

## Índice

### 1. NÚMEROS ENTEROS

- 1.1. NÚMEROS POSITIVOS, NEGATIVOS Y CERO
- 1.2. DONDE APARECEN LOS NÚMEROS NEGATIVOS
- 1.2. QUE SON
- 1.3. VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO ENTERO
- 1.4. OPUESTO DE UN NÚMERO ENTERO

### 2. REPRESENTACIÓN GRÁFICA

- 2.1. REPRESENTACIÓN EN LA RECTA Y ORDEN EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

### 3. OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

- 3.1. SUMA DE NÚMEROS ENTEROS
- 3.2. RESTA DE NÚMEROS ENTEROS
- 3.3. OPERACIONES COMBINADAS DE SUMAS Y RESTAS
- 3.4. PRODUCTO Y COCIENTE DE NÚMEROS ENTEROS
- 3.6. POTENCIAS DE NÚMEROS ENTEROS
- 3.7. OPERACIONES COMBINADAS. JERARQUÍA DE OPERACIONES



## Resumen

Si subes en un ascensor de un edificio con garaje habrás observado que las plantas de sótano son  $-1$ ,  $-2$ ... Son números negativos. Cómo habrás visto, también se usan números negativos en los termómetros para indicar temperaturas por debajo de  $0^{\circ}\text{C}$ , para anotar las deudas en un balance, al indicar la profundidad de un objeto bajo el nivel del mar, en algunas latitudes y longitudes geográficas, en una fecha anterior a Cristo, incluso al decir algunas horas...



En este capítulo vas a aprender a trabajar con números positivos y negativos, a sumarlos, restarlos, multiplicarlos, dividirlos y representarlos en una recta.

## 1. NÚMEROS ENTEROS

### 1.1. Números positivos, negativos y cero

Existen ocasiones de la vida cotidiana en que es preciso usar números distintos de los naturales, números positivos y negativos. Los números naturales no resultar ser suficientes.

*Por ejemplo*, si tienes 20 euros y gastas 25 euros, ¿de cuántos euros dispones? Tienes una deuda de 5 €, y por lo tanto tienes una cantidad negativa de dinero.

Fíjate en estos ejemplos:

#### Ejemplo 1:

- ✚ Al hacer las cuentas de tu dinero puedes indicar con números positivos lo que recibes y con negativos lo que gastas. Así, si recibes 10 € de paga semanal lo indicarás (+10) y si gastas 1 € en un helado lo indicarás (-1) €. Si te quedas sin dinero dirás que tienes 0 €.

#### Ejemplo 2:

- ✚ Cuando hace mucho frío, por ejemplo 5 grados bajo cero, se indica diciendo que hace  $-5^{\circ}\text{C}$ , mientras que si se dice que hace 9 grados, se indica  $+9^{\circ}\text{C}$ .

#### Ejemplo 3:

- ✚ Se dice que el monte Niblock mide 2 976 m, mientras que una sima marina, por ejemplo la fosa de las Marianas, la más profunda del mundo, que está a 11 516 m bajo el nivel del mar, se indica diciendo que está a  $-11\ 516$  m. El nivel del mar es el nivel 0.

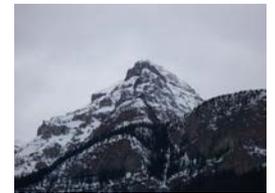


Ilustración de INTEF.

### Actividades propuestas

1. Escribe el número que mejor representa la situación que se plantea:
  - a) Un avión vuela a 1 292 m de altura
  - b) El lunes el termómetro marcaba  $6^{\circ}\text{C}$  bajo cero
  - c) El coche estaba en el sótano 2
  - d) Sócrates nació en el año 470 antes de Cristo

### 1.2. Donde aparecen los números negativos

Los números negativos aparecen al considerar:

- ✚ El capital de una empresa que ha quebrado.
- ✚ Temperaturas por debajo de cero grados.
- ✚ Fechas antes de Cristo.
- ✚ Profundidad de un submarino bajo el nivel del mar.
- ✚ Se dice “las seis menos cinco” o las “ocho menos veinte”.



### Actividades propuestas

2. Expresa estos enunciados con un número positivo, negativo o cero:
  - a) Me he gastado toda la paga.
  - b) Mi ciudad está a 700 m sobre el nivel del mar.
  - c) El garaje está en el segundo sótano.

### 1.2. Que son

Los **números enteros** son una ampliación de los números naturales:

- Los números enteros **positivos** son los números naturales y se escriben precedidos del signo +: +1, +2, +3, +4, +5...
- Los enteros negativos van precedidos del signo -: -1, -2, -3....
- El cero es el único número entero que no es ni negativo ni positivo y no lleva signo.

El conjunto de los números enteros se representa por  $Z$ .

$$Z = \{0, +1, -1, +2, -2, +3, -3, +4, -4, \dots\}$$

Al escribir un número entero positivo no se suele escribir su signo:  $+2 = 2$ ;  $+6 = 6$ .

## Actividades propuestas

3. Indica el significado de los números -5, 0 y +3 en cada una de las situaciones siguientes:

- a) En un ascensor      b) En un termómetro      c) En una cuenta



### 1.3. Valor absoluto de un número entero

La distancia que separa un número entero del cero se define como **valor absoluto** del número.

- Es siempre un número positivo (o cero).
- Se escribe entre dos barras | |.

**Ejemplo 4:**

- ✚ El valor absoluto de +3, es 3, y se escribe:  $|+3| = 3$ ; el valor absoluto de -7 es 7, por tanto  $|-7| = 7$ , del mismo modo:  $|+8| = 8$ ,  $|-5| = 5$ .

