función decrece en $(-\infty,-3)$.
- En el intervalo $(-3,1)$ consideramos $x=0$ y la derivada vale $f'(0)=e^0\left(-0^2-2\cdot 0+3\right)=3>0$. La función crece en $(-3,1)$.
- En el intervalo $(1,+\infty)$ consideramos $x=2$ y la derivada vale $f'(2)=e^2\left(-2^2-2\cdot 2+3\right)=-5e^2<0$. La función decrece en $(1,+\infty)$.

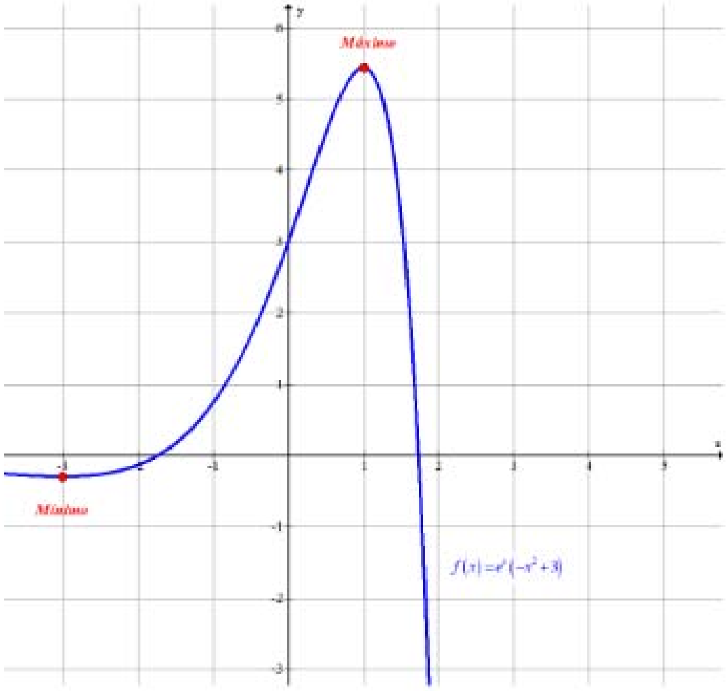
La función decrece en $(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$ y crece en $(-3,1)$.

La función sigue el esquema siguiente.



La función presenta un mínimo relativo en $x=-3$ y un máximo relativo en $x=1$.

Como $f(-3)=e^{-3}\left(-(-3)^2+3\right)=\frac{-6}{e^3}$ y $f(1)=e^1\left(-1^2+3\right)=2e$ las coordenadas del mínimo relativo son $\left(-3,\frac{-6}{e^3}\right)$ y las del máximo relativo son $(1,2e)$.



2.2.b) Calculamos primero la integral indefinida.

$$\int \frac{f(x)}{xe^x}dx = \int \frac{\cancel{e^x}(-x^2+3)}{x\cancel{e^x}}dx = \int \frac{-x^2+3}{x}dx = \int \frac{-x^2}{x}dx + \int \frac{3}{x}dx =$$

$$= \int -x dx + 3\int \frac{1}{x}dx = \frac{-x^2}{2} + 3\ln x + C$$

Usamos lo obtenido para el cálculo de la integral definida.

$$\int_1^2 \frac{f(x)}{xe^x}dx = \left[\frac{-x^2}{2} + 3\ln x\right]_1^2 = \left[\frac{-2^2}{2} + 3\ln 2\right] - \left[\frac{-1^2}{2} + 3\ln 1\right] = -2 + 3\ln 2 + \frac{1}{2} = \boxed{-\frac{3}{2} + 3\ln 2}$$

Pregunta 3.1:

EJERCICIO 3 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas, o bien 3.1 o 3.2.

Para poder participar en el concurso "Mejor Jabón Artesano del año" es necesario pasar un control de calidad muy exigente.

Pregunta 3.1

Un maestro jabonero sabe que el 90% de sus pastillas de jabón hechas a mano pasarían sin problemas este control de calidad.

