MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Selectividad 2025

Comunidad autónoma de

EXTREMADURA

www.apuntesmareaverde.org.es

Autor: Juan Antonio Martínez García

UEX	PRUEBA ACCESO A LA UNIVERSIDAD (PAU) FASE GENERAL CURSO: **2024–2025** MATERIA: **MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**	CONVOCATORIA: ORDINARIA DE JUNIO

Instrucciones para realizar el examen: En algunos apartados existe la posibilidad de elegir entre dos preguntas. En caso de responder a más preguntas o tareas de los establecidos en cada bloque sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar, salvo que aparezca tachado.
Criterios generales: Las respuestas a las preguntas o tareas deben realizarse expresando de forma razonada el proceso seguido en su resolución, con el rigor y la precisión necesarios, usando el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados, y utilizando argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes. La mera descripción del planteamiento, sin que se lleve a cabo la resolución de manera efectiva, no es suficiente para obtener una valoración completa de la pregunta o tarea.
En las preguntas o tareas en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.
Los errores en las operaciones aritméticas elementales se penalizarán con un máximo de 0.25 puntos en cada pregunta o tarea.
Ortografía y redacción: Con carácter general se penalizará la incorrección gramatical de la siguiente manera: Los 2 primeros errores ortográficos no se penalizarán. Se comenzará a deducir 0,10 puntos por cada falta ortográfica a partir de la tercera, hasta alcanzar la máxima penalización de 1 punto. Cuando se repita la misma falta de ortografía se contará como una sola. Por errores en la sintaxis, el vocabulario y la presentación se podrá deducir un máximo de 0.50 puntos.
Materiales: Se permitirá una calculadora no gráfica, no programable. También se podrá utilizar una regla pequeña y bolígrafos de colores (salvo el rojo y verde) para las gráficas..

Problema 1:

Problema 2:

Problema 3:

Problema 4:

Problema 5:

Problema 6:

Problema 7

Problema 8:

RESPUESTAS CONVOCATORIA DE JUNIO

Problema 1:

APARTADO A (4 puntos)

El servicio de atención al cliente de una compañía telefónica decide realizar un estudio sobre el tipo de reclamaciones que recibe. Responde, razonadamente, a las siguientes cuestiones que surgieron:

A1. En este servicio se reciben 1500 llamadas al día, de las cuales 700 son consultas técnicas, 600 consultas financieras y el resto son reclamaciones. El cliente queda satisfecho en el 50% de las consultas técnicas, en el 40% de las consultas financieras ye en el 10% de las reclamaciones. Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que un cliente presente una reclamación y no quede satisfecho con el resultado de la misma.

b) Calcular la probabilidad de que un cliente atendido por dicho servicio quede satisfecho con la atención recibida.

A2. De las 200 reclamaciones recibidas telefónicamente cierto día, se resolvieron favorablemente para el cliente 64. Se pide, justificando las respuestas:

a) Hallar un intervalo de confianza al nivel de confianza del 95% para la proporción de reclamaciones telefónicas favorables al cliente.

b) En base a dicho intervalo, ¿podemos decir que el porcentaje de reclamaciones favorables al cliente supera el 20%?

