

ÍNDICE

1. MAGNITUDES Y UNIDADES DE MEDIDA	119
1.1. Sistema Internacional de Unidades (SI)	119
2. MEDIDA DE LA LONGITUD: EL METRO	120
3. MEDIDA DE LA SUPERFICIE: EL METRO CUADRADO	122
4. MEDIDA DEL VOLUMEN: EL METRO CÚBICO Y EL LITRO	124
4.1 Medida de la capacidad: el litro.....	125
5. MEDIDA DE LA MASA: EL KILOGRAMO	127
6. MEDIDA DE ÁNGULOS	129
7. MEDIDA DEL TIEMPO	131
RESUMEN	132
EJERCICIOS Y PROBLEMAS	133
AUTOEVALUACIÓN	135

1. MAGNITUDES Y UNIDADES DE MEDIDA

Una **magnitud** es una característica que se puede medir y expresar cuantitativamente, es decir, mediante un número. Una magnitud se mide comparándola con un patrón que tenga bien definida esa magnitud y observando el número de veces que lo contiene. Ese patrón es lo que se llama **unidad de medida**. Una misma magnitud se puede expresar con distintas unidades de medida.

La longitud, por ejemplo, es una magnitud y se puede expresar en kilómetros, metros, centímetros, millas, pulgadas,... Se puede decir que alguien mide 1,52 metros, 152 centímetros, 4,98 pies,...

1.1. Sistema Internacional de Unidades (SI)

En 1792 la Academia de Ciencias de París propuso el **Sistema Métrico Decimal** para solventar los dos grandes inconvenientes de las antiguas medidas:

1. Las unidades cambiaban de una región a otra, dificultando la comunicación entre distintas comunidades. Incluso unidades con el mismo nombre variaban de una provincia a otra.
2. Las subdivisiones de las diferentes medidas no eran decimales, lo que representaba grandes complicaciones para el cálculo.

Se trataba de crear un sistema simple y único de medidas que pudiese reproducirse con exactitud en cualquier momento y lugar, con medios disponibles para cualquier persona. El Sistema Métrico se basa en la unidad “metro” con múltiplos y submúltiplos decimales. Del metro se deriva el metro cuadrado como unidad de superficie y el metro cúbico como unidad de volumen. También se derivó del metro el *kilogramo*, que se definió como la masa de un decímetro cúbico de agua.

Se eligió como definición del *metro* “la diezmillonésima parte de la longitud de un cuarto del meridiano terrestre que pasa por París”, se fabricó una barra de platino que representaba la nueva unidad de medida y se puso bajo la custodia de los *Archives de France*, junto con el patrón representativo de la unidad *kilogramo*, también fabricado en platino. Copias del metro y del kilogramo se distribuyeron por muchos países que adoptaron el sistema métrico. En España fue declarado obligatorio en 1849, aunque ha coexistido con las unidades tradicionales, sobre todo en el ámbito agrario.

En 1875, para asegurar la uniformidad mundial de las unidades de medida, se creó el **Comité Internacional de Pesos y Medidas** (CIPM) y la **Conferencia General de Pesas y Medidas** (CGPM), que se reúne cada cuatro años. Desde su creación, se han revisado las definiciones de las unidades básicas, con el objetivo de basarlas en constantes fundamentales de fenómenos físicos, lo que es una característica de las definiciones actuales con la única excepción del kilogramo. En 1960, en la undécima CGPM, el sistema métrico de medidas fue llamado oficialmente **Sistema Internacional de Unidades (SI)**.

El **SI** actual se basa en 7 unidades básicas, unidades derivadas de las unidades básicas, prefijos para denotar múltiplos y submúltiplos de las unidades, y reglas para escribir el valor de magnitudes físicas.

Entre las unidades derivadas que se expresan a partir de las unidades básicas están, por ejemplo, el metro cuadrado (para la magnitud superficie), el metro cúbico (para la magnitud volumen), el metro por segundo (para la magnitud velocidad) o el metro por segundo cuadrado (para la magnitud aceleración).

El CIPM reconoció en 1969 la necesidad de utilizar algunas unidades que no pertenecen al SI pero que juegan un papel importante en ciencia y tecnología o cuyo uso estaba ampliamente extendido. La lista de las unidades fuera del SI en uso reconocido por el CIPM junto con el SI comprende unidades empleadas cotidianamente, como las unidades de tiempo: *día*, *hora* y *minuto*, las unidades angulares: *grado*, *minuto* y *segundo*, el *litro* como unidad de volumen, o la *tonelada* como unidad de masa.

UNIDADES BÁSICAS		
MAGNITUD	nombre	símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	amperio	A
Temperatura termodinámica	kelvin	k
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

El **metro** se define como la longitud de trayecto recorrido por la luz en el vacío durante un tiempo de $1/299792458$ segundos. El **segundo** como la duración de 9192631770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133.

El kilogramo se define como la masa del prototipo internacional (un cilindro de iridio y platino que se guarda en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas, en Sèvres, Francia), pero se ha propuesto una redefinición a un valor relacionado con la constante de Plank.

Para escribir los múltiplos o submúltiplos decimales de una unidad, se coloca un prefijo delante del símbolo de dicha unidad, sin ningún espacio intermedio.

Los prefijos de los múltiplos y submúltiplos hasta el kilo (k) se escriben con minúscula y a partir de mega (M) van en mayúscula.

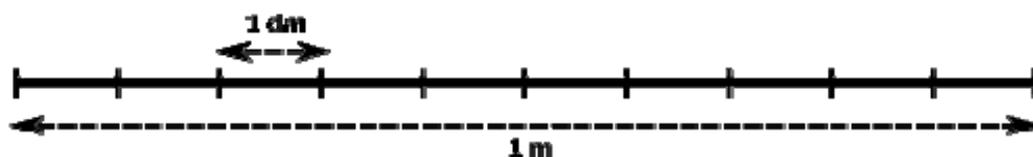
Al no ser abreviaturas los símbolos no se pluralizan y no van seguidos de un punto, salvo al final de una frase. Por ejemplo, es incorrecto escribir “kgs” o “kg.”, lo correcto es “kg”.