3.1.a) (1 punto) La empresa organizadora del concurso elegirá en el taller de cada participante una muestra aleatoria simple de pastillas de jabón para obtener una estimación de la proporción de ellas que superan el control de calidad. Suponiendo cierta la creencia del maestro jabonero sobre la calidad de sus pastillas, determine el tamaño mínimo necesario de la muestra de pastillas de jabón que la empresa organizadora debe tomar en el taller de este artesano para garantizar, con un nivel de confianza del 95 %, que el margen de error en la estimación sea inferior al 5 %.

3.1.b) (1,5 puntos) Si finalmente la organización decide seleccionar una muestra aleatoria simple de 140 pastillas de jabón de este artesano, calcule, aproximando por la distribución normal adecuada, la probabilidad de que al menos 120 pastillas de jabón superen el control de calidad.

Solución:

3.1.a) El nivel de confianza del 95% significa que $1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow \alpha/2 = 0.025 \rightarrow$ $1-\alpha/2 = 0.975 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1.96}$

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,0
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	$\boxed{0,9750}$	0,9

Utilizamos la fórmula del error del intervalo de confianza.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_r \cdot q_r}{n}} \Rightarrow 0.05 = 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.9 \cdot 0.1}{n}} \Rightarrow \frac{0.05}{1.96} = \sqrt{\frac{0.9 \cdot 0.1}{n}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{0.05}{1.96}\right)^2 = \frac{0.9 \cdot 0.1}{n} \Rightarrow \boxed{n = \frac{0.9 \cdot 0.1}{\left(\frac{0.05}{1.96}\right)^2} \simeq 138.298}$$

El tamaño mínimo de la muestra debe ser de 139 pastillas de jabón casero.

3.1.b) Tenemos que el tamaño de la muestra es $n = 140$, la probabilidad de que una pastilla pase el control de calidad es $p = 0.9$.

Si llamamos X al número de pastilla de jabón que superan el control de calidad de una muestra de 140 pastillas esta distribución es una binomial de parámetros n = 140 y p = 0.9.

X = B(140, 0.9)

Como el tamaño de muestra es muy grande para el cálculo de probabilidades aproximamos esta binomial a una normal de media $\mu = np = 140 \cdot 0.9 = 126$ y desviación típica $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{140 \cdot 0.9 \cdot 0.1} = 3.55$. Y = N(126, 3.55).

Esta aproximación es buena pues $np = 126 > 5$ y $nq = 140 \cdot 0.1 = 14 > 5$.

Calculamos la probabilidad pedida $P(X \geq 120)$.

$$P(X \geq 120) = \{\text{Corrección de Yates}\} = P(Y \geq 119.5) = \{\textit{Tipificamos}\} =$$

$$= P\left(Z \geq \frac{119.5 - 126}{3.55}\right) = P(Z \geq -1.83) = P(Z \leq 1.83) = \left\{\begin{array}{l}\text{Miramos en la} \\ \text{tabla N(0, 1)}\end{array}\right\} = \boxed{0.9664}$$

z	,00	,01	,02	,03	,04
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,516
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,555
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,594
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,633
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,670
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,705
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,738
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,770
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,799
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,826
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,850
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,872
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,892
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,909
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,925
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,938
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,949
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,959
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,967
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,973

La probabilidad de que de una muestra de 140 pastillas al menos 120 pastillas de jabón superen el control de calidad tiene un valor de 0.9664.

Pregunta 3.2:

Pregunta 3.2

El peso de las pastillas de jabón de este artesano se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ gramos y desviación típica 30 gramos.

3.2.a) (1,25 puntos) La empresa organizadora del concurso seleccionó 140 pastillas de jabón de este artesano y obtuvo que el peso total fue de 17500 gramos. Obtenga un intervalo de confianza del 99% para estimar el peso medio μ de las pastillas de jabón de este artesano.

3.2.b) (1,25 puntos) Si el verdadero valor de μ fuera igual a 100 gramos, ¿cuál sería la probabilidad de que el peso medio de 64 pastillas de jabón de una muestra aleatoria simple fuera superior a 110 gramos?