## Actividades propuestas

4. Calcula el valor absoluto de los siguientes números:

- a)  $|+9|$       b)  $|-11|$       c)  $|0|$       d)  $|-6|$

$$|+4| = 4$$

$$|-2| = 2$$

### 1.4. Opuesto de un número entero

El **opuesto** de un número entero es otro número entero de igual valor absoluto y distinto signo.

Lo opuesto de "deber" es "tener". Lo opuesto de 5 m de altura es 5 m bajo el nivel del mar. Lo opuesto de 4º C es 4º bajo cero, etc.

Se escribe:  $Op(+a) = -a$ ,  $Op(-a) = +a$  o bien:  $-(+a) = -a$ ,  $-(-a) = +a$

**Ejemplo 5:**

- ✚  $Op(+3) = -3$      $Op(-8) = +8$      $-(+3) = -3$      $-(-8) = +8$

## Actividades propuestas

5. Escribe en tu cuaderno:

- a)  $|-5|$       b)  $|+7|$       c)  $Op(+6)$       d)  $Op(-4)$

6. Escribe dos números que disten 4 de cero. ¿Cuánto dista de cero -3? ¿Y +3?

**Observa que...**

Dos números opuestos tienen el mismo valor absoluto y distinto signo.

Ejemplo: **+5 y -5**

## 2. REPRESENTACIÓN GRÁFICA

### 2.1. Representación en la recta numérica y orden en el conjunto de los

## números enteros

Los números enteros se representan en la recta numérica así:

1. Debemos trazar una recta horizontal y marcamos el cero, que se llama origen
2. Dividimos la recta en segmentos iguales, de longitud 1
3. Colocamos los números positivos a partir del cero a la derecha y los números negativos a partir del cero a la izquierda.



### Ejemplo 6:

- ✚ Representa en una recta numérica:  $-2, 0, 4, -1, 8, -7, -3$  y  $1$



De esta forma quedan ordenados los números enteros. Cuanto más a la derecha esté un número situado en la recta numérica es mayor, y cuanto más a la izquierda esté situado es menor.

### Ejemplo 7:

- ✚  $-7$  está más a la izquierda que  $+4$  por tanto  $-7$  es menor que  $+4$ . Se escribe  $-7 < +4$

El signo  $<$  se lee “menor que” y el signo  $>$  se lee “mayor que”.

### Ejemplo 8:

- ✚ Podemos ordenar números utilizando los signos anteriores:  
 $-7 < -3 < -2 < -1 < 0 < 2 < 4 < 8$ .

O bien:

$$8 > 4 > 2 > 0 > -1 > -2 > -3 > -7.$$

Parece raro que el 0 sea mayor que otro número, pero piensa que se tiene más si no se tiene nada, que si se debe dinero. Si el termómetro marca  $0^{\circ}\text{C}$  no hace mucho calor, pero menos calor hace si marca  $-7^{\circ}\text{C}$ . Es decir:  $0 > -7$

## Actividades propuestas

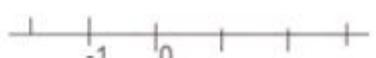
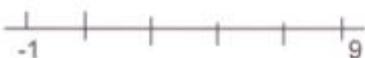
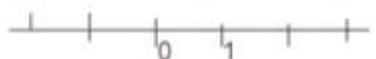
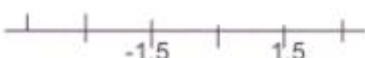
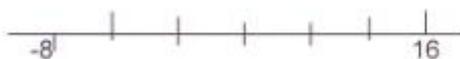
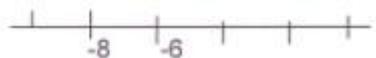
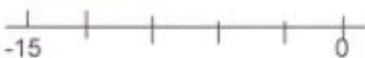
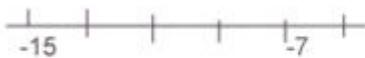
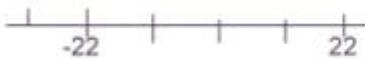
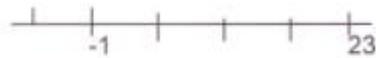
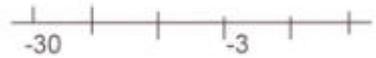
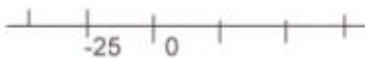
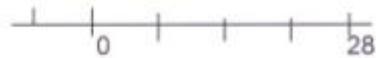
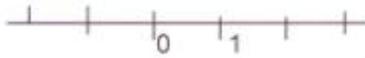
7. Representa en una recta numérica en tu cuaderno los siguientes números y ordénalos de menor a mayor:  $-7, 3, 1, -4, 6, -5, -2$  y  $0$ .
8. Completa en tu cuaderno con el signo  $<$  (menor) o  $>$  (mayor) según corresponda:  
 a)  $-11$   $-6$                       b)  $-8$   $+4$                       c)  $+2$   $+10$                       d)  $+3$   $-9$                       e)  $-2$   $|-6|$
9. Ordena de menor a mayor: a)  $+12, -4, -15, +13$  b)  $+3, -25, -9, -6$
10. *Tales de Mileto* vivió hacia el año 600 a. C. y Newton durante el siglo XVII, ¿qué diferencia de siglos hay entre ambas fechas?

**Ayuda:** Representa ambas fechas en una recta numérica.

Recursos didácticos fotocopiables

## Rectas numéricas

Escribe los números que faltan en los puntos señalados de las siguientes rectas numéricas:



### 3. OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

#### 3.1. Suma de números enteros

**Ejemplo 9:**

- Tienes 12 € y te dan 5 € entonces tienes 17 €:  $+12 + 5 = +17$ .
- Debes 12 € y gastas 5 € entonces acumulas una deuda de 17 €:  $-12 - 5 = -17$ .

