

Matemáticas

3º da ESO

Capítulo 6:

Proporcionalidade

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-027362
Fecha y hora de registro: 2014-01-11 19:41:01.0
Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Autora: Nieves Zuasti

Tradutora: M^a Teresa Seara Domínguez

Revisora da tradución ao galego: Fernanda Ramos Rodríguez

Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

Índice

1. PROPORCIONALIDADE DIRECTA

- 1.1. MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONAIS
- 1.2. REGRA DE TRES SIMPLE DIRECTA
- 1.3. REGRA DE TRES COMPOSTA DIRECTA
- 1.4. PORCENTAXES
- 1.5. INCREMENTO PORCENTUAL
- 1.6. DESCONTO PORCENTUAL
- 1.7. ESCALAS

2. PROPORCIONALIDADE INVERSA

- 2.1. MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONAIS
- 2.2. REGRA DE TRES SIMPLE INVERSA
- 2.3. REGRA DE TRES COMPOSTA INVERSA

3. REPARTOS PROPORCIONAIS

- 3.1. REPARTO PROPORCIONAL DIRECTO
- 3.2. REPARTO PROPORCIONAL INVERSO
- 3.3. MESTURAS E ALIAXES

4. INTERESE SIMPLE

- 4.1. CÁLCULO DE INTERESE SIMPLE
- 4.2. INTERESE COMPOSTO

Resumo

A proporcionalidade é unha realidade coa que convivimos ao noso redor. Para comprendela e utilizala correctamente, necesitamos coñecer as súas regras.

Recoñeceremos a proporcionalidade directa ou inversa, simple e composta, e realizaremos exercicios e problemas de aplicación.

En multitude de ocasións debemos efectuar repartos proporcionais, directos ou inversos: premios de lotería, herdanzas, mesturas, aliaxes...

O tanto por cento e o interese é un concepto que aparece constantemente nos medios de comunicación e na nosa propia economía. Neste capítulo faremos unha primeira aproximación á denominada “*economía financeira*”.



1. PROPORCIONALIDADE DIRECTA

1.1. Magnitudes directamente proporcionais

Recorda que:

Dúas magnitudes son **directamente proporcionais** cando ao multiplicar ou ao dividir a primeira por un número, a segunda queda multiplicada ou dividida polo mesmo número.

Exemplo:

Se dúas caixas conteñen 12 bombóns, dez caixas (iguais á primeira) conterán sesenta bombóns.

$$2 \cdot 6 = 12; 10 \cdot 6 = 60$$

A **razón de proporcionalidade directa** k obtense mediante o cociente de calquera dos valores dunha variable e os correspondentes da outra:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} = k$$

Exemplo:

No exemplo anterior a razón de proporcionalidade é: $\frac{12}{2} = \frac{60}{10} = 6$

Exemplo:

Calcula a razón de proporcionalidade, copia no teu caderno e completa a táboa de proporcionalidade directa seguinte:

Magnitude A	18	2.4	60	2.8	0.20
Magnitude B	4.5	0.6	15	0.7	0.05

A razón de proporcionalidade é $k = \frac{18}{4.5} = 4$. Polo tanto, todos os valores da magnitude B son catro veces menores que os da magnitude A.

1.2. Regra de tres simple directa

Recorda que:

O cuarto termo dunha proporción directa entre dúas magnitudes pódese calcular mediante o procedemento denominado **“regra de tres”**

Exemplo:

Quince paquetes pesan 330 kg, cantos kg pesan 6 paquetes?

15 paquetes — 330 kg

6 paquetes — x kg

$$\frac{15}{330} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = \frac{330 \cdot 6}{15} = 132 \text{ kg}$$

1.3. Regra de tres composta directa

Unha proporción na que interveñen máis de dúas magnitudes denomínase **proporción composta**.

Para calcular o valor descoñecido de unha das súas magnitudes utilízase a “**regra de tres composta**”.

Exemplo:

- ✚ Nove persoas gastaron en transporte 630 € en 20 días. Canto gastarán 24 persoas en 8 días realizando o mesmo percorrido?

Observamos que as tres magnitudes son directamente proporcionais.

9 persoas 630 € 20 días

24 persoas x € 8 días

$$x = \frac{630 \cdot 24 \cdot 8}{9 \cdot 20} = 672 \text{ €}$$

1.4. Porcentaxes

A porcentaxe ou tanto por cento é a razón de proporcionalidade de maior uso na vida cotiá.

O **tanto por cento** é unha razón con denominador 100.

Exemplo:

$$\text{✚ } 24 \% = \frac{24}{100}$$

As porcentaxes son proporcións directas nas que se pode aplicar a regra de tres.

Exemplo:

- ✚ A poboación de Robles era en 2012 de 5 680 habitantes. En 2013 incrementouse nun 5 %. Cal é a súa poboación a final de 2013?

O 5 % de 5 680 é $\frac{5 \cdot 5\,680}{100} = 284$ habitantes. A poboación incrementouse en 284 habitantes, logo ao final de 2013 será de: $5\,680 + 284 = 5\,964$ habitantes.