Solución:

3.2.a) Sea X el peso en gramos de una pastilla de jabón. Esta variable aleatoria sigue una ley normal N(μ , 30).

Tenemos que el tamaño de la muestra es $n = 14$ y la media muestral es $\bar{x} = \frac{17500}{140} = 125$ gramos.

El nivel de confianza del 99% significa que $1 - \alpha = 0.99 \rightarrow \alpha = 0.01 \rightarrow \alpha/2 = 0.005 \rightarrow$

$1 - \alpha/2 = 0.995 \rightarrow \quad z_{\alpha/2} = \frac{2.57 + 2.58}{2} = 2.575$

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	[illegible]	[illegible]

Utilizamos la fórmula del error del intervalo de confianza.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.575 \cdot \frac{30}{\sqrt{140}} = 6.5288$$

El intervalo de confianza es

$$\left(\bar{x} - Error,\ \bar{x} + Error\right) = (125 - 6.5288,\ 125 + 6.5288) = (118.4712,\ 131.5288)$$

3.2.b) Consideramos que la variable aleatoria es X = N(100 , 30). La variable aleatoria que nos indica el peso medio de 64 pastillas es una normal con la misma media pero con desviación típica $\sigma = \frac{30}{\sqrt{64}} = 3.75$. $\overline{X_{64}} = N(100, 3.75)$.

Nos piden calcular $P\left(\overline{X_{64}} > 110\right)$.

$$P\left(\overline{X_{64}} > 110\right) = \{Tipificamos\} = P\left(Z > \frac{110-100}{3.75}\right) = P(Z > 2.67) =$$

$$= 1 - P(Z \leq 2.67) = \begin{Bmatrix} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla N(0, 1)} \end{Bmatrix} = 1 - 0.9962 = \boxed{0.0038}$$

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962

La probabilidad de que el peso medio de 64 pastillas de jabón de una muestra aleatoria simple fuera superior a 110 gramos tiene un valor de 0.0038.

Pregunta 4.1:

EJERCICIO 4 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos preguntas, o bien 4.1 o 4.2.

Pregunta 4.1

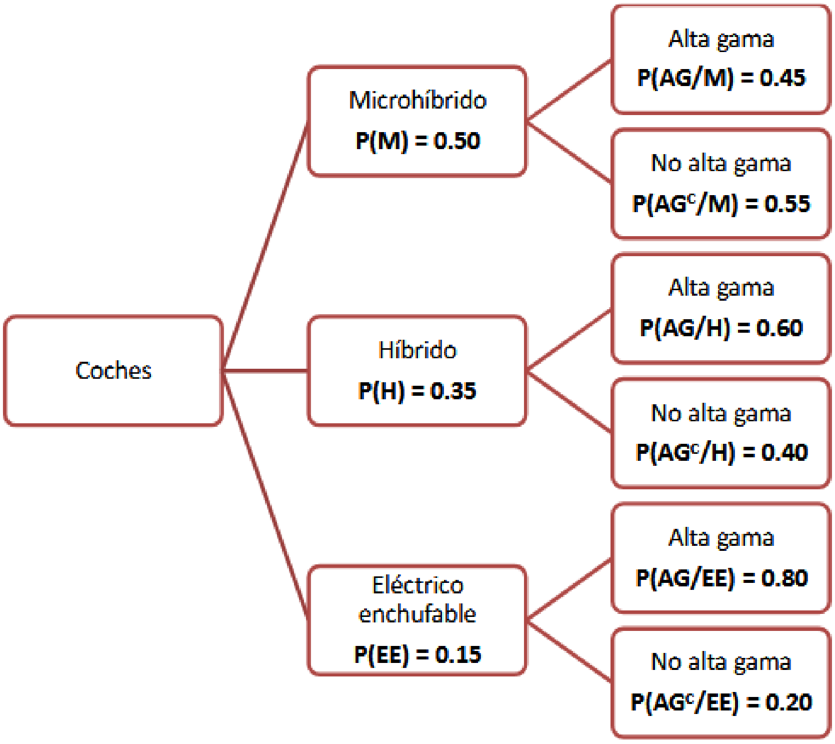
En un concesionario el 50% de sus ventas son de automóviles microhíbridos, el 35% híbridos y el resto eléctricos enchufables. El acabado más alto de gama se vende en el 80% de los eléctricos enchufables, el 60% de los híbridos y el 45% de los microhíbridos. Se selecciona una operación de venta al azar

4.1.a) (1,25 puntos) Calcule la probabilidad de que el coche vendido en esa operación no tenga el acabado más alto de la gama.