MÚLTIPLOS			SUBMÚLTIPLOS		
FACTOR	PREFIJO	SÍMBOLO	FACTOR	PREFIJO	SÍMBOLO
10^{24}	yotta	Y	10^{-1}	deci	d
10^{21}	zeta	Z	10^{-2}	centi	c
10^{18}	exa	E	10^{-3}	mili	m
10^{15}	peta	P	10^{-6}	micro	μ
10^{12}	tera	T	10^{-9}	nano	n
10^9	giga	G	10^{-12}	pico	p
10^6	mega	M	10^{-15}	femto	f
10^3	kilo	k	10^{-18}	atto	a
10^2	hecto	h	10^{-21}	zepto	z
10^1	deca	da	10^{-24}	yocto	y

2. MEDIDA DE LA LONGITUD: EL METRO

El **metro** es la unidad principal de medida de longitudes en el SI y se representa por **m**.

Múltiplos			Unidad	Submúltiplos		
Kilómetro	Hectómetro	Decámetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1.000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m



Un metro está dividido en 10 decímetros

Otros submúltiplos decimales del metro son:

Micrómetro o **micra** (μm): $1 \mu\text{m} = 0,001 \text{ mm} = 0,000.001 \text{ m} = 10^{-6} \text{ m}$.

Nanómetro (nm): $1 \text{ nm} = 0,001 \mu\text{m} = 0,000.000.001 \text{ m} = 10^{-9} \text{ m}$.

Ángstrom (Å): $1 \text{ Å} = 0,1 \text{ nm} = 0,000.000.000.1 \text{ m} = 10^{-10} \text{ m}$.

Otras unidades de longitud, que no son múltiplos o submúltiplos del metro son:

Unidad astronómica (UA), es la distancia media entre la Tierra y el Sol, y es aproximadamente igual a

150 millones de km.

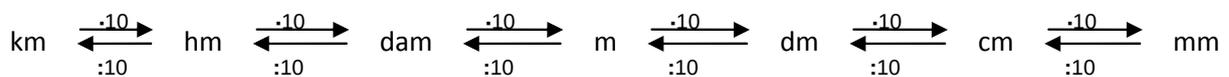
Año luz, es la distancia recorrida por un rayo de luz en un año: $1 \text{ año luz} \approx 63.241 \text{ UA} \approx 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$.

Ejemplos:

- ✚ El átomo más pequeño, el de hidrógeno, tiene aproximadamente 1 Å de diámetro.
- ✚ Los chips electrónicos están compuestos de transistores de 22 nm de tamaño.
- ✚ La Vía Láctea tiene un radio de 50.000 años luz.
- ✚ El diámetro de un cabello es de aproximadamente 0,1 mm.
- ✚ Un espermatozoide mide 53 μm , un hematíe 7 μm .

Cambio de unidades

Para realizar cambios de unidades de longitud debemos multiplicar o dividir por diez tantas veces como sea necesario.



Esto lo hacemos desplazando la coma hacia la derecha (para multiplicar) o a la izquierda (para dividir) tantas veces como queramos multiplicar o dividir por diez.

Ejemplos:

- ✚ A) $8,25 \text{ km} = 82,5 \text{ hm} = 825 \text{ dam} = 8250 \text{ m}$
- ✚ B) $712 \text{ mm} = 71,2 \text{ cm} = 7,12 \text{ dm} = 0,712 \text{ m}$
- ✚ C) $25 \text{ km } 3 \text{ hm } 7 \text{ m} = 25307 \text{ m}$
- ✚ D) $9 \text{ dam } 6 \text{ m } 8 \text{ dm } 5 \text{ mm} = 96,805 \text{ m}$.

Actividades propuestas

1. Expresa las siguientes longitudes en centímetros:
 - a) 54 dm
 - b) 21,08 m
 - c) 8,7 hm
 - d) 327 mm.
2. Expresa las siguientes longitudes en las unidades que se indican en cada caso:
 - a) 8 m 1 mm en centímetros
 - b) 3,5 km 27 dam en centímetros.
 - c) 13 km 21 mm en milímetros
 - d) 7 hm 15 cm en centímetros.
 - e) 2 dam 5 dm en metros
 - f) 0,6 m 340 mm en decímetros.

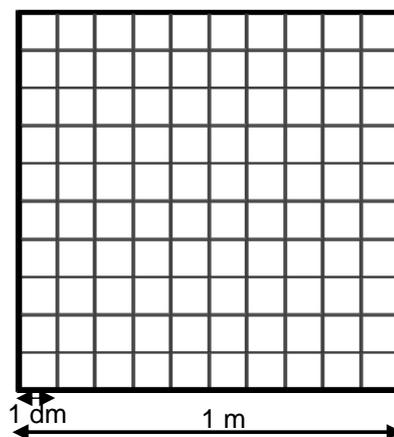
3. MEDIDA DE LA SUPERFICIE: EL METRO CUADRADO

El **metro cuadrado** es la unidad principal de medida de superficie en el SI y se representa por m^2 . Se define como la superficie de un cuadrado de lado 1 m.

Es una unidad derivada del metro, por lo que no es una unidad básica del SI.

Múltiplos			Unidad	Submúltiplos		
Kilómetro cuadrado	Hectómetro cuadrado	Decámetro cuadrado	Metro cuadrado	Decímetro cuadrado	Centímetro cuadrado	Milímetro cuadrado
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1.000.000 m^2	10.000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,000.1 m^2	0,000.001 m^2

Para comprender la relación que existe entre las distintas unidades, por ejemplo, que en 1 m^2 hay 100 dm^2 observa la figura que representa un metro cuadrado y su descomposición en decímetros cuadrados. El metro cuadrado se ha dividido en 10 filas de 1 dm de altura. Cada fila contiene 10 cuadrados de 1 dm^2 de superficie cada uno. En el metro cuadrado hay 100 de estos cuadrados, es decir, 100 dm^2 .



Ejemplos:

- ✚ Un piso suele medir entre 60 m^2 y 110 m^2 .
- ✚ Un campo de fútbol para partidos internacionales mide entre 64 dam^2 y 82,5 dam^2 .
- ✚ La provincia del estado español con mayor superficie es Badajoz, con 21.766 km^2 , la menor Guipúzcoa con 1.980 km^2 .
- ✚ El estado de la Unión Europea con mayor superficie es Francia, con 547.030 km^2 .

Cambio de unidades

Para realizar cambios de unidades de **superficie** debemos multiplicar o dividir por **cien** tantas veces como sea necesario.

$$km^2 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 100} \\ \xleftarrow{:100} \end{array} hm^2 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 100} \\ \xleftarrow{:100} \end{array} dam^2 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 100} \\ \xleftarrow{:100} \end{array} m^2 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 100} \\ \xleftarrow{:100} \end{array} dm^2 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 100} \\ \xleftarrow{:100} \end{array} cm^2 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 100} \\ \xleftarrow{:100} \end{array} mm^2$$

Esto lo hacemos desplazando la coma hacia la derecha (para multiplicar) o a la izquierda (para dividir) de dos en dos cifras por cada posición.

Ejemplos:

- a) $0,743 km^2 = 743.000 m^2$ d) $37 cm^2 = 0,0037 m^2$
 b) $95.400 mm^2 = 0,0954 m^2$ e) $82 km^2 = 82.000.000 m^2$
 c) $5,32 hm^2 = 53.200 m^2$ f) $4 km^2 53 hm^2 2 m^2 = 4.530.002 m^2$.

Actividades propuestas

3. Completa con el número adecuado:

a) $35 \text{ dam}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^2$ b) $67 \text{ m}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}^2$ c) $5 \text{ km}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^2$ d) $7 \text{ m}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ hm}^2$.

4. Pasa $98 \text{ hm}^2 37 \text{ dam}^2$ a centímetros cuadrados.

Unidades agrarias

Son unidades que no pertenecen al Sistema Internacional pero se utilizan para medir superficies rurales, bosques, plantaciones,...

El área	$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2 = 1 \text{ dam}^2$.
La hectárea	$1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 100 \text{ dam}^2 = 1 \text{ hm}^2$.
La centiárea	$1 \text{ ca} = 0,01 \text{ a} = 1 \text{ m}^2$.

Ejemplos:

- Una **hectárea** es un cuadrado de 100 m de lado. Un campo de fútbol mide 62 áreas, aproximadamente media hectárea. Para hacernos una imagen mental, podemos pensar que dos campos de fútbol son más o menos una hectárea.
- La superficie incendiada en España cada año es, en promedio, unas 125.000 ha. La provincia más pequeña es Guipúzcoa, con 1.980 km^2 , es decir, 198.000 ha. Es decir, el área incendiada cada año es casi del tamaño de esa provincia.

Para hacer la conversión entre unidades agrarias y su conversión al Sistema Internacional podemos utilizar la siguiente regla:

$$\begin{array}{ccccc}
 \text{hm}^2 & \xrightarrow{\cdot 100} & \text{dam}^2 & \xrightarrow{\cdot 100} & \text{m}^2 \\
 \text{ha} & \xleftarrow{:100} & \text{a} & \xleftarrow{:100} & \text{ca}
 \end{array}$$

Ejemplos:

- a) $5,7 \text{ km}^2 = 570 \text{ hm}^2 = 570 \text{ ha}$.
- b) $340.000 \text{ ca} = 34 \text{ ha}$.
- c) $200.000 \text{ dm}^2 = 0,2 \text{ hm}^2 = 0,2 \text{ ha}$.
- d) $930 \text{ dam}^2 = 9,3 \text{ hm}^2 = 9,3 \text{ ha}$.

Actividades propuestas

5. Expresa las siguientes superficies en áreas:

a) 1.678 ha b) 5 ha c) 8 ha 20 a d) 28.100 ca.

6. La superficie de un campo de fútbol es de 7.140 metros cuadrados. Expresa esta medida en cada una de estas unidades:

- a) Centímetros cuadrados
- b) Decámetros cuadrados
- c) Hectáreas
- d) Áreas.

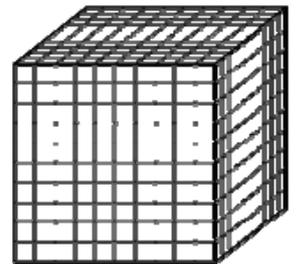
4. MEDIDA DEL VOLUMEN: EL METRO CÚBICO Y EL LITRO

El **metro cúbico** es la unidad principal de medida de **volumen** y se representa por **m³**. Se define como el volumen de un cubo de arista un metro.

El metro cúbico es una unidad derivada del metro, por lo que no es una unidad básica del SI.

Múltiplos			Unidad	Submúltiplos		
Kilómetro cúbico	Hectómetro cúbico	Decámetro cúbico	Metro cúbico	Decímetro cúbico	Centímetro cúbico	Milímetro cúbico
km³	hm³	dam³	m³	dm³	cm³	mm³
1.000.000.000 m ³	1000.000 m ³	1000 m ³	1 m ³	0,001 m ³	0,000.001 m ³	0,000.000.001 m ³

Para comprender la relación entre estas unidades, por ejemplo, que 1 m³ son 1.000 dm³, observa la figura que representa un metro cúbico descompuesto en decímetros cúbicos. El metro cúbico se ha dividido en 10 capas de 1 dm de altura. Cada capa contiene 10x10=100 cubos de 1 dm de arista. Es decir, en el metro cúbico hay 1.000 de estos cubos de 1 dm³ de volumen, es decir, 1.000 dm³.



Ejemplo:

- ✚ El consumo de agua y de gas en las facturas se mide en m³. Una persona consume de media 4,5 m³ de agua al mes.
- ✚ El tamaño de un embalse puede ser 50 hm³ de capacidad.
- ✚ Uno de los embalses de mayor capacidad en España es el de la Almendra, con 2,6 km³ de capacidad.
- ✚ La capacidad total de los embalses de España es de 55 km³.

Cambio de unidades

Para realizar cambios de unidades de **volumen** debemos multiplicar o dividir por **mil** tantas veces como sea necesario.

$$\text{km}^3 \begin{array}{c} \xleftarrow{\cdot 1000} \\ \xrightarrow{:1000} \end{array} \text{hm}^3 \begin{array}{c} \xleftarrow{\cdot 1000} \\ \xrightarrow{:1000} \end{array} \text{dam}^3 \begin{array}{c} \xleftarrow{\cdot 1000} \\ \xrightarrow{:1000} \end{array} \text{m}^3 \begin{array}{c} \xleftarrow{\cdot 1000} \\ \xrightarrow{:1000} \end{array} \text{dm}^3 \begin{array}{c} \xleftarrow{\cdot 1000} \\ \xrightarrow{:1000} \end{array} \text{cm}^3 \begin{array}{c} \xleftarrow{\cdot 1000} \\ \xrightarrow{:1000} \end{array} \text{mm}^3$$

Esto lo hacemos desplazando la coma hacia la derecha (para multiplicar) o a la izquierda (para dividir) de tres en tres cifras por cada posición.

Ejemplos:

- ✚ a) 0,743 km³ = 743.000 dam³
- ✚ b) 95.400 mm³ = 0,0954 dm³
- ✚ c) 5,32 hm³ = 5.320.000 m³
- ✚ d) 457 cm³ = 0,000457 m³
- ✚ f) 3 km³ 52 hm³ 8 m³ = 3.052.000.008 m³
- ✚ g) 9 dam³ 6 m³ 34 dm³ = 9.006,034 m³.

Actividades propuestas

7. Expresa en metros cúbicos 3,2 dam³ 5.600 dm³.

8. Expresa estos volúmenes en decámetros cúbicos:

a) 0,38 m³

b) 81 dm³

c) 1,23 hm³

d) 52 m³.

4.1 Medida de la capacidad: el litro

La "capacidad" es la misma magnitud que el "volumen". El *litro* se utiliza por razones históricas, y no pertenece estrictamente al Sistema Internacional de Unidades, aunque se acepta su uso con las unidades del SI. Debemos conocer el litro y sus múltiplos y submúltiplos porque es una unidad utilizada en la vida cotidiana para medir la capacidad de los recipientes. Un litro equivale a un dm^3 y se utilizan múltiplos de litro como si fuera una unidad más del SI, con múltiplos y submúltiplos decimales, teniendo en cuenta que van de diez en diez.

La **capacidad** es el volumen (generalmente de materia líquida o gaseosa) que es capaz de albergar un recipiente. Su unidad principal de medida es el **litro** y posee doble símbolo reconocido: **L** o **l**.

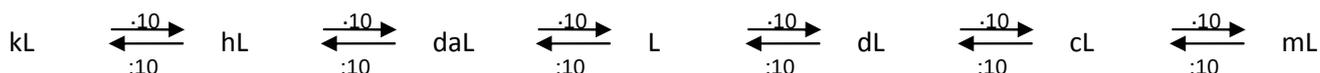
Múltiplos			Unidad	Submúltiplos		
Kilolitro	Hectolitro	Decalitro	Litro	Decilitro	Centilitro	Mililitro
kL	hL	daL	L	dL	cL	mL
1.000 L	100 L	10 L	1 L	0,1 L	0,01 L	0,001 L

Ejemplos:

-  Una botella de agua grande tiene una capacidad de 1,5 L.
-  Un depósito de gasóleo para una casa puede tener una capacidad de 4 hL.
-  Una lata de refresco tiene una capacidad de 33 cL.
-  Una dosis típica de jarabe suele ser de 5 mL.
-  En una ducha de cinco minutos se utilizan unos 90 L de agua.

Cambio de unidades

Para realizar cambios de unidades de capacidad debemos multiplicar o dividir por diez tantas veces como sea necesario, igual que con metros, pues la unidad no está elevada ni al cuadrado ni al cubo.



Esto lo hacemos desplazando la coma hacia la derecha (para multiplicar) o a la izquierda (para dividir) tantas veces como queramos multiplicar o dividir por diez.

Ejemplo:

- | | | |
|-----------------------|-------------------|-----------------------|
| a) 5,7 hL = 570 L | b) 200 mL = 0,2 L | c) 9,5 kL = 9500 L |
| d) 0,0345 kL = 34,5 L | e) 710 cL = 7,1 L | f) 9,2 mL = 0,0092 L. |

Actividades propuestas

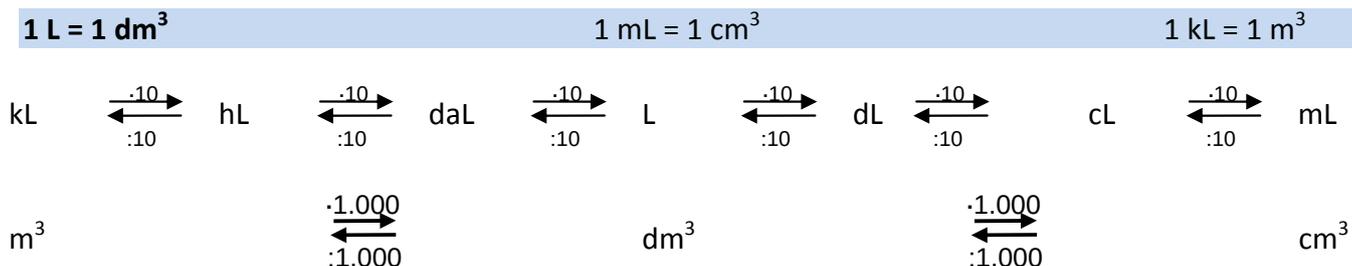
9. ¿Cuántos decilitros tiene un litro?

10. Expresa en hectolitros:

- | | | | |
|---------|-------------|-----------|-------------|
| a) 34 L | b) 1.232 cL | c) 57 daL | d) 10,7 kL. |
|---------|-------------|-----------|-------------|

Relación entre litros y m^3

Los litros se relacionan con las unidades de volumen porque **1 L equivale a $1 dm^3$** . Por lo tanto:

**Ejemplos:**

-  Un depósito de agua de $1 m^3$ tiene 1 kL de capacidad, es decir, 1.000 L.
-  En los botellines de agua, dependiendo de la marca, se expresan la cantidad de agua en mL o en cm^3 es decir, como capacidad o como volumen. Pueden poner 250 mL o $250 cm^3$.
-  Un litro de leche ocupa un volumen de $1 dm^3$.

Actividades resueltas

-  Expresa en litros:
 - a) $7,2 dm^3 = 7,2 L$ b) $52 m^3 = 52 kL = 52.000 L$ c) $33 cm^3 = 33 cL = 0,033 L$.
-  Expresa en decímetros cúbicos:
 - a) $0,635 hL = 63,5 dm^3 = 63,5 dm^3$.
 - b) $23 cL = 0,23 L = 0,23 dm^3$.
 - c) $73,5 kL = 73.500 L = 73.500 dm^3$.
 - d) $0,5 dL = 0,05 L = 0,05 dm^3$.

Actividades propuestas

11. Ordena de menor a mayor estas medidas:

- a) $7,0001 m^3$ b) $23.000 L$ c) $8 hL$ d) $4 hm^3$.

