MATEMÁTICAS II

Selectividad 2025

Comunidad autónoma de GALICIA

Textos Marea Verde

www.apuntesmareaverde.org.es

Autora: Dolores Vázquez Torrón

ESCUELA PÚBLICA: DE TOD@S PARA TOD@S

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSI DE GALICIA	PRUEBA ACCESO A LA UNIVERSIDAD (PAU) FASE GENERAL CURSO: **2024–2025** MATERIA: **MATEMÁTICAS II**	CONVOCATORIA: ORDINARIA DE **JUNIO**

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas.**

Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos.

BLOQUE OBLIGATORIO

Las cafeterías universitarias son espacios en los que, además de poder consumir alimentos y bebidas, en numerosas ocasiones se emplean como puntos de encuentro para otros eventos. Según los datos recogidos por la dirección de la cafetería de una facultad, el 65% de sus clientes son estudiantes, el 25% personal de la universidad y el 10% restante son personas ajenas a la universidad.

Con el objetivo de estudiar si es necesario realizar modificaciones en la cafetería, sus responsables han analizado datos sobre el tiempo de espera hasta que un cliente ha sido atendido y sobre la forma de realizar los pagos. Puede suponerse que el tiempo de espera hasta que un cliente es atendido sigue una distribución aproximadamente normal, con media igual a 5 minutos y de tal modo que el 90% de los clientes son atendidos antes de 8 minutos. Por los datos recogidos, han llegado a la conclusión de que el 30% de los estudiantes efectúan los pagos en efectivo, siendo este porcentaje igual al 70% para el personal de la universidad, mientras que el 80% de los pagos realizados por personas ajenas a la universidad se hacen en efectivo.

Responda estos tres apartados: 1.1., 1.2. y 1.3.

1.1. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente sea atendido antes de 4 minutos?

1.2. Calcular la probabilidad de que un pago en esta cafetería no haya sido realizado en efectivo.

1.3. Si un pago se hizo en efectivo, ¿qué es más probable, que haya sido realizado por estudiantes o por personal de la universidad?

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1

Las cafeterías universitarias son espacios en los que, además de poder consumir alimentos y bebidas, en numerosas ocasiones se emplean como puntos de encuentro para otros eventos. Según los datos recogidos por la dirección de la cafetería de una facultad, el 65% de sus clientes son estudiantes, el 25% personal de la universidad y el 10% restante son personas ajenas a la universidad.

Con el objetivo de estudiar si es necesario realizar modificaciones en la cafetería, sus responsables han analizado datos sobre el tiempo de espera hasta que un cliente ha sido atendido y sobre la forma de realizar los pagos. Puede suponerse que el tiempo de espera hasta que un cliente es atendido sigue una distribución aproximadamente normal, con media igual a 5 minutos y de tal modo que el 90% de los clientes son atendidos antes de 8 minutos. Por los datos recogidos, han llegado a la conclusión de que el 30% de los estudiantes efectúan los pagos en efectivo, siendo este porcentaje igual al 70% para el personal de la universidad, mientras que el 80% de los pagos realizados por personas ajenas a la universidad se hacen en efectivo.

Responda estos tres apartados: 1.1., 1.2. y 1.3.

1.1. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente sea atendido antes de 4 minutos?

1.2. Calcular la probabilidad de que un pago en esta cafetería no haya sido realizado en efectivo.

1.3. Si un pago se hizo en efectivo, ¿qué es más probable, que haya sido realizado por estudiantes o por personal de la universidad?

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2

3.1. Dada la función $f(x) = \begin{cases} kx^2 + 2x & xi\ x \leq 1 \\ x^2 - m & si\ x > 1 \end{cases}$, se pide responder a las siguientes cuestiones:

3.1.1. ¿Qué condición deben cumplir k y m para que f sea continua en x = 1?

3.1.2. ¿Para qué valores de k y m es f derivable en x = 1?

