Matemáticas

3º da ESO

Capítulo 2:

Potencias e raíces

www.apuntesmareaverde.org.es

Autora: Nieves Zuasti

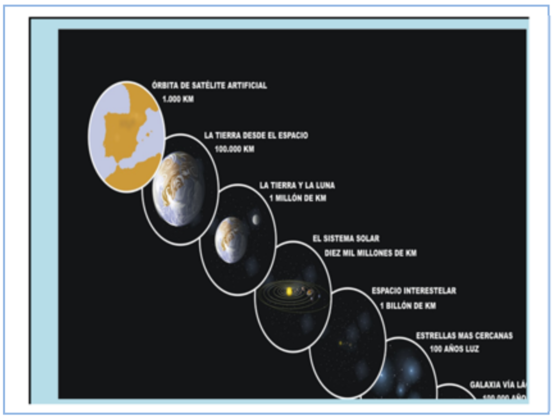
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez

Revisora da tradución ao galego: Fernanda Ramos Rodríguez

Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

Índice

Resumo



Neste capítulo utilizamos os grandes números, as potencias, que nos permiten describir de maneira máis fácil a inmensidade do Universo, expresar as súas distancias, a masa dos corpos celestes, o número de galaxias, estrelas e planetas.

Tamén nos fixaremos nos pequenos números. O mundo microscópico expresado en forma de potencia de expoñente negativo.

Utilizaremos a notación científica para grandes e pequenos números.

Repasaremos as operacións con potencias de expoñente un número natural introducindo as potencias con expoñentes negativos e racionais. Xa coñecemos as potencias de base un número natural, agora usaremos as mesmas ideas utilizando bases de números negativos e racionais. Xa coñeces os radicais, agora veremos que un radical é unha potencia de expoñente un número fraccionario e que podemos utilizar as propiedades das potencias con eles.

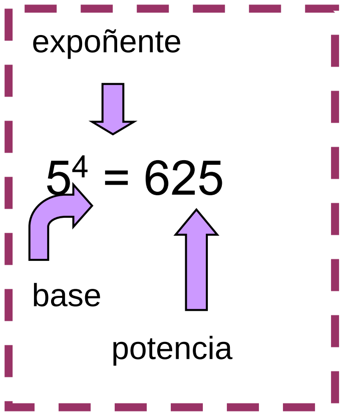
Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

1. OPERACIÓNS CON POTENCIAS

Recorda que a **potencia** a^n de base un número natural a e expoñente natural n é un produto de n factores iguais á base:

$$a^n = a \cdot a \cdot a \ldots^{n \text{ factores}} \ldots\ldots \cdot a \quad (n > 0)$$

O factor que se repite é a **base** e o número de veces que se repite é o **expoñente**. Ao resultado chámaselle **potencia.**



Xa coñeces as propiedades das operacións con potencias que imos repasar. Neste capítulo veremos que se o expoñente ou se a base é un número negativo ou fraccionario, esas propiedades mantéñense.

Recorda:

$a^0 = 1$

$1^m = 1$

$(-1)^m = 1$ m par

$(-1)^n = -1$ n impar

$0^n = 0$

$a = a^1$

1.1. Produto de potencias

Coa mesma base

O produto de potencias da mesma base é outra potencia coa mesma base e de expoñente a suma dos expoñentes.

$$b^m \cdot b^n \cdot b^p = b^{m+n+p}$$

Exemplo:

$(-5)^4 \cdot (-5)^{-3} \cdot (-5)^2 \cdot (-5)^{-6} = (-5)^{4+(-3)+2+(-6)} = (-5)^{-3} = 1/(-5)^3 = 1/-125$

Co mesmo expoñente

O produto de potencias co mesmo expoñente é outra potencia cuxa base se calcula multiplicando as bases elevadas ao mesmo expoñente.

$$a^m \cdot b^m \cdot c^m = (a \cdot b \cdot c)^m$$

Exemplo:

$(-3)^2 \cdot (5)^2 \cdot (-1)^2 \cdot (-4)^2 = [(-3) \cdot (5) \cdot (-1) \cdot (-4)]^2 = (+60)^2 = 3\,600$

1.2. Cociente de potencias

Coa mesma base

O cociente entre dúas potencias da mesma base é outra potencia coa mesma base e o seu expoñente calcúlase restando os expoñentes.

$$c^m : c^n = c^{m-n}$$

Exemplo:

$(-12)^7 : (-12)^2 = (-12)^{7-2} = (-12)^5$

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

Co mesmo expoñente

Para dividir potencias co mesmo expoñente divídense as bases e o resultado elévase ao mesmo expoñente.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Exemplo:

$18^4 : 3^4 = (18/3)^4 = 6^4$

Exemplo:

$(5)^3 : (-14)^3 = (5/-14)^3$

Potencias de expoñente enteiro negativo

Unha potenciade base real $a \neq 0$ e expoñente natural $n < 0$ é o inverso da mesma con expoñente positivo.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

A expresión a^{-n} pode ser o resultado de dividir dúas potencias da mesma base. Xa que:

$a^x : a^y = a^{x-y}$ se $x < y$ $(x - y) < 0$.

Exemplo:

$6^3 : 6^8 = 6^{3-8} = 6^{-5} = 1/6^5$

1.3. Potencia dun produto

A potencia dun produto pode calcularse realizando primeiro o produto e elevando o resultado á devandita potencia ou ben elevando cada un dos factores á devandita potencia e realizando despois o produto.

$$(a \cdot b \cdot c \cdot d)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n \cdot d^n$$

Exemplo:

$[(-2) \cdot (+5) \cdot (-4)]^3 = (+40)^3 = +64\,000 = (-2)^3 \cdot (+5)^3 \cdot (-4)^3 = (-8) \cdot (+125) \cdot (-64) = +64\,000$

1.4. Potencia dun cociente

A potencia dun cociente pode calcularse efectuando primeiro o cociente e elevando o resultado á devandita potencia. Ou ben elevar o dividendo e o divisor á potencia e despois efectuar o cociente.

$$(a : b)^m = a^m : b^m$$

Exemplo:

$[(5) : (-4)]^2 = (5/-4)^2 = (-1.25)^2 = +1.5625 = (5)^2 : (-4)^2 = 25 : 16 = 1.5625$

1.5. Potencia doutra potencia

Ao elevar unha potencia a outra potencia obtemos unha potencia coa mesma base e cuxo expoñente é o produto dos expoñentes:

$$((d)^m)^n = d^{m \cdot n}$$

Exemplo:

$((-5)^3)^6 = (-5)^{3x6} = (-5)^{18}$

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

Actividades resoltas

- Cóntase que o inventor do xadrez llo amosou ao rei Shirham da India que se entusiasmou tanto que lle ofreceu regalarlle o que quixera. O inventor pediulle un gran de trigo para a primeira casa, dous para a segunda, 4 para a terceira e así duplicando a cantidade en cada casa. Cantos grans de trigo habería que poñer na derradeira casa, na 64?

Observamos que o número de grans de trigo da casa *n* é 2^{n-1} polo que debemos calcular 2^{63}. Calculamos $2^2 = 4$. Logo:

$(2^2)^2 = 2^4 = 16$

$((2^2)^2)^2 = 2^8 = 16 \cdot 16 = 256$

$(((2^2)^2)^2)^2 = (2^8)^2 = 2^{16} = 256 \cdot 256 = 65\,536$

$((((2^2)^2)^2)^2)^2 = (2^{16})^2 = 2^{32} = 65\,536 \cdot 65\,536 = 4\,294\,967\,296$

$(((((2^2)^2)^2)^2)^2)^2 = (2^{32})^2 = 2^{64} = 4\,294\,967\,296 \cdot 4\,294\,967\,296 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,616$

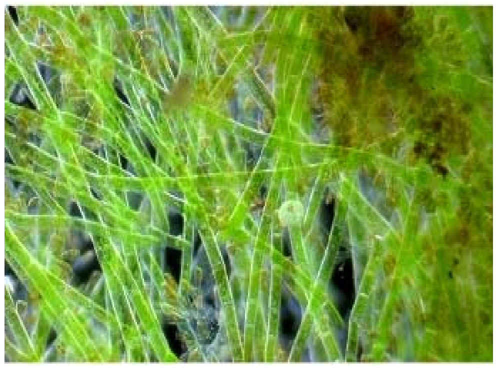
E agora para calcular 2^{63} podemos dividir potencias da mesma base:

$2^{63} = 2^{64}/2 = 9\,223\,372\,036\,854\,775\,808$ grans de trigo. Un número enorme e difícil de manexar.

Para calcular o número total de grans de trigo observamos que a suma de grans ata a casa *n* é 2^n polo que entón debemos calcular 2^{64} que estimando 1 200 grans por kg dan pouco máis de 15 billóns de Tm e iso corresponde á produción mundial de 21 685 anos. Imposible que o rei tivese tanto trigo!

Actividades propostas

Alga marina (fotografía microscópica)



1. Determina o signo das potencias:

$(-1)^9$ $\quad (5)^{12}$ $\quad (-12)^{-5}$ $\quad (8)^{-4}$

1. Expresa en forma dunha única potencia:

$(-7)^3 \cdot (-7)^5 \cdot (-7)^2 \cdot (-7)^6$

$(3)^2 \cdot (3)^7 \cdot (3) \cdot (3)^4 \cdot (3)^3$

2. Expresa en forma de potencia:

$(-6)^4 \cdot (4)^4 \cdot (-1)^4 \cdot (-5)^4$

3. Expresa en forma de potencia:

$(-8)^9 : (-8)^3$ $\quad (-3)^2 : (-3)^7$

4. Expresa en forma de potencia:

$(+75)^4 : (-3)^4$ $\quad (-5)^8 : (8)^8$

5. Expresa en forma de potencia: $((-2)^5)^6$ $\quad ((7)^3)^{-5}$

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

2. POTENCIAS DE NÚMEROS RACIONAIS

A potencia dun número racional é outro número racional cuxo numerador e denominador quedan elevados a esta potencia.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Exemplo:

$$\left(\frac{-2}{5}\right)^4 = \left(\frac{-2}{5}\right)\cdot\left(\frac{-2}{5}\right)\cdot\left(\frac{-2}{5}\right)\cdot\left(\frac{-2}{5}\right) = \frac{(-2)^4}{5^4} = \frac{16}{625}$$

2.1.Potencias de base racional e expoñente negativo

O resultado de elevar un número racional a unha potencia negativa é outra potencia cuxa base é o número racional inverso elevado ao mesmo expoñente positivo.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Exemplo:

$(4/9)^{-5} = (9/4)^5$

2.2. Produto de potencias de base racional

Mantéñense as propiedades das potencias de base un número natural.

Coa mesma base

O resultado de multiplicar potencias coa mesma base é outra potencia coa mesma base e expoñente a suma dos expoñentes.

$$(a/b)^m \cdot (a/b)^n \cdot (a/b)^p = (a/b)^{m+n+p}$$

Exemplo:

$(2/5)^3 \cdot (2/5) \cdot (2/5)^{-4} \cdot (2/5)^5 = (2/5)^{3+1+(-4)+5} = (2/5)^5$

Co mesmo expoñente

O resultado de multiplicar potencias co mesmo expoñente é outra potencia cuxa base é o produto das bases elevada ao mesmo expoñente.

$$(a/b)^m \cdot (c/d)^m \cdot (e/f)^m = [(a/b) \cdot (c/d) \cdot (e/f)]^m$$

Exemplo:

$(-2/3)^4 \cdot (1/4)^4 \cdot (3/5)^4 = [(-2/3) \cdot (1/4) \cdot (3/5)]^4 = (-6/60)^4 = (-1/10)^4$

Actividades propostas

1. Calcula: a) $(5/3)^3$ b) $(-2/7)^{-4}$ c) $(-1/6)^4$ d) $(-5/2)^{-2}$
2. Expresa como única potencia: a) $(-3/4)^3 \cdot (-3/4)^2 \cdot ((-3/4)^{-8}$ b) $(1/8)^{-5} \cdot (1/8)^4 \cdot (1/8)^{-2}$
3. Expresa como única potencia:

   a) $(5/4)^6 \cdot (-2/3)^6 \cdot (-1/7)^6$ b) $(-3/5)^{-4} \cdot (-3/8)^{-4} \cdot (-1/4)^{-4}$

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

2.3. Cociente de potencias de base racional

Coa mesma base

O resultado de dividir potencias coa mesma base é outra potencia coa mesma base e o expoñente a diferenza dos expoñentes.

$$(a/b)^m : (a/b)^n = (a/b)^{m-n}$$

Exemplo:

$(-1/3)^3 : (-1/3)^4 = (-1/3)^{3-4} = (-1/3)^{-1}$

Co mesmo expoñente

O resultado de dividir potencias co mesmo expoñente é outra potencia cuxa base é o cociente das bases elevada ao mesmo expoñente.

$$(a/b)^m : (c/d)^m = [(a/b) : (c/d)]^m$$

Exemplo:

$(-3/4)^{-5} : (7/8)^{-5} = [(-3/4) : (7/8)]^{-5} = (-24/28)^{-5} = (-6/7)^{-5} = (-7/6)^5$

2.4. Operacións combinadas con potencias

Exemplo:

$$\frac{(-3)^3\cdot(-3)^{-5}\cdot(-3)}{(-3)^8\cdot(-3)^{-6}} = \frac{(-3)^{3-5+1}}{(-3)^{8-6}} = \frac{(-3)^{-1}}{(-3)^2} = (-3)^{-1-2} = (-3)^{-3} = \frac{1}{(-3)^3} = -\frac{1}{27}$$

Exemplo:

$$\frac{(5^4\cdot(-2)^4\cdot 3^4)^3}{(9^2\cdot 4^2)^3} = \frac{[(5\cdot(-2)\cdot 3)^4]^3}{[(3^2)^2\cdot(2^2)^2]^3} = \frac{[(-30)^4]^3}{[[(3\cdot 2)^2]^2]^3} = \frac{[(-30)^4]^3}{[6^4]^3} = [(-5)^4]^3 = (-5)^{12} = 244\,140\,625.$$

Actividades propostas

4. Calcula:

a) $(-2/5)^4 : (-2/5)^7$ b) $(5/8)^3 : (5/8)^{-2}$

5. Calcula:

a) $(1/5)^{-3} : (2/9)^{-3}$ b) $(-6)^5 : (-2/9)^5$

6. Calcula:

a) $\dfrac{3^2\cdot\dfrac{2^5}{5^5}}{(-4)\cdot 4^5}$ b) $\dfrac{\left(\dfrac{-2}{3}\right)^2\cdot\left(\dfrac{-1}{6}\right)^2}{\left(\dfrac{3}{8}\right)^{-4}\cdot\left(\dfrac{3}{8}\right)^6}$

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

3. NOTACIÓN CIENTÍFICA

3.1. Números grandes e números pequenos

Un número expresado en notación científica está formado por un número decimal cuxa parte enteira está entre 1 e 9 multiplicado por 10^n sendo *n* un número enteiro positivo ou negativo.

$$a \cdot 10^n \text{ sendo } 1 \leq a \leq 9$$

Se o expoñente ***n*** é positivo utilízase para expresar números grandes e se o expoñente ***n*** é negativo para expresar números pequenos

Exemplo:

$3\,420\,000\,000\,000 = 3.42 \cdot 10^{12}$ $0.000000000057 = 5.7 \cdot 10^{-11}$

Actividades resoltas

- Na lenda do xadrez utilizamos números moi grandes. Se non nos interesa tanta aproximación senón facernos unha idea unicamente do grandes que son podemos usar anotación científica.

Unha aproximación para o número de grans de trigo da casa 64 é $9 \cdot 10^{18}$ co que nos facemos unha idea mellor do enorme que é que co número: 9 223 372 036 854 775 808 que dá un pouco de mareo.

- Escribe en notación científica: 2^{16}; 2^{32} e 2^{64}

$2^{16} = 65\,536 \approx 6.5 \cdot 10^4$

$2^{32} = 4\,294\,967\,296 = 4 \cdot 10^9$

$2^{64} = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,616 = 1.8 \cdot 10^{19}$

3.2. Operacións con notación científica

Suma ou diferenza

Para realizar sumas e restas con expresións en notación científica transfórmase cada expresión decimal de maneira que se igualen os expoñentes de 10 en cada un dos termos.

Exemplo:

- Para calcular $4 \cdot 10^8 + 2.3 \cdot 10^6 - 6.5 \cdot 10^5$ expresamos todos os sumandos coa mesma potencia de 10 elixindo a menor. Neste caso 10^5:

$$4\,000 \cdot 10^5 + 23 \cdot 10^5 - 6.5 \cdot 10^5$$

Sacamos factor común: $10^5 \cdot (4\,000 + 23 - 6.5) = 4\,016.5 \cdot 10^5 = 4.0165 \cdot 10^8$

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

Produto

O produto de expresións en notación científica é o resultado de multiplicar os números decimais e sumar os expoñentes de base 10.

Exemplo:

$2.5 \cdot 10^5 \cdot 1.36 \cdot 10^6 = (2.5 \cdot 1.36) \cdot 10^{5+6} = 3.4 \cdot 10^{11}$

Cociente

O cociente de dúas expresións en notación científica é o resultado de dividir os números decimais e restar os expoñentes de base 10.

Exemplo:

$5.4 \cdot 10^9 : 4 \cdot 10^7 = (5.4 : 4) \cdot 10^{9-7} = 1.35 \cdot 10^2$

Actividades resoltas

- Para facer o cociente para calcular 2^{63} dividindo 2^{64} entre 2 en notación científica:

$2^{63} = 2^{64} / 2 = 1.8 \cdot 10^{19} / 2 = 0.9 \cdot 10^{19} = 9 \cdot 10^{18}$.

Usa a calculadora

As calculadoras utilizan a notación científica. Moitas calculadoras para escribir $9 \cdot 10^{18}$ escriben 9e+18.

7. Utiliza a túa calculadora para obter 2^{16}; 2^{32} e 2^{64} e observa como dá o resultado.

8. Utiliza a calculadora para obter a túa idade en segundos en notación científica.

Actividades propostas

9. Efectúa as operacións en notación científica:

a) $0.000257 + 1.4 \cdot 10^{-5}$ b) $200\,000\,000 - 3.5 \cdot 10^6 + 8.5 \cdot 10^5$

10. Efectúa as operacións en notación científica:

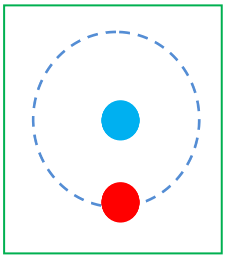
a) $(1.3 \cdot 10^5) \cdot (6.1 \cdot 10^{-3})$ b) $(4.7 \cdot 10^{-8}) \cdot (3 \cdot 10^6) \cdot (2.5 \cdot 10^{-4})$

11. Efectúa as operacións en notación científica:

- $(5 \cdot 10^{-8}) : (1.5 \cdot 10^{-3})$ b) $(3.25 \cdot 10^{-5}) \cdot (5 \cdot 10^2) : (6.15 \cdot 10^{-7})$

12. Estímase que o volume da auga dos océanos é de 1 285 600 000 km^3 e o volume de auga doce é de 35 000 000 km^3. Escribe esas cantidades en notación científica e calcula a proporción de auga doce.

13. Sábese que nun átomo de hidróxeno o núcleo constitúe o 99 % da masa e que a masa dun electrón é aproximadamente de $9.109 \cdot 10^{-31}$ kg. Que masa ten o núcleo dun átomo de hidróxeno? (*Recorda*: Un átomo de hidróxeno está formado polo núcleo cun protón e por un único electrón)



14. A Xoán fixéronlle unha análise de sangue e ten 5 millóns de glóbulos vermellos en cada mm^3. Escribe en notación científica o número aproximado de glóbulos vermellos que ten Xoán estimando que ten 5 litros de sangue.

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

4. RAÍCES

5.1. Radicais de índice calquera

A raíz enésima dun número *a* é un número *x* que ao elevalo a *n* dá como resultado *a*.

$$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow x^n = a.$$

***Recorda*:**
n = índice da raíz
a = radicando
$x = \sqrt[n]{a}$ raíz

A **raíz cadrada** dun número real non negativo *a é* un único número non negativo *x* que elevado ao cadrado nos dea *a*:

Observación

Non confundas resolver unha **ecuación** $x^2 = 9$ que ten dúas raíces 3 e –3 con calcular unha **raíz** como $\sqrt{9}$ que é **unicamente** 3.

Imaxina que lío tan horrible sería calcular $\sqrt{9} + \sqrt{1} + \sqrt{4}$ se o resultado puidese ser:

3 + 1 + 2 = 6 ou ben 3 – 1 – 2 = 0 ou ben –3 + 1 – 2 = –4 ou ben 3 – 1 + 2 = 4 …

A raíz enésima dun número no campo real ou non existe ou é **única**.

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow x^2 = a;\ a \geq 0;\ x \geq 0.$$

Observa que $\sqrt{-1}$ non existe no campo real. Ningún número real ao elevalo ao cadrado dá un número negativo. Só podemos calcular raíces de expoñente par de números positivos.

Porén $\sqrt[3]{-1} = -1$ pois (–1) · (–1) · (–1) = –1.

Actividades resoltas

- Canto mide o lado dunha habitación cadrada embaldosada con 144 baldosas cadradas de 25 cm de lado?

Cada lado terá $\sqrt{144}$ = 12 baldosas que miden 25 cm. Logo medirá: 12 · 25 = 300 cm = 3 m de longo.

- Nun depósito cúbico caben 1 000 cubos de 1 dm^3. Canto mide a súa aresta? E se caben 12 167 cubos?

Calculamos $\sqrt[3]{1\,000}$ = 10. A aresta mide 10 dm. Calculamos agora $\sqrt[3]{12\,167}$ = 23. A aresta mide 23 dm porque 23 · 23 · 23 = 12 167.

- Calcula $\sqrt[3]{-64}$; $\sqrt[3]{-8}$; $\sqrt[3]{-27}$; $\sqrt[3]{-1\,000}$.

As raíces de radicando negativo e índice impar si existen:

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

$$\sqrt[3]{-64} = -4;\ \sqrt[3]{-8} = -2;\ \sqrt[3]{-27} = -3;\ \sqrt[3]{-1\,000} = -10.$$

4.2. Potencias de expoñente fraccionario

Defínese $x^{\frac{1}{n}}$ como $\sqrt[n]{x}$:

$$x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$$

Polo tanto a potencia $x^{\frac{m}{n}}$ pode expresarse en forma de radical de maneira que ***n*** será o índice da raíz e ***m*** o expoñente do radicando.

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$$

Exemplo:

- $5^{2/3} = \sqrt[3]{5^2}$

As propiedades das potencias de expoñente fraccionario coinciden coas das potencias de expoñente un número natural.

Actividades resoltas

- Simplifica os radicais $\sqrt[4]{2^{12}}$. $\sqrt[10]{7^{15}}$ usando potencias de expoñente fraccionario.

Escribimos o radical como potencia de expoñente fraccionario e simplificamos as fraccións:

$$\sqrt[4]{2^{12}} = 2^{\frac{12}{4}} = 2^3 = 8.$$

$$\sqrt[10]{7^{15}} = 7^{\frac{15}{10}} = 7^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{7^3} = 7 \cdot \sqrt{7}$$

- Calcula $\sqrt{484}$ e $\sqrt[3]{27\,000}$ factorizando previamente os radicandos

$$\sqrt{484} = \sqrt{2^2 \cdot 11^2} = 2 \cdot 11 = 22$$

$$\sqrt[3]{27\,000} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

- Calcula $25^{0.5}$; $32^{\frac{3}{5}}$ e $\left(3^{\frac{6}{5}}\right)^{\frac{5}{2}}$

$$25^{0.5} = 25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = 5$$

$$32^{\frac{3}{5}} = (2^5)^{\frac{3}{5}} = 2^{\frac{5\cdot 3}{5}} = 2^3 = 8$$

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

$$\left(3^{\frac{6}{5}}\right)^{\frac{5}{2}} = 3^{\frac{6\cdot 5}{5\cdot 2}} = 3^3 = 27$$

4.3. Extracción de factores dun radical

Temos $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$ con $m > n$. Para extraer factores da raíz realizamos o cociente: m dividido entre n ten de cociente p e de resto r : $m = n \cdot p + r$. O resultado é $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n]{x^{n\cdot p+r}} = x^{\frac{n\cdot p+r}{n}} = x^{p+\frac{r}{n}} = x^p \cdot \sqrt[n]{x^r}$ **.**

Se $m > n$, $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m} = x^p \cdot \sqrt[n]{x^r}$.

Exemplo:

$$\sqrt[3]{x^5} = x \cdot \sqrt[3]{x^2}$$

$$\sqrt{2^4 \cdot 3^3 \cdot 5} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot 5} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3 \cdot 5} = 12 \cdot \sqrt{15}$$

Actividades propostas

15. Calcula todas as solucións:

a) $\sqrt{121}$ b) $\sqrt[3]{-8}$ c) $\sqrt[4]{10\,000}$ d) $\sqrt[5]{-1}$ e) $\sqrt[7]{1}$

16. Expresa en forma de radical

a) $(-3)^{4/5}$ b) $8^{1/3}$ c) $5^{2/3}$

17. Extrae os factores posibles en cada radical:

a) $\sqrt[4]{a^6 b^5}$ b) $\sqrt[3]{6^5 \cdot 3^4 \cdot 2^6}$ c) $\sqrt{4 \cdot 5^3 \cdot 9^3}$

4.4. Operacións con radicais

Como os radicais se poden escribir como potencias teñen as propiedades que xa coñeces das potencias.

Recorda

Hai operacións con radicais que **NON** están permitidas.

10 = $\sqrt{100} = \sqrt{64+36}$ que é distinto de: $\sqrt{64} + \sqrt{36} = 8 + 6 = 14$.

Raíz dun produto

A raíz dun produto é igual ao produto das raíces dos factores

$$\sqrt[n]{x \cdot y \cdot z} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} \cdot \sqrt[n]{z}$$

Exemplo:

$\sqrt[3]{8 \cdot 27 \cdot 64} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{64} = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

Raíz dun cociente

A raíz dun cociente é igual ao cociente da raíz do dividendo e a raíz do divisor

$$\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$$

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

Exemplo:

$$\sqrt[5]{\frac{32}{243}} = \frac{\sqrt[5]{32}}{\sqrt[5]{243}} = \frac{2}{3}$$

Raíz dunha raíz

A raíz dunha raíz é igual a outra raíz co mesmo radicando e cuxo índice é o produto dos índices.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[n\cdot m]{x}$$

Exemplo:

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3\cdot 2]{64} = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

4.5.Operacións combinadas

Exemplo:

$$x^{2/3} \cdot y^{1/3} = \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{x^2 \cdot y}$$

Exemplo:

$$\frac{x^{\frac{7}{4}}}{x^{\frac{5}{3}}} = \frac{\sqrt[4]{x^7}}{\sqrt[3]{x^5}} = \frac{x \cdot \sqrt[4]{x^3}}{x \cdot \sqrt[3]{x^2}} = \frac{\sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

Actividades propostas

18. Expresa en forma de produto ou de cociente:

a) $\sqrt[3]{a \cdot b}$ b) $\sqrt{2 \cdot 5 \cdot 7}$ c) $\sqrt[2]{\frac{7}{6}}$ d) $\sqrt{\frac{x^3}{y}}$

19. Expresa en forma de única raíz:

a) $\sqrt[3]{\sqrt{18}}$ b) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{25}}$

20. Expresa en forma de potencia:

a) $\sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt{2^5}$ b) $\frac{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{5^2}}{\sqrt{5^3}}$

21. Simplifica a expresión:

a) $\left(\frac{x^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{x}}\right)^3$ b) $\frac{\sqrt{x^3} \cdot \sqrt[5]{x^{11}}}{\sqrt[3]{x}}$

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

4.6. Raíces cadradas

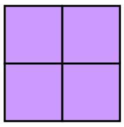
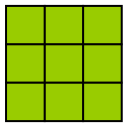
Xa sabes que:

A raíz cadrada **exacta** dun número *a* é outro número *b* cuxo cadrado é igual ao primeiro:

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a$$

Exemplo:

- Ao poder construír un cadrado de lado 2 con 4 cadrados pequenos dise que 2 é a raíz cadrada de 4. Xa que $2^2 = 4$ e polo tanto dicimos que 2 é a *raíz cadrada* de 4, é dicir:

$$\sqrt{4} = 2.$$

Obter a raíz cadrada exacta é a operación oposta de elevar ao cadrado.

- Podemos construír un cadrado de lado 3 con 9 cadrados pequenos polo tanto como $3^2 = 9$ entón:

$$\sqrt{9} = 3.$$

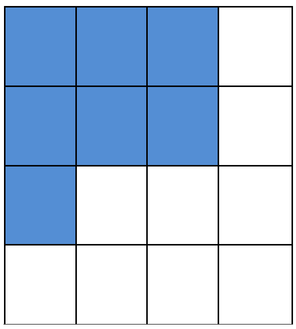
- Ao escribir $\sqrt{64} = 8$ lese que a *raíz cadrada* de 64 é 8.

Ao signo √ chámaselle **radical**. Chámase **radicando** ao número colocado debaixo. Neste caso 64 e dise que o **valor da raíz** é 8.

Exemplo:

- Sabemos que a área dun cadrado é 121 cm^2. Canto vale o seu lado?

O seu lado valerá a raíz cadrada de 121. Como $11^2 = 121$ entón a raíz cadrada de 121 é 11. O lado do cadrado é 11.



Exemplo:

- Pódese construír un cadrado con 7 cadrados pequenos?

Observa que se pode formar un cadrado de lado 2 pero sobran 3 cadrados pequenos e que para facer un cadrado de lado 3 faltan 2 cadrados pequenos.

O número 7 non é un cadrado perfecto. Non ten raíz cadrada exacta porque con 7 cadrados pequenos non se pode construír un cadrado.

É máis, a expresión decimal daqueles números naturais que non teñen raíz cadrada exacta é un número irracional con infinitas cifras decimais non periódicas.

Pero podemos afirmar que $2 < \sqrt{7} < 3$.

Como 4 é un cadrado perfecto e $\sqrt{4} = 2$ e 9 é tamén outro cadrado perfecto e $\sqrt{9} = 3$ os números 5, 6, 7 e 8 non son cadrados perfectos e a súa raíz cadrada é un número irracional.

Con máis dificultade pódense aproximar eses valores. Así $2.6 < \sqrt{7} < 2.7$ (Multiplica 2.6 por si mesmo e 2.7 por si mesmo e comproba que se verifica a desigualdade) ou podemos obter máis cifras decimais:

$2.64 < \sqrt{7} < 2.65$ ou ben $2.64575131 < \sqrt{7} < 2.64575132$.

Podemos encontrar un valor aproximado da raíz.

Para calcular raíces cadradas podes utilizar a calculadora coa tecla $\boxed{\sqrt{\ }}$

É importante coñecer os cadrados perfectos pois mentalmente axúdache a saber entre que valores enteiros está a raíz cadrada que queres calcular.

Observa que:

O cadrado dun número positivo ou negativo é sempre un número positivo. Logo non existe a raíz cadrada dun número negativo.

Actividades propostas

22. Escribe a lista dos 12 primeiros cadrados perfectos.

23. Calcula **mentalmente** no teu caderno as seguintes raíces:

a) $\sqrt{49}$ b) $\sqrt{25}$ c) $\sqrt{100}$ d) $\sqrt{64}$ e) $\sqrt{81}$ f) $\sqrt{1}$ g) $\sqrt{0}$.

24. Calcula **mentalmente** no teu caderno as aproximacións enteiras das seguintes raíces:

a) $\sqrt{51}$ b) $\sqrt{27}$ c) $\sqrt{102}$ d) $\sqrt{63}$ e) $\sqrt{80}$ f) $\sqrt{2}$ g) $\sqrt{123}$.

25. Indica que raíces cadradas van ser números naturais, cales números irracionais e cales non existen:

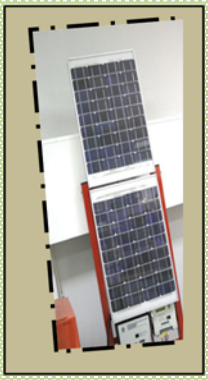
a) $\sqrt{36}$ b) $\sqrt{-25}$ c) $\sqrt{-100}$ d) $\sqrt{32}$ e) $\sqrt{-7}$ f) $\sqrt{10}$ g) $\sqrt{100}$.

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

CURIOSIDADES. REVISTA

Células solares de silicio de tamaño microscópico

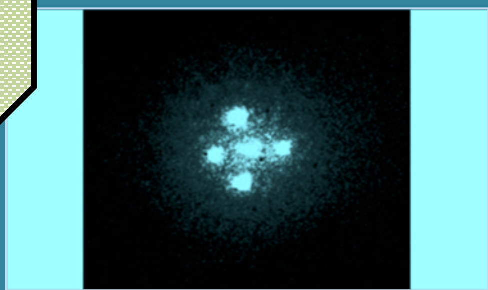
O programa de Tecnoloxía Solar do Departamento de Enerxía de Estados Unidos, no seu obxectivo de conseguir maior eficiencia na produción de enerxía solar, creou células microscópicas de silicio. Estas células utilizan 100 veces menos material de silicio policristalino de 20 micrómetros de grosor cun significativo custe menor de fabricación. Estas células converten case un 15 % da luz solar en enerxía eléctrica.



Sabías que…

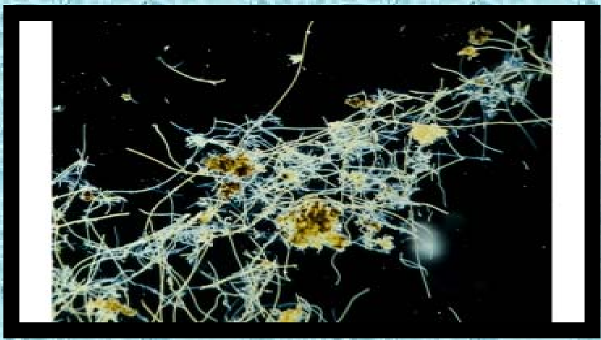
ás operacións en notación exponencial tamén se lles chama de "**coma flotante**" porque o expoñente equivale á posición do decimal? Nos ordenadores a potencia de cálculo mídese en *mflops* ou miles de operacións en coma flotante por segundo, en inglés *floating point operations per secound*, abreviado "flops". O teu ordenador igual pode facer un millón destas operacións por segundo. Un "x*iga flops*"!

A cruz de Einstein



Albert Einstein anunciara, a partir da súa teoría da relatividade xeral, o chamado "espellismo cósmico" ou"lente gravitacional". Este efecto pode explicar a formación de catro ou máis imaxes a partir dunha soa fonte moi distante. A cruz da imaxe resultou ser un só quásar situado a uns 10.000 millóns de anos-luz ao que se lle chamou a Cruz de Einstein cuxa luz queda curvada na súa traxectoria por unha galaxia-lente situada dez veces máis preto.

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF



A presenza das bacterias

Estímase que existen 100 millóns de bacterias de 600 especies diferentes por cada milímetro cúbico de cuspe e 40 millóns de bacterias nun gramo de terra.

Algúns científicos calculan que no interior da Terra podería haber ata 100.000 billóns de toneladas de bacterias de maneira que se todas estiveran sobre a superficie cubrirían o noso planeta ata unha altura de 15 metros. Hai moita máis vida no interior que no exterior.

No Papiro de Ajmeed (1650 a. C.) amósase como os exipcios extraían raíces cadradas. Na antiga India, nos manuscritos do Baudhayana Sulbasutra Aryabhata (800-500 a. C.) anótase un método para calcular raíces cadradas.

En Europa non se encontraron referencias antes de Cataneo (1546). O símbolo da raíz cadrada foi introducido en 1525 polo matemático Christoph Rudolff e é unha forma estilizada do r minúsculo.

Autora: Nieves Zuasti

Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez

Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

RESUMO

	POTENCIAS E RAÍCES	*Exemplos*
Produto e cociente de potencias	No produto de potencias coa mesma base súmanse os expoñentes. No cociente réstanse os expoñentes co mesmo expoñente: no produto multiplícanse as bases e elévase o resultado ao mesmo expoñente. No cociente divídense as bases e elévase o resultado ao mesmo expoñente.	$(-5)^4 \cdot (-5)^2 = (-5)^6$ $3^2 : 3^7 = 3^{-5}$ $2^5 \cdot 7^5 = 14^5$ $(-5)^3 : (4)^3 = (-5/4)^3$
Potencia dun produto e dun cociente	A potencia dun produto é igual ao produto de cada un dos factores elevados a dita potencia $(a \cdot b \cdot c \cdot d)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n \cdot d^n$ A potencia dun cociente é igual ao cociente do dividendo e o divisor elevados a dita potencia $c^m : c^n = c^{m-n}$	$(5 \cdot 2 \cdot 3)^4 = 5^4 \cdot 2^4 \cdot 3^4$ $(-7/2)^6 = 7^6/(-2)^6$
Potencia doutra potencia	$((d)^m)^n = d^{mxn}$	$((-4)^3)^5 = (-4)^{15}$
Potencia de base racional	$(a/b)^n = a^n/b^n$	$(6/5)^2 = 6^2/5^2$
Potencia de expoñente negativo	$a^{-n} = 1/a^n$	$8^{-3} = 1/8^3$
Notación científica: operacións	$a \cdot 10^{\pm n}$ sendo $1 \leq a \leq 9$. $+n$ para grandes números $-n$ para pequenos números	$320\,000\,000 = 3.2 \cdot 10^8$ $0.0000000009 = 9 \cdot 10^{-10}$
Radicais: raíces de índice calquera	$\sqrt{49} = 7;\ \sqrt[3]{-216} = -6;\ \sqrt[3]{64} = 4;\ \sqrt[4]{81} = 3;\ \sqrt[5]{-32} = -2$	
Potencias de expoñente racional	Unha potencia con expoñente racional pode expresarse en forma de raíz cuxo índice é o denominador do expoñente e o radicando queda elevado ao numerador do expoñente: $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$	$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$
Extracción de factores dun radical	Se $m = n \cdot c + r$ entón $\sqrt[n]{a^m} = a^c \cdot \sqrt[n]{a^r}$	Se $m = n \cdot c + r$ entón $\sqrt[n]{a^m} = a^c \cdot \sqrt[n]{a^r}$
Operacións con radicais	$\sqrt[n]{x \cdot y \cdot z} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} \cdot \sqrt[n]{z}\ ;\ \sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$	$\sqrt[n]{x \cdot y \cdot z} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} \cdot \sqrt[n]{z}$ $;\ \sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

EXERCICIOS E PROBLEMAS

Potencias

1. Expresa en forma de única potencia:

a) $2^5 \cdot (-3)^5 \cdot (-1)^5$

b) $(-1)^3 \cdot (-1)^8 \cdot (1)^5$

c) $4^3 \cdot (-2)^3 \cdot (-1)^3 \cdot 5^3$

d) $(-5)^2 \cdot (-5)^4 \cdot (5)$

e) $(-9)^2 \cdot 9^3 \cdot 9^4 \cdot 9$

f) $(-18)^4 : (-3)^4$

g) $(6)^5 : (6)^2$

h) $(-3)^2 : (-3)^4$

2. Expresa en forma de única potencia:

a) $\dfrac{4^2 \cdot 4^3 \cdot 4}{5^6 \cdot (-1)^6}$

b) $[(2)^7 : (-3)^7] \cdot (-4)^3 \cdot (-4)^4$

c) $\dfrac{[-2^4 \cdot (-3)^4 \cdot 6^4]^3 : [(-4)^8 \cdot (-4)^4]}{9^6 \cdot 9^4 : 9}$

d) $\dfrac{(-3)^2 \cdot (10)^2 : (-5)^2}{7^5 : 7^3}$

3. Expresa en forma de potencia de expoñente positivo:

a) $(-4)^{-3}$ b) $(9)^{-3}$ c) $(-2)^5 : (-2)^9$ d) $(-5) \cdot (-5)^2 : (-5)^6$

4. Expresa en forma de única potencia:

a) $((2)^4)^3$ b) $((-3)^{-2})^5$ c) $((-1)^4)^3$ d) $((5)^2)^{3/5}$

5. Expresa en forma de única potencia:

a) $(-3/5)^4$ b) $(2/9)^4$ c) $(1/5)^{-3}$ d) $(2/3)^{-4}$

6. Expresa en forma de única potencia:

a) $(2/3)^{-4} \cdot (2/3)^3 \cdot (2/3)^5$

b) $(1/6)^3 \cdot (3/5)^3 \cdot (-6/7)^3$

c) $(-5/3)^4 : (-2/3)^4$

d) $(4/9)^3 : (4/9)^5$

e) $((-4/3)^{-3})^5$

f) $((2/7)^{-1})^{-3}$

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

7. Expresa en forma de única potencia:

a) $\dfrac{(2/3)^3 \cdot (-1/5)^3 \cdot (-4/9)^3 \cdot (1/2)^3}{(-1/4)^3 \cdot (-1/4)^{-2} \cdot (-1/4) \cdot (-1/4)^4}$

b) $((-1/3)^4)^{3/2} \cdot (2/5)^{1/6}$

c) $\dfrac{(2/5)^{1/2} \cdot (2/5)^{3/4} \cdot (2/5)^{-1/6}}{(7/8)^3 : (1/6)^3}$

8. Expresa en forma de notación científica:

a) 140 000 000

b) 32 800

c) 71 000 000 000 000 000

d) 0.0000075

e) –18 000 000

f) 0.00000000042

g) –0.009

h) 0.00000000007

9. Busca información expresada en notación científica sobre:

a) A distancia entre a Terra e a Lúa

b) Unidade de masa atómica.

c) Km que corresponden a un ano luz.

d) Un gúgol.

e) A lonxitude de onda dos raios cósmicos.

10. Realiza as operacións e expresa o resultado en notación científica:

a) $4 \cdot 10^3 + 2.4 \cdot 10^6 - 1.7 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^3$

b) $2.3 \cdot 10^{-5} - 3.45 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-3}$

c) $3 \cdot 10^{-4} \cdot 4.5 \cdot 10^2$

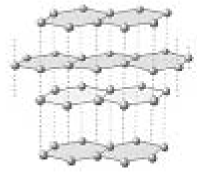
d) $1.8 \cdot 10^5 : 5 \cdot 10^8$

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

11. A estrela Sirio está a uns 8 611 anos luz do noso planeta. Expresa en metros, mediante notación científica, a distancia que percorrería unha nave espacial que realizara un traxecto de ida e volta a Sirio. (*Recorda*: Un ano luz, a lonxitude que percorre a luz nun ano, é aproximadamente igual a 9.46×10^{12} km (9 460 730 472 580.8 km con máis aproximación)).

12. A masa dun electrón en repouso estímase en $9.11 \cdot 10^{-31}$kg. A dun protón é de $1.672 \cdot 10^{-27}$kg. E a dun neutrón 1.64×10^{-27} kg. Calcula a masa dun átomo de carbono 14 (C_{14}) formado por seis protóns, seis electróns e 6 + 2 = 8 neutróns. (O C_{14} é un isótopo que ten dous neutróns máis que o carbono normal e que se utiliza para datar).

13. Calcula e expresa en notación científica:


Grafito

a) $0.00829 + 4 \cdot 10^{-3} + 7.45 \cdot 10^{-5} - 6.32 \cdot 10^{-4}$

b) $5 \cdot 10^{6} - 2.8 \cdot 10^{7} - 3 \cdot 10^{5}$

c) $5 \cdot 10^{-2} - 4 \cdot 10^{2} + 1.4 \cdot 10^{-3}$

d) $3 \cdot 10^{-5} \cdot (-2.7) \cdot 10^{-3} + 4.2 \cdot 10^{-6}$

14. Expresa o resultado desta operación en notación científica:

a) $\frac{2.4 \cdot 10^{-3} - 1.5 \cdot 10^{-4}}{0.025 + 3 \cdot 10^{-4}}$

b) $\frac{(1.3 \cdot 10^{4}) \cdot (5 \cdot 10^{3})}{(4 \cdot 10^{5}) \cdot (2.3 \cdot 10^{6})}$


Cultivo de Escherichiacoli

15. Estímase que existen 40 millóns de bacterias nun gramo de terra. Expresa en notación científica de forma aproximada o número de bacterias que existen nuns camións que están descargando 50 toneladas métricas de area nunha praia.

16. Se $x = 240\,000$ $y = 0.00058$ $z = 7.2 \cdot 10^{6}$. Calcula e expresa en notación científica a) $x \cdot y$ b) $2x + y \cdot 10^{7}$ c) $3x - 5y$

17. **Arquímedes**, no seu tratado *O arenario*, conta unha maneira para expresar números moi grandes como o número de grans de area que hai en toda a Terra. Imos estimalos agora por outro procedemento. Estimamos cantos grans de area necesitamos para ter un gramo de area. Paréceche que 50 grans de area. Estímase que a masa da Terra é de:

$$M_T = 5\,980\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \text{ g} = 598 \cdot 10^{25} \text{ g}$$

Calcula de forma aproximada o número de grans de area que hai en toda a Terra.

18. Vemos en Internet que a masa de Marte é de 639E21 kg, que a masa de Xúpiter é de 1.898E27 kg e que amasa da Terra é de 5 972E24 kg. a) Calcula cantas veces cabería a Terra no planeta Xúpiter. b) Calcula a relación entre a masa da Terra e a de Marte.

Raíces

1. Calcula:

a) $\sqrt{12\,100}$ b) $\sqrt[3]{-0.008}$ c) $\sqrt[3]{-125}$ d) $\sqrt[5]{-1}$ e) $\sqrt{0.49}$

2. Calcula:

a) $\sqrt[4]{2.0736}$ b) $\sqrt[5]{-0.00001}$ c) $\sqrt{33\,640\,000}$ d) $\sqrt[3]{-2.7 \cdot 10^{-6}}$

3. Expresa en forma de raíz:

a) $(-4)^{3/5}$ b) $7^{1/6}$ c) $(21)^{1/3}$ d) $(-5)^{2/3}$

4. Expresa en forma de potencia:

a) $\sqrt[5]{6^3}$ b) $\sqrt{(-7)^5}$ c) $\sqrt{3^5}$ d) $\sqrt[3]{(-30)^4}$

5. Extrae os factores posibles destes radicais:

a) $\sqrt{3^3 \cdot 10^5 \cdot 2}$ b) $\sqrt[3]{6^9 \cdot 2^5}$ c) $\sqrt[4]{x^{11} \cdot y^5}$ d) $\sqrt[3]{3^4 \cdot 5^6}$

6. Extrae os factores posibles destes radicais:

a) $\sqrt[3]{a^7 \cdot b^3 \cdot c^{-6}}$ b) $\sqrt{5^{-5} \cdot 3^{-6}}$ c) $\sqrt[4]{10^5 : 6^8}$ d) $\sqrt{x^3 \cdot x^8 \cdot x}$

7. Simplifica:

a) $\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^3}$ b) $\sqrt[3]{\left(\frac{-4}{5}\right) \cdot \left(\frac{-4}{5}\right)^5}$ c) $\sqrt{\frac{x^3 \cdot y^4}{x^8 \cdot y}}$ d) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{4}\right)^5 : \left(\frac{4}{3}\right)^5}$

8. Expresa en forma de produto:

a) $\sqrt{3 \cdot 50 \cdot 12}$ b) $\sqrt[3]{5^2 \cdot 2^4 \cdot 3^6}$ c) $\sqrt{8 \cdot 3^4 \cdot 9}$ d) $\sqrt[3]{a^8 \cdot b^2 \cdot c^6}$

9. Expresa en forma de cociente:

a) $\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)}$ b) $\sqrt[5]{\frac{15}{32}}$ c) $\sqrt[3]{\frac{-7}{9}}$ d) $\sqrt{\frac{15}{24}}$

10. Expresa en forma de única raíz:

a) $\sqrt{\sqrt{48}}$ b) $\sqrt[3]{\sqrt{450}}$ c) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{9000}}$ d) $\sqrt[2]{\sqrt[5]{-1}}$

11. Simplifica as operacións:

a) $\sqrt[3]{3^5} \cdot \sqrt[3]{2^4}$ b) $\left(\sqrt[3]{-27}\right) \cdot 5^{\frac{2}{3}}$ c) $\sqrt[5]{2^{12}} : \sqrt[5]{3^8}$ d) $\sqrt[2]{3} \cdot \sqrt[2]{10^5} : \sqrt{2^3}$

12. Simplifica as operacións:

a) $\sqrt[3]{x^5} : \sqrt[2]{x^3}$ b) $\sqrt{\sqrt{10^{12}}}$ c) $\sqrt{5 \cdot (-2)^6 \cdot (-3)^6}$ d) $\sqrt[5]{(-6)^{12}} : \sqrt[5]{(-6)^7 \cdot 3^{10}}$

13. Simplifica as operacións:

a) $\sqrt[2]{\sqrt[3]{64}} : 5^{\frac{2}{3}}$ b) $\dfrac{(-4)^5 \cdot \sqrt[3]{(-4)}}{\sqrt{2^3 : \sqrt{2^5}}}$ c) $\dfrac{\left((-7^3)\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[3]{(-7)^2}}{\sqrt{\sqrt{(-7)}}}$

Autora: Nieves Zuasti

Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez

Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF

AUTOAVALIACIÓN

1. O resultado das operacións seguintes é: $(-6)^3 \cdot (-6)^{-5} \cdot (-6)$ e $(12)^7 : (12)^5$

a) 6 e 12^2 b) $1/6$ e 12^5 c) $-1/6$ e 12^2

2. O resultado das operacións seguintes é: $(-5)^4 \cdot (-1)^4 \cdot (6)^4$ e $(-8)^7 : (5)^7$

a) $(-30)^4$ e $(-3)^7$ b) 30^4 e $(-8/5)^7$ c) 30^4 e $(-3)^7$

3. O resultado das operacións seguintes é: $((-2)^5)^3$; $((-1)^5)^7$ e $((-5)^{2/3})^6$

a) $(-2)^{15}$; (-1) e $(5)^{8/3}$ b) -2^{15}; (-1) e -5^4 c) $(-2)^{15}$; (-1) e $(-5)^4$

4. O resultado das operacións seguintes é: $(8)^{-3}$; $(-2)^{-4}$ e $(10^5)^{-2}$

a) $1/512$; $1/16$ e $1/10^{10}$ b) $1/8^3$; $-1/2^4$ e $1/10^{10}$

5. O resultado das operacións seguintes é: $(5/7)^3$; $(-1/3)^{-2}$ e $(-2/5)^4$

a) $5^3/7^3$; $1/3^2$ e $-2^4/5^4$ b) $5^3/7^3$; 3^2 e $2^4/5^4$

6. O resultado das operacións seguintes é: $(2/3)^3 \cdot (2/3)^2 \cdot (2/3)^{-5}$

a) 1 b) $2/3$ c) $-2/3$ d) $(2/3) \cdot (-3/2)$

7. As expresións $3.1 \cdot 10^8$ e 0.0000000095 corresponden a:

a) $3\,100\,000\,000$ e $9.5 \cdot 10^{-10}$ b) $310\,000\,000$ e $9.5 \cdot 10^{-10}$ c) $310\,000\,000$ e $9.5 \cdot 10^{-9}$

8. O resultado desta operación é: $(0.00098 + 3 \cdot 10^{-6} - 4.2 \cdot 10^{-4}) \cdot 2.5 \cdot 10^5$

a) 124.5 b) $2\,407.5$ c) 107.5 d) 140.75

9. O resultado das operacións seguintes é: $\sqrt[3]{-1\,331}$; $\sqrt{256}$ e $\sqrt[5]{-1}$

a) -11; 16; -1 b) 11; 16; 1 c) -11; -16; -1

10. As seguintes expresións corresponden a: $(-4)^{3/5}$; $(3)^{1/2}$ e $(-5)^{4/3}$

a) $\sqrt[5]{-4^3}$; $\sqrt{3}$ e $\sqrt[3]{-5^4}$ b) $\sqrt[5]{(-4)^3}$; $\sqrt{3}$ e $\sqrt[3]{(-5)^4}$ c) $-\sqrt[5]{4^3}$; $\sqrt{3}$ e $\sqrt[3]{-(5^4)}$

11. O resultado de extraer factores destes radicais é: $\sqrt[3]{(-5)^4}$ e $\sqrt{2^3 \cdot 5^5}$

a) $(-5)\cdot\sqrt[3]{(-5)}$ e $2\cdot 5^3\sqrt{2\cdot 5}$ b) $(-5)\cdot\sqrt[3]{(-5)}$ e $50\sqrt{10}$ c) $(-5)\cdot\sqrt[3]{(-5)}$ e $50\sqrt{5}$

12. As operacións seguintes poden expresarse: $\sqrt[3]{-(5):12}$ e $\sqrt[3]{\sqrt[3]{-18}}$

a) $\dfrac{\sqrt[3]{-5}}{\sqrt[3]{12}}$ e $\sqrt[9]{-18}$ b) $\dfrac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{12}}$ e $\sqrt[6]{-18}$ c) $\dfrac{\sqrt[3]{-5}}{\sqrt[2]{12}}$ e $\sqrt[9]{18}$

Autora: Nieves Zuasti
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Banco de Imaxes de INTEF