Para **sumar** dos números enteros de igual signo se suman sus valores absolutos y se pone el signo de los sumandos

- Tienes 12 € pero debes 5 € entonces tienes 7 €:  $-5 + 12 = +7$ .
- Debes 12 € y tienes 5 € entonces debes 7 €:  $-12 + 5 = -7$ .

Para **sumar** dos números enteros de distinto signo se restan sus valores absolutos y se pone el signo del sumando de mayor valor absoluto

#### Suma de tres o más enteros

Se puede sumar 3 o más enteros mediante dos procedimientos:

1) Se suman los dos primeros sumandos y se suma el tercer sumando al resultado:

**Ejemplo 10:**

$$+8 - 5 + 2 = +3 + 2 = +5$$

En el caso de 4 sumandos se pueden sumar de dos en dos:

**Ejemplo 11:**

$$+8 - 5 + 2 - 6 = +3 - 4 = -1$$

2) Se suman los positivos por un lado (**tengo**) y los negativos (**debo**) por otro y finalmente se obtiene el resultado:

**Ejemplo 12:**

$$\begin{array}{r} \text{Debo} \quad \text{tengo} \quad \text{debo} \quad \quad \quad \text{tengo} \quad \text{debo} \\ -12 \quad +19 \quad -4 \quad \quad \quad = \quad +19 \quad -16 = +3 \\ \\ \text{tengo} \quad \text{debo} \quad \text{tengo} \quad \text{debo} \quad \quad \quad \text{tengo} \quad \text{debo} \\ +8 \quad -5 \quad +2 \quad -3 \quad \quad \quad = \quad +10 \quad -8 = +2 \end{array}$$

Observa que al sumar números enteros puedes hacerlo en cualquier orden y siempre se obtiene el mismo resultado. Y puedes asociar los términos como más te convenga y el resultado será el mismo.

#### Actividades propuestas

11. Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas de números enteros

- a)  $+9 + 5$                       b)  $(-6) + (-3)$                       c)  $+7 + (-4)$                       d)  $(-8) + 10$

12. Halla el resultado de las siguientes sumas:

- a)  $(+12) + (+5) + (-4)$                       b)  $(-8) + (-2) + (-10)$                       c)  $(-15) + (-4) + (+9)$                       d)  $(-3) + (+11)$

13. Efectúa estas operaciones

- a)  $(+8) + (+2) + (-2)$                       b)  $(-14) + (-7) + (-11)$                       c)  $(-7) + (-2) + (+6)$                       d)  $(-5) + (+2)$

#### 3.2. Resta de números enteros

Para **restar** dos números enteros se suma al primero el opuesto del segundo.

### Ejemplo 13:

✚ Observa los cuatro casos siguientes:

$$(+12) - (+7) = (+12) + \text{op}(+7) = (+12) + (-7) = +5$$

$$(+12) - (-7) = (+12) + \text{op}(-7) = (+12) + (+7) = +19$$

$$(-12) - (+7) = (-12) + \text{op}(+7) = (-12) + (-7) = -19$$

$$(-12) - (-7) = (-12) + \text{op}(-7) = (-12) + (+7) = -5$$

El signo **menos delante de un paréntesis** cambia los signos de los números que hay dentro del paréntesis.

### Ejemplo 14:

✚ Vamos a comprobar esa propiedad realizando de dos formas distintas las operaciones:

- Calculamos primero el paréntesis:

$$(+12) - ((-4) + 7) = (+12) - (+3) = +9$$

- Cambiamos primero los signos

$$(+12) - ((-4) + 7) = (+12) + ((+4) + (-7)) = (+12) + (-3) = +9$$

## Actividades propuestas

14. Un autobús comienza el viaje con 45 pasajeros. En la primera parada se bajan 7 y se suben 12. En la segunda se bajan 10 y se suben 8, y en la tercera se bajan 4. ¿Cuántos pasajeros hay en el autobús?



## Expresiones sencillas con paréntesis

El signo más (+) indica suma o que el número es positivo, y el signo menos (-) indica resta o que el número es negativo. Si se quiere escribir "sumar al 8 el número -3" no es correcto escribir  $8 + -3$ , lo correcto es escribir:  $8 + (-3)$  añadiendo un paréntesis. Del mismo modo para escribir "restar al 7 el número -3", no es correcto  $7 - -3$ , se debe escribir  $7 - (-3)$  añadiendo el paréntesis.

## Actividades propuestas

15. Un avión vuela a 4000 m y un submarino está sumergido a 60 m, ¿qué distancia en metros les separa?
16. El emperador romano Augusto nació el 23 de septiembre del año 63 a. C. y murió el 19 de agosto del año 14 d. C. ¿Cuántos años vivió?
17. Expresa al número 10 como suma y resta de 3 números enteros.
18. Expresa al número cero como suma y resta de cuatro números enteros.



### 3.3. Operaciones combinadas de suma y restas

En las operaciones de sumas y restas combinadas, como el siguiente:

$$(+2) + (-1) - (+3) - (-5) + (-8)$$

Debemos:

1º) Eliminar los paréntesis

2º) Operar adecuadamente los números resultantes

Recuerda que:

$$+ (+a) = +a$$

$$+ (-a) = -a$$

$$- (+a) = -a$$

$$- (-a) = +a$$

**Ejemplo 15:**

$$(+2) + (-1) - (+3) - (-5) + (-8) = +2 - 1 - 3 + 5 = 7 - 4 = +3.$$

$$(+8) - (+3) + (-2) = +8 - 3 - 2 = 8 - 5 = +3.$$

$$(-7) + (-3) - (-5) = -7 - 3 + 5 = -10 + 5 = -5.$$

$$(-4) - (-7) + (-5) - (-1) = -4 + 7 - 5 + 1 = -9 + 8 = -1.$$

$$(-5) + (-6) - (-2) + (-3) = -5 - 6 + 2 - 3 = -14 + 2 = +12$$

### Actividades propuestas

**19.** Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas de números enteros

a)  $+8 + 3$       b)  $(-7) + (-9)$     c)  $+10 + (-4)$     d)  $(-7) + 7$

**20.** Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas de números enteros usando el método de agrupar:

a)  $-6 + 7 - 5$       b)  $+5 - 7 + 9$     c)  $-5 + 7 - 1$     d)  $+6 - 9 - 2$

**21.** Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas de números enteros usando el método de tener y deber:

a)  $-3 + 6 - 4$       b)  $+4 - 6 + 8$       c)  $-4 + 6 - 9$       d)  $+5 - 8 - 9$

**22.** Escribe en tu cuaderno el resultado:

a)  $+(+5)$     b)  $- (+6)$       c)  $- (-7)$       d)  $+ (-42)$

**23.** Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas y diferencias de números enteros

a)  $+(+4) + (-6)$       b)  $- (+5) - (+7)$       c)  $- (-6) + (+8)$       d)  $- (+4) + (+2) - (-5)$

e)  $- (+3) - (+2) - (+7)$     f)  $- (+3) + (-2) + (-5) - (-6)$     g)  $- (+2) - (+4) - (-5) - (-6)$

**24.** Realiza en tu cuaderno las siguientes operaciones:

a)  $+(+6) + (-8) + (+2)$     b)  $- (+7) - (+9) + (+1)$     c)  $- (-8) + (+1)$       d)  $- (+6) + (+4) - (-7)$

e)  $- (+5) - (+4) - (+9)$     f)  $- (+5) + (-4) + (-7) - (-8)$     g)  $- (+4) - (+6) - (-7) - (-8)$

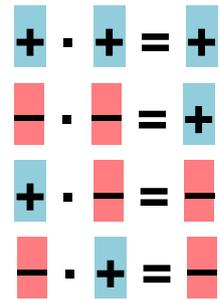
### 3.4. Producto y cociente de números enteros

Para **multiplicar** dos números enteros se debe:

1º) Multiplicar sus valores absolutos

2º) Aplicar la **regla de los signos** siguiendo lo siguiente:

Es decir, se asigna el signo + si ambos factores tienen el mismo signo, y el signo – si tienen distinto signo.



**Ejemplo 16:**

$$(+6) \cdot (+4) = +24$$

$$(-3) \cdot (-4) = +12$$

$$(+5) \cdot (-3) = -15$$

$$(-7) \cdot (+5) = -35$$

**Ejemplo 17:**

- ✚ Luis gana 20 euros al mes, si no gasta nada, ¿cuánto ahorrará al cabo de 5 meses?  
 $(+20) \cdot (+5) = +100$  € ahorrará al cabo de 5 meses.

**Ejemplo 18:**

- ✚ El recibo mensual es de 30 euros al mes. ¿Cuánto gastará al cabo de 7 meses?  
 $(-30) \cdot (+7) = -210$  € gastará al cabo de 7 meses.

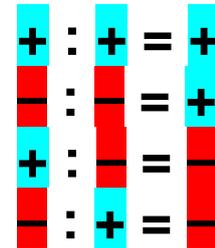
**Ejemplo 19:**

- ✚ Eva gasta 10 euros al mes en golosinas. Deja de comprarlas durante 3 meses. ¿Cuánto ha ahorrado?  
 $(-10) \cdot (-3) = +30$  € ahorrará al cabo de 3 meses.

Para **dividir** dos números enteros se debe:

1º) Calcular el cociente de sus valores absolutos

2º) Asignar al resultado un signo mediante la siguiente regla:



**Ejemplo 20:**

$$(+25) : (+5) = +5$$

$$(-16) : (-2) = +8$$

$$(+21) : (-3) = -7$$

$$(-36) : (+9) = -4$$

### Actividades propuestas

**25.** Realiza los siguientes productos y divisiones de números enteros:

- |                      |                      |                      |                      |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| a) $(+3) \cdot (+2)$ | b) $(+4) \cdot (-7)$ | c) $(-8) \cdot (-9)$ | d) $(-5) \cdot (+6)$ |
| e) $(+20) : (+2)$    | f) $(+21) : (-3)$    | g) $(-30) : (-2)$    | h) $(-54) : (+6)$    |

**26.** Calcula en tu cuaderno los siguientes productos y divisiones de números enteros:

- |                      |                      |                      |                      |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| a) $(+7) \cdot (+3)$ | b) $(+5) \cdot (-3)$ | c) $(-9) \cdot (-2)$ | d) $(-6) \cdot (+7)$ |
| e) $(+30) : (+3)$    | f) $(+50) : (-5)$    | g) $(-16) : (-4)$    | h) $(-70) : (+2)$    |

**27.** Efectúa mentalmente y anota los resultados en tu cuaderno:

- |                      |                      |                      |                      |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| a) $(+2) \cdot (+4)$ | b) $(+3) \cdot (-2)$ | c) $(-6) \cdot (-3)$ | d) $(-5) \cdot (+8)$ |
| e) $(+8) : (+4)$     | f) $(+15) : (-3)$    | g) $(-10) : (-5)$    | h) $(-60) : (+6)$    |

### 3.7. Potencias de números enteros

Para calcular la **potencia** de un número entero se multiplica la base por sí misma tantas veces como indique el exponente.

**Ejemplo 21:**

$$(+2)^4 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = +16$$

$$(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$$

Conviene tener en cuenta algunas particularidades que nos ayudan a abreviar el cálculo:

Las potencias de **base negativa** y exponente **par** son números positivos.

$$(-2)^2 = +4$$

$$(-2)^3 = -8$$

**Ejemplo 22:**

$$(-5)^2 = +25$$

Las potencias de **base negativa** y exponente **impar** son números negativos

**Ejemplo 23:**

$$(-5)^3 = -125$$

### 3.7. Operaciones combinadas. Jerarquía de operaciones

En las operaciones combinadas es preciso tener en cuenta la **jerarquía de las operaciones**:

- 1ª) Se resuelven las operaciones que estén dentro de paréntesis
- 2ª) Se realizan las multiplicaciones y las divisiones de izquierda a derecha
- 3ª) Se efectúan las sumas y las restas

**Ejemplo 24:**

Jerarquía de operaciones	$[(+4 - 5) \cdot (+3 - 7 - 2)] + (-9) : (-3) + 5$
1) Se resuelven los paréntesis	$[(-1) \cdot (-6)] + (-9) : (-3) + 5$
2) Se realizan multiplicaciones y divisiones	$[+6] + (+3) + 5$
3) Se efectúan sumas y restas	Resultado = 14

### Actividades propuestas

**28.** Realiza las siguientes operaciones:

a)  $+4 - (+5) \cdot (-3)$

b)  $+6 + (-9) : (+2-5)$

c)  $-3 + [-4 - (-26) : (+2)]$

**29.** Realiza las siguientes operaciones:

a)  $+8 + (-1) \cdot (+6)$

b)  $-6 + (-7) : (+7)$

c)  $+28 - (-36) : (-9-9)$

d)  $+11 + (+7) \cdot (+6 - 8)$

e)  $-7 - [+4 - (-6) : (+6)]$

f)  $+9 + [+5 + (-8) \cdot (-1)]$

**30.** Halla:

a)  $(+1)^{2374}$

b)  $(-1)^{2375}$

c)  $(-3)^2$

d)  $(-3)^3$

### CURIOSIDADES. REVISTA

#### Historia de los números enteros

Los chinos utilizaban los números negativos hace más de dos mil cuatrocientos años, ya que eran capaces de representar con varillas negras los números negativos y con rojas los positivos.

Los matemáticos hindúes usaban “los bienes”, “las deudas” y “la nada”.

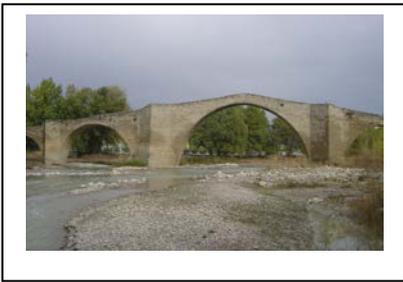
Sin embargo en Europa la historia de la aceptación como números de los negativos fue un proceso que duró más de mil años, lleno de avances y retrocesos. Se tardó mucho en considerar a los negativos como números. En el siglo XVII aparecen, en el Diccionario Matemático, como **raíces falsas**.

He aquí algunas frases de personas famosas:

- ◆ Girard (1590-1639): *¿Por qué esas soluciones **imposibles**?*
- ◆ Descartes (1596-1650): *No pueden existir números menores que nada.*
- ◆ Stendhal (1783- 1842): *Cual no sería mi desconcierto cuando nadie podía explicarme que menos por menos es más.*
- ◆ Newton (1642- 1727): *Las cantidades son afirmativas, o sea, mayores que nada, o negativas, es decir, menores que nada. Así, en las cosas humanas las posesiones pueden llamarse bienes positivos pero las deudas bienes negativos...*
- ◆ D'Alembert (1717- 1783) escribió en la Enciclopedia: *Decir que la cantidad negativa es menos que nada es expresar una cosa que no se concibe.*

Comenta con tus compañeros y compañeras estas frases.

## Pacto con el diablo



Una persona protestaba por su mala suerte. Había perdido su trabajo y sólo le quedaban unos euros en el bolsillo.

El diablo se le acercó y le hizo una extraña proposición:

*–Yo puedo hacer que tu dinero se duplique cada vez que cruces el puente que atraviesa el río. La única condición es que yo te esperaré al otro lado y debes entregarme 24 €.*

El trato parecía ventajoso. Sin embargo, cuando cruzó por tercera vez, al dar al diablo los 24 € se quedó sin nada. Había sido engañado.

¿Cuánto dinero tenía en un principio?

## Un juego

Rellena con números enteros las casillas en blanco de tal manera que la suma de todas las filas y columnas sea siempre **3**.

-6		+6
	+2	
		0

Rellena con números enteros las casillas en blanco de tal manera que el producto de todas las filas y columnas sea siempre **-70**.

		+7
	-7	
-7		+2

## RESUMEN

<b>Números positivos, negativos y cero.</b>	Los primeros llevan un signo + o no llevan signo, los segundos un signo -. El cero no	+2; 3; -5; 0
---	---	--------------------

	tiene signo.	
<b>Números enteros</b>	$Z = \{ \dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \dots \}$	
<b>Valor absoluto de un número</b>	Es su distancia al cero.	$ +4  = 4;$ $ -8  = 8.$
<b>Números opuestos</b>	Tienen el mismo valor absoluto pero distinto signo.	$Op(+5) = -5; Op(-9) = +9$
<b>Ordenación de números</b>	Es mayor el que esté más a la derecha en la recta numérica.	$410 > 20 > 0 > -21 > -43$ $-5 < -3$
<b>Suma de números del mismo signo</b>	Se suman sus valores absolutos y se pone el mismo signo.	$(+3) + (+9) = +12$ $(-4) + (-6) = -10$
<b>Suma de números enteros de distinto signo</b>	Se restan sus valores absolutos y se pone el signo del de mayor valor absoluto.	$(-2) + (+8) = +6$ $(-9) + (+2) = -7$
<b>Sustracción</b>	Se suma el minuendo con el opuesto del sustraendo.	$(-6) - (-3) = (-6) + (+3) = -3$ $(-4) - (+5) = (-4) + (-5) = -9$
<b>Multiplicación</b>	Se multiplican los valores absolutos y se aplica la regla de los signos: $++ = +; -- = +; +- = -; -+ = -$	$(+4) \cdot (+6) = +24$ $(-1) \cdot (-8) = +8$ $(-3) \cdot (+3) = -9$ $(+9) \cdot (-3) = -27$
<b>Cociente</b>	Se dividen sus valores absolutos y se aplica la misma regla de signos de la multiplicación.	$(-16) : (-2) = +8$ $(+27) : (-3) = -9$
<b>Potencias de base negativa</b>	Si el exponente es par, la potencia es positiva. Si el exponente es impar, la potencia es negativa	$(-2)^4 = +16$ $(-2)^3 = -8$

### EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Calcula en tu cuaderno:
 

a. $(+7) - (-5) - (+2) + (-6)$	b. $-(-9) - (+7) + (-8) + (+6)$
c. $+(-1) - (+15) - (-13) + (+7)$	d. $- (+2) + (-5) - (-17) - (+8) - (+4)$
2. Calcula mentalmente:
 

a. $7 - 3$	b. $6 - 14$	c. $12 - 8$	d. $25 - 32$
e. $31 - 43$	f. $56 - 63$	g. $-10 - 16$	h. $-31 - 18$
i. $-44 - 11$	j. $-18 + 18$	k. $-27 + 9$	l. $-42 + 32$
3. Efectúa en tu cuaderno aplicando la regla de los signos:
 

a. $(-6) \cdot (-7)$	b. $(-24) : (+4)$	c. $(-5) \cdot (+8)$	d. $(+49) : (-7)$	e. $(-7) \cdot (-9)$
f. $(+48) : (+6)$	g. $(+11) \cdot (+6)$	h. $(-60) : (-10)$	i. $(-12) \cdot (-6)$	j. $(+75) : (-15)$
4. Efectúa en tu cuaderno:
 

a. $6 - (8 + 10 - 1 - 2)$	b. $7 + (2 - 8 - 1) - (8 - 1 + 6)$
c. $(10 - 2 - 7) - (1 - 9 - 16)$	d. $-(9 - 6 - 8) - (-7 - 10 + 2)$
5. Quita paréntesis y efectúa en tu cuaderno:
 

a. $15 + [2 - 8 - (10 - 3)]$	b. $7 - [(5 - 8) - (6 - 12)]$	c. $(5 - 14) - [2 - (2 - 4 - 3)]$
d. $(1 - 11 + 6) - [(3 - 2) - (4 - 16)]$	e. $[8 - (4 - 16)] - [10 - (5 - 12)]$	
6. Efectúa en tu cuaderno aplicando la regla de los signos:
 

a. $(+4) \cdot (+8)$	b. $(-11) \cdot (-5)$	c. $(+12) \cdot (-6)$	d. $(-11) \cdot (-10)$	e. $(+16) : (+4)$
f. $(-12) : (+6)$	g. $(+24) : (-3)$	h. $(-81) : (-9)$	i. $(-63) : (+7)$	j. $(-30) : (-10)$
7. Halla y escribe el resultado en tu cuaderno:
 

a. $6 - 9 - 5 + 4 - 7 + 1$	b. $11 - 12 + 8 - 14 + 16 - 7$
c. $1 - 3 - 8 - 12 + 4 + 19 - 2$	d. $-8 - 16 + 9 + 2 - 8 - 7 + 12$
8. Halla en tu cuaderno:
 

a. $(-2)^1$	b. $(-2)^2$	c. $(-2)^3$	d. $(-2)^4$	e. $(-2)^5$
f. $(-2)^6$	g. $(-2)^7$	h. $(-2)^8$	i. $(-2)^9$	j. $(-2)^{10}$
9. Efectúa las operaciones y comprueba como varía el resultado según la posición de los paréntesis:
 

a. $18 - 7 \cdot 3$	b. $(18 - 7) \cdot 3$	c. $(-12) - 4 \cdot (-8)$
d. $[(-12) - 4] \cdot (-8)$	e. $(-5) \cdot (+7) + (-3)$	f. $(-5) \cdot [(+7) + (-3)]$
10. Calcula mentalmente:
 

a. $(-1)^1$	b. $(-1)^2$	c. $(-1)^3$	d. $(-1)^4$	e. $(-1)^5$
f. $(-1)^6$	g. $(-1)^7$	h. $(-1)^8$	i. $(-1)^9$	j. $(-1)^{10}$
11. Utiliza la jerarquía de operaciones para calcular en tu cuaderno:
 

a. $4 \cdot (10 - 12)$	b. $-6 \cdot (5 - 1)$	c. $6 \cdot (1 - 5) - 10$
d. $10 + 5 \cdot (8 - 12)$	e. $7 \cdot (9 - 2) - 4 \cdot (6 - 12)$	f. $5 \cdot (12 - 9) + 4 \cdot (2 - 17)$
12. Efectúa en tu cuaderno aplicando la regla de los signos:
 

a. $(+16) \cdot (+3)$	b. $(-4) \cdot (+9)$	c. $(+5) \cdot (-6)$	d. $(-8) \cdot (-3)$	e. $(-2) \cdot (+5)$
f. $(+150) : (+15)$	g. $(-75) : (+25)$	h. $(+63) : (-21)$	i. $(-40) \cdot (+5)$	j. $(-80) \cdot (-10)$
13. Utiliza la jerarquía de operaciones para calcular en tu cuaderno:
 

a. $7 - 5 \cdot 4$	b. $3 \cdot 8 - 6$	c. $5 \cdot 6 - 7 \cdot 4$
--------------------	--------------------	----------------------------

d.  $3 \cdot 9 - 5 \cdot 4$

e.  $25 - 5 \cdot 8 + 2 \cdot 6 - 33$

f.  $6 \cdot 7 - 40 - 4 \cdot 8 + 57$

14. Efectúa en tu cuaderno y explica qué conclusiones obtienes:

a.  $(-3)^4$

b.  $(+3)^4$

c.  $-3^4$

d.  $+3^4$

e.  $(-3)^3$

f.  $-3^3$

15. Utiliza la jerarquía de operaciones para calcular en tu cuaderno:

a.  $6 \cdot (-5) - 3 \cdot (-7) + 20$

b.  $-8 \cdot (+5) + (-4) \cdot 9 + 50$

c.  $(-3) \cdot (+9) - (-6) \cdot (-7) + (-2) \cdot (+5)$

d.  $-(-1) \cdot (+6) \cdot (-9) \cdot (+8) - (+5) \cdot (-7)$

16. Representa gráficamente y ordena en sentido creciente, calcula los opuestos y los valores absolutos de los siguientes números enteros:

9, -5, -6, 4, -3, 5, -6, 0, 8

17. Calcula en tu cuaderno:

a.  $(-6)^4$

b.  $(+5)^5$

c.  $(-3)^3$

d.  $(+4)^3$

e.  $(-9)^2$

f.  $(-10)^6$

18. Representa gráficamente y ordena en sentido decreciente, calcula los opuestos y los valores absolutos de los siguientes números enteros:

-5, 7, -3, 0, -6, 1, 2

## Problemas

19. En un campo de extracción de petróleo una bomba lo extrae de un pozo a 1528 m de profundidad y lo eleva a un depósito situado a 34 m de altura. ¿Qué nivel ha tenido que superar el petróleo?
20. La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera, a razón de 9 °C cada 300 metros. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de -90 °C, si la temperatura al nivel del mar en ese punto es de 15 °C?
21. Nieves vive en la planta 8 de un edificio y su plaza de garaje está en el sótano 3. ¿Cuántas plantas separan su vivienda de su plaza de garaje?
22. La fosa de Filipinas está aproximadamente a 10 mil metros bajo el nivel del mar, y el monte Everest está a una altura de 8848 metros, ¿qué diferencia de altura hay entre el monte más alto y la sima más profunda en la Tierra?
23. Hay oscuridad absoluta en los océanos a 500 metros de profundidad, y su profundidad media es de 4 km. Expresa con números enteros esas cifras.
24. El saldo de la cartilla de ahorros de Manuel es hoy 289 €, pero le cargan una factura de 412 €. ¿Cuál es el saldo ahora?
25. Cuando Manuel fue a la Sierra a las 7 de la mañana el termómetro marcaba -7 °C, aunque a la hora de comer el termómetro había subido 9 °C, y a la hora de volver había vuelto a bajar 5 °C, qué temperatura hacía a esa hora?
26. ¿Cuál era la temperatura inicial de un termómetro que ahora marca ahora 12 °C después de haber subido 9 °C?
27. Lourdes tenía ayer en su cartilla -169 euros y hoy tiene 56 euros. ¿Ha ingresado o ha gastado dinero? ¿Qué cantidad?
28. ¿Cuál es la diferencia de temperatura que debe soportar una persona que pasa de la cámara de conservación de las frutas, que se encuentra a 4 °C, a la de la carne congelada, que está a -18 °C? ¿Y

si pasara de la cámara de la carne a la de la fruta?

29. Hace 5 semanas Ana tenía dinero ahorrado, si cada semana se gasta 7 euros, ¿cuánto dinero tenía más del que tiene ahora?
30. Roma fue fundada en el año 73 antes de Cristo, y el acueducto de Segovia se construyó hacia el año 160 d. C. ¿Cuántos años habían pasado desde la fundación de Roma?
31. Antonio hace las cuentas todas las noches y en su cuaderno tiene anotado: Lunes: Papá me ha devuelto 10 euros que me debía: Martes: He vendido sellos de mi colección y me han pagado 5 euros. Miércoles: Me compro unos cromos por 3 euros. Jueves: Me he tomado un helado por 1 euro. Si Antonio tenía 15 euros el lunes por la mañana, ¿cuánto tiene cada noche? ¿Ha aumentado su dinero o ha disminuido? ¿En cuánto?
32. ¿De qué planta ha salido un ascensor que después de subir 7 pisos llega al piso 4?
33. Jaime ha comenzado un negocio, y de momento pierde 100 euros cada día. Comparando con su situación actual, ¿cuál era su situación hace 5 días?
34. Pedro dispone en 2013 de una máquina para viajar en el tiempo. Decide avanzar 240 años, ¿en qué año se encontraría? Y si retrocede 390 años, ¿a qué año viaja?
35. ¿A qué edad se casó una persona que nació en el año 9 antes de Cristo y se casó en el año 19 después de Cristo?
36. ¿En qué año nació una mujer que en el año 27 después de Cristo cumplió 33 años?
37. ¿En qué año se casó un hombre que nació en el año 20 antes de Cristo y se casó a los 27 años?
38. Hace una hora el termómetro marcaba  $-5^{\circ}\text{C}$  y ahora marca  $5^{\circ}\text{C}$ . La temperatura ¿ha aumentado o ha disminuido? ¿Cuánto ha variado?
39. Por la mañana un termómetro marcaba 7 grados bajo cero. La temperatura baja  $12^{\circ}\text{C}$  a lo largo de la mañana. ¿Qué temperatura marca al mediodía?
40. ¿A qué planta ha llegado un ascensor de un edificio que estaba en el sótano 2 y ha subido 7 pisos?