3.2. Dibuje la región encerrada por la gráfica de $f(x) = \sqrt{2x+1}$, el eje X y las rectas x = 0 , x = 4. Luego, calcule su área.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 3

4.1. Determine el valor que debe tomar k para que los planos

$$\pi_1: kx + y + \frac{1}{4}z + 2 = 0$$

$$\pi_2: 3x + 4y + z + 3 = 0$$

sean paralelos. Calcule también el valor de k que hace que esos mismos planos sean perpendiculares.

4.2. Considérense el punto P(0,1,0) y la recta r: (x, y, z) = (2,0,3) + λ(1,2,3), $\lambda \in \mathbb{R}$.

4.2.1. Determine la ecuación continua de la recta s que es paralela a r y pasa por el punto P.

4.2.2. Obtenga la ecuación implícita o general del plano π que pasa por P y es perpendicular a r.

RESPUESTAS CONVOCATORIA DE JUNIO

BLOQUE OBLIGATORIO

Ejercicio 1:
PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. (2,5 puntos)
CONTEXTO

Las cafeterías universitarias son espacios en los que, además de poder consumir alimentos y bebidas, en numerosas ocasiones se emplean como puntos de encuentro para otros eventos. Según los datos recogidos por la dirección de la cafetería de una facultad, el 65% de sus clientes son estudiantes, el 25% personal de la universidad y el 10% restante son personas ajenas a la universidad.

Con el objetivo de estudiar si es necesario realizar modificaciones en la cafetería, sus responsables han analizado datos sobre el tiempo de espera hasta que un cliente ha sido atendido y sobre la forma de realizar los pagos. Puede suponerse que el tiempo de espera hasta que un cliente es atendido sigue una distribución aproximadamente normal, con media igual a 5 minutos y de tal modo que el 90% de los clientes son atendidos antes de 8 minutos. Por los datos recogidos, han llegado a la conclusión de que el 30% de los estudiantes efectúan los pagos en efectivo, siendo este porcentaje igual al 70% para el personal de la universidad, mientras que el 80% de los pagos realizados por personas ajenas a la universidad se hacen en efectivo.

Responda estos tres apartados: 1.1., 1.2. y 1.3.

1.1. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente sea atendido antes de 4 minutos?

1.2. Calcular la probabilidad de que un pago en esta cafetería no haya sido realizado en efectivo.

1.3. Si un pago se hizo en efectivo, ¿qué es más probable, que haya sido realizado por estudiantes o por personal de la universidad?

Solución:

1.1. Sea X = el tiempo de espera hasta que un cliente es atendido. Esta distribución sigue una ley aproximadamente normal, con media igual a 5 minutos. $X = N(5,\sigma)$.
Además, nos dicen que $P(X<8)=0.9$.

$$P(X<8)=0.9 \Rightarrow \{Tipificamos\} \Rightarrow P\left(Z<\frac{8-5}{\sigma}\right)=0.9 \Rightarrow P\left(Z<\frac{3}{\sigma}\right)=0.9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{matrix}\text{Buscamos en la}\\ \text{tabla N(0, 1)}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{3}{\sigma}=\frac{1.28+1.29}{2}=1.285 \Rightarrow \boxed{\sigma=\frac{3}{1.285}\simeq 2.33}$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177