Actividades propostas

1. Estima cantas persoas caben de pé nun metro cadrado. Houbo unha festa e encheuse por completo un local de 260 m², cantas persoas estimas que foron a esa festa?
2. Nunha receita dinnos que para facer unha marmelada de amorodo precisamos un quilogramo de azucre por cada dous quilogramos de amorodos. Queremos facer 5 quilogramos de marmelada, cantos quilogramos de azucre e cantos de amorodos debemos poñer?
3. A altura dunha árbore é proporcional á súa sombra (a unha mesma hora). Unha árbore que mide 1.2 m ten unha sombra de 2.1 m. Que altura terá unha árbore cuxa sombra mida 4.2 m?

1.5. Incremento porcentual

Exemplo:

O exemplo anterior pode resolverse mediante **incremento porcentual**: $100 + 5 = 105\%$

✚ O 105 % de 5680 é $\frac{105 \cdot 5680}{100} = 5964$ habitantes

1.6. Desconto porcentual

✚ Nas rebaixas a todos os artigos á venda aplícanlles un 20 % de desconto. Calcula o prezo dos que aparecen na táboa:

Prezo sen desconto	74 €	105 €	22 €	48 €
Prezo en rebaixas	59.20 €	84 €	17.6 €	38.4 €

Xa que nos descontan o 20 %, pagaremos o 80 %. Polo tanto: $\frac{80}{100} = 0.8$ é a razón directa de proporcionalidade que aplicaremos aos prezos sen desconto para calcular o prezo rebaxado.

Actividades propostas

4. Copia no teu caderno e completa a táboa de proporción directa. Calcula a razón de proporcionalidade.

Litros	16	4.5		1		50
Euros	36		8.10		10	

5. Gastamos 72 litros de gasolina para percorrer 960 km. Cantos litros necesitaremos para unha distancia de 1 500 km?

6. O meu coche gasta 6 litros de gasolina cada 100 km, cantos litros gastará nunha viaxe de 1 250 km?

7. Un libro de 420 páxinas pesa 200 g. Canto pesará un libro da mesma colección de 300 páxinas?

8. Seis persoas realizan unha viaxe de oito días e pagan en total 40 800 €. Canto pagarán 15 persoas se a súa viaxe dura 5 días?



9. Calcula o prezo final dun lavavaixelas que custaba 430 € máis un 21 % de IVE, ao que se lle aplicou un desconto sobre o custe total do 15 %.

10. Calcúlaos termos que faltan para completar as proporcións:

a) $\frac{24}{100} = \frac{30}{x}$ b) $\frac{x}{80} = \frac{46}{12}$ c) $\frac{3.6}{12.8} = \frac{x}{60}$

11. Copia no teu caderno e completa:

- Dunha factura de 127 € paguei 111 €. Aplicáronme un % de desconto.
- Descontáronme o 12 % dunha factura de € e paguei 365 €.
- Por pagar ao contado un moble descontáronme o 15 % e aforrei 100 €. Cal era o prezo do moble sen desconto?

12. Dous pantalóns custáronnos 32 €, canto pagaremos por 5 pantalóns?



1.7. Escalas

En planos e mapas encontramos anotada na súa parte inferior a escala á que están debuxados.

A **escala** é a proporción entre as medidas do debuxo e as medidas na realidade.

Exemplo:

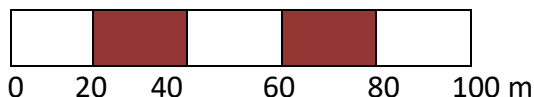
Se unha certa escala se expresa da forma 1: 20000 significa que 1 cm do plano corresponde a 20000 cm = 200 m na realidade.

As escalas tamén se representan en forma gráfica, mediante unha barra dividida en segmentos de 1 cm de lonxitude.



Principais calzadas romanas

Exemplo:



Escalímetro

Esta escala identifica cada centímetro do mapa con 20 m na realidade é dicir 1:2000.

Un instrumento sinxelo para realizar traballos a escala é o **pantógrafo** que facilita copiar unha imaxe ou reproducila a escala.

O pantógrafo é un paralelogramo articulado que, ao variar a distancia entre os puntos de articulación, permite obter diferentes tamaños de debuxo sobre un modelo dado.

Actividades propostas

13. A distancia real entre dúas vilas é de 18.5 km. Se no mapa están a 10 cm de distancia. A que escala está debuxado?
14. Que altura ten un edificio se a súa maqueta construída a escala 1:300 presenta unha altura de 12 cm?
15. Debuxa a escala gráfica correspondente á escala 1: 60000.
16. As dimensións dunha superficie rectangular no plano son 6cm e 14 cm. Se está debuxado a escala 1: 40, calcula as súas medidas reais.



2. PROPORCIONALIDADE INVERSA

2.1. Magnitudes inversamente proporcionais

Recorda que:

Dúas magnitudes son **inversamente proporcionais** cando ao multiplicar ou dividir a primeira por un número, a segunda queda dividida ou multiplicada polo mesmo número.

Exemplo:

- ✚ Cando un automóbil vai a 90 km/h, tarda catro horas en chegar ao seu destino. Se fose a 120 km/h tardaría 3 horas en facer o mesmo percorrido.

$$90 \cdot 4 = 120 \cdot 3$$

A velocidade e o tempo son magnitudes inversamente proporcionais.

A razón de proporcionalidade inversa k' é o produto de cada par de magnitudes: $k' = a \cdot b = a' \cdot b'$

Exemplo:

- ✚ Copia a táboa no teu caderno, calcula a razón de proporcionalidade inversa e completa a táboa de proporcionalidade inversa:

a	18	150	1.5	3 600	100
b	50	6	600	0.25	9

$k' = 18 \cdot 50 = 900$. Comproba que todas as columnas dan este resultado.

2.2. Regra de tres simple inversa

Para calcular o cuarto termo entre dúas magnitudes inversamente proporcionais aplicamos a regra de tres inversa.

Exemplo:

- ✚ Catro persoas realizan un traballo en 18 días. Cantas persoas necesitaremos para realizar o mesmo traballo en 8 días?

4 persoas — 18 días

x persoas — 8 días

$$k' = 4 \cdot 18 = 8 \cdot x \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 18}{8} = 9 \text{ persoas.}$$

2.3. Regra de tres composta inversa

Na regra de tres **composta inversa** interveñen varias magnitudes inversamente proporcionais entre si.

Exemplo:

- ✚ Cunha cantidade de penso podemos dar de comer a 48 animais durante 30 días cunha ración de 1.2 kg para cada un. Cantos días poderemos alimentar a 60 animais se a ración é de 800 g?

48 animais — 30 días — 1.2 kg

60 animais — x días — 0.800 kg

As tres magnitudes son inversamente proporcionais entre si.

$$\text{Polo tanto, } k' = 48 \cdot 30 \cdot 1.2 = 1728 \Rightarrow x = \frac{48 \cdot 30 \cdot 1.2}{60 \cdot 0.800} = 36 \text{ días.}$$

Actividades propostas

17. Copia no teu caderno a táboa seguinte, calcula a razón de proporcionalidade e completa a táboa de proporcionalidade inversa:

Magnitude A	36	0.09		12	
Magnitude B	0.25		6		72

18. Ao cortar unha cantidade de madeira conseguimos 6 paneis de 2.25 m de longo. Cantos paneis conseguiremos se agora teñen 1.5 m de longo?

19. Para encher un depósito ábreñse tres billas que lanzan 2 litros por minuto cada unha e tardan 6 horas. Canto tempo tardarán 4 billas similares que lanzan 5 litros por minuto cada unha?



20. Tres máquinas fabrican 1 200 pezas funcionando 5 horas diarias. Cantas máquinas se deben poñer a funcionar para conseguir 6 000 pezas durante 9 horas diarias?

21. Na construción dunha ponte de 900 m utilizáronse 250 vigas, pero o

enxeñeiro non está moi seguro e decide reforzar a obra engadindo 75 vigas máis. Se as vigas se colocan uniformemente ao longo de toda a ponte, a que distancia se colocarán as vigas?

22. Nunha horta ecolóxica utilízanse 3 000 kg dun tipo de esterco de orixe animal que se sabe que ten un 10 % de nitratos. Cámbiase o tipo de esterco, que agora ten un 15 % de nitratos, cantos quilogramos se necesitarán do novo esterco para que as plantas reciban a mesma cantidade de nitratos?

23. Esa mesma horta necesita 1 200 caixas para envasar as súas mandarinas en caixas dun quilogrammo. Cantas caixas necesitaría para envasalas en caixas de medio quilogrammo? E para envasalas en caixas de 2 quilogramos?



3. REPARTOS PROPORCIONAIS

Cando se realiza un reparto en partes desiguais débese establecer previamente se se trata dun reparto proporcional directo ou inverso.

3.1. Reparto proporcional directo

Nun reparto proporcional directo corresponderalle máis a quen ten máis partes.

Actividade resolta

- ✚ Tres amigos deben repartir os 300 € que gañaron nunha competición de acordo aos puntos que cada un obtivo. O primeiro obtivo 7 puntos, o segundo 5 e o terceiro 3 puntos.

O reparto directamente proporcional iníciase sumando os puntos: $7 + 5 + 3 = 15$ puntos.

Calculamos o premio por punto: $300 : 15 = 20$ €.

O primeiro obterá $20 \cdot 7 = 140$ €.

O segundo: $20 \cdot 5 = 100$ €.

O terceiro: $20 \cdot 3 = 60$ €.

A suma das tres cantidades é 300 €, a cantidade total a repartir.

Como se trata dunha proporción, débese establecer a seguinte regra:

Sexa N (no exemplo anterior 300) a cantidade a repartir entre catro persoas, ás que lles corresponderá A, B, C, D de maneira que $N = A + B + C + D$. Estas cantidades son proporcionais á súa participación no reparto: a, b, c, d .

$a + b + c + d = n$ é o número total de partes nas que se distribuirá N .

$N : n = k$ que é a cantidade que corresponde a cada parte. No exemplo anterior: $k = 300 : 15 = 20$.

O reparto finaliza multiplicando k por a, b, c e d , obténdose así as cantidades correspondentes A, B, C e D .

3.2. Reparto proporcional inverso

Nun reparto proporcional inverso recibe máis quen menos partes ten.

Sexa N a cantidade a repartir e a, b e c as partes. Ao ser unha proporción inversa, o reparto realízase aos seus inversos $1/a, 1/b, 1/c$.

Para calcular as partes totais, reducimos as fraccións a común denominador, para ter un patrón común, e tomamos os numeradores que son as partes que corresponden a cada un.

Actividade resolta

- ✚ Repartir 3.000 € de forma inversamente proporcional a 12 e 20.

Calculamos o total das partes: $1/12 + 1/20 = 5/60 + 3/60 = 8/60$.

$$3\,000 : 8 = 375 \text{ € cada parte.}$$

$$375 \cdot 5 = 1\,875 \text{ €.}$$

$$375 \cdot 3 = 1\,125 \text{ €.}$$

Actividades propostas

24. Cinco persoas comparten lotería con 10, 6, 12, 7 e 5 participaci3ns respectivamente. Se obtiveron un premio de 18 000 €, canto corresponde a cada unha?
25. Nun concurso acumúlase puntuaci3n de forma inversamente proporcional ao n3mero de erros. Os catro finalistas, con 6, 5, 2 e 1 erro, deben repartir os 1 400 puntos. Cantos puntos recibirá cada un?
26. No testamento o av3 establece que quere repartir entre os seus netos 22 200 € de maneira proporcional ás súas idades, 12, 15 e 18 anos, coidando que a maior cantidade sexa para os netos menores. Canto recibirá cada un?
27. Tres socios investiron 20 000 €, 34 000 € e 51 000 € este ano na súa empresa. Se os beneficios a repartir ao final de ano ascenden a 31 500 €, canto corresponde a cada un?

3.3. Mestura e aliaxes

As **mesturas** que imos estudar son o resultado final de combinar distintas cantidades de produtos de distintos prezos.

Actividade resolta

- ✚ Calcula o prezo final do litro de aceite se mesturamos 12 litros a 2.85 €/l, 5 litros a 3.02 €/l e 3 litros a 3.10€/l.

Calculamos o custe total dos distintos aceites:

$$12 \cdot 2.85 + 5 \cdot 3.02 + 3 \cdot 3.10 = 58.60 \text{ €.}$$

$$\text{E o n3mero total de litros: } 12 + 5 + 3 = 20 \text{ l.}$$

$$\text{O prezo do litro de mestura valer3 } 58.60 : 20 = 2.93 \text{ €/l.}$$



Unha **alixe** é unha mestura de metais para conseguir un determinado produto final con mellores propiedades ou aspecto.

As aliaxes realízanse en xoiaría mesturando metais preciosos, ouro, prata, platino, con cobre ou rodio. Segundo a proporci3n de metal precioso, dise que unha xoia ten máis ou menos **lei**.

A **lei** dunha alixe é a relaci3n entre o peso do metal máis valioso e o peso total.

Exemplo:

- ✚ Unha xoia de prata de 50 g de peso contén 42 g de prata pura. Cal é a súa lei?

$$\text{Lei} = \frac{\text{peso metal puro}}{\text{peso total}} = \frac{42}{50} = 0.84$$

Outra forma de medir o grao de pureza dunha xoia é o **quilate**.

Un quilate dun metal precioso é 1/24 da masa total da aliaxe.

Para considerar unha xoia de ouro puro ha ter 24 quilates.

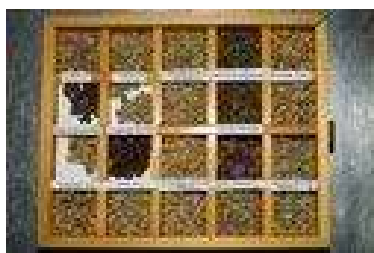
Exemplo:

- ✚ Unha xoia de ouro de 18 quilates pesa 44 g. Que cantidade do seu peso é de ouro puro?

$$\text{Peso en ouro} = \frac{44 \cdot 18}{24} = 33 \text{ g.}$$



Actividades propostas



Grans de café

28. Calcula o prezo do quilo de mestura de dous tipos de café: 3.5 kg a 4.8 €/kg e 5.20 kg a 6 €/kg.
29. Cantos litros de zume de pomelo de 2.40 €/l deben mesturarse con 4 litros de zume de laranxa a 1.80 €/l para obter unha mestura a 2.13 €/l?
30. Calcula a lei dunha xoia sabendo que pesa 110 g e contén 82 g de ouro puro.
31. Cantos quilates, aproximadamente ten a xoia anterior?



4. INTERESE

4.1. Interese simple

O **interese** é o beneficio que se obtén ao depositar un capital nunha entidade financeira a un determinado tanto por cento durante un tempo.

No **interese simple**, ao capital C depositado aplícaselle un tanto por cento do rédito r anualmente.

O cálculo do interese obtido ao cabo de varios anos realízase mediante a fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

Se o tempo que se deposita o capital son meses ou días, o interese calcúlase dividindo a expresión anterior entre 12 meses ou 360 días (ano comercial).

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200} \text{ tempo en meses} \quad I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36000} \text{ tempo en días}$$

4.2. Interese composto

Desde outro punto de vista, o interese é a porcentaxe que se aplica a un préstamo ao longo dun tempo, incrementando a súa contía á hora de devolvelo.

Este tipo de interese non se calcula como o interese simple, senón que se establece o que se chama “*capitalización*”.

O **interese composto** aplícase tanto para calcular o capital final dunha inversión como a cantidade a devolver para amortizar un préstamo.

Normalmente os préstamos devólvense mediante cotas mensuais que se calculan a partir dos intereses xerados polo préstamo ao tipo de interese convido.

A capitalización composta propón que, a medida que se van xerando intereses, pasan a formar parte do capital inicial, e ese novo capital producirá intereses nos períodos sucesivos.

Se se trata dun depósito bancario, o capital final calcularase seguindo o seguinte procedemento:

C_i (capital inicial)	1 ano	i (tanto por un)	$C_f = C_i \cdot (1 + i)$
$C_i \cdot (1 + i)$	2 anos	$C_i \cdot (1 + i) \cdot (1 + i)$	$C_f = C_i \cdot (1 + i)^2$
$C_i \cdot (1 + i)^2$	3 anos	$C_i \cdot (1 + i)^2 \cdot (1 + i)$	$C_f = C_i \cdot (1 + i)^3$
.....			
	n anos		$C_f = C_i \cdot (1 + i)^n$

Ao cabo de n anos, o capital final será $C_f = C_i \cdot (1 + i)^n$.

Para facer os cálculos podes utilizar unha “Folla de cálculo”:

(http://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/3eso/Interes_composto.xlsx).

Basta que na folla de cálculo adxunta modifiques os datos das casas B5 onde está o “Capital inicial”, casa B6 onde está o “Tanto por un” e da casa B7 onde aparece o número de “Anos”, e arrastres na columna B ata que o número final de anos coincida con devandita casa.

Actividades resoltas

✚ Depositamos 5 400 € ao 2.25 % anual. Canto diñeiro teremos ao cabo de 28 meses?

Calculamos o interese simple:

$$I = \frac{5\,400 \cdot 2.25 \cdot 28}{1\,200} = 283.5 \text{ €}$$

Sumamos capital e intereses:

$$5\,400 + 283.5 = 5\,683.5 \text{ €}$$

✚ O capital inicial dun depósito ascende a 82 000 €. O tanto por cento aplicado é o 3 % a interese composto durante 5 anos. Calcula o capital final.

$$C_f = C_i \cdot (1 + i)^n = 82\,000 \cdot (1 + 0.03)^5 = 82\,000 \cdot 1.159... = 95\,060 \text{ €}$$



Actividades propostas

32. Calcula o interese simple que producen 105 000 € ao 4.8 % durante 750 días. (Solución: 10 500)

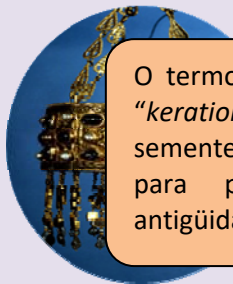
33. Ao 5 % de interese composto durante 12 anos, cal será o capital final que obteremos ao depositar 39 500 €?

Axuda: tamén podes utilizar a folla de cálculo:

(http://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/3eso/Interes_composto.xlsx).

34. Que capital hai que depositar ao 1.80 % durante 6 anos para obter un interese simple de 777.6 €?

CURIOSIDADES. REVISTA

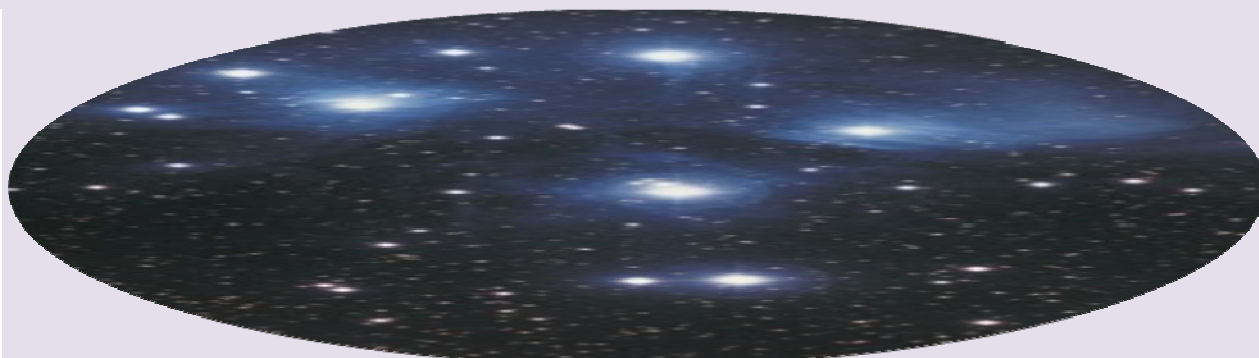


O termo **quilate** vén da palabra grega “*keration*” (*alfarroba*). Esta planta, de sementes moi uniformes, utilizábase para pesar xoias e xemas na antigüidade.



A escala musical é un conxunto de sons ordenados de forma ascendente ou descendente.

As escalas pentatónicas son as máis utilizadas no blues, o heavy metal e o rock



Durante séculos, homes e mulleres observaron o ceo utilizando instrumentos que lles permitían debuxar a escala a bóveda celeste.

Mulleres como *Hipatia de Alejandría*, *Carolina Herschel*, *María Michell*, *María Kirch*, estudaron as constelacións, catalogaron estrelas e galaxias, descubriron cometas e deixaron un enorme legado malia traballaren no anonimato, sen recoñecemento, ou con serias dificultades por seren mulleres.

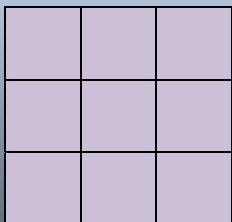
En 2009, Ano Internacional da Astronomía, a Unión Astronómica Internacional e a UNESCO, impulsaron o proxecto “Ela é unha astrónoma” co fin de promover a igualdade entre xéneros neste campo da Ciencia.



A UNED, TVE a 2 e TVE internacional elaboraron unha serie titulada “**Mulleres nas estrelas**” que aporta unha perspectiva histórica e actual das científicas españolas e a súa contribución á astronomía.

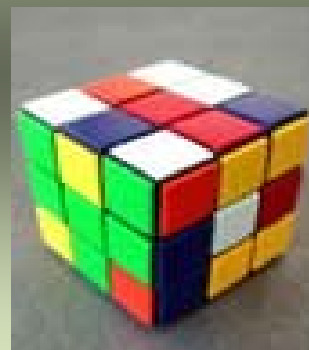
Proporcionalidade en áreas e volumes

Ao aumentar o lado dun cadrado ao dobre, a súa superficie queda multiplicada por 4. Ao multiplicar por 3 o lado, a área multiplícase por 9.



En xeral, se facemos un cambio de escala de factor de proporcionalidade k , a área ten un factor de proporcionalidade k^2 e o volume k^3 .

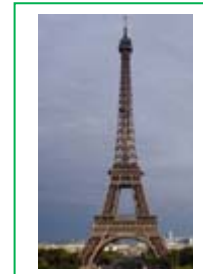
Ao aumentar o lado dun cubo ao dobre, o seu volume queda multiplicado por 8. Ao multiplicar por 3 o lado, o volume multiplícase por 27.



Utiliza esta observación para resolver os seguintes problemas:

A **Torre Eiffel de París** mide 300 metros de altura e pesa uns 8 millóns de quilos. Está construída en ferro. Se encargamos un modelo a escala da torre, tamén de ferro, que pese só un quilo, que altura terá? Será maior ou menor ca un lapis?

Antes de empezar a calcular, dá a túa opinión.



- Nunha pizzería a pizza de 20 cm de diámetro vale 3 euros e a de 40 cm vale 6 euros. Cal ten mellor prezo?
- Vemos no mercado unha pescada de 40 cm que pesa un quilo. Parécenos un pouco pequena e pedimos outra un pouco maior que resulta pesar 2 quilos. Canto medirá?
- Nun día frío un pai e un fillo pequeno van exactamente igual de abrigados, cal dos dous terá máis frío?



RESUMO

Concepto	Definición	Exemplos
Proporcionalidade directa	Dúas magnitudes son directamente proporcionais cando ao multiplicar ou dividir a primeira por un número, a segunda queda multiplicada ou dividida polo mesmo número. A razón de proporcionalidade directa k é o valor que se obtén mediante o cociente de calquera dos valores dunha variable e os correspondentes da outra.	Para empapelar 300 m ² utilizamos 24 rolos de papel, se agora a superficie é de 104 m ² , necesitaremos 8.32 rolos, pois $k = 300/24 = 12.5$ e $12.5 = 104/x$, polo que $x = 104/12.5 = 8.32$.
Proporcionalidade inversa	Dúas magnitudes son inversamente proporcionais cando ao multiplicar ou dividir a primeira por un número, a segunda queda dividida ou multiplicada polo mesmo número. A razón de proporcionalidade inversa k' é o produto de cada par de magnitudes: $k' = a \cdot b = a' \cdot b'$	Dúas persoas pintan unha vivenda en 4 días traballando 9 h diarias. Para pintar a mesma vivenda, 3 persoas, traballando 8 h diarias tardarán... 3 días
Porcentaxes	Razón con denominador 100.	O 87 % de 2 400 é $\frac{87 \cdot 2400}{100} = 2\,088$
Escalas	A escala é a proporción entre as medidas do debuxo e as medidas na realidade.	A escala 1:50000, 35 cm son 17.5 km na realidade.
Reparto proporcional directo	Recibe máis cantidade quen máis partes ten.	Repartir directamente a 6, 10 e 14, 105 000 € $6 + 10 + 14 = 30$ $105\,000 : 30 = 3\,500$ $6 \cdot 3\,500 = 21\,000$ € $10 \cdot 3\,500 = 35\,000$ € $14 \cdot 3\,500 = 49\,000$ €
Reparto proporcional inverso	Recibe máis cantidade quen menos partes ten.	Repartir 5 670 inversamente a 3, 5 e 6 $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{10 + 6 + 5}{30} = \frac{21}{30}$ $5\,670 : 21 = 270$; $270 \cdot 10 = 2\,700$ $270 \cdot 6 = 1\,620$; $270 \cdot 5 = 1\,350$
Mesturas e aliaxes	Mesturar distintas cantidades de produtos, de distintos prezos. A lei dunha alixe é a relación entre o peso do metal máis valioso e o peso total.	Unha xoia que pesa 245 g e contén 195 g de prata, a súa lei é: $\frac{195}{245} = 0.795$
Interese simple e composto	O interese é o beneficio que se obtén ao depositar un capital nunha entidade financeira a un determinado tanto por cento durante un tempo	$C = 3\,600$; $r = 4.3\%$; $t = 8$ anos $I = \frac{3\,600 \cdot 4.3 \cdot 8}{100} = 1\,238.4$ €

EXERCICIOS E PROBLEMAS

1. Copia no teu caderno, calcula a razón de proporcionalidade e completa a táboa de proporcionalidade directa:

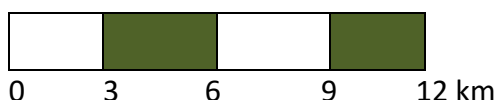
litros	6.25		0.75	1.4	
euros		15	2.25		4.5

2. Con 76 € pagamos 12.5 m de tea, canto nos custarán 22.5 m?
3. Cada semana pagamos 82 € en transporte. Canto gastaremos os meses de xuño e xullo?
4. Para tapizar cinco cadeiras utilicei 2.3 m de tela, cantas cadeiras poderei tapizar coa peza completa de 23 m?
5. Un camión transportou en 3 viaxes 220 sacos de patacas de 24 kg cada un. Cantas viaxes serán necesarias para transportar 550 sacos de 30 kg cada un?
6. Unha edición de 350 libros de 210 páxinas cada un acada un peso total de 70 kg. Cantos kg pesará outra edición de 630 libros de 140 páxinas cada un?
7. Sabendo que a razón de proporcionalidade directa é $\frac{A}{B} = 1.8$, copia no teu caderno e completa a seguinte táboa:

Magnitude A	12.6			4.14	
Magnitude B		9	0.1		2.7

8. O modelo de teléfono móbil que custaba 285 € + IVE está agora cun 15% de desconto. Cal é o seu prezo rebaxado? (IVE 21 %)
9. Por atrasarse dos meses no pago dunha débeda de 1 520 €, unha persoa debe pagar un recargo do 12 %, canto ten que devolver en total?
10. Que tanto por cento de desconto se aplicou nunha factura de 1 820 € se finalmente se pagaron 1 274 €?
11. Ao comprar un televisor obtiven un 22 % de desconto, polo que ao final paguei 483.60 €, cal era o prezo do televisor sen desconto?
12. Por liquidar unha débeda de 3 500 € antes do previsto, unha persoa paga finalmente 3 080 €, que porcentaxe da súa débeda aforrou?
13. O prezo dunha viaxe anúnciase a 907.50 € IVE incluído. Cal era o prezo sen IVE? (IVE 21 %)
14. Que incremento porcentual se efectuou sobre un artigo que antes valía 38€ e agora se paga a 47.12 €?
15. Un mapa está debuxado a escala 1:700000. A distancia real entre dúas cidades é de 21 km. Cal é a súa distancia no mapa?
16. A distancia entre Oviedo e A Coruña é de 340 km. Se no mapa están a 10 cm, cal é a escala á que está debuxado?

17. Interpreta a seguinte escala gráfica e calcula a distancia na realidade para 21 cm.



18. Copia no teu caderno e completa a seguinte táboa:

Tamaño no debuxo	Tamaño real	Escala
24 cm longo e 5 cm de ancho		1:25000
6 cm	15 km	
	450 m	1:30000

19. Copia no teu caderno, calcula a razón de proporcionalidade inversa e completa a táboa:

Magnitude A	4	7.5		3.6	
Magnitude B		12	0.18		10

20. Que velocidade debe levar un automóbil para percorrer en 4 horas certa distancia se a 80 km/h tardou 5 horas e 15 minutos?

21. A razón de proporcionalidade inversa entre A e B é 5.4. Copia no teu caderno e completa a táboa seguinte:

A	18		9		10.8
B		0.03		2.7	

22. Na granxa faise o pedido de forraxe para alimentar a 240 vacas durante 9 semanas. Se o granxeiro vende 60 vacas, a) Cantas semanas lle durará a forraxe? b) E se en lugar de vender, compra trinta vacas? c) E se decide rebaixar a ración unha cuarta parte coas 240 vacas?

23. Con doce paquetes de 3.5 kg cada un poden comer 80 galiñas diariamente. Se os paquetes fosen de 2 kg, cantos necesitaríamos para dar de comer ás mesmas galiñas?

24. Determina se as dúas magnitudes son directa ou inversamente proporcionais e completa a táboa no teu caderno:

A	24	8	0.4	6		50
B	3	9	180		20	

25. Se a xornada laboral é de 8 horas necesitamos a 15 operarios para realizar un traballo. Se rebaixamos a xornada en media hora diaria, cantos operarios serán necesarios para realizar o mesmo traballo?

26. Nun almacén gárdanse reservas de comida para 80 persoas durante 15 días con 3 racións diarias, cantos días duraría a mesma comida para 75 persoas con 4 racións diarias?

27. Dez operarios instalan 3 600 m de valla en 6 días. Cantos días tardarán 12 operarios en instalar 5 040 m de valla?

28. Nun concurso o premio de 168 000 € repártese de forma directamente proporcional aos puntos conseguidos. Os tres finalistas conseguiron 120, 78 e 42 puntos. Cantos euros recibirá cada un?
29. Reparte 336 en partes directamente proporcionais a 160, 140, 120.
30. Un traballo págase a 3 120 €. Tres operarios realízano achegando o primeiro 22 xornadas, o segundo 16 xornadas e o terceiro 14 xornadas. Canto recibirá cada un?
31. Reparte 4 350 en partes inversamente proporcionais a 18, 30, 45.
32. Cinco persoas comparten un microbús para realizaren distintos traxectos. O custe total é de 157.5 € máis 20 € de suplemento por servizo nocturno. Os quilómetros percorridos por cada pasaxeiro foron 3, 5, 7, 8 e 12 respectivamente. Canto debe abonar cada un?
33. Decidiuse penalizar ás empresas que máis contaminan. Para iso repártense 2 350 000 € para subvencionar a tres empresas que presentan un 12 %, 9 % e 15 % de grao de contaminación. Canto recibirá cada unha?
34. Mesturamos 3 kg de améndoas a 14 €/kg, 1.5 kg de noces a 6 €/kg, 1.75 kg de anacardios a 18 €/kg. Calcula o prezo final do paquete de 250 g de mestura de froitos secos.
35. Calcula o prezo do litro de zume que se consegue mesturando 8 litros de zume de ananás a 2.5 €/l, 15 litros de zume de laranxa a 1.6 €/l e 5 litros de zume de uva a 1.2 €/l. A canto debe venderse unha botella de litro e medio se se lle aplica un aumento do 40 % sobre o prezo de custe?
36. Para conseguir un tipo de pintura mestúranse tres produtos: 5 kg do produto X a 18 €/kg, 19 kg do produto Y a 4.2 €/kg e 12 kg do produto Z a 8 €/kg. Calcula o prezo do kg de mestura.
37. Un lingote de ouro pesa 340 g e contén 280.5 g de ouro puro. Cal é a súa lei?
38. Cantos gramos de ouro contén unha xoia que se forma cunha aliaxe de 60 g de 0.950 de lei e 20 g de 0.750 de lei?
39. Que capital hai que depositar ao 3.5 % de rédito en 5 anos para obter un interese simple de 810 €?
40. Cal é o capital final que se recibirá por depositar 25 400 € ao 1.4 % en 10 anos?
41. Cantos meses debe depositarse un capital de 74 500 € ao 3 % para obter un interese de 2 980 €?
42. Ao 3 % de interese composto durante 5 anos un capital converteuse en 69 556.44 €. De que capital se trata?

AUTOAVALIACIÓN

1. Os valores que completan a táboa de proporcionalidade directa son:

A	8	0.75		4.5	100
B		15	6		

a) 160; 0.3; 90; 2000

b) 16, 3, 90, 200

c) 160, 3, 9, 20

2. Con 450 € pagamos os gastos de gas durante 8 meses. En 30 meses pagaremos:

a) 1 850€

b) 1 875 €

c) 1 687.5 €

3. Un artigo que custaba 1 600 € rebaixouse a 1 400 €. A porcentaxe de rebaixa aplicada é:

a) 12.5 %

b) 14 %

c) 15.625 %

d) 16.25 %

4. Para envasar 360 litros de auga, cantas botellas necesitaremos se queremos utilizar envases de tres cuartos de litro?

a) 440 botellas

b) 280 botellas

c) 480 botellas

d) 360 botellas

5. Tres agricultores repártense os quilogramos da colleita de forma proporcional ao tamaño das súas parcelas. A maior, que mide 15 ha recibe 24 toneladas; a segunda que é de 10 ha e a terceira, de 8 ha, recibirán:

a) 16 t e 5 t

b) 12.8 t e 16 t

c) 16 t e 12.8 t

d) 16 t e 11 t

6. A escala á que se debuxou un mapa no que 3.4 cm equivalen a 1.02 km é:

a) 1:34000

b) 1:3000

c) 1:30000

d) 1:300

7. Con 4 rolos de papel de 5 m de longo, podo forrar 32 libros. Cantos rolos necesitaremos para forrar 16 libros se agora os rolos de papel son de 2 m de longo?

a) 3 rolos

b) 5 rolos

c) 4 rolos

d) 2 rolos

8. O prezo final do kg de mestura de 5 kg de fariña clase A, a 1.2 €/kg; 2.8 kg clase B a 0.85 €/kg e 4 kg clase C a 1 €/kg é:

a) 1.12 €

b) 0.98 €

c) 1.03 €

d) 1.05 €

9. A lei dunha aliaxe é 0.855. Se o peso da xoia é 304 g, a cantidade de metal precioso é:

a) 259.92 g

b) 255.4 g

c) 248.9 g

d) 306 g

10. A 2 % de interese composto, durante 6 anos, 14 500 € teranse convertido en:

a) 16 225.35 €

b) 16 329.35 €

c) 15 632.35 €

d) 14 550 €