



APUNTES DE  
PROCESOS E  
INSTRUMENTOS  
MATEMÁTICOS.  
UNIDAD 4

UNIDAD DIDÁCTICA 4

*Ecuaciones*

*Profesora Ana María  
Zarco García*

Educación de adultos



## Unidad Didáctica 4. Ecuaciones de primer grado

### 1. Introducción

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que es cierta para ciertos valores de las variables. Si es cierta para cualquier valor que pongamos en las variables o incógnitas entonces se dice que es una identidad.

Por lo tanto, una ecuación consta de dos lados o miembros separados por el signo de igualdad.

**Ejemplo:**

$$3xy^2 + \sqrt[3]{x+5} - 5 = 8xz + 9$$

Es una ecuación de varias variables.

### 2. Definiciones:

**Solución de una ecuación:**

Es un número tal que al sustituir en la ecuación la variable  $x$  por dicho valor y realizar las operaciones indicadas nos queda en ambos lados de la igualdad el mismo número.

**Ecuaciones equivalentes:**

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones.

**Operaciones elementales en una ecuación:**

Son aquellas operaciones que transforman una ecuación en otra equivalente.

1. Sumar (o restar) a ambos lados de la igualdad un mismo número.
2. Multiplicar (o dividir) a ambos lados de la igualdad por un número distinto de cero.

**Términos de una ecuación.**

Son las expresiones de cada miembro que están separadas por los signos más y menos.

**Ecuaciones de primer grado**

Una ecuación de primer grado con una incógnita en su forma reducida es una ecuación de la forma

$$ax + b = 0$$

siendo  $a$  y  $b$  números reales con  $a \neq 0$ , es decir, tenemos en el primer lado de la igualdad un polinomio de grado 1.

**Ejemplo:**

$$5x + 15 = 0$$

### 3. Resolución de ecuaciones de primer grado

La solución de la ecuación

$$ax + b = 0$$

es

$$x = \frac{-b}{a}.$$

Por lo tanto la solución de la ecuación  $5x + 15 = 0$  es  $x = -3$ .

#### Ejercicios 1

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x + 6 = 0$	b) $5x - 10 = 0$
c) $-3x + 9 = 0$	d) $-x + 8 = 0$
e) $-2x = -14$	f) $-2x = 14$

**Ejemplo: Ecuaciones con paréntesis**

**Resuelve:**  $3 \cdot (x - 2) + 4 \cdot (x - 1) = 2x - (x - 3) + 11$

$3x - 6 + 4x - 4 = 2x - x + 3 + 11$	<i>Aplicamos la propiedad distributiva</i>
$3x + 4x - 2x + x = 3 + 11 + 4 + 6$	<i>Colocamos los términos con <math>x</math> en el primer lado de la igualdad, teniendo en cuenta que cambiamos el signo si hacemos un cambio de lado. Este procedimiento se llama <u>trasposición de términos</u>.</i>
$6x = 24$	<i>Simplificamos en los dos lados de la igualdad</i>
$x = \frac{24}{6}$	<i>Despejamos la <math>x</math>.</i>
$x = 4$	<i>Simplificamos</i>

**Ejercicios 2**

Resuelve las siguientes ecuaciones siguiendo las instrucciones del ejemplo:

1)  $2 \cdot (x + 1) - 3 \cdot (x - 2) = x + 4$

*Sol:  $x = 2$*

2)  $3 \cdot (x - 5) = 4 \cdot (2x - 3) + 7$

*Sol:  $x = -2$*

3)  $7x - 3 \cdot (2x + 4) = 5x - 8 \cdot (3x - 1)$

*Sol:  $x = 1$*

Recuerda que el cálculo del opuesto de un polinomio es equivalente a multiplicar por  $-1$ :

$$-(3x - 6) = -3x + 6$$

**Ejemplo: Ecuaciones con denominadores.**

La estrategia consiste en multiplicar todos los términos por el mínimo común múltiplo de los denominadores y a continuación simplificar.

**Resuelve:**

$$x - \frac{13x}{12} = \frac{5x}{18} + \frac{13}{12}$$

Calculamos el mínimo común múltiplo de 1, 12, 18 y 12.

$$\mathbf{m.c.m.=36}$$

Multiplicamos por el mínimo común múltiplo y simplificamos.

Observa que  $36/1 \cdot 1 = 36$ ,  $36/12 \cdot 13 = 39$ ,  $36/18 \cdot 5 = 10$ ,  $36/12 \cdot 13 = 39$

$$\mathbf{36x - 39x = 10x + 39}$$

Colocamos en un lado de la igualdad los términos con la variable y en otro lado los términos independientes, cambiando de signo los términos que cambiamos de lado, es decir realizamos el procedimiento llamado *trasposición de términos*.

$$\mathbf{-13x = 39}$$

$$\mathbf{x = -3}$$

### Ejercicios 3

Resuelve las siguientes ecuaciones, simplificando la solución cuando sea posible:

$$1) \frac{x+1}{6} - \frac{x+3}{4} = -1$$

$$\text{Sol: } x = 5$$

$$2) \frac{x+11}{2} - \frac{2x+3}{5} = 5$$

$$\text{Sol: } x = 1$$

$$3) \frac{3x+5}{2} - \frac{7x+1}{6} = \frac{4x-5}{3} - 5$$

$$\text{Sol: } x = 9$$

$$4) \frac{x+5}{2} = \frac{2x+3}{3}$$

$$\text{Sol: } x = 9$$

$$5) x - \frac{x+1}{5} = \frac{x+3}{2} - 2$$

$$\text{Sol: } x = -1$$

**Ejemplo: Ecuaciones con denominadores y paréntesis en los numeradores**

En primer lugar simplificamos los numeradores para que nos quede una ecuación como la del caso anterior. A continuación procedemos de la misma forma que antes, calculando el mínimo común múltiplo.

**Resuelve:**

$$\frac{10x - 2}{12} - \frac{2 \cdot (x + 5)}{8} = \frac{2 \cdot (11 - x)}{9} + x - 6$$

$\frac{10x - 2}{12} - \frac{2x + 10}{8} = \frac{22 - 2x}{9} + x - 6$	<i>Simplificamos los numeradores</i>
$m.c.m.=2^3 \cdot 3^2 = 72$	<i>Calculamos el mínimo común múltiplo de los denominadores</i>
$6 \cdot (10x - 2) - 9 \cdot (2x + 10) = 8 \cdot (22 - 2x) + 72x - 432$	<i>Multiplicamos por 72 y simplificamos</i>
$60x - 12 - 18x - 90 = 176 - 16x + 72x - 432$	<i>Aplicamos la propiedad distributiva en los paréntesis</i>
$60x - 18x + 16x - 72x = 176 - 432 + 12 + 90$	<i>Trasposición de términos</i>
$-14x = -154$	<i>Simplificamos</i>
$x = \frac{-154}{-14}$	<i>Despejamos x (Fíjate en el signo)</i>
$x = 11$	<i>Simplificamos</i>

**Ejercicios 4**

Resuelve las siguientes ecuaciones, simplificando la solución cuando sea posible:

1) 
$$\frac{2 \cdot (2-x)}{3} - \frac{4 \cdot (2x+3)}{9} = \frac{-4 \cdot (3x-2)}{6}$$

Sol:  $x = 3$

2) 
$$\frac{3x-1}{20} - \frac{2 \cdot (x+3)}{5} = \frac{4x+2}{15} - 5$$

Sol:  $x = 7$

### Ejercicios Finales

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1)  $\frac{x}{15} + x = \frac{2x}{5} + 10$

*Sol:*  $x = 15$

2)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} = \frac{3x}{4} + \frac{1}{4}$