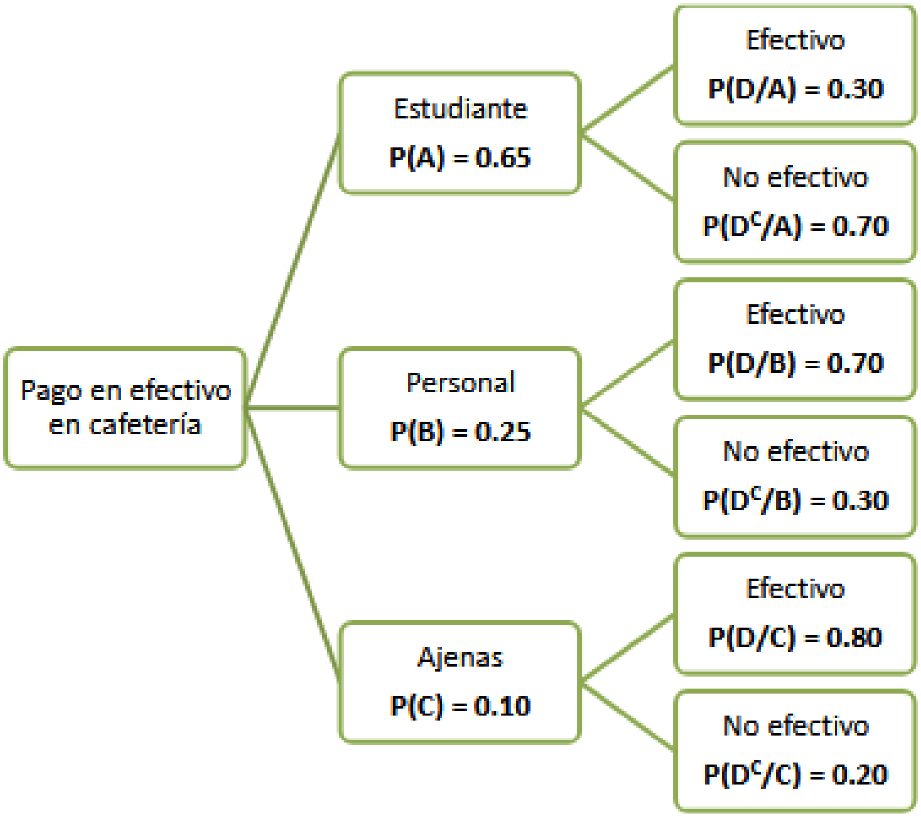
Hemos obtenido que $X = N(5,2.33)$.
Nos piden calcular $P(X<4)$.

$$P(X<4)=\{Tipificamos\}=P\left(Z<\frac{4-5}{2.33}\right)=P(Z<-0.43)=P(Z>0.43)=$$

$$=1-P(Z\leq 0.43)=\left\{\begin{array}{l}\text{Buscamos en la}\\ \text{tabla N(0, 1)}\end{array}\right\}=1-0.6664=\boxed{0.3336}$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6
0.4	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.6664	0.6

1.2. Realizamos un diagrama de árbol que nos permite esquematizar la información proporcionado sobre la forma de pago en las cafeterías.



Nos piden calcular $P(D^c)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(D^c)=P(A)\cdot P(D^c/A)+P(B)\cdot P(D^c/B)+P(C)\cdot P(D^c/C)=$$

$$=0.65\cdot 0.7+0.25\cdot 0.3+0.1\cdot 0.2=\boxed{0.55}$$

1.3. Calculamos $P(A/D)$ y $P(B/D)$. Son probabilidades a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(A/D)=\frac{P(A\cap D)}{P(D)}=\frac{P(A)P(D/A)}{1-P(D^c)}=\frac{0.65\cdot 0.3}{1-0.55}=\frac{13}{30}=0.4333$$

$$P(B/D)=\frac{P(B\cap D)}{P(D)}=\frac{P(B)P(D/B)}{1-P(D^c)}=\frac{0.25\cdot 0.7}{1-0.55}=\frac{7}{18}=0.3889$$

Como $P(A/D)=0.4333>P(B/D)=0.3889$ sabemos que si alguien pagó en efectivo es más probable que sea alumno que personal de la universidad.

1.1) P(x<4) = 0,3336

1.2) P(pago no haya sido en efectivo) = 0,55

1.3) Si el pago se hizo en efectivo es más probable que sea alumno

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1

Ejercicio 2:

PREGUNTA 2. NÚMEROS Y ÁLGEBRA. (2,5 puntos). Responda uno de estos dos apartados: 2.1. o 2.2.

2.1. Responda a las dos cuestiones siguientes:

2.1.1. Si $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ halle $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tales que $A^2 + \alpha A + \beta I = 0$, donde I y 0 son las matrices identidad y cero, respectivamente.

2.1.2. Calcule la matriz cuadrada X tal que $XA = B$, si $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.¿Son iguales XA y AX?

2.2. Discuta, según los valores del parámetro m, el sistema $\begin{cases} x + y + mz = 1 \\ x + my + z = 1 \\ mx + y + z = 1 \end{cases}$

Solución:

XA y AX?

2.1.1. Resolvemos la ecuación matricial.

$$A^2 + \alpha A + \beta I = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + \alpha\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 4+10 & 10-5 \\ 4-2 & 10+1 \end{pmatrix} + \alpha\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 14+2\alpha+\beta & 5+5\alpha \\ 2+2\alpha & 11-\alpha+\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 14+2\alpha+\beta = 0 \\ 5+5\alpha = 0 \to \boxed{\alpha = -1} \\ 2+2\alpha = 0 \to \alpha = -1 \\ 11-\alpha+\beta = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 14-2+\beta = 0 \\ 11+1+\beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{\beta = -12} \\ \beta = -12 \end{cases}$$

Los valores buscados son $\alpha = -1$ y $\beta = -12$.

2.1.2. Comprobamos que la matriz A tiene inversa y la calculamos.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Rightarrow Existe\ A^{-1}$$

$$A^{-1} = \frac{Adj(A^T)}{|A|} = \frac{Adj\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Despejamos X en la ecuación matricial y obtenemos la expresión de X.

$$XA = B \Rightarrow X = BA^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-1 & 0+1 \\ 1-1 & 0+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matriz solución es $X=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

¿Son iguales XA y AX? Calculamos ambos productos y los comparamos.

$$\left.\begin{array}{l} XA=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+1 & 0+1\\ 0+1 & 0+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\\ AX=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+0 & 1+0\\ 1+0 & 1+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}\end{array}\right\}\Rightarrow XA=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}=AX$$

No son iguales los productos.

La matriz de coeficientes asociada al sistema es $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & m\\ 1 & m & 1\\ m & 1 & 1\end{pmatrix}$.y la matriz ampliada es

$$A/B=\begin{pmatrix}1 & 1 & m & 1\\ 1 & m & 1 & 1\\ m & 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

Averiguamos cuando se anula el determinante de la matriz A.

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & 1 & m\\ 1 & m & 1\\ m & 1 & 1\end{vmatrix}=m+m+m-m^3-1-1=-m^3+3m-2$$

$$|A|=0\Rightarrow -m^3+3m-2=0\Rightarrow$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 0 & 3 & -2\\ 1 & & -1 & -1 & 2\\ \hline & -1 & -1 & 2 & \underline{|0}\end{array}\Rightarrow -m^3+3m-2=(m-1)(-m^2-m+2)$$

$$\begin{array}{r|rrr} & -1 & -1 & 2\\ 1 & & -1 & -2\\ \hline & -1 & -2 & \underline{|0}\end{array}\Rightarrow -m^3+3m-2=(m-1)^2(-m-2)$$

El determinante se anula para $m=1$ y $m=-2$. Analizamos tres casos por separado.

CASO 1. $m\neq 1$ y $m\neq -2$

En este caso el determinante de A es no nulo y su rango es 3, al igual que el rango de la matriz ampliada A/B y el número de incógnitas. El sistema es **compatible determinado** (una única solución).

CASO 2. $m=1$

El sistema queda tan sencillo que lo intentamos resolver.

$$\begin{cases}x+y+z=1\\ x+y+z=1\\ x+y+z=1\end{cases}\Rightarrow x+y+z=1$$

El sistema es **compatible indeterminado** (infinitas soluciones)

CASO 3. $m=-2$

Estudiamos el rango de A y de A/B usando el método de Gauss.