4.1.b) (1,25 puntos) Si el coche correspondiente a la operación de venta seleccionada tiene el acabado más alto de la gama, determine la probabilidad de que sea eléctrico enchufable.

Solución:

Realizamos un diagrama de árbol.



4.1.a) Nos piden calcular $P(AG^c)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(AG^c) = P(M)P(AG^c/M) + P(H)P(AG^c/H) + P(EE)P(AG^c/EE) =$$

$$= 0.5\cdot 0.55 + 0.35\cdot 0.4 + 0.15\cdot 0.2 = \boxed{0.445}$$

4.1.b) Nos piden calcular $P(EE/AG)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(EE/AG) = \frac{P(EE\cap AG)}{P(AG)} = \frac{P(EE)P(AG/EE)}{1-P(AG^c)} = \frac{0.15\cdot 0.8}{1-0.445} = \boxed{\frac{8}{37} \simeq 0.2162}$$

Pregunta 4.2:

Pregunta 4.2

De tres sucesos A, B y C se sabe que A y C son sucesos disjuntos, A y B son independientes y se tienen las siguientes probabilidades: $P(A)=0.25$, $P(B)=0.2$ y $P(B\cap C)=0.05$.

4.2.a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que ocurra al menos uno de los sucesos A o B.

4.2.b) (1 punto) Calcule $P\left(\overline{B}\cup\overline{C}\right)$.

4.2.c) (0,5 puntos) ¿Pueden ser independientes los sucesos A y C?

Solución:

Como A y C son sucesos disjuntos → $A\cap C=\varnothing\rightarrow P(A\cap C)=0$, A y B son independientes → $P(A\cap B)=P(A)P(B)=0.25\cdot 0.2=0.05$ y $P(A)=0.25$, $P(B)=0.2$, $P(B\cap C)=0.05$.

4.2.a) Nos piden calcular $P(A\cup B)$. Aplicamos la fórmula de la probabilidad de la unión de dos sucesos.

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0.25+0.2-0.05=\boxed{0.4}$$

La probabilidad de que ocurra al menos uno de los sucesos A o B tiene un valor de 0.4.

4.2.b) Aplicamos las leyes de Morgan.

$$P\left(\overline{B}\cup\overline{C}\right)=P\left(\overline{B\cap C}\right)=1-P(B\cap C)=1-0.05=\boxed{0.95}$$

4.2.c) Para que sean independientes se debe cumplir la igualdad $P(A\cap C)=P(A)P(C)$.

$$\left.\begin{array}{l}P(A\cap C)=0\\ P(A)P(C)=0.25\cdot P(C)\end{array}\right\}\Rightarrow P(A\cap C)\neq P(A)P(C)$$

Son diferentes pues la probabilidad del suceso C es no nula ya que $P(B\cap C)=0.05\neq 0$ y se cumple que $P(C)\geq P(B\cap C)=0.05$.

Los sucesos A y C no son independientes.

	PRUEBA ACCESO A LA UNIVERSIDAD (PAU) FASE GENERAL CURSO: **2024–2025** **MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**	CONVOCATORIA: **EXTRAORDINARIA**

INSTRUCCIONES GENERALES: Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos.

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Problema 1:

Problema 2:

Problema 3:

Problema 4:

Problema 5:

Problema 6:

Problema 7:

Problema 8:

RESPUESTAS CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE

Problema 1:

Solución:

Problema 2:

Solución:

Problema 3:

Solución:

Problema 4:

Solución:

Problema 5:

Solución:

Problema 6:

Solución:

Problema 7:

Solución:

Problema 8:

Solución: