Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

Selectividad 2020

Comunidad autónoma de

CASTILLA Y LEÓN

Textos Marea Verde

www.apuntesmareaverde.org.es

Autor: Jorge Muñóz

ESCUELA PÚBLICA: DE TOD@S PARA TOD@S

	Evaluación de Bachillerato para el Acceso a la Universidad **Castilla y León**	MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES	**EXAMEN** **Nº páginas: 2** (tabla adicional)

OPTATIVIDAD: CADA ESTUDIANTE DEBERÁ ESCOGER **TRES** PROBLEMAS Y **UNA** CUESTIÓN Y DESARROLLARLOS COMPLETOS.

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

Cada problema se puntuará sobre un máximo de 3 puntos. Cada cuestión se puntuará sobre un máximo de 1 punto. Salvo que se especifique lo contrario, los apartados que figuran en los distintos problemas son equipuntuables. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de los tres problemas y la cuestión realizados. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos efectuados.

Problemas (a elegir tres)

P1. (Números y álgebra)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales, en función del parámetro a:

$$\begin{cases} x+2y+z=0 \\ -3x+2y-5z=2 \\ x+2y-az=-1 \end{cases}$$

a) Clasificar el sistema según sus soluciones para los diferentes valores de a (**hasta 2 puntos**).

b) Resolver el sistema para $a=-2$ (**hasta 1 punto**).

P2. (Números y álgebra)

Una empresa utiliza 4 horas de trabajo de electrónica y 2 horas de trabajo de montaje por cada televisor LED que fabrica, y 3 horas de trabajo de electrónica y 1 hora de trabajo de montaje por cada televisor QLED. La empresa dispone de un máximo de 2400 horas de trabajo de electrónica y un máximo de 1000 horas de trabajo de montaje. Para satisfacer la demanda, la empresa debe fabricar al menos 200 televisores QLED. El beneficio obtenido en cada televisor LED es de 70 € y en cada televisor QLED es de 50 €.

Utilizar técnicas de programación lineal para determinar el número de televisores de cada tipo que la empresa debe fabricar para que el beneficio sea máximo, así como ese beneficio máximo.

P3. (Análisis)

Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases} x^2-3x+2 & x\le 3 \\ 3x-2m & x>3 \end{cases}$$

a) Hallar el valor de m para que la función sea continua en todos los números reales.

b) Para $m=-1$, calcular el área limitada por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX en el intervalo [5, 7].

P4. (Análisis)

La temperatura adecuada para el desarrollo vegetativo en el cultivo de tomates no debe exceder los 23 grados Celsius (ºC) y en ningún caso debe bajar de 7 ºC. La siguiente función expresa la temperatura, en grados Celsius, el día 14 de agosto en una zona de cultivo:

$$T(x) = \frac{-1}{14}x^2 + 2x + 10$$

donde $x \in [0, 24]$ es la hora del día.

a) Determinar a qué hora de ese día se alcanza la temperatura máxima y si ésta supera los 23 ºC.

b) ¿La zona de cultivo tuvo una temperatura inferior a los 7 ºC el 14 de agosto?

P5. (Estadística y probabilidad)

El 30 % de los clientes de un banco especializado en microcréditos son hombres y el 70 % son mujeres. Se sabe que el 20 % de los hombres recibieron un crédito inferior a 6000 € mientras que el 72 % de las mujeres recibieron un crédito igual o superior a dicha cantidad.

a) Elegido uno de los clientes al azar, ¿cuál es la probabilidad de que éste haya recibido un crédito inferior a 6000 €?

b) Elegido al azar un cliente entre los que recibieron un crédito inferior a 6000 €, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

P6. (Estadística y probabilidad)

Las pruebas realizadas de un nuevo modelo de teléfono móvil aseguran que la ley de probabilidad de la vida útil del teléfono sin averías (en meses) es normal de media 32 meses y desviación típica 12.5 meses. La campaña de lanzamiento del nuevo modelo ofrece la sustitución gratuita del móvil por cualquier avería aparecida en los primeros 4 meses.

a) Calcular la probabilidad de que haya que sustituir un móvil adquirido durante la campaña de lanzamiento.

b) Si una tienda vende 64 teléfonos móviles del nuevo modelo el primer día de campaña, determinar la probabilidad de que el tiempo medio sin averías de esos móviles sea superior a 36 meses.

Cuestiones (a elegir una)

C1. (Números y álgebra)

¿Es posible que una matriz 4×2 coincida con su inversa? ¿Y con su traspuesta?

C2. (Análisis)

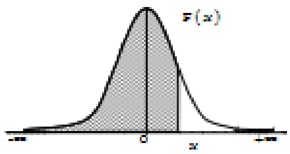
Representar gráficamente la función $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x < 2 \\ 3 & \text{si } x = 2 \\ 4-x & \text{si } x > 2 \end{cases}$

C3. (Estadística y probabilidad)

Se lanza una moneda 3 veces. Calcular la probabilidad de que se obtenga al menos una cruz.

Distribución Normal

$$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2}\,dt$$



	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9014
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9318
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

SOLUCIONES CONVOCATORIA ORDINARIA DE 2020

Problema P.1:

P1) Se considera el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} x+2y+z=0 \\ -3x+2y-5z=2 \\ x+2y-az=-1 \end{cases}$, en función del parámetro a:

a) Clasificar el sistema según sus soluciones para los diferentes valores de a.

b) Resuelve el sistema para $a=-2$.

Solución:

a) Calculamos los rangos de las matrices de los coeficientes y ampliada:

$M=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & -5 \\ 1 & 2 & -a \end{pmatrix}$ y $M'=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & -a & -1 \end{pmatrix}$.

$|M|=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & -5 \\ 1 & 2 & -a \end{vmatrix}=-2a-6-10-2+10-6a=0;\ -8a-8=0; a+1=0 \Rightarrow a=-1.$

Si $a \neq -1$ el rango de la matriz de los coeficientes es 3, igual al rango de la matriz ampliada e igual al número de incógnitas, por lo que el sistema es compatible y determinado.

Si $a=-1$ el rango de la matriz ampliada $M'=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ es:

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}=-2+4-4-6=-8 \neq 0$, es 3 distinto del de la matriz de los coeficientes que es 2, luego el sistema es incompatible.

$$\mathit{Para}\ a \neq -1\ \mathit{el\ sistema\ es\ compatible\ y\ determinado.}$$

$$\mathit{Si}\ a=-1\ \mathit{el\ sistema\ es\ incomptible}$$

b) Para $a=-2$ el sistema resulta $\left.\begin{array}{r} x+2y+z=0 \\ -3x+2y-5z=2 \\ x+2y+2z=-1 \end{array}\right\}$, que es compatible determinado.

Resolvemos por Cramer:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -5 \\ -1 & 2 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & -5 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}}=\frac{4+10+2-8}{4-6-10-2+10+12}=\frac{8}{8}=1. \qquad y=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & -5 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}}{8}=\frac{4+3-2-5}{8}=\frac{0}{8}=0.$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}}{8}=\frac{-2+4-4-6}{8}=\frac{-8}{8}=-1.$$

$$\boldsymbol{x=1;\ \ y=0;\ \ z=-1}$$

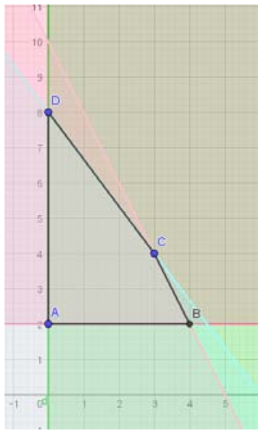
Problema P.2:

Una empresa utiliza 4 horas de trabajo de electrónica y 2 horas de trabajo de montaje por cada televisor LED que fabrica, y 3 horas de trabajo de electrónica y 1 hora de trabajo de montaje por cada televisor QLED. La empresa dispone de un máximo de 2 400 horas de trabajo de electrónica y un máximo de 1 000 horas de trabajo de montaje. Para satisfacer la demanda, la empresa debe fabricar al menos 200 televisores QLED. El beneficio obtenido en cada televisor LED es de 70 euros y en cada televisor QLED es de 50 euros. Utilizar técnicas de programación lineal para determinar el número de televisores de cada tipo que la empresa debe fabricar para que el beneficio sea máximo, así como ese beneficio máximo.

Solución:

Sean x e y el número de televisores de los tipos LED y QLED que fabrica la empresa, respectivamente.

Las restricciones son: $\left.\begin{array}{r} 4x + 3y \leq 2.400 \\ 2x + y \leq 1.000 \\ x \geq 0;\ y \geq 200 \end{array}\right\}.$



Buscamos los vértices calculando los puntos de intersección entre cada dos rectas:

$A \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 0 \\ y = 200 \end{array}\right\} \Rightarrow A(0, 200);$ $\quad B \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 0 \\ 4x + 3y = 2400 \end{array}\right\} \Rightarrow B(0, 800).$

$C \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 4x + 3y = 2400 \\ 2x + y = 1000 \end{array}\right\} \Rightarrow C(300, 400);$ $\quad D \Rightarrow \left.\begin{array}{r} y = 200 \\ 2x + y = 1000 \end{array}\right\} \Rightarrow D(400, 200).$

La función de objetivos es: $f(x, y) = 70x + 50y$.

Calculamos la función de objetivos en cada uno de los vértices:

$A \Rightarrow f(0, 200) = 70 \cdot 0 + 50 \cdot 200 = 0 + 10000 = 10000.$

$B \Rightarrow f(0, 800) = 70 \cdot 0 + 50 \cdot 800 = 0 + 40000 = 40000.$

$C \Rightarrow f(300, 400) = 70 \cdot 300 + 50 \cdot 400 = 21000 + 20000 = 41000.$

$D \Rightarrow f(400, 200) = 70 \cdot 400 + 50 \cdot 20 = 28000 + 10000 = 38000.$

El máximo se produce en el punto $C(300, 400)$.

$$Debe\ fabricar\ \mathbf{300}\ televisores\ LED\ y\ \mathbf{400}\ QLED.$$

$$El\ beneficio\ máximo\ es\ de\ \mathbf{41\,000}\ euros$$

Problema P.3:

Dada la función $f(x)=\begin{cases} x^2-3x+2 & si \ \ x\le 3 \\ 3x-2m & si \ \ x>3 \end{cases}$:

$a)$ Hallar el valor de m para que la función sea continua en todos los números reales.

$b)$ Para $m=-1$, calcular el área limitada por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX en el intervalo $[5,7]$.

Solución:

a) La función dada es una función definida a trozos, formada por dos funciones polinómicas continuas en toda la recta real. El único punto dudoso es el punto de unión de ambos trozos: $x=3$

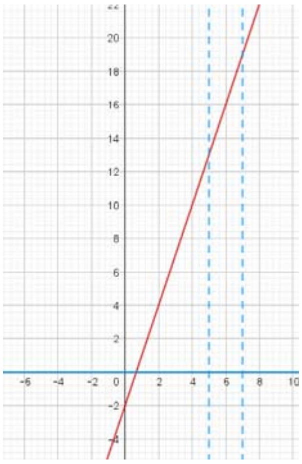
Una función es continua en un punto cuando sus límites por la izquierda y por la derecha existen y son iguales e iguales al valor de la función en ese punto.

$$\text{Si } x=3 \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 3}(x^2-3x+2)=2=f(3) \\ \lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 3}(3x-2m)=9-2m \end{cases} \Rightarrow \lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3^+} f(x)=f(3)\Rightarrow$$

$$2=9-2m;\ \ 2m=7\Rightarrow$$

$$m=\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{2}}=3.5$$

b) Para $m=-1$ la función resulta $f(x)=\begin{cases} x^2-3x+3 & si \ \ x\le 3 \\ 3x+2 & si \ \ x>3 \end{cases}$.



El intervalo $[5,7]$ es todo él mayor que 3, luego la función es $y=3x+2$, y todas las ordenadas son positivas.

$$S=\int_5^7 f(x)\cdot dx=\int_5^7 (3x+2)\cdot dx=\left[\frac{3x^2}{2}+2x\right]_5^7$$
$$=\left(\frac{3\cdot 7^2}{2}+2\cdot 7\right)-\left(\frac{3\cdot 5^2}{2}+2\cdot 5\right)=$$
$$\frac{147}{2}+14-\frac{75}{2}-10=4+\frac{72}{2}=4+36=40.$$

$$\acute{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{rea}=\ \mathbf{40}\ \boldsymbol{u^2}$$

Problema P.4:

La temperatura adecuada para el desarrollo vegetativo en el cultivo de tomates no debe exceder los 23°C y en ningún caso debe bajar de los 7°C. La siguiente función expresa la temperatura, en grados Celsius, el día 14 de agosto en una zona de cultivo: $T(x) = \frac{-1}{14}x^2 + 2x + 10$, donde $x \in [0, 24]$ es la hora del día.

a) Determina a qué hora de ese día se alcanza la temperatura máxima y si ésta supera los 23°C.

b) ¿La zona de cultivo tuvo una temperatura inferior a los 7°C el 14 de agosto?

Solución:

a) Estudiamos la función temperatura: La función $T(x) = \frac{-1}{14}x^2 + 2x + 10$ es una parábola cóncava (∩) por ser negativo el coeficiente de x^2; su vértice (máximo) lo obtenemos derivando e igualando a cero:

$T'(x) = \frac{-1}{7}x + 2.$ $\quad T'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-1}{7}x + 2 = 0;\ -x + 14 = 0 \Rightarrow x = 14.$

$T(14) = \frac{-1}{14} \cdot 14^2 + 2 \cdot 14 + 10 = -14 + 28 + 10 = 24.$

$$La\ temperatura\ máxima\ se\ alcanza\ a\ las\ \mathbf{14}\ horas\ y\ es\ de\ 24\ °C,$$
$$luego\ si\ supera\ los\ 23\ °C$$

b) Calculamos la hora de la temperatura mínima. Como la función es una parábola, alcanzará los valores mínimos en los extremos del intervalo de definición:

$T(24) = \frac{-1}{14} \cdot 24^2 + 2 \cdot 24 + 10 = -\frac{288}{7} + 48 + 10 = 58 - \frac{288}{7} = \frac{406-288}{7} = \frac{118}{7} = 16.86°C.$

$T(0) = 10°C.$

La temperatura mínima fue de 10 $°C$, luego nunca fue inferior a 7 $°C$.

Problema P.5:

El 30 % de los clientes de un banco especializado en microcréditos son hombres y el 70 % son mujeres. Se sabe que el 20 % de los hombres recibieron un crédito inferior a 6 000 euros mientras que el 72 % de las mujeres recibieron un crédito igual o superior a dicha cantidad.

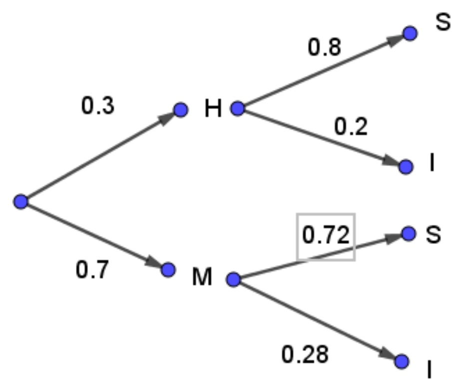
a) Elegido uno de los clientes al azar, ¿cuál es la probabilidad de que éste haya recibido un crédito inferior a 6 000 euros?

b) Elegido al azar un cliente entre los que recibieron un crédito inferior a 6.000 euros, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

Solución:

Llamamos H al suceso ser hombre, y M al suceso ser mujer. Llamamos S al suceso haber recibido un crédito superior a 6 000 euros, e I al haberlo recibido inferior.

Hacemos un diagrama en árbol con los datos del ejercicio:



a) El que elegido un cliente al azar haya recibido un crédito inferior a 6 000 euros, debemos recorrer dos ramas del árbol:

$$P = P(I) = P(H \cap I) + P(M \cap I) = P(H) \cdot P(I/H) + P(M) \cdot P(I/M) = 0.3 \cdot 0.2 + 0.7 \cdot 0.28 =$$
$$= 0.06 + 0.196 = 0.256.$$

La probabilidad de que haya recibido un crédito inferior a 6 000 euros es de **0.256**.

b) Ahora tenemos que calcular una probabilidad condicionada:

$$P = P(M|I) = \frac{P(M \cap I)}{P(M)} = \frac{P(M) \cdot (P(I|M)}{P(M)} = \frac{0.7 \cdot 0.28}{0.256} = \frac{0.196}{0.256} = 0.7656.$$

Elegido al azar un cliente entre los que recibieron un crédito inferior a 6 000 euros, la probabilidad de que sea mujer es de **0.7656**.

Problema P.6:

Las pruebas realizadas de un nuevo modelo de teléfono móvil aseguran que la ley de probabilidad de la vida útil del teléfono sin averías (en meses) es normal de media 32 meses y desviación típica 12.5 meses. La campaña de lanzamiento del nuevo modelo ofrece la sustitución gratuita del móvil por cualquier avería aparecida en los 4 primeros meses.

$a)$ Calcular la probabilidad de que haya que sustituir un móvil adquirido durante la campaña de lanzamiento.

$b)$ Si una tienda vende 64 teléfonos móviles del nuevo modelo el primer día de campaña, determinar la probabilidad de que el tiempo medio sin averías de esos móviles sea superior a 36 meses.

Solución:

a) Nos dicen que sigue una distribución normal de media $\mu = 32$ y desviación típica $\sigma = 12.5$.

$X \to N(\mu;\ \sigma) = N(32;\ 12.5)$. Tipificamos la variable: $Z = \frac{X-32}{12.5}$.

$$P = P(X \leq 4) = P\left(Z \leq \frac{4-32}{12.5}\right) = P\left(Z \leq \frac{-28}{12.5}\right) = P(Z \leq -2.24) = 1 - P(Z < 2.24) = 1 - 0.9875 = 0.0125$$

La probabilidad de que haya que sustituir un móvil adquirido durante la campaña de lanzamiento es de **0.0125**.

b) Sigue siendo una distribución normal de media $\mu = 32$ y desviación típica $\sigma = 12.5$. Pero ahora buscamos la distribución de la media con $n = 64$.

$$X \to N\left(\mu;\ \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(32;\ \frac{12.5}{\sqrt{64}}\right) = N\left(32;\ \frac{12.5}{8}\right) = N(32;\ 1.5625).$$

Tipificando la variable: $Z = \frac{X-32}{1.5625}$.

Queremos conocer la probabilidad de que el tiempo medio sin averías sea superior a 36 meses:

$$P = P(X \geq 36) = P\left(Z \geq \frac{36-32}{1.5625}\right) = P\left(Z \geq \frac{4}{1.5625}\right) = P(Z \geq 2.56) = 1 - P(Z < 2.56) =$$

$$1 - 0.9948 = 0.0052.$$

La probabilidad de que el tiempo medio sin averías de esos móviles sea superior a 36 meses es de **0.0052**.

Cuestión C.1:

C1) ¿Es posible que una matriz 4×2 coincida con su inversa? ¿Y con su traspuesta?

Solución:

La matriz de dimensión 4 x 2 no puede tener matriz inversa ya que no es una matriz cuadrada, luego es imposible que coincida con su inversa.

La transpuesta de una matriz de 4 x 2 tiene de dimensión 2 x 4, luego es imposible que coincidan.

Cuestión C.2:

C2) Representa gráficamente la función $f(x) = \begin{cases} x+2 & si \;\; x < 2 \\ 3 & si \;\; x = 2 \\ 4 - x & si \;\; x > 2 \end{cases}$.