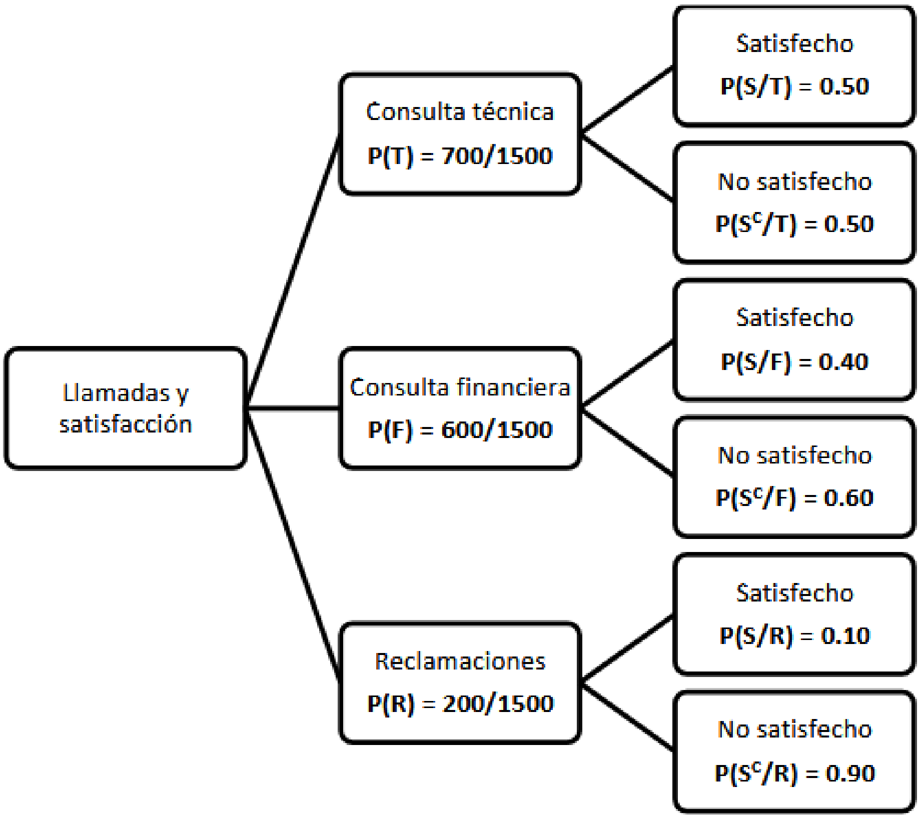
Solución:

A1. Pasamos los datos a valores absolutos. Presentan una reclamación 1500 – 700 – 600 = 200 clientes. Si el cliente queda satisfecho en el 50% de las consultas técnicas entonces son 700/2 = 350 los clientes satisfechos, en el 40% de las consultas financieras, entonces son $0.40 \cdot 600 = 240$ los clientes satisfechos y en el 10% de las reclamaciones, entonces son $0.10 \cdot 200 = 20$ los clientes que han reclamado y han acabado satisfechos.

a) Como de 1500 clientes que realizan una llamada son 20 los que presentan una reclamación y quedan satisfechos, entonces hay 200 – 20 =180 clientes que presentan una reclamación y no resultan satisfechos. Aplicando la regla de Laplace tenemos que la probabilidad de que un cliente presente una reclamación y no quede satisfecho con el resultado de la misma tiene un valor de $\frac{180}{1500} = 0.12$.

b) De las 1500 llamadas hay 350 + 240 + 20 = 610 clientes que quedan satisfechos. Aplicando la regla de Laplace tenemos que la probabilidad de que un cliente atendido por dicho servicio quede satisfecho con la atención recibida tiene un valor de $\frac{610}{1500} = \frac{61}{150} \simeq 0.4067$.

También se puede resolver realizando un diagrama de árbol.



a) $P(R\cap S)=P(R)P(S/R)=\dfrac{200}{1500}\cdot 0.90=\boxed{0.12}$.

b) Nos piden calcular $P(S)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

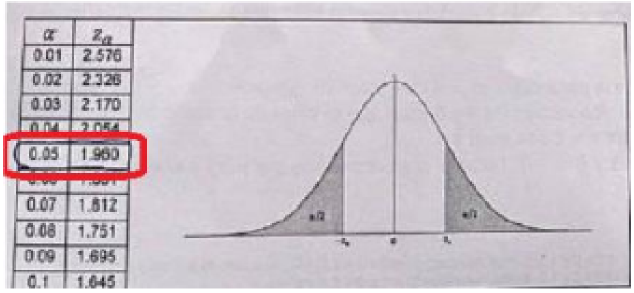
$$P(S)=P(T)P(S/T)+P(F)P(S/F)+P(R)P(S/R)=$$

$$=\frac{700}{1500}\cdot 0.50+\frac{600}{1500}\cdot 0.40+\frac{200}{1500}\cdot 0.10=\boxed{\frac{61}{150}\simeq 0.4067}$$

a) 0,12; b) 0,4067

A2. a) Tenemos que el tamaño de la muestra es $n = 200$, la proporción muestral de reclamaciones telefónicas favorables al cliente es $p = \frac{64}{200} = 0.32$.