12. Calcula el volumen (en litros y en cm^3) de una caja que mide 20 cm de ancho, 20 cm de largo y 5 cm de alto.

5. MEDIDA DE LA MASA: EL KILOGRAMO

La unidad principal de medida de masa es el gramo y se representa por g.

Múltiplos			Unidad	Submúltiplos		
Kilogramo	Hectogramo	Decagramo	Gramo	Decigramo	Centigramo	Miligramo
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1.000 g	100 g	10 g	1 g	0,1 g	0,01 g	0,001 g

Otros múltiplos		
Tonelada métrica	Quintal métrico	Miriagramo
tm	qm	mag
1.000 kg	100 kg	10 kg

El SI estableció como unidad básica de masa el kilogramo y definió su patrón como la masa que tiene el **prototipo internacional** (un cilindro de platino e iridio) que se guarda en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas. Aunque la tonelada no forma parte del SI, ha sido aceptada para su uso con las unidades y prefijos del SI por el Comité Internacional de Pesas y Medidas. El megagramo (Mg) es una unidad idéntica a la tonelada que sí es parte del SI

Nota: ¡La masa no es lo mismo que el peso!

Una bola de acero pesa mucho en la Tierra, pero no pesa nada en el espacio, y aún así, si te la tiran con fuerza te sigue dando un buen golpe. La fuerza de ese golpe te dice que tiene mucha masa (gramos). La masa se conserva en el espacio porque es una verdadera magnitud, pero el peso es una fuerza debida a la gravedad de la Tierra. Solo en la Tierra la masa y el peso de una persona coinciden como cantidad, por eso es normal decir que alguien "*pesa tantos kg*" aunque no sea del todo correcto, se debería decir que "tiene una masa de 70 kg y, en la Tierra, pesa 70 kgf (kilo gramos fuerza)".

En los ejemplos siguientes usaremos kg como peso por seguir con la forma *coloquial* de hablar, pero deberíamos usar kgf o decir que "tiene una masa de 70 kg".

Ejemplos:

- ✚ Para plantar trigo, se utilizan entre 60 kg y 250 kg de semilla por hectárea y se cosechan varias toneladas por hectárea.
- ✚ El peso de un coche vacío es de unos 1.200 kg.
- ✚ El peso máximo autorizado de un vehículo con dos ejes es de 18 t.
- ✚ Un elefante africano puede pesar hasta 7,5 t. Una ballena azul, 120 t.

Un **litro** de agua tiene de masa, casi de forma exacta **1 kg**. Esta aproximación se puede realizar, de forma menos precisa, para otros líquidos.

Quando pedimos en la tienda *un kilo de patatas*, desde el punto de vista matemático, estrictamente hablando estamos diciendo *mil patatas*, puesto que el prefijo *kilo* significa *mil*.

No significa que esté mal decirlo, pero debemos distinguir los distintos contextos y situaciones.

En la tienda podemos comprar *un kilo de patatas*, mientras que en clase de matemáticas diremos *un kilogramo de patatas*.

Cambio de unidades

Para realizar cambios de unidades de masa debemos multiplicar o dividir por diez tantas veces como sea necesario.

$$\text{kg} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{hg} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{dag} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{g} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{dg} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{cg} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{mg}$$

Esto lo hacemos desplazando la coma hacia la derecha (para multiplicar) o a la izquierda (para dividir) tantas veces como queramos multiplicar o dividir por diez.

Ejemplos:

- a) 0,45 kg = 45 g
- b) 712 mg = 0,712 g
- c) 9,32 hg = 932 g
- d) 8,57 cg = 0,0857 g
- e) 0,031 kg = 31 g
- f) 56 kg 3 hg 7 g = 56307 g
- g) 7 dag 2 g 3 dg 5 mg = 72,305 g
- h) 8,2 t = 8200 kg
- i) 340 g = 0,34 kg
- j) 2,4 q = 240 kg
- k) 92 mag = 920 kg
- l) 678 hg = 67,8 kg
- m) 8900 dag = 89 kg.

Actividades propuestas

13. Expresa las siguientes cantidades en hectogramos:

- a) 17 g
- b) 59 dag
- c) 73,5 kg
- d) 350 g.

14. Expresa en gramos las siguientes masas:

- a) 3,6 dag
- b) 59 kg
- c) 740,5 kg 8,5 dag
- d) 3 dag 15,10 dg.

15. Expresa en kilogramos:

- a) 5 t 5 q 2,5 mag
- b) 9,35 t 750 dag
- c) 712 q 459 hg
- d) 22 t 3 mag 8 kg.

6. MEDIDA DE ÁNGULOS

Para medir ángulos utilizamos el llamado **sistema sexagesimal**. La unidad de medida es el **grado sexagesimal**. Se representa con el símbolo $^{\circ}$ y se define como $1/360$ de un ángulo completo.

$$1^{\circ} = 1 / 360 \text{ parte de un ángulo completo.}$$

El *grado sexagesimal* tiene dos divisores:

Minuto 1 minuto = $1' = 1/60$ parte de un grado.

Segundo 1 segundo = $1'' = 1/60$ parte de un minuto.

Las unidades de este sistema aumentan y disminuyen de 60 en 60, por eso el sistema se llama sexagesimal.

Si un ángulo viene expresado en dos o tres de estas unidades, se dice que está expresado en **forma compleja**. En la **forma incompleja** de la medida de un ángulo aparece una sola unidad.

El paso de una a otra forma se realiza mediante multiplicaciones o divisiones por 60, según haya que transformar una unidad de medida de ángulos en la unidad inmediata inferior o superior.

Recuerda estas relaciones:

$$1 \text{ ángulo completo} = 360^{\circ}$$

$$1 \text{ ángulo llano} = 180^{\circ}$$

$$1 \text{ ángulo recto} = 90^{\circ}$$

$$1^{\circ} = 60 \text{ minutos} = 3600 \text{ segundos}$$

$$1 \text{ minuto} = 60 \text{ segundos}$$

Ejemplo:

✚ Forma compleja: A = $12^{\circ} 23' 10''$ B = $13' 54''$ C = $120^{\circ} 23''$

✚ Forma incompleja: D = $35000''$ E = 23° F = $34'$

Ejemplo:

✚ Pasamos el ángulo A del ejemplo anterior a forma incompleja:

$$A = 12^{\circ} 23' 10'' = 12 \cdot 3600'' + 23 \cdot 60'' + 10'' = 44590''$$

Ejemplo:

✚ Pasaremos el ángulo D del ejemplo anterior a forma compleja:

35000''	60	583'	60
500	583'	43'	9°
200		/	
20''			

$$D = 35000'' = 583' 20'' = 9^{\circ} 43' 20''$$

Actividades propuestas

16. Pasa a forma compleja los siguientes ángulos:

a) $12500''$ b) $83'$ c) $230''$ d) $17600''$.