Solución:

Es una función definida a trozos formada por dos tramos de rectas y por un punto (2, 3).

La primera recta tiene de pendiente 1, y de ordenada en el origen 2.

La segunda recta tiene de pendiente -1, y pasa por el punto (4, 0).

Cuestión C.3:

C3) Se lanza una moneda 3 veces. Calcular la probabilidad de que se obtenga al menos una cruz.

Solución:

El suceso obtener al menos una cruz, es el suceso contrario de no obtener ninguna cruz, es decir de obtener tres caras. El espacio muestral está formado por 8 elementos, luego la probabilidad pedida es:

$$\boldsymbol{P = 1 - \frac{1}{7} = \frac{7}{8} = 0.875.}$$

	Evaluación de Bachillerato para el Acceso a la Universidad **Castilla y León**	MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES	**EXAMEN** **Nº páginas: 2** (tabla adicional)

OPTATIVIDAD: CADA ESTUDIANTE DEBERÁ ESCOGER **TRES** PROBLEMAS Y **UNA** CUESTIÓN Y DESARROLLARLOS COMPLETOS.

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

Cada problema se puntuará sobre un máximo de 3 puntos. Cada cuestión se puntuará sobre un máximo de 1 punto. Salvo que se especifique lo contrario, los apartados que figuran en los distintos problemas son equipuntuables. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de los tres problemas y la cuestión realizados. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos efectuados.

Problemas (a elegir tres)

P1. (Números y álgebra)

La asociación "*Stop Stress*" tiene 60 personas asociadas que practican solo una de las siguientes actividades: correr, yoga o natación. Se sabe que hay 18 personas menos en la actividad de correr que la suma de personas que practican yoga y natación. Además, la séptima parte de las personas que corren es igual a la quinta parte de las que practican yoga. Calcular el número de personas que realiza cada una de las actividades.

P2. (Números y álgebra)

Un supermercado tiene almacenados 100 botes de alubias y 150 botes de garbanzos. Para su venta organiza dichos productos en dos lotes, A y B. La venta de un lote A, que contiene 1 bote de alubias y 3 botes de garbanzos, produce un beneficio de 3 €. La venta de un lote B, que contiene 2 botes de alubias y uno de garbanzos, produce un beneficio de 2 €. Además, desea vender al menos 10 lotes tipo A y al menos 15 lotes del tipo B.

Utilizando técnicas de programación lineal, calcular cuántos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar el beneficio. ¿A cuánto asciende ese beneficio máximo?

P3. (Análisis)

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} -x^2+8 & \text{si } -1<x\le 2 \\ x+m & \text{si } \quad x>2 \end{cases}$

a) Determinar el valor de m para que $f(x)$ sea continua.

b) Calcular el área delimitada por $f(x)$ y el eje OX en el intervalo [0, 1].

P4. (Análisis)

La cotización en euros de la criptomoneda *Bitcoin* en un determinado día del pasado año siguió la función $f(t)=20t^2-200t+1000$ donde t es el tiempo medido en horas desde el comienzo del día.

a) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función $f(t)$.

b) ¿Cuánto se paga por la compra de 10 Bitcoins en el momento de mínima cotización de ese día?

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES - Examen - Propuesta nº 1/ 2020 Pág. 1 de 2

P5. (Estadística y probabilidad)

Para ir a clase, un estudiante utiliza su coche el 70 % de los días, mientras que va en autobús el resto de los días. Cuando utiliza su coche, llega tarde el 20 % de los días, mientras que si va en autobús llega a tiempo el 10 % de los días. Elegido un día al azar:

a) Calcular la probabilidad de que el estudiante llegue tarde.

b) Si ha llegado a tiempo, ¿cuál es la probabilidad de que haya venido en autobús?

P6. (Estadística y probabilidad)

El tiempo que tarda el servidor de una empresa de venta *online* en registrar un pedido sigue una ley de probabilidad normal de media 0.16 minutos y desviación típica 0.37 minutos. Al comienzo de un *viernes negro* la empresa recibe 365 pedidos.

a) Calcular la probabilidad de que el servidor tarde más de 73 minutos en registrar los 365 pedidos.

b) Calcular la probabilidad de que el tiempo medio de registro de esos 365 pedidos sea menor o igual que 0.18 minutos.

Cuestiones (a elegir una)

C1. (Números y álgebra)

Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3\\ 5\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}2\\ 1\end{pmatrix}$, calcular $AB+C$.

C2. (Análisis)

Calcula el valor de a para que la función $f(x)=ax^2-5ax+4$ corte al eje OX en el punto de abscisa $x=4$.