El nivel de confianza del 95% significa que $1 - \propto = 0.95 \rightarrow \propto = 0.05 \rightarrow$



Tenemos que $z_{\alpha/2} = \mathbf{1.96}$

Utilizamos la fórmula del error del intervalo de confianza.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_r \cdot q_r}{n}} = 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.32 \cdot 0.68}{200}} \simeq 0.06465$$

El intervalo de confianza es

$$(p_r - Error,\ p_r + Error) = (0.32 - 0.06465, 0.32 + 0.06465) = (0.25535,\ 0.38465)$$

b) El porcentaje de reclamaciones favorables al cliente supera el 20% supone una proporción de 0.20. Todos los valores del intervalo de confianza están por encima de este valor, por lo que se puede afirmar que el porcentaje de reclamaciones favorables al cliente supera el 20%.

Problema 2:

APARTADO B (3 puntos)

Elige uno de los siguientes problemas y resuélvelo, justificando las respuestas:

B1. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 5x & 4 \\ -x & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & y \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} z & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ e $I=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz identidad de orden 2

a) Calcular, justificando la respuesta, los valores de x, y, z para que se verifique la igualdad $I+A^t=B\cdot C$, siendo A^t la matriz traspuesta de A.

b) Tomando $x=1$, determinar los valores de y para los que $A\cdot B$ tiene inversa.

B2. Una granja produce dos tipos de cultivos: maíz y trigo, generando un beneficio de 50 euros por hectárea de maíz y 40 euros por hectárea de trigo. La granja dispone de 120 hectáreas para cultivar y de 300 depósitos de agua. Cada hectárea de maíz requiere 3 depósitos de agua y cada hectárea de trigo requiere 2. Además, la granja debe dedicar al menos 20 hectáreas al maíz y 15 hectáreas al trigo. Determinar el número de hectáreas que se deben dedicar a cada cultivo para obtener los beneficios máximos y calcular dichos beneficios.

Ejercicio B1: Apartado a) entre 0 y 2 puntos, apartado b) entre 0 y 1 punto.
Ejercicio B2: Entre 0 y 3 puntos.

Solución:

a) Resolvemos la ecuación matricial.

$$I+A^t=B\cdot C\Rightarrow\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5x&-x\\4&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&y\\-1&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}z&-1\\2&0\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{pmatrix}1+5x&-x\\4&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3z+2y&-3\\-z+8&1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases}1+5x=3z+2y\\-x=-3\\4=-z+8\\1=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}1+5x=3z+2y\\\boxed{x=3}\\\boxed{z=8-4=4}\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1+5\cdot 3=3\cdot 4+2y\Rightarrow 1+15=12+2y\Rightarrow 4=2y\Rightarrow\boxed{y=2}$$

Para $x=3,\ y=2,\ z=4$ se cumple la igualdad $I+A^t=B\cdot C$.

b) Con $x=1$ nos quedan las matrices $A=\begin{pmatrix}5&4\\-1&0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&y\\-1&4\end{pmatrix}$. Obtenemos la expresión de la matriz $A\cdot B$.

$$AB=\begin{pmatrix}5&4\\-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&y\\-1&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}15-4&5y+16\\-3+0&-y+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11&5y+16\\-3&-y\end{pmatrix}$$

Para que la matriz tenga inversa su determinante debe ser distinto de cero.

$$|AB|=\begin{vmatrix}11&5y+16\\-3&-y\end{vmatrix}=-11y+15y+48=48+4y$$

$$|AB|\neq 0\Rightarrow 48+4y\neq 0\Rightarrow 4y\neq -48\Rightarrow\boxed{y\neq -12}$$

La matriz $A\cdot B$ tiene inversa para cualquier valor de "y" distinto de -12.

$$a)\ x=3, y=2, z=4$$

b) La matriz *A.B* tiene inversa para todo y distinto de -12

Autor: Juan Antonio Martínez García
www.apuntesmareaverde.org.es

B2

Llamamos "x" al número de hectáreas de maíz e "y" al número de hectáreas de trigo.

"Una granja produce dos tipos de cultivos: maíz y trigo, generando un beneficio de 50 euros por hectárea de maíz y 40 euros por hectárea de trigo" → Los beneficios son $B(x,y)=50x+40y$.