17. Pasa de forma incompleja a forma compleja:

a) $12^{\circ} 34' 40''$ b) $13^{\circ} 23' 7''$ c) $49^{\circ} 56' 32''$ d) $1^{\circ} 25' 27''$.

18. Completa la tabla:

Expresión en segundos	Expresión en minutos y segundos	Expresión en grados, minutos y segundos
8465''		
	245' 32''	
		$31^{\circ} 3' 55''$

Suma y resta de ángulos en el sistema sexagesimal

Para sumar ángulos expresados en el sistema sexagesimal, se colocan los sumandos haciendo coincidir grados, minutos y segundos, después se suman las cantidades correspondientes a cada unidad. Si los segundos sobrepasan 60, se transforman en minutos y se suman a los minutos resultantes de la primera fase de la suma. Si los minutos sobrepasan 60, los transformamos en grados y se suman a los grados anteriormente obtenidos.

Ejemplo:

$$\oplus 24^{\circ} 43' 29'' + 45^{\circ} 29' 48''$$

$24^{\circ} 43' 29''$	$77''$	60	$73'$	60
$+45^{\circ} 29' 48''$	$17''$	$1'$	$13'$	1°
$69^{\circ} 72' 77''$	Nº minutos = $72' + 1' = 73'$		Nº de grados = $69^{\circ} + 1^{\circ} = 70^{\circ}$	
$24^{\circ} 43' 29'' + 45^{\circ} 29' 48'' = 69^{\circ} 72' 77'' = 69^{\circ} 73' 17'' = 70^{\circ} 13' 17''$				

Para restar datos de medida de ángulos expresados en el sistema sexagesimal, se colocan el minuendo y el sustraendo haciendo coincidir grados, minutos y segundos, después restamos. Si en alguna columna el minuendo es menor que el sustraendo, se pasa una unidad inmediatamente superior a la que presente el problema para que la resta sea posible.

Ejemplo:

$$\oplus 65^{\circ} 48' 50'' - 45^{\circ} 29' 48''$$

$65^{\circ} 48' 50''$	$65^{\circ} 48' 50'' - 45^{\circ} 29' 48'' = 20^{\circ} 19' 2''$
$-45^{\circ} 29' 48''$	
$20^{\circ} 19' 2''$	

Ejemplo:

$$\oplus 38^{\circ} 12' 14'' - 15^{\circ} 15' 15''$$

$38^{\circ} 12' 14''$	$37^{\circ} 72' 14''$	$37^{\circ} 71' 74''$
$-15^{\circ} 15' 15''$	$-15^{\circ} 15' 15''$	$-15^{\circ} 15' 15''$
		$22^{\circ} 56' 59''$
$38^{\circ} 12' 14'' - 15^{\circ} 15' 15'' = 37^{\circ} 72' 14'' - 15^{\circ} 15' 15'' = 37^{\circ} 71' 74'' - 15^{\circ} 15' 15'' = 22^{\circ} 56' 59''$		