#### 41. Un juego

a) Rellena con números enteros las casillas en blanco de tal manera que la suma de todas las filas y columnas sea siempre 3.

-6		+6
	+2	
		0

b) Rellena con números enteros las casillas en blanco de tal manera que el producto de todas las filas y columnas sea siempre  $-70$ .

		+7
	-7	
-7		+2

AUTOEVALUACIÓN del tramo 1º

- El resultado de la operación:  $\{(-1 + 3) \cdot (-2 - 3) + (-5 + 1) : (+3 - 2)\}$  es:  
a)  $-10$     b)  $+14$     c)  $-14$     d)  $+16$
- El producto  $(-2) \cdot (-6) \cdot (-5)$  es:  
a) menor que  $-100$     b) mayor que  $0$     c) menor que  $-4$     d) mayor que  $50$
- El resultado de la operación  $(+4) \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot (-1)$  es:  
a)  $-12$     b)  $+40$     c)  $-40$     d)  $+20$
- Desde el año 63 a. C. hasta el 77 d. C. transcurren:  
a) 140 años    b) 14 años    c)  $-14$  años    d)  $-40$  años
- ¿Cuál de las siguientes potencias es positiva?  
a)  $(-2)^5$     b)  $(-3)^2$     c)  $(-4)^3$     d)  $(-1)^7$
- Un termómetro ha subido  $10^\circ\text{C}$ , luego ha bajado  $8^\circ\text{C}$  y, por último, marca  $-5^\circ\text{C}$ . La temperatura inicial era:  
a)  $-7^\circ\text{C}$     b)  $-13^\circ\text{C}$     c)  $+3^\circ\text{C}$     d)  $-3^\circ\text{C}$
- Al viajar desde una latitud de  $6^\circ$  Sur hasta otra de  $40^\circ$  Norte, la variación de latitud es:  
a)  $46^\circ$  Norte    b)  $34^\circ$  Sur    c)  $34^\circ$  Norte    d)  $50^\circ$  Sur
- La temperatura es de  $15^\circ\text{C}$  bajo cero y, a lo largo del día, el termómetro sube  $20^\circ\text{C}$  y después desciende  $8^\circ\text{C}$ . Por tanto la temperatura final es:  
a)  $-2^\circ\text{C}$     b)  $-3^\circ\text{C}$     c)  $2^\circ\text{C}$     d)  $3^\circ\text{C}$
- Si estás situada en el punto  $-9$  de la recta numérica de los números enteros, ¿qué movimientos te llevan hasta  $+5$ ?  
a)  $+13 - 3 + 4$     b)  $-1 + 14$     c)  $+18 - 5$
- El resultado de la operación  $(+3) - (+5) + (-4) - (-7) + (-6)$  es:  
a)  $-2$     b)  $-3$     c)  $-4$     d)  $-5$

**AUTOEVALUACIÓN del tramo 2º**

- El resultado de la operación:  $\{(-5 + 8) \cdot (-3 - 5) + (-7 + 1) : (+9 - 3)\}$  es:  
a)  $-25/6$     b)  $+24$     c)  $-25$     d)  $+20$
- El producto  $(-3) \cdot (-5) \cdot (-2)$  es:  
a) menor que  $-100$     b) mayor que  $0$     c) menor que  $-4$     d) mayor que  $50$
- El resultado de la operación  $(+5) \cdot (-2) \cdot (-7) \cdot (-1)$  es:  
a)  $-14$     b)  $+70$     c)  $-35$     d)  $-70$
- Desde el año 52 a. C. hasta el 124 d. C. transcurren:  
a) 72 años    b) 176 años    c)  $-70$  años    d) 177 años
- ¿Cuál de las siguientes potencias es positiva?  
a)  $(-9)^5$     b)  $(-73)^2$     c)  $(-91)^3$     d)  $(-53)^7$
- Un termómetro ha subido  $4^\circ\text{C}$ , luego ha bajado  $6^\circ\text{C}$ , después ha bajado  $8^\circ\text{C}$  y, por último, marca  $-9^\circ\text{C}$ . La temperatura inicial era:  
a)  $-1^\circ\text{C}$     b)  $-19^\circ\text{C}$     c)  $+1^\circ\text{C}$     d)  $-14^\circ\text{C}$
- Al viajar desde una latitud de  $9^\circ$  Norte hasta otra de  $20^\circ$  Sur, la variación de latitud es:  
a)  $11$  Sur    b)  $29^\circ$  Norte    c)  $11^\circ$  Norte    d)  $29^\circ$  Sur
- La temperatura es de  $10^\circ\text{C}$  bajo cero y, a lo largo del día, el termómetro sube  $15^\circ\text{C}$  y después desciende  $7^\circ\text{C}$ . Por tanto la temperatura final es:  
a)  $-2^\circ\text{C}$     b)  $-4^\circ\text{C}$     c)  $12^\circ\text{C}$     d)  $17^\circ\text{C}$
- Si estás situada en el punto  $-15$  de la recta numérica de los números enteros, ¿qué movimientos te llevan hasta  $+10$ ?  
a)  $+13 - 3 + 4$     b)  $-1 + 14$     c)  $+18 - 5$     d)  $+14 + 12 - 1$
- El resultado de la operación  $(+8) - (+3) + (-1) - (-9) + (-5)$  es:  
a)  $-9$     b)  $9$     c)  $-4$     d)  $0$