$$A/B=\begin{pmatrix}1 & 1 & -2 & 1\\ 1 & -2 & 1 & 1\\ -2 & 1 & 1 & 1\end{pmatrix} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} Fila\,2^a+Fila\,1^a \\ \begin{array}{cccc}1 & -2 & 1 & 1\\ -1 & -1 & 2 & -1\\ \hline 0 & -3 & 3 & 0\end{array} \to Nueva\,Fila\,2^a\end{array}\right\}$$

$$\left\{\begin{array}{l} Fila\,3^a+2\cdot Fila\,1^a \\ \begin{array}{cccc}-2 & 1 & 1 & 1\\ 2 & 2 & -4 & 2\\ \hline 0 & 3 & -3 & 3\end{array} \to Nueva\,Fila\,3^a\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{pmatrix}1 & 1 & -2 & 1\\ 0 & -3 & 3 & 0\\ 0 & 3 & -3 & 3\end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{l} Fila\,3^a+Fila\,2^a \\ \begin{array}{cccc}0 & 3 & -3 & 3\\ 0 & -3 & 3 & 0\\ \hline 0 & 0 & 0 & 3\end{array} \to Nueva\,Fila\,3^a\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{pmatrix}1 & 1 & -2 & 1\\ 0 & -3 & 3 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$$

El rango de A es 2 y el de A/B es 3. Los rangos son distintos y el sistema es **incompatible**.

Resumiendo: Si $m \neq 1$ y $m \neq -2$ el sistema es compatible determinado, si $m=1$ el sistema es compatible indeterminado y si $m=-2$ el sistema es incompatible.

$$\mathbf{2.1.1:}\ \boldsymbol{\alpha = -1;\ \beta = -12.}$$

$$\mathbf{2.1.2:}\ \boldsymbol{X = \begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}}.$$ **No son iguales XA y AX**

2.2: Si m distinto 1 y -2, SCD; Si m = 1 SCI; Si m = -2, SI

Autora: Dolores Vázquez Torrón.
www.apuntesmareaverde.org.es

Ejercicio 3:

Solución:

f

C

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2

Ejercicio 4:

PREGUNTA 3. ANÁLISIS. (2,5 puntos).Responda uno de estos dos apartados: 3.1. o 3.2.

3.1. Dada la función $f(x) = \begin{cases} kx^2 + 2x & xi\ x \leq 1 \\ x^2 - m & si\ x > 1 \end{cases}$, se pide responder a las siguientes cuestiones:

3.1.1. ¿Qué condición deben cumplir k y m para que f sea continua en x = 1?

3.1.2. ¿Para qué valores de k y m es f derivable en x = 1?

3.2. Dibuje la región encerrada por la gráfica de $f(x) = \sqrt{2x+1}$, el eje X y las rectas x = 0 , x = 4. Luego, calcule su área.

Solución:

3.1.2. ¿Para qué valores de k y m es f derivable en $x = 1$?

3.1.1. Para que f sea continua en $x = 1$ deben coincidir los límites laterales con el valor de la función.

$$\left.\begin{array}{l} f(1) = k\cdot 1^2 + 2\cdot 1 = k+2 \\ \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} kx^2 + 2x = k+2 \\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} x^2 - m = 1-m \\ \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = f(1) \end{array}\right\} \Rightarrow k+2 = 1-m \Rightarrow \boxed{m = -k-1}$$

Para que se cumpla lo pedido debe ser $m = -k-1$.

3.1.2. Para ser derivable debe ser continua, por lo que debe cumplirse $m = -k-1$.

La función queda $f(x) = \begin{cases} kx^2 + 2x & si\ x \leq 1 \\ x^2 + k + 1 & si\ x > 1 \end{cases}$.

Esta función es derivable en $\mathbb{R} - \{1\}$. Su derivada es $f'(x) = \begin{cases} 2kx + 2 & si\ x < 1 \\ 2x & si\ x > 1 \end{cases}$.

Para que sea derivable en $x = 1$ deben coincidir las derivadas laterales.

$$\left.\begin{array}{l} f'(1^-) = \lim\limits_{x\to 1^-} f'(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} 2kx + 2 = 2k+2 \\ f'(1^+) = \lim\limits_{x\to 1^+} f'(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} 2x = 2 \\ f'(1^-) = f'(1^+) \end{array}\right\} \Rightarrow 2k+2 = 2 \Rightarrow \boxed{k=0}$$

La función f derivable en $x = 1$ para $k = 0$ y $m = -k-1 = 0-1 = -1$.