Las restricciones son:

"La granja dispone de 120 hectáreas para cultivar" → $x+y\le 120$.
"La granja dispone de 300 depósitos de agua. Cada hectárea de maíz requiere 3 depósitos de agua y cada hectárea de trigo requiere 2." → $3x+2y\le 300$
"La granja debe dedicar al menos 20 hectáreas al maíz y 15 hectáreas al trigo" → $x\ge 20;\ y\ge 15$.

Reunimos las restricciones en un sistema de inecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} x+y\le 120 \\ 3x+2y\le 300 \\ x\ge 20;\ y\ge 15 \end{array}\right\}$$

Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$x+y=120$

x	$y=120-x$
0	120
120	0

$3x+2y=300$

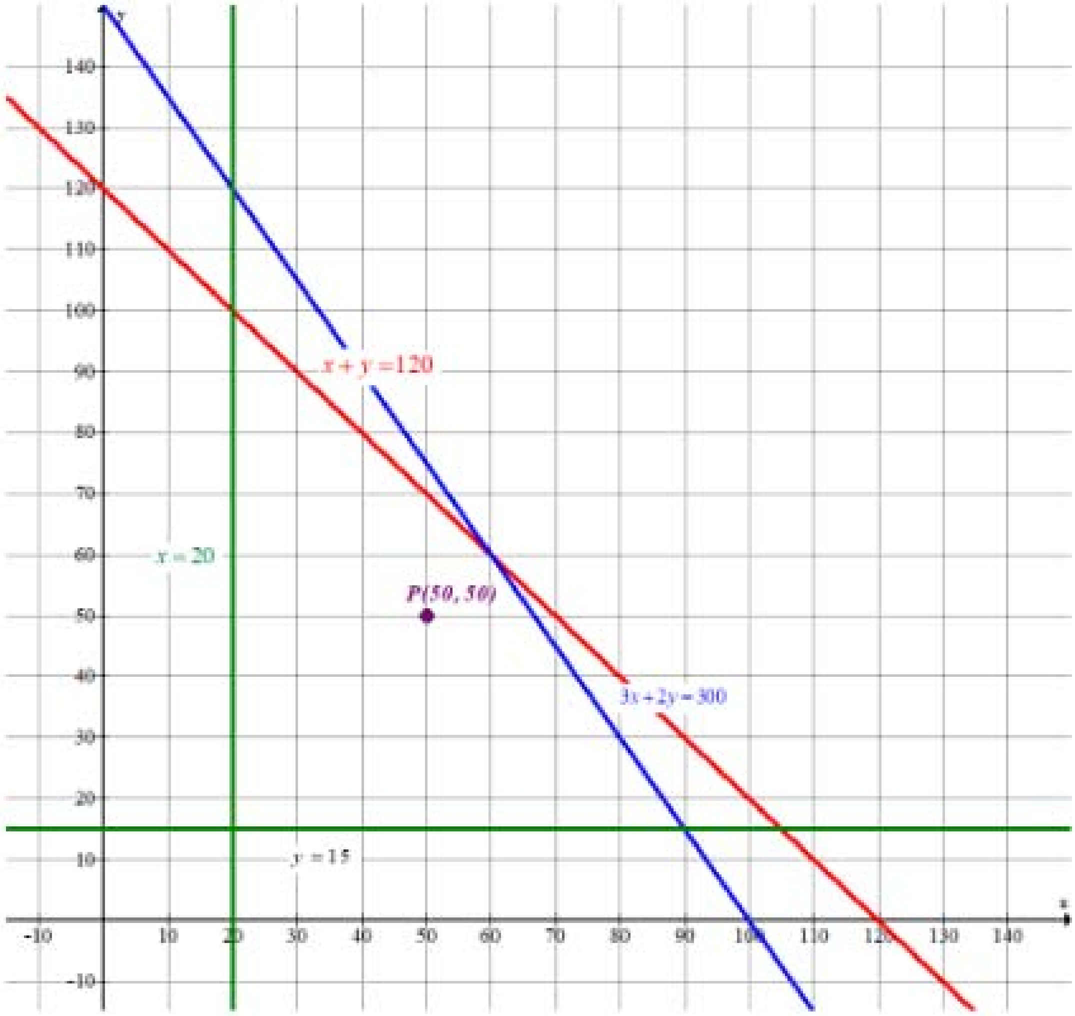
x	$y=\frac{300-3x}{2}$
0	150
100	0

$x=20$

$x=20$	y