Actividades propuestas

19. Calcula:

a) $34^{\circ} 45' 30'' + 12^{\circ} 27' 15''$

b) $16^{\circ} 30' 1'' + 12^{\circ} 13' 12'' + 2^{\circ} 1'$

c) $16^{\circ} 45' + 23^{\circ} 13'' + 30^{\circ} 20' 30''$

d) $65^{\circ} 48' 56'' - 12^{\circ} 33' 25''$

e) $35^{\circ} 54' 23'' - 15^{\circ} 1' 35''$

f) $43^{\circ} 32' 1'' - 15^{\circ} 50' 50''$

RESUMEN

Magnitud	Una magnitud se puede medir en distintas unidades de medida .													
	La distancia (magnitud) se puede medir en metros, centímetros, kilómetros,... (distintas unidades de medida).													
Longitud: metro	km	$\xleftrightarrow{.10}$	hm	$\xleftrightarrow{.10}$	dam	$\xleftrightarrow{.10}$	m	$\xleftrightarrow{.10}$	dm	$\xleftrightarrow{.10}$	cm	$\xleftrightarrow{.10}$	mm	
		$\xleftarrow{:10}$		$\xleftarrow{:10}$		$\xleftarrow{:10}$		$\xleftarrow{:10}$		$\xleftarrow{:10}$		$\xleftarrow{:10}$		
	0,32 km = 32 m = 3.200 cm					3.400 mm = 34 dm = 0,34 dam								
Superficie: metro cuadrado	km ²	$\xleftrightarrow{.100}$	hm ²	$\xleftrightarrow{.100}$	dam ²	$\xleftrightarrow{.100}$	m ²	$\xleftrightarrow{.100}$	dm ²	$\xleftrightarrow{.100}$	cm ²	$\xleftrightarrow{.100}$	mm ²	
		$\xleftarrow{:100}$		$\xleftarrow{:100}$		$\xleftarrow{:100}$		$\xleftarrow{:100}$		$\xleftarrow{:100}$		$\xleftarrow{:100}$		
	0,0014 km ² = 0,14 hm ² = 14 dam ²					23.000 mm ² = 230 cm ² = 2,3 dm ² = 230 dm ²								
U. agrarias	1 ha = 1 hm ²			1 a = 1 dam ²			1 ca = 1 m ²							
	5 km ² = 500 hm ² = 500 ha					13.000 m ² = 13.000 ca = 1,3 ha								
Volumen: metro cúbico	km ³	$\xleftrightarrow{.1000}$	hm ³	$\xleftrightarrow{.1000}$	dam ³	$\xleftrightarrow{.1000}$	m ³	$\xleftrightarrow{.1000}$	dm ³	$\xleftrightarrow{.1000}$	cm ³	$\xleftrightarrow{.1000}$	mm ³	
		$\xleftarrow{:1000}$		$\xleftarrow{:1000}$		$\xleftarrow{:1000}$		$\xleftarrow{:1000}$		$\xleftarrow{:1000}$		$\xleftarrow{:1000}$		
	3,2 hm ³ = 320 dam ³ = 32.00 m ³					2.800 mm ³ = 28 cm ³ = 0,28 dm ³								
El litro	kL	$\xleftrightarrow{.10}$	hL	$\xleftrightarrow{.10}$	daL	$\xleftrightarrow{.10}$	L	$\xleftrightarrow{.10}$	dL	$\xleftrightarrow{.10}$	cL	$\xleftrightarrow{.10}$	mL	
		$\xleftarrow{:10}$		$\xleftarrow{:10}$		$\xleftarrow{:10}$		$\xleftarrow{:10}$		$\xleftarrow{:10}$		$\xleftarrow{:10}$		
	3,7 kL = 37 hL = 370 daL = 3.700 L					85 mL = 8,5 cL = 0,85 dL = 0,085 L								
Litros y m³.	1 kL = 1 m ³			1 L = 1 dm ³			1 mL = 1 cm ³							
	4,5 cL = 45 mL = 45 cm ³					3 hL = 0,3 kL = 0,3 m ³					3 hL = 300 L = 300 dm ³			
Masa: gramo	kg	$\xleftrightarrow{.10}$	hg	$\xleftrightarrow{.10}$	dag	$\xleftrightarrow{.10}$	g	$\xleftrightarrow{.10}$	dg	$\xleftrightarrow{.10}$	cg	$\xleftrightarrow{.10}$	mg	
		$\xleftarrow{:10}$		$\xleftarrow{:10}$		$\xleftarrow{:10}$		$\xleftarrow{:10}$		$\xleftarrow{:10}$		$\xleftarrow{:10}$		
	2300 kg = 2,3 t			0,23 dag = 2,3 g = 2.300 mg			5,3 hg = 53.000 cg							
Medida de ángulos	Un grado = 1° = 1 / 360 parte de un ángulo completo. Minuto: 1 minuto = 1' = 1/60 parte de un grado. Segundo: 1 segundo = 1'' = 1/60 parte de un minuto.													
Unidades de tiempo	Un día es el tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta alrededor de su eje. Un año es el tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta alrededor del Sol. Un día tiene 24 horas . Una hora tiene 60 minutos . Un minuto tiene 60 segundos .													

EJERCICIOS Y PROBLEMAS**Unidades de longitud**

1. Completa con el número o unidad correspondiente:

a) $50 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ hm} = 5000 \underline{\hspace{2cm}}$

b) $300 \text{ hm} = 30 \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

c) $\underline{\hspace{2cm}} \text{ dm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m} = 2300 \text{ mm}$

d) $40 \text{ km} = 4000 \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm.}$

2. Ordena de menor a mayor: 2,7 m; 30 cm; 0,005 km; 2600 mm; 0,024 hm; 26 dm.

3. Rebeca y su compañera de clase han comprobado que el grosor de un paquete de 500 folios mide 6 cm. ¿Cuál es el grosor de un folio? ¿Cuántos folios hay en una caja de 21 cm de alto?

4. Un parque rectangular mide 100 m de largo y 75 m de ancho. Juan quiere correr 7 km. ¿Cuántas vueltas al parque debe de dar?

Unidades de superficie

5. Completa las siguientes igualdades:

a) $3,5 \text{ dam}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}^2$

b) $0,08 \text{ km}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$

c) $32 \text{ cm}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dam}^2$

d) $6075 \text{ m}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ hm}^2.$

6. Expresa las siguientes superficies en las unidades que se indican en cada caso:

a) $3 \text{ m}^2 \ 2 \text{ cm}^2 \ 5 \text{ mm}^2$ en decímetros cuadrados

b) $6 \text{ dam}^2 \ 2 \text{ dm}^2$ en metros cuadrados

c) $9,3 \text{ hm}^2 \ 5 \text{ m}^2 \ 6 \text{ cm}^2$ en decámetros cuadrados.

7. La superficie de China es de 9.560.000 km². ¿Cuántas ha tiene?

8. Expresa en hectáreas:

a) $3,2 \text{ km}^2$ b) 600.000 dam^2 c) 824 m^2 d) $200 \text{ dm}^2.$

9. Expresa las siguientes superficies en metros cuadrados:

a) 800 ha b) 261 ca c) 3 ha 3 a 3ca.

10. Juan quiere comprar un terreno de 7,3 ha a 3,2 € cada m². ¿Cuánto le va a costar?

Unidades de volumen y de capacidad

11. Expresa en metros cúbicos: $28 \text{ dam}^3 \ 5 \text{ m}^3 \ 45 \text{ dm}^3.$

12. Completa las siguientes igualdades:

a) $2 \text{ m}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ L}$

b) $33 \text{ cL} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}^3$

c) $500 \text{ mm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mL}$

d) $230 \text{ mL} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}^3$

e) $0,02 \text{ hm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ L}$

f) $230 \text{ cL} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3.$

13. En una urbanización se recoge cada semana 21 m³ de residuos sólidos. Si viven 42 familias, ¿cuántos litros estimas que produce cada familia al día?

Unidades de masa

14. Expresa en gramos las siguientes masas:

- a) 2,7 dag b) 51,3 kg c) 35,7 kg 8,6 dag d) 3 dag 5 g 26 dg.

15. Completa la siguiente tabla:

	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
0,943 hg							
75.282,9 dg							
64,92 kg							
4375 dag							
369.266 cg							

16. La densidad se define como el cociente entre la masa y el volumen. El oro puro tiene una densidad de $19,32 \text{ g/cm}^3$ (gramos por centímetro cúbico). Calcula el volumen de un lingote de oro puro de 12,4 kg.

Medida de ángulos

17. Calcula :

- a) $36^\circ 57' 37'' + 45^\circ 18' 54''$ b) $46^\circ 37' 35'' + 82^\circ 32' 41'' + 43^\circ 5''$
 c) $78^\circ 5' 34'' - 26^\circ 5' 47''$ d) $44^\circ 43' 2'' - 26^\circ 47' 31''$

18. La suma de dos ángulos es $236^\circ 57' 46''$. Si uno de ellos mide $68^\circ 57' 58''$, ¿cuánto mide el otro?

Unidades de tiempo

19. Si duermes 8 horas al día, ¿cuántas horas has dormido en un año no bisiesto? Esas horas, ¿cuántos días son?

20. Cinco guardas de seguridad deben repartirse por igual un servicio de vigilancia de 24 horas. Expresa en horas y minutos el tiempo que debe permanecer vigilando cada uno de ellos.