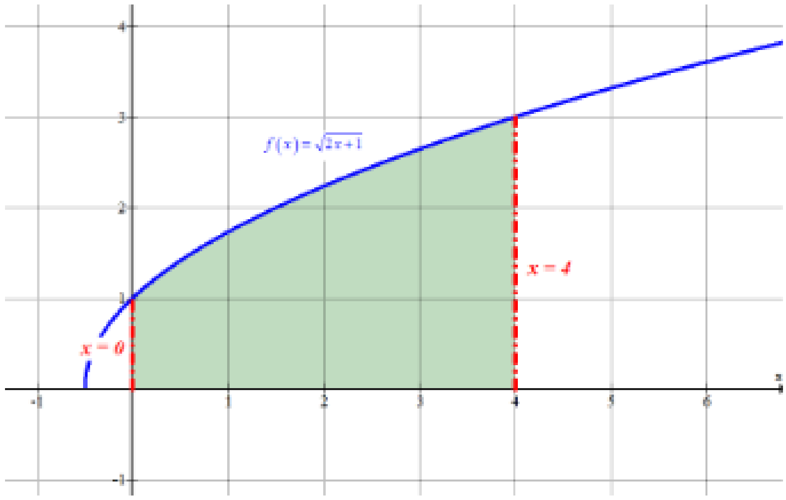
3.2.

Hallamos los puntos de corte de la gráfica de la función con el eje X.

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=\sqrt{2x+1} \\ Eje\,X \to y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt{2x+1}=0 \Rightarrow 2x+1=0 \Rightarrow 2x=-1 \Rightarrow x=\frac{-1}{2} \notin (0,4)$$

La gráfica no corta el eje X. Como la función es positiva el área de la región encerrada por la gráfica de $f(x)=\sqrt{2x+1}$, el eje X y las rectas $x=0$, $x=4$ es el valor de la integral definida de la función entre 0 y 4.
Hacemos una tabla de valores y dibujamos la gráfica de la función y la región de la cual queremos hallar su área. Con el dibujo podemos aproximar el valor del área.

x	$f(x)=\sqrt{2x+1}$
0	1
1	$\sqrt{3}$
2	$\sqrt{5}$
3	$\sqrt{7}$
4	3



Contando cuadraditos de 1 unidad cuadrada podemos decir que el área de la región coloreada tiene un valor entre 8 y 9 unidades cuadradas.

Hallamos el valor exacto del área usando el cálculo integral.

$$Área=\int_0^4 f(x)dx=\int_0^4 \sqrt{2x+1}dx=\int_0^4 (2x+1)^{1/2}\,dx=$$

$$=\left[\frac{1}{1+1/2}\cdot\frac{1}{2}(2x+1)^{1+1/2}\right]_0^4=\left[\frac{1}{3}(2x+1)^{3/2}\right]_0^4=\left[\frac{\sqrt{(2x+1)^3}}{3}\right]_0^4=$$

$$=\left[\frac{\sqrt{(2\cdot 4+1)^3}}{3}\right]-\left[\frac{\sqrt{(2\cdot 0+1)^3}}{3}\right]=\frac{\sqrt{9^3}}{3}-\frac{1}{3}=\boxed{\frac{26}{3}\simeq 8.667\ u^2}$$

3.1.1: m= -k – 1

3.1.2: k= 0; m = -1

3.2: Área = 26/3 u^2

Ejercicio 5:

Solución:

X

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 3

Ejercicio 6:

PREGUNTA 4. GEOMETRÍA. (2,5 puntos). Responda uno de estos dos apartados: 4.1. o 4.2.

4.1. Determine el valor que debe tomar k para que los planos

$$\pi_1: kx + y + \frac{1}{4}z + 2 = 0$$

$$\pi_2: 3x + 4y + z + 3 = 0$$

sean paralelos. Calcule también el valor de k que hace que esos mismos planos sean perpendiculares.