20	0
20	15

$y=15$

x	$y=15$
0	15
20	15

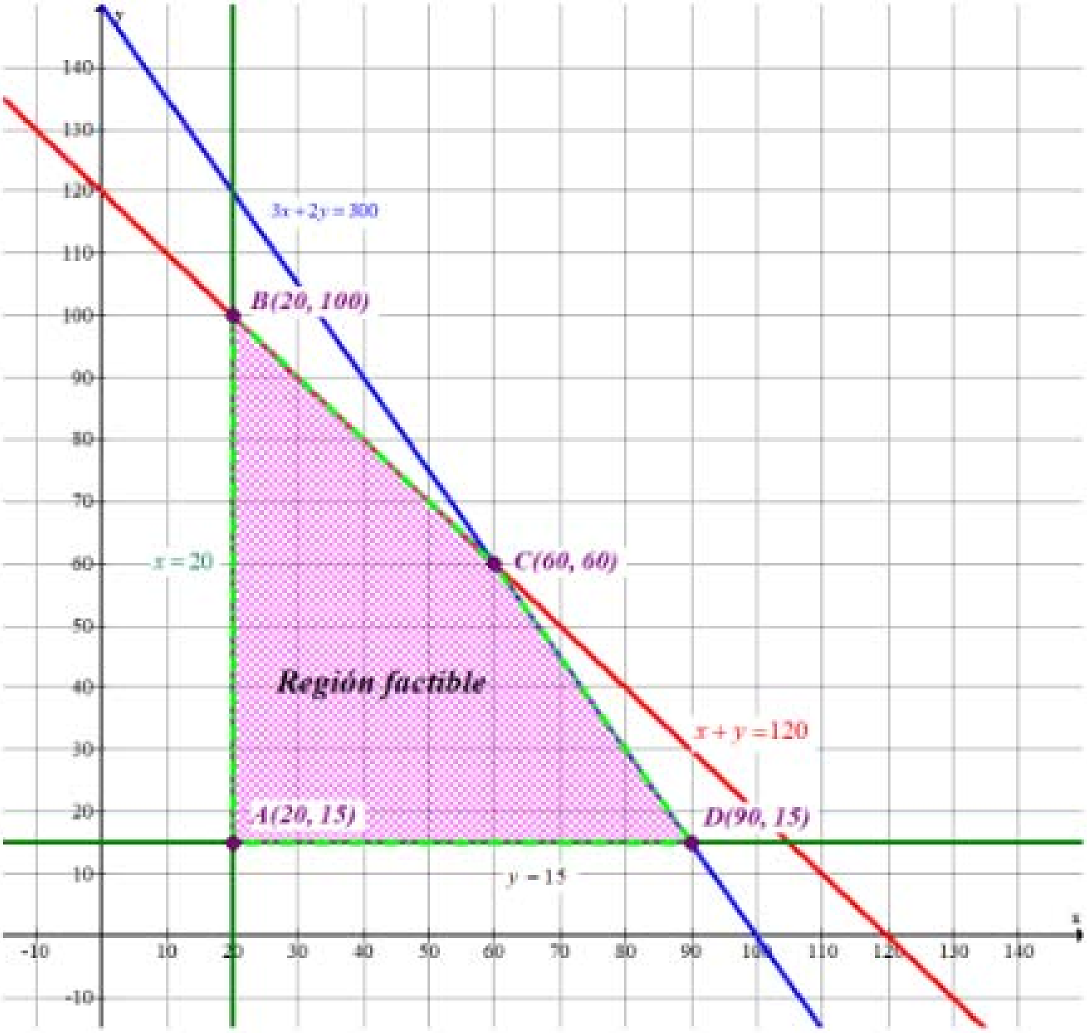


Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x+y\le 120 \\ 3x+2y\le 300 \\ x\ge 20;\ y\ge 15 \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante que está por debajo de las rectas roja y azul, por encima de la recta horizontal verde y a la derecha de la recta vertical verde.

Comprobamos que el punto P(50, 50) perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 50+50\le 120 \\ 3\cdot 50+2\cdot 50\le 300 \\ 50\ge 20;\ 50\ge 15 \end{array}\right\}$$

Se cumplen todas las inecuaciones y la región factible es la indicada. La coloreamos de rosa en el siguiente dibujo e indicamos las coordenadas de sus vértices.