*Sol:*  $x = 2$

3)  $\frac{3x+3}{4} - \frac{3x-2}{3} = \frac{1}{6} + \frac{x+3}{12}$

*Sol:*  $x = 3$

4)  $\frac{3 \cdot (x+3)}{2} - 2 \cdot (2 - 3x) = 8x - 1 - 2 \cdot (x + 3)$

*Sol:*  $x = -5$

5)  $\frac{2}{3} \cdot (x + 3) - \frac{1}{2} \cdot (x + 1) = 1 - \frac{3}{4} \cdot (x + 3)$

*Sol:*  $x = -3$

6)  $\frac{5}{2x+1} = \frac{3}{3x-3}$

*Indicación: Producto de medios = Producto de extremos; Sol:*  $x = 2$

7)  $\frac{44}{9} - \frac{7}{6} \cdot \left(\frac{x}{5} - \frac{1}{7}\right) = \frac{5}{6} \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right)$

*Sol:*  $x = 5$

8) Laura tiene 5 años más que su hermano Antonio, y su padre tiene 41 años. Dentro de 6 años, entre los dos hermanos igualarán la edad del padre. ¿Qué edad tiene cada uno?

*Sol:* Laura tiene 20 años y Antonio tiene 15 años.

9) La suma de tres números naturales consecutivos es igual al cuádruple del menor. ¿De qué números se trata?

*Sol:* 3, 4 y 5.

10) Se han mezclado 30 litros de aceite barato con 25 litros de aceite caro, resultando la mezcla a 3,2 €/L. Calcula el precio del litro de cada clase, sabiendo que el de más calidad es el doble de caro que el otro.

*Sol:* El barato a  $2,2 \frac{€}{L}$  y el caro a  $4,4 \frac{€}{L}$ .

11) Inventa una ecuación de primer grado que no tenga solución.

12) Inventa una ecuación de primer grado que tenga infinitas soluciones, es decir una igualdad que sea una identidad.

### Ejercicios de pruebas libres

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1)  $9 \cdot (x + 4) = 5 \cdot (4x - 4) + 1$

*Sol:*  $x = 5$

2)  $\frac{5}{x+5} = \frac{15}{x+7}$

*Sol:*  $x = -4$

3)  $\frac{x-1}{2} - 3 \cdot (-x - 2) = \frac{x}{5} + 22$

*Sol:*  $x = 5$

4)  $\frac{3x-1}{4} - \frac{2 \cdot (x+3)}{2} = \frac{4x+2}{3} - 15$

*Sol:*  $x = 7$

### Ejercicios de refuerzo

1) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $5x + 9 = 44$

b)  $\frac{4x+1}{3} = \frac{12x-3}{7}$

c)  $\frac{2x-5}{3} - \frac{x+3}{2} = -3$

d)  $\frac{2x-5}{12} = -\frac{x}{4} - \frac{5}{3}$

e)  $\frac{x}{5} + \frac{x}{3} - 1 = \frac{x}{2}$

f)  $9 \cdot (x - 1) = 81$

g)  $3 \cdot (x + 7) = 240$

h)  $5 \cdot (3x - 1) = 2 \cdot (4x - 3) + 15$

*Sol:*  $x = 2$

i)  $\frac{3x+17}{8} - \frac{1-4x}{13} = \frac{1-x}{4} - \frac{9+x}{6}$

*Sol:*  $x = -3$

j)  $\frac{2 \cdot (3x-4)}{3} - \frac{3 \cdot (x+1)}{4} - \frac{5-2x}{2} = 5 + \frac{1}{3}$

*Sol:*  $x = 5$

2) Comprueba si  $x = 8$  es solución de la ecuación  $3x - 22 = 2$ .

3) La suma de tres números consecutivos es igual a 60. Calcula dichos números.

4) La suma de las edades de los cuatro miembros de una familia es 104 años. El padre tiene 6 años más que la madre, que tuvo a los dos hijos gemelos a los 27 años. ¿Qué edad tiene cada uno?