AUTOEVALUACIÓN

1. Un cubo de 3 cm de lado, ¿qué volumen tiene?
a) 9 cm^3 b) $0,27 \text{ dm}^3$ c) $0,003 \text{ m}^3$ d) 27 cm^3 .
2. De las siguientes medidas, ¿cuál es la mayor?
a) 5,78 daL b) 578 L c) 5,78 kL d) 0,578 hL.
3. El resultado de sumar $0,07 \text{ kg} + 0,62 \text{ dag} + 9,3 \text{ hg}$ es:
a) 1000 g b) 1 kg 62 g c) 10 hg 62 g d) 1006,2 g.
4. La medida más adecuada para expresar el volumen del contenido de una taza es:
a) 2 L b) 2 cL c) 200 cm^3 d) 2000 mL.
5. El peso de 320 decilitros de agua es:
a) 32 kg b) 320 g c) 0,32 kg d) 3,2 hg.
6. Una jarra de 2 litros de agua pesa vacía 200 g. Si se llena las $\frac{3}{4}$ partes de la jarra, ¿cuánto pesa?
a) 1500 g b) 1,7 kg c) 16 hg d) 10,7 kg.
7. El número de segundos de una semana es:
a) 25200 s b) 604800 s c) 602520 s d) 10080 s.
8. El número de segundos de un día es:
a) 1440 s b) 85931 s c) 86400 s d) 10080 s.
9. Transforma a segundos: 2 grados, 45 minutos y 3 segundos:
a) 9903 s b) 2070 s c) 99030 s d) 10303 s.
10. Un ángulo mide la octava parte de un ángulo recto. Su valor en grados, minutos y segundos es:
a) $11^\circ 2' 00''$ b) $11^\circ 15' 00''$ c) $10^\circ 15' 15''$ d) $10^\circ 15' 2''$.

SOLUCIONES 1d 2c 3d 4c 5a 6b 7b 8c 9a 10b

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS

- (1a) 540 cm (1b) 2108 cm (1c) 87.000 cm (1d) 32,7 cm
 (2a) 800,1 cm (2b) 377.000 cm (2c) 13.000.021 mm (2d) 70.015 cm (2e) 20,5 m (2f) 9,4 dm
 (3a) 3500 (3b) 67.000.000 (3c) 5.000.000 (3d) 0,0007 (4) 98.370.000 cm²
 (5a) 167.800 a (5b) 500 a (5c) 820 a (5d) 281 a
 (6a) 71.400.000 cm² (6b) 71,4 dam² (6c) 0,714 ha (5d) 71,4 a
 (7) 3205,6 m³ (8a) 0,00038 dam³ (8b) 0,000 081 dam³ (8c) 1230 dam³ (8d) 0,052 dam³
 (9) 10 (10a) 0,34 hL (10b) 0,1232 hL (10c) 5,7 hL (10d) 107 hL
 (11) 8 hL < 7,0001 m³ < 23.000 L < 4 hm³ (12) 2000 cm³ = 2 L
 (13a) 0,17 hg (13b) 5,9 hg (13c) 735 hg (13d) 3,5 hg
 (14a) 36 g (14b) 59000 g (14c) 740585 g (14d) 31,51 g
 (15a) 5525 kg (15b) 9357,5 kg (15c) 71245,9 kg (15d) 22038 kg
 (16a) 3 ° 28' 20'' (16b) 1 ° 23' (16c) 3' 50'' (16d) 4 ° 53' 20''
 (17a) 45280'' (17b) 48187'' (17c) 179792'' (17d) 5127''

	Expresión en segundos	Expresión en minutos y segundos	Expresión en grados, minutos y segundos
(18)	8465''	141' 5''	2 ° 21' 5''
	14732''	245' 32''	4 ° 5' 32''
	111835''	1863' 55''	31 ° 3' 55''

- (19a) 47 ° 12' 45'' (19b) 30 ° 44' 13'' (19c) 70 ° 5' 43'' (19d) 53 ° 15' 31'' (19e) 20 ° 52' 48'' (19f) 27 ° 41' 11''
 (20) 168 h = 10.080 min = 604.800 s (21) 31 min 40 s (22) 6 min 40 s
 (23a) 2h 22 min 44 s (23b) 2 h 4 min 36 s (23c) 1h 31 min 48 s (23d) 5 h 42 min

SOLUCIONES DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS

- (1a) 50 m = 0,5 hm = 5000 cm (1b) 300 hm = 30 km = 30.000 m (1c) 23 dm = 2,3 m = 2300 mm
 (1d) 40 km = 4000 dam = 400.000 dm (2) 30 cm < 0,024 hm < 25 dm < 2600 mm < 2,7 m < 2,7 m
 (3) 0,012 cm; 1750 folios (4) 20 vueltas (5a) 3,5 dam² = 350 m² = 35000 dm²
 (5b) 0,08 km² = 80000 m² = 800.000.000 cm² (5c) 32 cm² = 0,32 dm² = 0,000032 dam²
 (5d) 6075 m² = 607.500 dm² = 0,6075 hm² (6a) 300,0205 dm² (6b) 60,02 m² (6c) 930,050006 dam²
 (7) 956.000.000 ha (8a) 320 ha (8b) 6.000 ha (8c) 0,0824 ha (8d) 0,0002 ha
 (9a) 8000000 m² (9b) 261 m² (9c) 30.303 ca (10) 233.600 € (11) 28005,045 m³
 (12a) 2 m³ = 2000 L (12b) 33 cL = 0,33 dm³ (12c) 500 mm³ = 0,5 mL (12d) 230 mL = 0,23 dm³
 (12e) 0,02 hm³ = 20000 L (12f) 230 cL = 2300 cm³ (13) 500 L (14a) 27 g (14b) 51300 g (14c) 35786 g
 (14d) 37,6 g (16) ≈ 641,822 cm³ (17a) 82 ° 16' 31'' (17b) 172 ° 15' 16'' (17c) 51 ° 59' 47''
 (17d) 17 ° 55' 31'' (18) 167 ° 59' 48'' (19) 2920 h ≈ 122 días (20) 4 h 48 min