El valor máximo de la función Beneficios $B(x,y)=50x+40y$ está situado en uno de sus vértices, averiguamos en cual valorando la función en cada uno de ellos.

A(20, 15) → $B(20,15)=50\cdot 20+40\cdot 15=1600$

B(20, 100) → $B(20,100)=50\cdot 20+40\cdot 100=5000$

C(60, 60) → $B(60,60)=50\cdot 60+40\cdot 60=$ 5400 máximo

D(90, 15) → $B(90,15)=50\cdot 90+40\cdot 15=5100$

El valor máximo es 5400 y se obtiene en el vértice C(60, 60). Significa que se obtienen unos máximos beneficios de 5400 euros plantando 60 hectáreas de maíz y 60 de trigo.

Problema 3:

APARTADO C (3 puntos)
Elige uno de los siguientes problemas y resuélvelo, justificando las respuestas:

C1. La temperatura de una bodega oscila entre los 6 y los 14 grados y la cantidad de vino que se estropea, $C(x)$ en litros, depende de su temperatura de conservación, x en grados, de acuerdo con la siguiente función:

$$C(x) = 1000 - 231x + 27x^2 - x^3 \qquad 6 \le x \le 14$$

Determinar, razonando las respuestas:

a) El crecimiento y decrecimiento de la cantidad de vino que se estropea dependiendo de la temperatura de conservación.

b) Las temperaturas de la bodega que hacen que se estropee la cantidad máxima y mínima de vino y los valores de estas cantidades.

c) La diferencia, en cuanto a cantidad de vino estropeada, entre mantener la bodega a 8 y a 10 grados.

Solución:

a) Averiguamos cuando se anula la derivada.

$$C(x) = 1000 - 231x + 27x^2 - x^3 \Rightarrow C'(x) = -231 + 54x - 3x^2$$

$$C'(x) = 0 \Rightarrow -231 + 54x - 3x^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 18x + 77 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{18 \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \cdot 77}}{2} = \frac{18 \pm 4}{2} = \begin{cases} \dfrac{18+4}{2} = 11 \in [6,14] \\ \dfrac{18-4}{2} = 7 \in [6,14] \end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de estos dos valores obtenidos.

- En el intervalo $[6,7)$ consideramos $x = 6$ y la derivada vale $C'(6) = -231 + 54 \cdot 6 - 3 \cdot 6^2 = -15 < 0$. La función decrece en $[6,7)$.
- En el intervalo $(7,11)$ consideramos $x = 8$ y la derivada vale $C'(8) = -231 + 54 \cdot 8 - 3 \cdot 8^2 = 9 > 0$. La función crece en $(7,11)$.
- En el intervalo $(11,14]$ consideramos $x = 12$ y la derivada vale $C'(12) = -231 + 54 \cdot 12 - 3 \cdot 12^2 = -15 < 0$. La función decrece en $(11,14]$.

La cantidad de vino que se estropea decrece entre 6 y 7 grados, crece entre 7 y 11 grados y vuelve a decrecer entre 11 y 14 grados.

b) Con el estudio anterior podemos afirmar que la función presenta un mínimo relativo en $x = 7$ y un máximo relativo en $x = 11$
Valoramos la función en estos puntos y en los extremos del intervalo para encontrar los máximos y mínimos absolutos.

$$\begin{cases} C(6) = 1000 - 231 \cdot 6 + 27 \cdot 6^2 - 6^3 = 370 \\ C(7) = 1000 - 231 \cdot 7 + 27 \cdot 7^2 - 7^3 = 363 \\ C(11) = 1000 - 231 \cdot 11 + 27 \cdot 11^2 - 11^3 = 395 \text{ Máximo} \\ C(14) = 1000 - 231 \cdot 14 + 27 \cdot 14^2 - 14^3 = 314 \text{ Mínimo} \end{cases}$$

La máxima cantidad de vino estropeada es de 395 litros y se produce con la temperatura de 11 grados.
La mínima cantidad de vino estropeada es de 314 litros y se produce con la temperatura de 14 grados.

c) La cantidad de vino estropeada con 8 grados es de $C(8) = 1000 - 231 \cdot 8 + 27 \cdot 8^2 - 8^3 = 368$ litros y con 10 grados es de $C(10) = 1000 - 231 \cdot 10 + 27 \cdot 10^2 - 10^3 = 390$ litros. La diferencia es un incremento de $390 - 368 = 22$ litros.

a) La cantidad de vino que se estropea decrece entre 6 y 7 grados, crece entre 7 y 11 grados y vuelve a decrecer entre 11 y 14 grados

b) Máximo: (11, 395); Mínimo: (14, 314)

c) 22 litros

Problema 4:

C2. Consideramos la parábola $p(x) = Ax^2 + Bx - 30$. Se pide:

a) Determinar los valores de A y B para que el valor de la parábola en $x = 1$ sea -32 y su derivada en $x = 2$ sea igual a 4.

b) Para $A = 1$ y $B = -1$, hallar el área encerrada por $p(x)$ y el eje OX entre $x = 5$ y $x = 7$.

Ejercicio C1: Apartado a) entre 0 y 1.5 puntos, apartado b) entre 0 y 1 punto, apartado c) entre 0 y 0.5 puntos.
Ejercicio C2: Apartado a) entre 0 y 1.5 puntos, apartado b) entre 0 y 1.5 puntos.

Solución:

a) Si el valor de la parábola en $x=1$ es -32 entonces $p(1) = -32$

$$\left.\begin{array}{l} p(x) = Ax^2 + Bx - 30 \\ p(1) = -32 \end{array}\right\} \Rightarrow -32 = A + B - 30 \Rightarrow A + B = -2$$

Si su derivada en $x = 2$ es igual a 4 entonces $p'(2) = 4$.

$$\left.\begin{array}{r} p(x) = Ax^2 + Bx - 30 \Rightarrow p'(x) = 2Ax + B \\ p'(2) = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow 4 = 2A\cdot 2 + B \Rightarrow 4A + B = 4$$

Reunimos las dos ecuaciones obtenidas en un sistema y lo resolvemos.

$$\left.\begin{array}{r} A + B = -2 \\ 4A + B = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} A + B = -2 \\ B = 4 - 4A \end{array}\right\} \Rightarrow A + 4 - 4A = -2 \Rightarrow -3A = -6 \Rightarrow \boxed{A = 2} \Rightarrow \boxed{B = 4 - 4\cdot 2 = -4}$$

Para $A = 2$ y $B = -4$ se cumple lo pedido.

b) Para $A = 1$ y $B = -1$ la función queda $p(x) = x^2 - x - 30$. Determinamos los puntos de corte de la función con el eje OX.

$$\left.\begin{array}{l} p(x) = x^2 - x - 30 \\ Eje\,OX \to y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x^2 - x - 30 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(-30)}}{2} = \frac{1 \pm 11}{2} = \begin{cases} \frac{1+11}{2} = 6 \in (5,7) \\ \frac{1-11}{2} = -5 = x \end{cases}$$

El área encerrada por $p(x)$ y el eje OX entre $x = 5$ y $x = 7$ la calculamos como la suma del valor absoluto de la integral definida de la función entre 5 y 6 más el valor absoluto de la integral definida de la función entre 6 y 7.

$$\int_5^6 p(x)dx = \int_5^6 x^2 - x - 30dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 30x\right]_5^6 = \left[\frac{6^3}{3} - \frac{6^2}{2} - 30\cdot 6\right] - \left[\frac{5^3}{3} - \frac{5^2}{2} - 30\cdot 5\right] =$$

$$= 72 - 18 - 180 - \frac{125}{3} + \frac{25}{2} + 150 = 24 - \frac{175}{6} = \frac{-31}{6} \approx -5.1667$$

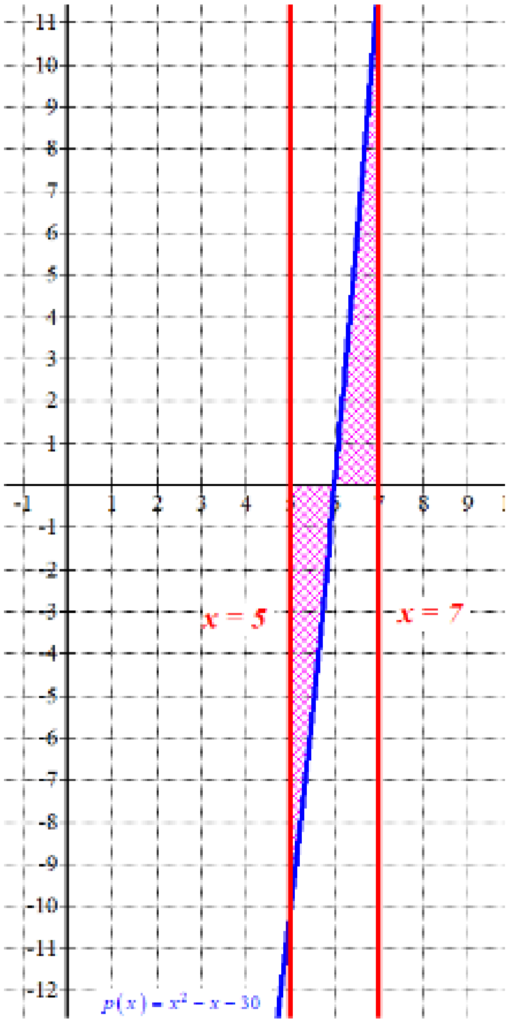
El área del primer trozo vale $\frac{31}{6} \approx 5.1667$ unidades cuadradas.

$$\int_6^7 p(x)\,dx = \int_6^7 x^2 - x - 30\,dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 30x\right]_6^7 =$$

$$= \left[\frac{7^3}{3} - \frac{7^2}{2} - 30\cdot 7\right] - \left[\frac{6^3}{3} - \frac{6^2}{2} - 30\cdot 6\right] = \frac{35}{6} \approx 5.8333$$

El área del segundo trozo vale $\frac{35}{6} \approx 5.8333$ unidades cuadradas.

El área encerrada por $p(x)$ y el eje OX entre $x = 5$ y $x = 7$ vale $\frac{31}{6} + \frac{35}{6} = 11$ unidades cuadradas.



a) A = 2; B = -4. b) Área = 11 u^2

Problema 5:

Solución:

X

Problema 6:

Solución:

si

Problema 7

Solución:

€

Problema 8:

Solución:

El

son

Autor: Juan Antonio Martínez García

	PRUEBA ACCESO A LA UNIVERSIDAD (PAU) FASE GENERAL CURSO: **2024–2025** **MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**	CONVOCATORIA: **EXTRAORDINARIA**

Instrucciones para realizar el examen: En algunos apartados existe la posibilidad de elegir entre dos preguntas. En caso de responder a más preguntas o tareas de los establecidos en cada bloque sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar, salvo que aparezca tachado.

Criterios generales: Las respuestas a las preguntas o tareas deben realizarse expresando de forma razonada el proceso seguido en su resolución, con el rigor y la precisión necesarios, usando el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados, y utilizando argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes. La mera descripción del planteamiento, sin que se lleve a cabo la resolución de manera efectiva, no es suficiente para obtener una valoración completa de la pregunta o tarea.

En las preguntas o tareas en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.

Los errores en las operaciones aritméticas elementales se penalizarán con un máximo de 0.25 puntos en cada pregunta o tarea.

Ortografía y redacción: Con carácter general se penalizará la incorrección gramatical de la siguiente manera: Los 2 primeros errores ortográficos no se penalizarán. Se comenzará a deducir 0,10 puntos por cada falta ortográfica a partir de la tercera, hasta alcanzar la máxima penalización de 1 punto. Cuando se repita la misma falta de ortografía se contará como una sola. Por errores en la sintaxis, el vocabulario y la presentación se podrá deducir un máximo de 0.50 puntos.

Materiales: Se permitirá una calculadora no gráfica, no programable. También se podrá utilizar una regla pequeña y bolígrafos de colores (salvo el rojo y verde) para las gráficas..

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Problema 1:

Problema 2:

Problema 3:

Problema 4:

Problema 5:

Problema 6:

Problema 7

Autor: Juan Antonio Martínez García
www.apuntesmareaverde.org.es

RESPUESTAS CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Problema 1:

Solución:

L

El

El

Problema 2:

Solución:

2

Problema 3:

Solución:

f

C

Problema 4:

Solución:

El

Problema 5:

Solución:

X

Problema 6:

Solución:

si

Problema 7

Solución:

€

Problema 8:

Solución:

El

son

Autor: Juan Antonio Martínez García