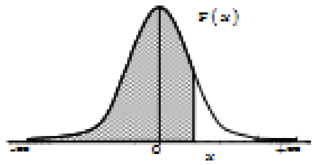
C3. (Estadística y probabilidad)

La ficha técnica de un sondeo electoral indica que ha encuestado a 1207 individuos de 18 o más años residentes en España. La muestra se ha tomado de manera estratificada por grupos de edad y sexo, con muestreo aleatorio simple en cada estrato. El error de estimación de la proporción de individuos que acudirá a votar en las próximas elecciones es de ±2.8 % con un nivel de confianza del 95.5 %.

Para esta ficha técnica, identificar los siguientes elementos: población, diseño muestral, tamaño muestral y parámetro estimado.

Distribución Normal

$$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2}\,dt$$



	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9014
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9318
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

SOLUCIONES CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA DE 2020

Problema P.1:

La asociación "Stop Stress" tiene 60 personas asociadas que practican solo una de las siguientes actividades: correr, yoga o natación. Se sabe que hay 18 personas menos en la actividad de correr que la suma de personas que practican yoga y natación. Además, la séptima parte de las personas que corren es igual a la quinta parte de las que practican yoga. Calcular el número de personas que realiza cada una de las actividades.

Solución:

Llamamos x, y, z a las personas que practican las actividades de correr, yoga o natación, respectivamente.

Del enunciado del ejercicio se deduce el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=60 \\ x+18=y+z \\ \frac{x}{7}=\frac{y}{5} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y+z=60 \\ x-y-z=-18 \\ 5x-7y=0 \end{array}\right\}.$$

Estudiamos el rango de la matriz de los coeficientes:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 5 & -7 & 0 \end{vmatrix} = -14 \neq 0$$

El sistema es compatible determinado

Lo resolvemos utilizando la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 60 & 1 & 1 \\ -18 & -1 & -1 \\ 0 & -7 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 5 & -7 & 0 \end{vmatrix}} = \frac{126-420}{-7-5+5-7} = \frac{-294}{-14} = \frac{42}{2} = 21.$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 60 & 1 \\ 1 & -18 & -1 \\ 5 & 0 & 0 \end{vmatrix}}{-14} = \frac{-300+90}{-14} = \frac{-210}{-14} = \frac{30}{2} = 15.$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 60 \\ 1 & -1 & -18 \\ 5 & -7 & 0 \end{vmatrix}}{-14} = \frac{-420-90+300-126}{-14} = \frac{300-636}{-14} = \frac{-336}{-14} = \frac{48}{2} = 24.$$

$$Corren\ \mathbf{21}\ personas, hacen\ yoga\ \mathbf{15}\ y\ practican\ natación\ \mathbf{24}.$$

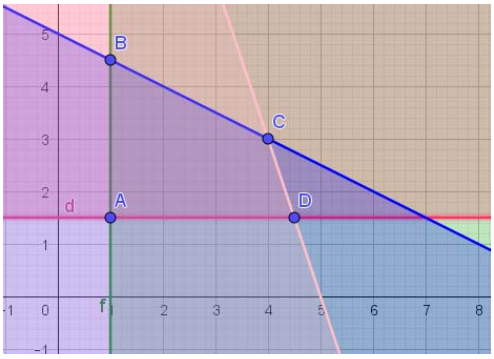
Problema P.2:

Un supermercado tiene almacenados 100 botes de alubias y 150 botes de garbanzos. Para su venta organiza dichos productos en dos lotes, A y B. La venta de un lote A, que contiene 1 bote de alubias y 3 botes de garbanzos, produce un beneficio de 3 euros. La venta de un lote B, que contiene 2 botes de alubias y uno de garbanzos, produce un beneficio de 2 euros. Además, desea vender al menos 10 lotes de tipo A y al menos 15 lotes del tipo B. Utilizando técnicas de programación lineal, calcular cuántos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar el beneficio. ¿A cuánto asciende este beneficio máximo?

Solución:

Llamamos x e y el número de lotes de los tipos A y B que vende el supermercado, respectivamente.

Las restricciones son: $\left.\begin{array}{r} x+2y\le 100 \\ 3x+y\le 150 \\ x\ge 10;\ \ y\ge 15 \end{array}\right\}.$



Calculamos los vértices de la región factible:

$A \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x=10 \\ y=15 \end{array}\right\} \Rightarrow A(10,15).$ $\qquad B \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x=10 \\ x+2y=100 \end{array}\right\} \Rightarrow y=45 \Rightarrow B(10,45).$

$C \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+2y=100 \\ 3x+y=150 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} -x-2y=-100 \\ 6x+2y=300 \end{array}\right\} \Rightarrow C(40,30).$

$D \Rightarrow \left.\begin{array}{r} y=15 \\ 3x+y=150 \end{array}\right\} 3x+15=150;\ \Rightarrow\ D(45,15).$

La función de objetivos es $f(x)=3x+2y$.

Los valores de la función de objetivos en cada uno de los vértices de la zona factible son los siguientes:

$A \Rightarrow f(10,15)=3\cdot 10+2\cdot 15=30+30=60.$

$B \Rightarrow f(10,45)=3\cdot 10+2\cdot 45=30+90=120.$

$C \Rightarrow f(40,30)=3\cdot 40+2\cdot 30=120+60=180.$

$D \Rightarrow f(45,15)=3\cdot 45+2\cdot 15=135+30=165.$

El máximo se produce en el punto $C(40,30)$.

$$\textit{Se obtiene el beneficio máximo vendiendo } \mathbf{40} \textit{ lotes A y } \mathbf{30} \textit{ lotes B.}$$
$$\textit{Este beneficio es de } \mathbf{180} \textit{ euros.}$$

Problema P.3:

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 8 & si \;\; -1 < x \leq 2 \\ x + m & si \;\; x > 2 \end{cases}$:

$a)$ Determinar el valor de m para que $f(x)$ sea continua.

$b)$ Calcular el área definida por $f(x)$ y el eje OX en el intervalo $[0, 1]$.

Solución:

a) La función es una función definida a trozos formada por dos funciones polinómicas, una parábola y una recta, ambas continuas en toda la recta real. Por tanto el único punto dudoso es el de unión de ambas ramas.

Una función es continua en un punto cuando sus límites por la izquierda y por la derecha existen y son iguales e iguales al valor de la función en ese punto.

Si $x = 2 \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2}(-x^2 + 8) = 4 = f(2) \\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2}(x + m) = 2 + m \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = f(2) \Rightarrow 4 = 2 + m \Rightarrow.$

$$\boldsymbol{m = 2}$$

b) En el intervalo $[0, 1]$ la función es la parábola $f(x) = -x^2 + 8$. Todas sus ordenadas son positivas, por lo cual, la superficie pedida es la siguiente:

$$Área = \int_0^1 f(x) \cdot dx = \int_0^1 (-x^2 + 8) \cdot dx = \left[-\frac{x^3}{3} + 8x\right]_0^1 = \left(-\frac{1^3}{3} + 8 \cdot 1\right) - 0 = \frac{23}{3}\ u^2$$

$$Área = \boldsymbol{\frac{23}{3}}\ u^2 = \boldsymbol{7.67}\ u^2$$

Problema P.4:

La cotización en euros de la criptomoneda Bitcoin en un determinado día del pasado año siguió la función $f(t) = 20t^2 - 200t + 1000$, donde t es el tiempo medido en horas desde el comienzo del día.

a) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función $f(t)$.

b) ¿Cuánto se paga por la compra de 10 Bitcoins en el momento de mínima cotización de ese día?

Solución:

a) Estudiamos el crecimiento o decrecimiento utilizando el signo de la derivada primera

$f'(t) = 40t - 200.$ $\quad f'(t) = 0 \Rightarrow 40t - 200 = 0;\ t - 5 = 0 \Rightarrow t = 5.$

Que es la abscisa del vértice de la parábola, que es un mínimo. Por tanto, la función es creciente si $t\epsilon(5, 24)$ y decreciente si $t\epsilon(0, 5)$.

$$Creciente\ si\ t\epsilon(5, 24);\ decreciente\ si\ t\epsilon(0, 5)$$

b) Buscamos el momento de mínima cotización. Es el vértice encontrado de la parábola. Pero vamos a comprobarlo usando la derivada primera y comprobando que se anula, y la derivada segunda y viendo que es positiva:

$$f'(t) = 40t - 200. \quad f'(t) = 0 \Rightarrow 40t - 200 = 0;\ t - 5 = 0 \Rightarrow t = 5.$$

$$f''(t) = 40 > 0 \Rightarrow \text{Mínimo relativo para } t = 5.$$

$f(5) = 20 \cdot 5^2 - 200 \cdot 5 + 1000 = 20 \cdot 25 - 1000 + 1000 = 500.$

En el momento de mínima cotización se pagan por 10 Bitcoins, **5 000** euros.

Problema P.5:

Para ir a clase, un estudiante utiliza su coche el 70 % de los días, mientras que va en autobús el resto de los días. Cuando utiliza su coche, llega tarde el 20 % de los días, mientras que si va en autobús llega a tiempo el 10 % de los días. Elegido un día al azar:

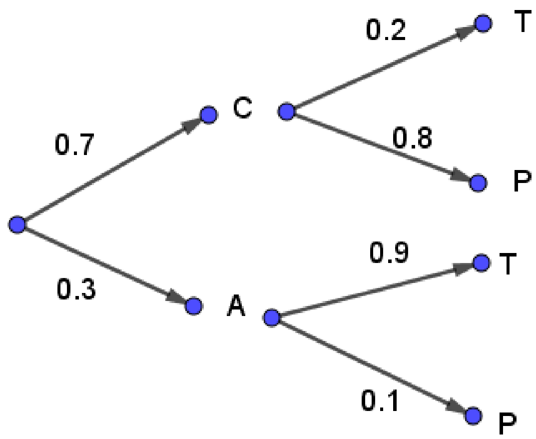
a) Calcular la probabilidad de que éste el estudiante llegue tarde.

b) Si ha llegado a tiempo, ¿cuál es la probabilidad de que haya venido en autobús?

Solución:

a) Llamamos C al suceso utilizar el coche, A al suceso utilizar el autobús, T al suceso llegar tarde y P al suceso llegar puntual.

Llevamos los datos del problema a un diagrama de árbol



$$P = P(T) = P(C \cap T) + P(A \cap T) = P(C) \cdot P\left(\frac{T}{C}\right) + P(A) \cdot P\left(\frac{T}{A}\right) = 0.7 \cdot 0.2 + 0.3 \cdot 0.9$$
$$= 0.14 + 0.27 = 0.41.$$

La probabilidad de que llegue tarde es de **0.41**.

b) Ahora nos piden la probabilidad condicionada: $P(A/P)$

$$P(A/P) = \frac{P(A \cap P)}{P(P)} = \frac{P(A) \cdot P(T/A)}{1 - P(T)} = \frac{0.3 \cdot 0.1}{1 - 0.41} = \frac{0.3}{0.59} = 0.5085.$$

Si ha llegado a tiempo, la probabilidad de que haya venido en autobús es de **0.5085**.

Problema P.6:

El tiempo que tarde el servidor de una empresa de venta online en registrar un pedido sigue una ley de probabilidad normal de media 0.16 minutos y desviación típica 0.37 minutos. Al comienzo de un viernes negro la empresa recibe 365 pedidos.

a) Calcular la probabilidad de que el servidor tarde más de 73 minutos en registrar los 365 pedidos.

b) Calcular la probabilidad de que el tiempo medio de registro de esos 365 pedidos sea menor o igual que 0.18 minutos.

Solución:

a) El tiempo en registrar un pedido sigue una media de 0.16, y una desviación típica de 0.37. Ahora estudiamos el tiempo que tarde en registrar 365 pedidos.

Entonces, ahora $\mu = 0.16 \cdot 365 = 58.4$, y $\sigma = \sqrt{365 \cdot 0.37^2} = 0.37 \cdot \sqrt{365} = 0.37 \cdot 19.105 = 707$.

El tiempo de la espera sigue

$X \to N(\mu, \sigma) = N(58.4;\ 7.07)$. Tipificando la variable: $Z = \frac{X-58.4}{7.07}$.

$$P = P(X > 73) = P\left(Z > \frac{73-58.4}{7.07}\right) = P\left(Z > \frac{14.6}{7.07}\right) = P(Z > 2.06) = 1 - P(Z \leq 2.06) = 1 - 0.9803 = 0.0197.$$

La probabilidad de que el servidor tarde más de 73 minutos en registrar los 365 pedidos es de **0.0197**.

b) Ahora buscamos el tiempo medio: Sabemos que $\mu = 0.16;\ \ \sigma = 0.37;\ \ n = 365$.

$X \to N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(0.16;\ \frac{0.37}{\sqrt{365}}\right) = N(0.16;\ 0.0194)$. Tipificando la variable: $Z = \frac{X-0.16}{0.0194}$.

$$P = P(X \leq 0.18) = P\left(Z \leq \frac{0.18.- 0.16}{0.0194}\right) = P\left(Z \leq \frac{0.02}{0.0194}\right) = P(Z \leq 1.03) = 0.8485.$$

La probabilidad de que el tiempo medio de registro de esos 365 pedidos sea menor o igual que 0.18 minutos es de **0.8485**.

Autor: Jorge Muñoz

Cuestión C.1:

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, calcular $A \cdot B + C$.

Solución:

$$A \cdot B + C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 15 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 16 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{A \cdot B + C = \begin{pmatrix} 15 \\ 16 \end{pmatrix}}$$

Cuestión C.2:

Calcula el valor de a para que la función $f(x) = ax^2 - 5ax + 4$ corte al eje OX en el punto de abscisa $x = 4$.

Solución:

Para que la función corte al eje de abscisas en $x = 4$, debe ser $f(4) = 0$.

$f(4) = 0 \Rightarrow a \cdot 4^2 - 5a \cdot 4 + 4 = 0; \rightarrow\ 4a - 5a + 1 = 0;\ -a + 1 = 0 \rightarrow a = 1.$

$$\boldsymbol{a = 1}$$

Cuestión C.3:

La ficha técnica de un sondeo electoral indica que ha encuestado a 1 207 individuos de 18 o más años residentes en España. La muestra se ha tomado de manera estratificada por grupos de edad y sexo, con muestreo aleatorio simple en cada estrato. El error de estimación de la proporción de individuos que acudirá a votar en las próximas elecciones es de $\pm$2.8 % con un nivel de confianza del 95.5 %. Para esta ficha técnica, identificar los siguientes elementos: población, diseño muestral, tamaño muestral y parámetro estimado.

Solución:

Residentes: en España de 18 años o más.

Diseño muestral: de manera **estratificada** por grupos de edad y sexo, con muestreo aleatorio simple en cada estrato.

Tamaño muestral: 1 207 individuos

Parámetro estimado: El error de estimación de la proporción de individuos que acudirá a votar en las próximas elecciones con un nivel de confianza del 95.5 %.