4.2. Considérense el punto P(0,1,0) y la recta r: (x, y, z) = (2,0,3) + λ(1,2,3), λ ∈ ℝ.

4.2.1. Determine la ecuación continua de la recta s que es paralela a r y pasa por el punto P.

4.2.2. Obtenga la ecuación implícita o general del plano π que pasa por P y es perpendicular a r.

Solución:

Para que dos planos sean paralelos sus vectores normales deben tener coordenadas proporcionales.

$$\left.\begin{array}{l} \pi_1: kx+y+\frac{1}{4}z+2=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_1}=\left(k,1,\frac{1}{4}\right) \\ \pi_2: 3x+4y+z+3=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_2}=(3,4,1) \\ \pi_1 \parallel \pi_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{k}{3}=\frac{1}{4}=\frac{\frac{1}{4}}{1} \Rightarrow \frac{k}{3}=\frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{k=\frac{3}{4}}$$

Para que los planos sean perpendiculares deben serlo sus vectores normales. Y para ello el producto escalar de estos vectores debe ser nulo.

$$\left.\begin{array}{l} \pi_1: kx+y+\frac{1}{4}z+2=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_1}=\left(k,1,\frac{1}{4}\right) \\ \pi_2: 3x+4y+z+3=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_2}=(3,4,1) \\ \pi_1 \perp \pi_2 \rightarrow \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left(k,1,\frac{1}{4}\right)(3,4,1)=0 \Rightarrow 3k+4+\frac{1}{4}=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3k+\frac{17}{4}=0 \Rightarrow 3k=\frac{-17}{4} \Rightarrow \boxed{k=\frac{-17}{12}}$$

Para que los planos sean paralelos debe ser $k=\frac{3}{4}$ y para que sean perpendiculares debe ser $k=\frac{-17}{12}$.

4.2.1. Al ser paralela a r debe tener el mismo vector director. Hallamos la ecuación de la recta s con vector director igual que el de la recta r: $\overrightarrow{u_s} = \overrightarrow{v_r} = (1,2,3)$.

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{u_s} = \overrightarrow{v_r} = (1,2,3) \\ P(0,1,0) \in s \end{array}\right\} \Rightarrow s:(x,y,z) = (0,1,0) + \alpha(1,2,3),\ \alpha \in \mathbb{R}$$

4.2.2. El plano perpendicular a la recta r tiene como vector normal el vector director de la recta.

$$\left.\begin{array}{l} \vec{n} = \overrightarrow{v_r} = (1,2,3) \\ P(0,1,0) \in \pi \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \pi : x+2y+3z+D=0 \\ P(0,1,0) \in \pi \end{array}\right\} \Rightarrow 0+2+0+D=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D=-2 \Rightarrow \boxed{\pi : x+2y+3z-2=0}$$

4.1: a) k = ¾; b) k = -17/12

4.2.1: (x, y, z) = (0, 1, 0) + t((1, 2, 3)

4.2.1: x + 2y + 3z = 2

Ejercicio 7

Solución:

COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	PRUEBA ACCESO A LA UNIVERSIDAD (PAU) FASE GENERAL CURSO: **2024–2025** **MATEMÁTICAS II**	CONVOCATORIA: EXTRAORDINARIA

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas.**

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

BLOQUE OBLIGATORIO

Ejercicio 1:

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1

Ejercicio 2:

Ejercicio 3:

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2

Ejercicio 4:

Ejercicio 5:

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 3

Ejercicio 6:

Ejercicio 7

RESPUESTAS CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE

BLOQUE OBLIGATORIO

Ejercicio 1:

Solución:

L

El

El

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1

Ejercicio 2:

Solución:

2

Ejercicio 3:

Solución:

f

C

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2

Ejercicio 4:

Solución:

El

Ejercicio 5:

Solución:

X

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 3

Ejercicio 6:

Solución:

si

Ejercicio 7

Solución: