

Matemáticas II

2º Bachillerato

Capítulo 11: Probabilidad

Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrights.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Realizados por: CARMEN, JULIA, LAURA, ESPERANZA, ISMAEL F, AMALIA, ISMAEL C, OLIVIA, NATALIA, ENRIQUE, AITOR, ROSA, AITANA, NEREA, IRENE, CELIA P, LUCÍA, ALEJANDRA, CELIA S, ANDREA.
IES ATENEA, CIUDAD REAL

Revisor: Luis Carlos Vidal del Campo

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1.- Indica si son, o no, fenómenos aleatorios:

- a) La superficie de las provincias españolas. *No es un fenómeno aleatorio.*
- b) Anotar el sexo del próximo bebe nacido en una clínica determinada.
Si es un fenómeno aleatorio.
- c) El área de un cuadrado del que se conoce el lado. *No es un fenómeno aleatorio.*
- d) Tirar tres dados y anotar la suma de los valores obtenidos. *Si es un fenómeno aleatorio.*
- e) Saber si el próximo año es bisiesto. *No es un fenómeno aleatorio.*

2.- Escribe el conjunto de posibles resultados del experimento aleatorio: "Escribir en cinco tarjetas cada una de las vocales y sacar una al azar".

Suceso A {salir a}, suceso B {salir e}, suceso C {salir i}, suceso D {salir o} y suceso E {salir u}
Espacio muestral {A, B, C, D, E}

3.- Escribe el conjunto de posibles resultados del experimento aleatorio: "Tirar una chincheta y anotar si cae de punta o no".

Suceso A {caer de punta}, suceso B {no caer de punta}
Espacio muestral {A, B}

4.- Inventa dos sucesos del experimento aleatorio: Tirar dos monedas.

Suceso A {salir cara y salir cruz}, suceso B {salir cara y salir cara}

5. En el juego de la lotería, indica dos sucesos respecto a la cifra de las unidades del primer premio.

(Solución abierta)

Sabiendo que la cifra de las unidades (espacio muestral) es: $E = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

- 1) El suceso obtener un número par $\{0, 2, 4, 6, 8\}$
- 2) El suceso obtener un múltiplo de 3 $\{0, 3, 6, 9\}$

6. Escribe tres sucesos aleatorios del experimento aleatorio sacar una carta de una baraja española.

(Solución abierta)

Sacar una carta de una baraja española es

$$E = \{As\ de\ Oros, 2O, 3O, \dots, SO, CO, RO, As\ de\ Copas, \dots, RC, As\ de\ Espadas, \dots, RE, As\ de\ Bastos, \dots, RB\}$$

- 1) El suceso sacar una carta de copas

$$\{As\ de\ Copas, 1C, 2C, 3C, 4C, 5C, 6C, 7C, SC, CC, RC\}$$

- 2) El suceso sacar un rey

$$\{RC, RO, RB, RE\}$$

- 3) El suceso sacar una carta par

$$\{2C, 4C, 6C, SC, RC, 2B, 4B, 6B, SB, RB, 2E, 4E, 6E, SE, RE, 2O, 4O, 6O, SO, RO\}$$

7. Al sacar una carta de una baraja española, llamamos B al suceso sacar un as y A al suceso sacar una figura. Escribe los sucesos $A \cup B$, $A \cap B$ y $A - B$.

$$B = \{As\ de\ Oros, As\ de\ Bastos, As\ de\ Copas, As\ de\ Espadas\}$$

$$A = \{SO, CO, RO, SB, CB, RB, SC, CC, RC, SE, CE, RE\}$$

$$A \cup B = \{SO, CO, RO, SB, CB, RB, SC, CC, RC, SE, CE, RE, As\ de\ Oros,\}$$

As de Bastos, As de Copas, As de Espadas}

$A \cap B = \emptyset$; son sucesos incompatibles

$A - B = \{SO, CO, RO, SB, CB, RB, SC, CC, RC, SE, CE, RE\}$

8. Sea A el suceso tirar un dado y sacar un número mayor que 4. Escribe el suceso contrario de A .

El suceso sacar un número mayor que cuatro es $A = \{5, 6\}$

Por tanto, el suceso contrario es que se saquen números menores que 4 o igual a 4, luego:

$$\bar{A} = \{1, 2, 3, 4\}$$

9. Un suceso y su suceso contrario, ¿cómo son, compatibles o incompatibles? Razona la respuesta:

- A y \bar{A} son sucesos incompatibles. No puede ocurrir a la vez un suceso y su contrario.

10. En el experimento aleatorio, sacar una carta de una baraja española, escribe tres sucesos incompatibles con el suceso "sacar un as".

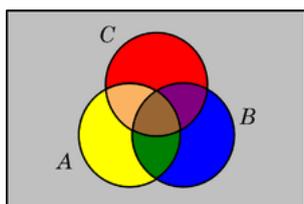
Suceso sacar un as = A

Suceso no sacar un as = \bar{A}

Suceso sacar un 6 = B

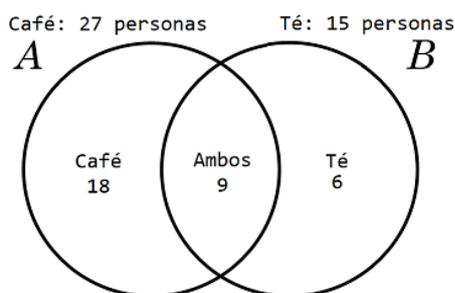
Suceso sacar un rey = C

11. Utiliza un diagrama de Venn para escribir a $A \cup B \cup C$ como unión de conjuntos disjuntos.



$A \cup B \cup C$ sería la unión de todos los conjuntos de distinto color

12. Considera ahora un diagrama de Venn con sólo dos conjuntos, y representa en él la siguiente situación: Se sabe que, en un grupo de trabajo de 35 personas, hay 15 personas que toman té, 27 que toman café y 2 personas que no toman ninguna bebida.



A) ¿Suman más de 35? Eso es porque hay personas que toman té y café, ¿cuántas?

$$27 + 15 = 42$$

Hay 2 personas que no toman nada, por lo tanto 33 personas en total toman alguna bebida.

$$42 - 33 = 9$$

Hay 9 personas que toman té y café.

B) ¿Cuántas personas sólo toman té y cuántas toman sólo café?

$$\text{Café: } 27 - 9 = 18 \quad \text{Té: } 15 - 9 = 6$$

C) Vamos a llamar A al conjunto de las personas que toman té, y B al de las que toman café. Nombra con letras a los conjuntos siguientes e indica de cuántas personas están formados: a) Toman

café y té. b) No toman ni café ni té. c) Toman té o bien toman café. d) Toman té y no toman café.

Toman té: $A : 15$ Toman café: $B : 27$

a) Toman café y té: $A \cap B : 9$

b) No toman ni café ni té: $\bar{A} \cap \bar{B} : 2$

c) Toman té o bien toman café: $A \cup B : 18 + 9 + 6 = 33$, que también es: $35 - 2 = 33$

d) Toman té y no toman café: toman únicamente té $A \cap \bar{B} = 6$

D) De entre las personas que toman café, ¿cuántas toman también té? A este conjunto lo nombramos A/B .

Toman café 27, únicamente café 18, toman café y también té 9 personas; $A/B = 9$

E) ¿Cuántas personas no toman café? Nómbralo con letras.

Toman únicamente té: $A \cap \bar{B} = 6$

No toman nada: $\bar{A} \cap \bar{B} = 2$

No toman café: $\bar{B} = 8$

F) ¿Cuántas personas toman al menos una de las dos bebidas? Compara el resultado con el de las personas que no toman ninguna de las dos bebidas.

No toman ninguna de las dos bebidas: $\bar{A} \cap \bar{B} = 2$

Toman sólo café: 18 Toman sólo té: 6 Toman las 2: 9

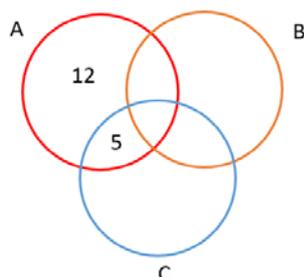
En total 33 personas toman una de las dos bebidas frente a las 2 personas que no toman ninguna de las dos, que suman las 35 personas.

13. En el mismo lugar del problema anterior, con 35 personas, ahora se ha añadido a la máquina de bebidas el chocolate (C), y ahora se sabe que 12 personas toman solo té, que 5 personas toman té y chocolate, pero no café, que 20 personas no toman ni té ni chocolate. Es posible saber cuántas personas toman al menos una de las tres bebidas; cuántas, de entre las que tomaban café, tomaban también chocolate... Investiga si tienes datos suficientes para conocerlo todo, o debes ampliar la encuesta para conocer nuevos datos.

Datos:

- Total: 35 personas
- Bebidas:
 - o Té: A
 - o Café: B
 - o Chocolate: C
- 12 personas solo toman té
- 5 personas toman té y chocolate, pero no café
- 20 no toman ni té ni chocolate

Para ver los datos de una manera más clara realizamos un diagrama de Venn:



Las 20 personas restantes no podemos incluirlas de momento en el diagrama ya que no sabemos si solamente toman café o por el contrario no toman ninguna bebida.

Si sumamos el conjunto de personas obtenido de los datos ($12 + 5 + 20 = 37$) obtenemos que el resultado total de las personas que tendría que haber es 37 cuando el número real de personas que hay es 35, por lo que se debería realizar otra encuesta ya que el resultado de la anterior es erróneo.

14. Calcula la probabilidad de que al sacar una carta de una baraja sea una espada.

Como hay cuatro palos y las espadas son uno dividimos 1 entre 4:

$$P(A) = \frac{1}{4} = 0,25$$

15. Para saber la probabilidad de que un recién nacido sea zurdo, ¿te basarías en el estudio de las frecuencias relativas o la asignarías por simetría?

En la de frecuencias relativas, porque si hubiese la misma posibilidad de ser zurdo que de ser diestro, habría aproximadamente los mismos zurdos que diestro.

16. ¿Cuál es la probabilidad de no sacar un 5 al tirar un dado?

Suponiendo un dado de 6 caras:

Como hay 5 números que no son cinco $\frac{5}{6}$.

¿Y de no sacar un múltiplo de 3?

Los múltiplos de 3, del 1 al 6 son 3 y 6, y como se trata de no sacar estos, $\frac{4}{6}$.

¿Y de no sacar un número menor que 2?

Menor que 2 solo está el 1, $\frac{5}{6}$.

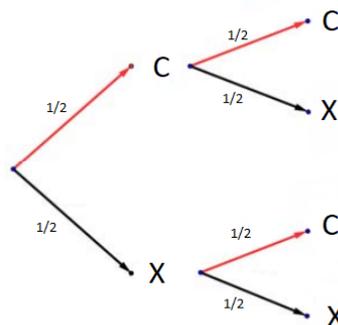
17. Al tirar una moneda 2 veces, ¿cuál es la posibilidad de no sacar ninguna cara? ¿Y de sacar al menos una cara? Observa que sacar al menos una cara es el suceso contrario de no sacar ninguna cara.

La probabilidad de no sacar ninguna cara es:

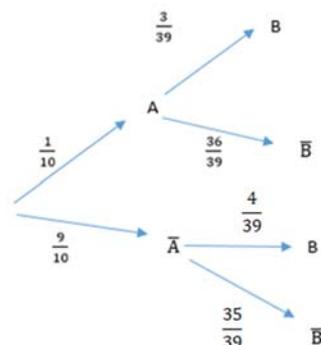
$$P(X \cap X) = P(X) \cdot P(X) \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Y la de sacar al menos una cara:

$$\begin{aligned} P(\text{al menos 1 cara}) &= 1 - P(\text{ninguna cara}) = \\ &= 1 - P(2 \text{ cruces}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$



18. Haz un diagrama en árbol similar al anterior en tu cuaderno con los sucesos A y B: A = sacar un as en la primera extracción, \bar{A} = no sacar as, y B = sacar un as en la segunda extracción, \bar{B} = no sacar as en la segunda extracción. ¿Cuál es la probabilidad de sacar as en la segunda extracción condicionado a no haberlo sacado en la primera? ¿Y la de no sacar as en la segunda extracción condicionado a no haberlo sacado en la primera? ¿Cuál es la probabilidad de sacar dos ases? ¿Y la de sacar un solo as?



$$P(B/\bar{A}) = \frac{4}{39} ; \quad P(\bar{B}/\bar{A}) = \frac{35}{39} ; \quad P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{39} = \frac{1}{130}$$

$$P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{10} \cdot \frac{36}{39} + \frac{9}{10} \cdot \frac{4}{39} = \frac{12}{65}$$

19. En el diagrama de árbol anterior indica cuál es la probabilidad de “no salen 2 ases” y la de “no sale ningún as”.

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{130} = \frac{129}{130}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}/\bar{A}) = \frac{9}{10} \cdot \frac{35}{39} = \frac{21}{26}$$

20. En el experimento “sacar tres cartas seguidas”, ¿cuál es la probabilidad de sacar tres ases? Primero con reemplazo, y luego sin reemplazo.

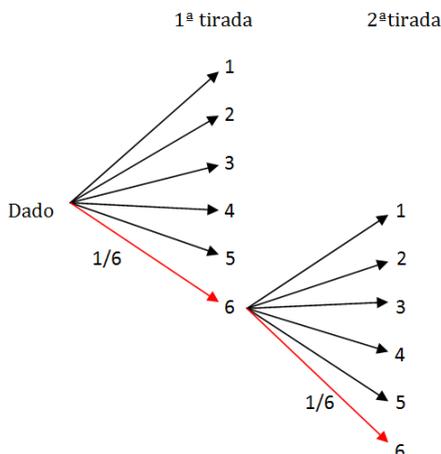
$$\text{Con reemplazo: } P(3 \text{ ases}) = \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{40} = \frac{1}{1000}$$

$$\text{Sin reemplazo: } P(3 \text{ ases}) = \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} \cdot \frac{2}{38} = \frac{1}{2470}$$

21. Al tirar dos veces un dado calcula la probabilidad de que salga un seis doble.

$P(A)$ = Probabilidad de sacar un seis doble

Diagrama de árbol:

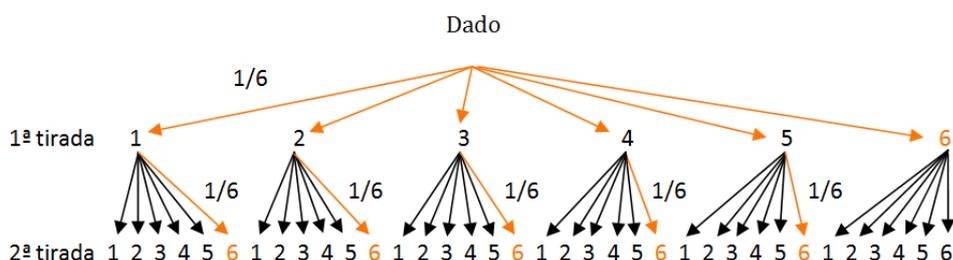


$$P(A) = P(6) \cdot P(6/6) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

22. Al tirar dos veces un dado calcula la probabilidad de sacar al menos un 6

$P(A)$ = Probabilidad de sacar al menos un seis

Diagrama de árbol:

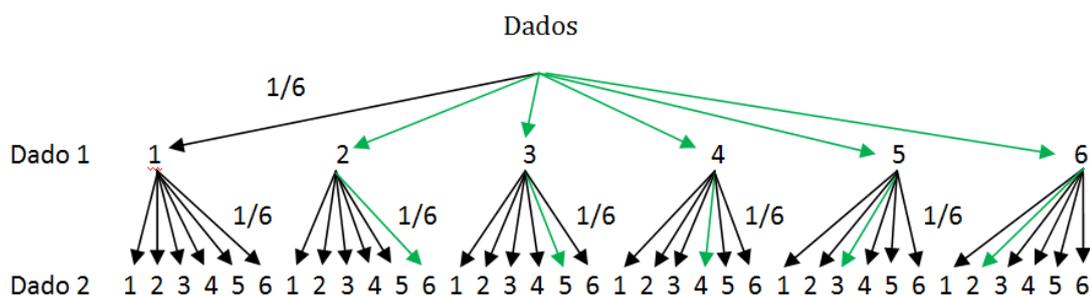


$$P(A) = P(1) \cdot P(6/1) + P(2) \cdot P(6/2) + P(3) \cdot P(6/3) + P(4) \cdot P(6/4) + P(5) \cdot P(6/5) + P(6) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = 5 \left(\frac{1}{36} \right) + \frac{1}{6} = \frac{5}{36} + \frac{6}{36} = \frac{11}{36}$$

23. Lanzamos dos dados que no estén trucados y anotamos los números de su cara superior. Consideramos el suceso A que la suma de las dos caras sea 8 y el suceso B que esos números difieran en dos unidades.

a) Comprueba que $P(A) = 5/36$ (casos favorables: 2+6; 3+5; 4+4; 5+3; 6+2) y que $P(B) = 8/36$ (casos favorables: (1,3), (2,4), ...).

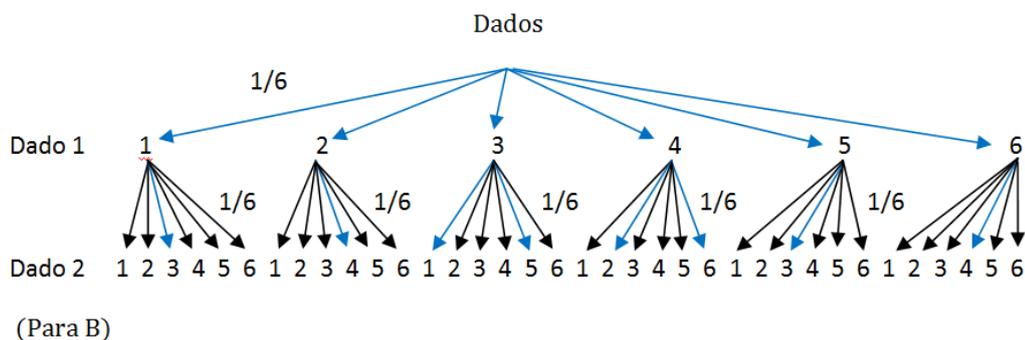
Diagrama de árbol:



(Para A)

$$P(A) = P(2) \cdot P(6/2) + P(3) \cdot P(5/3) + P(4) \cdot P(4/4) + P(5) \cdot P(3/5) + P(6) \cdot P(2/6) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = 5 \left(\frac{1}{36} \right) = \frac{5}{36}$$

Diagrama de árbol:



$$P(B) = P(1) \cdot P(3/1) + P(2) \cdot P(4/2) + P(3) \cdot P(1/3) + P(3) \cdot P(5/3) + P(4) \cdot P(2/4) + P(4) \cdot P(6/4) + P(5) \cdot P(3/5) + P(6) \cdot P(4/6) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = 8 \left(\frac{1}{36} \right) = \frac{8}{36}$$

b) Calcula las probabilidades de: $P(A \cap B)$; $P(A \cup B)$; $P(A \cap \bar{B})$; $P(\bar{A} \cap B)$; $P(\bar{A} \cap \bar{B})$.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = \frac{5}{36} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{18}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{5}{36} + \frac{8}{36} - \frac{5}{162} = \frac{107}{324}$$

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}/A) = \frac{5}{36} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{12}$$

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \cdot P(B/\bar{A}) = \left(1 - \frac{5}{36}\right) \cdot P(B/\bar{A}) = \frac{31}{36} \cdot \frac{6}{31} = \frac{1}{6}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}/\bar{A}) = \left(1 - \frac{5}{36}\right) \cdot P(\bar{B}/\bar{A}) = \frac{31}{36} \cdot \frac{25}{31} = \frac{25}{36}$$

c) Calcula $P(A/B)$; $P(A/\bar{B})$; $P(\bar{A}/B)$.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{18}}{\frac{8}{36}} = \frac{1}{4}$$

$$P(A/\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{1}{12}}{\left(1 - \frac{8}{36}\right)} = \frac{3}{28}$$

$$P(\bar{A}/B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{8}{36}} = \frac{3}{4}$$

24. La probabilidad del suceso A es de 2/3, la del suceso B es 3/4 y la de la intersección es 5/8. Halla:

a) La probabilidad de que se verifique alguno de los dos.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{19}{24}$$

b) La probabilidad de que no ocurra B.

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

c) La probabilidad de que no se verifique ni A ni B.

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8}\right) = \frac{5}{24}$$

d) La probabilidad de que ocurra A si se ha verificado B.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{8}}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{6}$$

25. En un supermercado se ha estudiado el número de clientes que compran tres productos A, B y C. Del estudio se ha obtenido que un 14% de los clientes compra el producto A y un 12% compra el producto B. Además, un 4% compra A y B, un 2% compra A y C y ningún cliente que compre C compra también B.

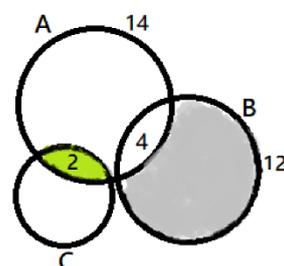
a) ¿Cuántos clientes compran únicamente el producto B?

b) Sabiendo que un cliente ha comprado A, ¿cuál es la probabilidad de que también haya comprado C, pero no B?

$$P(A) = 0.14 \quad P(B) = 0.12 \quad P(A \cap B) = 0.04 \quad P(A \cap C) = 0.02$$

$$P(B \cap C) = 0 \quad P(A \cup B \cup C) = 1$$

Como no da el número exacto de clientes podemos quitar los porcentajes y suponer que hay 100 clientes.



a) Sólo es B: $12 - 4 = 8$ clientes

b) Sabiendo que es de A que haya comprado en C pero no

$$P(C \cap \bar{B}/A) = \frac{2}{100} = 0.02$$

en B:

26. Sean A y B dos sucesos asociados a un experimento aleatorio. Sabiendo que $P(A) = 1/3$, $P(B) = 1/5$ y $P(A \cup B) = 7/15$, hallar:

a) La probabilidad de que se verifique A y B.

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{7}{15} ; P(A \cap B) = \frac{1}{15}$$

b) La probabilidad de que se verifique A y no B.

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{15} = \frac{4}{15}$$

c) La probabilidad de que no se verifique ni A ni B.

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{15}\right) = \frac{8}{15}$$

d) La probabilidad de que no se verifique A, si no se ha verificado B.

$$P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{8}{15}}{\frac{4}{5}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

27. Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que: $P(A) = \frac{3}{4}$; $P(B) = \frac{1}{2}$; $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{20}$ Calcular: $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$, $P(\bar{A}/B)$, $P(\bar{B}/A)$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{1}{20}$$

$$P(A \cup B) = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{19}{20} = \frac{3}{10}$$

$$P(\bar{A}/B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{5}$$

$$P(\bar{B}/A) = \frac{P(\bar{B} \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{10}}{\frac{3}{4}} = \frac{3}{5}$$

28. Se considera dos sucesos A y B tales que: $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B/A) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$

Calcula razonadamente: a) $P(A \cap B)$, b) $P(B)$, c) $P(\bar{B}/A)$, d) $P(\bar{A}/\bar{B})$. Nota. \bar{S} denota el suceso complementario del suceso S. $P(S/T)$ denota la probabilidad del suceso S condicionada al suceso T.

a) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + P(B) - \frac{1}{12}$$

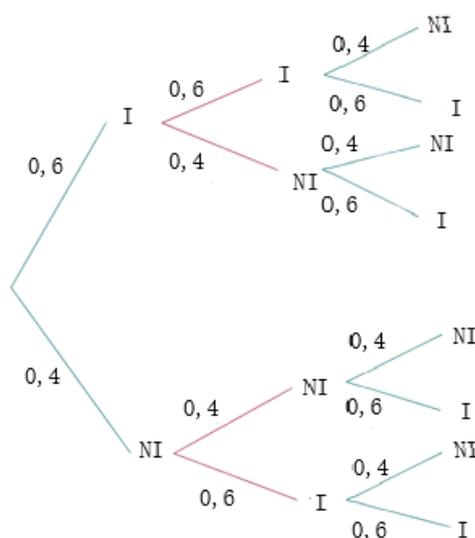
$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{12} = P(B) \quad ; \quad P(B) = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

c) $P(\bar{B}/A) = \frac{P(\bar{B} \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) - P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{12}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$

d) $P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{1 - P(A \cup B)}{P(\bar{B})} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$

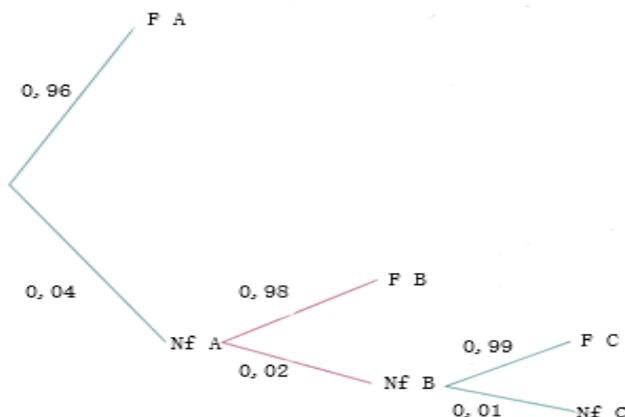
29. Dibuja en tu cuaderno un diagrama en árbol para tres incendios, y calcula la probabilidad de que al menos uno haya sido intencionado siendo $P(I) = 0,6$



$$P(\text{al menos 1 intencionado}) = 1 - P(\text{ninguno intencionado}) = 1 - (0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4) = 0,936$$

30. En una aeronave se han instalado tres dispositivos de seguridad: A, B y C. Si falla A se pone B en funcionamiento, y si también falla B empieza a funcionar C. Las probabilidades de que funcione correctamente cada dispositivo son: $P(A) = 0,96$; $P(B) = 0,98$; $P(C) = 0,99$ a) Calcula la probabilidad de que fallen los tres dispositivos. b) Calcula la probabilidad de que todo vaya bien.

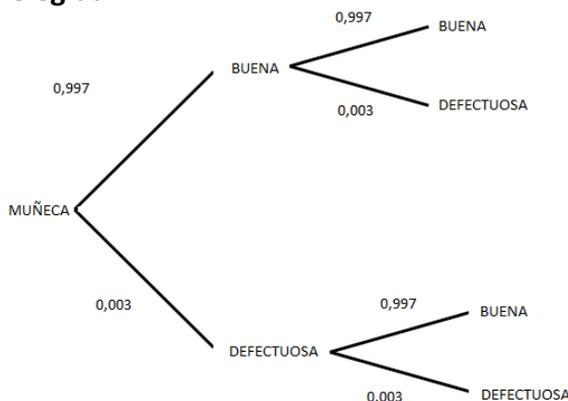
F = Funcione Nf = No funcione



$$P(\text{fallen los 3}) = P(Nf \cap Nf \cap Nf) = P(Nf) \cdot P(Nf/Nf) \cdot P(Nf/Nf \cap Nf) = \\ = 0,04 \cdot 0,02 \cdot 0,01 = 0,000008$$

$$P(\text{todo salga bien}) = 1 - P(\text{fallen los 3}) = 1 - 0,000008 = 0,999992$$

31. Una fábrica de muñecas desecha normalmente el 0'3 % de su producción por fallos debidos al azar. Calcula la probabilidad de que: a) Al coger dos muñecas al azar haya que desechar ambas. b) Al coger dos muñecas al azar haya que desechar sólo una. c) Al coger dos muñecas al azar no haya que desechar ninguna d) Verificamos 4 muñecas, calcula la probabilidad de desechar únicamente la tercera muñeca elegida.



$$a) P(D \cap D) = P(D) \cdot P(D) = 0,003 \cdot 0,003 = 0,000009$$

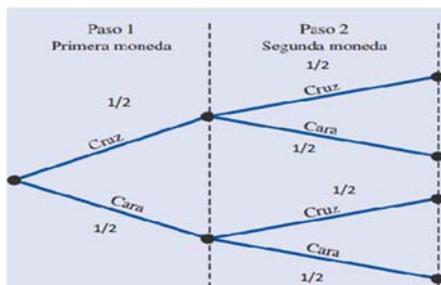
$$b) P(B \cap D) + P(D \cap B) = 2 \cdot P(B) \cdot P(D) = 2(0,997 \cdot 0,003) = 0,00598$$

$$c) P(B \cap B) = P(B) \cdot P(B) = 0,997 \cdot 0,997 = 0,994$$

$$d) P(\text{defectuosa solo la tercera}) = P(B) \cdot P(B) \cdot P(D) \cdot P(B) = 0,997 \cdot 0,997 \cdot 0,003 \cdot 0,997 \\ = 0,0029$$

32. Lanzamos una moneda hasta que aparezca dos veces seguidas del mismo lado. Calcula las probabilidades de que: A) La experiencia termine al segundo lanzamiento. B) Termine al tercer lanzamiento. C) Termine en el cuarto. D) Termine a lo sumo en el cuarto lanzamiento (es decir, que ter-

mine en el segundo o en el tercero o en el cuarto lanzamiento)



$$a) P(C \cap C) + P(X \cap X) = P(C) \cdot P(C) + P(X) \cdot P(X) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$b) P(\text{termine en el tercero}) = P(X) \cdot P(C) \cdot P(C) + P(C) \cdot P(X) \cdot P(X) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$

$$c) P(\text{termine en el cuarto}) = P(C) \cdot P(X) \cdot P(C) \cdot P(C) + P(X) \cdot P(C) \cdot P(X) \cdot P(X) = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8}$$

$$d) P(a \text{ lo sumo en el cuarto}) =$$

$$= P(\text{segundo}) + P(\text{termine en el tercero}) + P(\text{termine en el cuarto}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

33. Se ha hecho un estudio estadístico sobre accidentes de tráfico y se han determinado las siguientes probabilidades reflejadas en la tabla de contingencia:

a) Copia la tabla en tu cuaderno y complétala.

b) Determina las siguientes probabilidades: $P(V \cap C)$; $P(V \cap U)$; $P(M \cap C)$; $P(M \cap U)$; $P(V)$; $P(M)$; $P(C)$ y $P(U)$.

c) Calcula $P(U/V)$; $P(C/V)$; $P(V/U)$; $P(V/C)$. ¿Son dependientes o independientes los sucesos: accidente con víctimas y accidente en carretera?

a)

	Accidente en carretera (C)	Accidente en zona urbana (U)	Totales
Accidente con víctimas (V)	0,27	0,29	0,56
Accidente con sólo daños materiales (M)	0,31	0,13	0,44
Totales	0,58	0,42	1

$$b) P(V \cap C) = 0,27 \quad ; \quad P(V \cap U) = 0,29 \quad ; \quad P(M \cap C) = 0,31 \quad ; \quad P(M \cap U) = 0,13$$

$$P(V) = P(V \cap C) + P(V \cap U) = 0,56 \quad ; \quad P(M) = P(M \cap C) + P(M \cap U) = 0,44$$

$$P(C) = P(V \cap C) + P(M \cap C) = 0,58 \quad ; \quad P(U) = P(V \cap U) + P(M \cap U) = 0,42$$

$$c) P(U/V) = \frac{0,29}{0,56} = 0,54 \quad ; \quad P(C/V) = \frac{0,27}{0,56} = 0,48$$

$$P(V/U) = \frac{0,30}{0,43} = 0,7 \quad ; \quad P(V/C) = \frac{0,27}{0,58} = 0,47$$

Los sucesos V y C son dependientes pues $P(V) = 0,56 \neq P(V/C) = 0,47$

34. Inventa una tabla de contingencia considerando que los accidentes pueden ser de carretera© o urbanos(U), pero que ahora los clasificamos en leves(L), Graves(G) o mortales(M). Observa que lo fundamental para confecciona la tabla es que los sucesos sean incompatibles dos a dos.

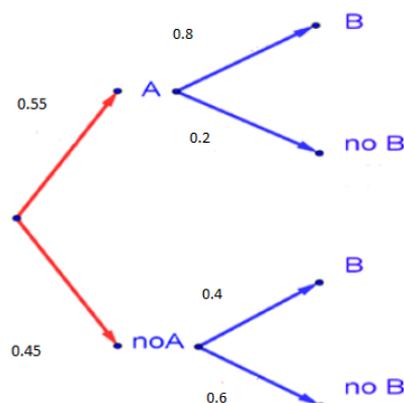
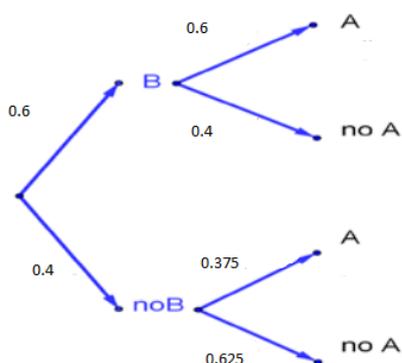
	Accidentes en carretera (C)	Accidentes urbanos (U)	Totales
Accidentes (L)	0.27	0.29	0.56
Accidentes (G)	0.18	0.01	0.19
Accidentes (M)	0.13	0.12	0.25
Totales	0.58	0.42	1

35. Dada la tabla de contingencia, construye dos diagramas de árbol.

	A	No A	
B	0.4	0.2	0.6
No B	0.15	0.25	0.4
	0.55	0.45	1

$$P(A \cap B) = 0.4 \rightarrow P(B) \cdot P(A/B) = 0.4 \rightarrow P(A/B) = \frac{0.4}{0.6} = 0.6$$

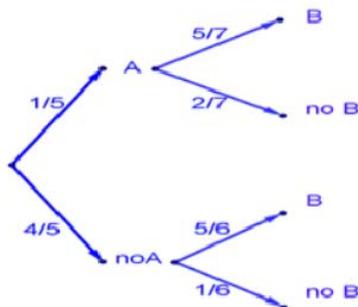
$$P(A \cap \text{no}B) = 0.15 \rightarrow P(\text{no}B) \cdot P(A/\text{no}B) = 0.15 \rightarrow P(A/\text{no}B) = \frac{0.15}{0.4} = 0.375$$



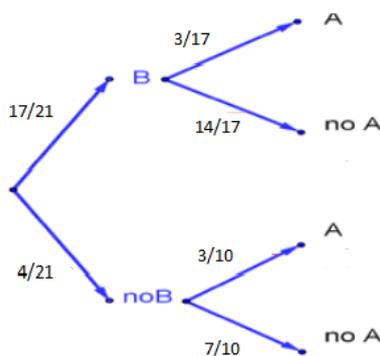
$$P(B \cap A) = 0.4 \rightarrow P(A) \cdot P(A/B) = 0.4 \rightarrow P(A/B) = \frac{0.4}{0.5} = 0.8$$

$$P(B \cap \text{no}A) = 0.2 \rightarrow P(\text{no}A) \cdot P(\text{no}A/B) = 0.2 \rightarrow P(\text{no}A/B) = \frac{0.2}{0.45} = 0.4$$

36. Dado el diagrama de árbol del margen, construye una tabla de contingencia, y después el otro diagrama de árbol.



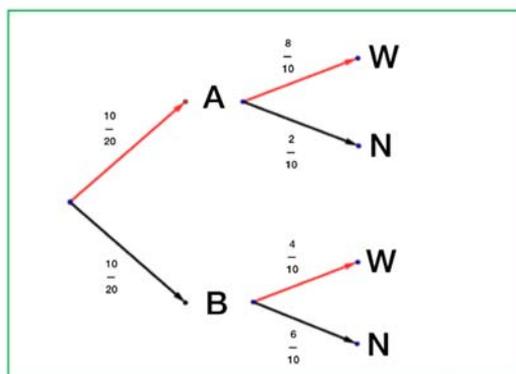
	A	No A	Totales
B	5/35	20/30	17/21
No B	2/35	4/30	4/21
Totales	7/35	24/30	1



$$P(A \cap B) = \frac{5}{35} \rightarrow P(B) \cdot P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{5}{35} \rightarrow P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{\frac{5}{35}}{\frac{17}{21}} = 3/17$$

$$P(A \cap \text{no}B) = 2/35 \rightarrow P(\text{no}B) \cdot P(A/\text{no}B) = 2/35 \rightarrow P(A/\text{no}B) = \frac{2/35}{4/21} = 3/10$$

37. Tenemos dos urnas, A y B. La primera con 8 bolas blancas y 2 bolas negras. La segunda con 4 bolas blancas y 6 bolas negras. Se saca una bola al azar, de una de las dos urnas, también al azar y resulta ser negra. ¿Cuál es la probabilidad de que proceda de la urna A?



$A \rightarrow$ elegir urna A $B \rightarrow$ elegir urna B

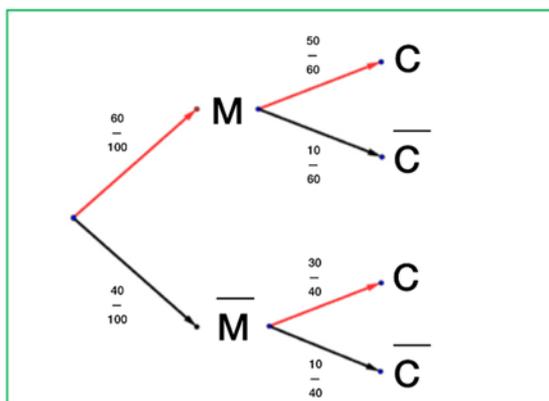
$W \rightarrow$ extraer bola blanca $N \rightarrow$ extraer bola negra

$$P(A/N) = \frac{P(A \cap N)}{P(N)} = \frac{P(A) \cdot P(N/A)}{P(N)} = \frac{0,5 \cdot 0,2}{0,4} = 0,25$$

$$P(N) = P(A \cap N) + P(B \cap N) = P(A) \cdot P(N/A) + P(B) \cdot P(N/B) = \frac{10}{20} \cdot \frac{2}{10} + \frac{10}{20} \cdot \frac{6}{10} = 0,4$$

La probabilidad de que la bola negra proceda de la urna A es de 0,25

38. Se está estudiando un tratamiento con un nuevo medicamento, para lo que se seleccionan 100 enfermos. A 60 se les trata con el medicamento y a 40 con un placebo. Los valores obtenidos se representan en la tabla adjunta. Calcula:



$M \rightarrow$ Tratados con medicamento $\bar{M} \rightarrow$ Tratados sin medicamento, es decir, con el placebo
 $C \rightarrow$ Curados $\bar{C} \rightarrow$ No curados

a) La probabilidad de que un enfermo curado haya sido tratado con el medicamento.

$$P(M/C) = \frac{P(M \cap C)}{P(C)} = \frac{P(M) \cdot P(C/M)}{P(C)} = \frac{0,6 \cdot 0,83}{0,8} = 0,62$$

$$P(C) = P(M) \cdot P(C/M) + P(\bar{M}) \cdot P(C/\bar{M})$$

$$P(C) = \frac{50}{60} \cdot \frac{60}{100} + \frac{30}{40} \cdot \frac{40}{100} = 0,8$$

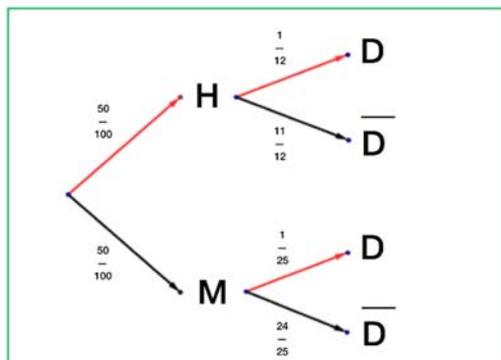
La probabilidad de que un enfermo curado haya sido tratado con el medicamento es de 0,62

b) La probabilidad de que un enfermo curado haya sido tratado con el placebo.

$$P(\bar{M}/C) = \frac{P(\bar{M} \cap C)}{P(C)} = \frac{P(\bar{M}) \cdot P(C/\bar{M})}{P(C)} = \frac{0,4 \cdot 0,75}{0,8} = 0,38$$

La probabilidad de que un enfermo curado haya sido tratado con el placebo es de 0,38

39. Se sabe que, en cierta población, la probabilidad de ser hombre y daltónico es un doceavo y la probabilidad de ser mujer y daltónica es un veinticincoavo. La proporción de personas de ambos sexos es la misma. Se elige una persona al azar.



$H \rightarrow$ Hombres $M \rightarrow$ Mujeres
 $D \rightarrow$ Daltónicas/os $\bar{D} \rightarrow$ No daltónicas/os

a) Si la persona elegida es hombre, hallar la probabilidad de que sea daltónico.

$$P(D/H) = \frac{1}{12}$$

La probabilidad de que un hombre sea daltónico es de 0,08 $\bar{3}$

b) Si la persona elegida es mujer, hallar la probabilidad de que sea daltónica.

$$P(D/M) = \frac{1}{25}$$

La probabilidad de que una mujer sea daltónica es de 0,04

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona elegida padezca daltonismo?

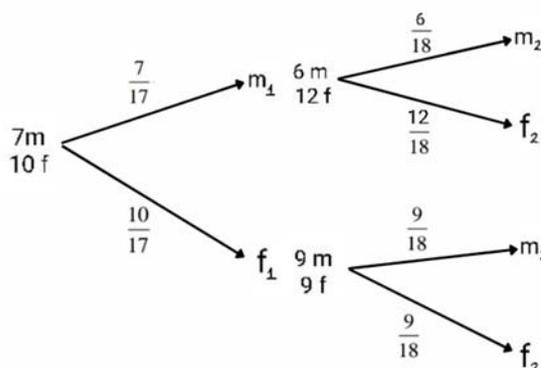
$$P(D) = P(H) \cdot P(D/H) + P(M) \cdot P(D/M)$$

$$P(D) = \frac{1}{12} \cdot \frac{50}{100} + \frac{1}{25} \cdot \frac{50}{100} = 0,062$$

40. Una caja de caramelos contiene 7 caramelos de menta y 10 de fresa. Se extrae al azar un caramelo y se sustituye por dos del otro sabor. A continuación, se extrae un segundo caramelo. Hállese la probabilidad que:

a) El segundo sea de fresa

b) El segundo sea del mismo sabor que el primero



a) $P(F_2) =$

$$P[(M_1 \cap F_2) \cup (F_1 \cap F_2)] =$$

$$P(M_1 \cap F_2) + P(F_1 \cap F_2) = \\ = P(M_1) \cdot P(F_2/M_1) + P(F_1) \cdot P(F_2/F_1) = \frac{7}{17} \cdot \frac{2}{3} + \frac{10}{17} \cdot \frac{1}{2} = \frac{29}{51}$$

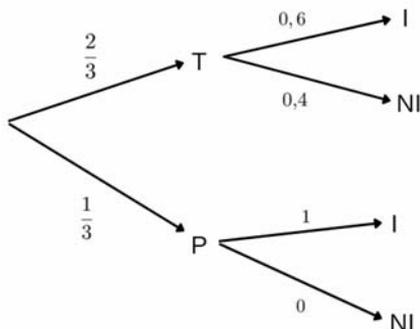
$$\text{b) } P[(M_1 \cap M_2) \cup (F_1 \cap F_2)] = P(M_1 \cap M_2) + P(F_1 \cap F_2) = \\ P(M_1) \cdot P(M_2/M_1) + P(F_1) \cdot P(F_2/F_1) = \frac{7}{17} \cdot \frac{1}{3} + \frac{10}{17} \cdot \frac{1}{2} = \frac{22}{51}$$

La probabilidad de que el segundo caramelo sea de fresa es de $\frac{29}{51}$ y que el segundo sea del mismo sabor que el primero es de $\frac{22}{51}$

41. En un avión de línea regular existe clase turista y clase preferente. La clase turista ocupa las dos terceras partes del pasaje y la clase preferente el resto. Se sabe que todos los pasajeros que viajan en la clase preferente saben hablar inglés y que el 40% de los pasajeros que viajan en clase turista no saben hablar inglés. Se elige un pasajero del avión al azar.

a) Calcúlese la probabilidad de que el pasajero elegido sepa hablar inglés.

b) Si se observa que el pasajero elegido sabe hablar inglés, ¿cuál es la probabilidad de que viaje en la clase turista?



$$\text{a) } P(I) = P(T \cap I) + \\ P(I/P) = \frac{2}{3} \cdot 0,6 + \frac{1}{3} \cdot 1 = \mathbf{0,73}$$

$$P(P \cap I) = P(T) \cdot P(I/T) + P(P) \cdot$$

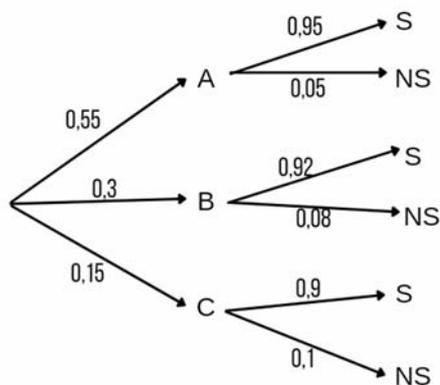
$$\text{b) } P(T/I) = \frac{P(T \cap I)}{P(I)} = \frac{P(T) \cdot P(I/T)}{P(I)} = \frac{0,4}{0,73} = \mathbf{0,54}$$

La probabilidad de que el pasajero que se eligió sepa hablar inglés es de 0,73 y la probabilidad de que ese pasajero pertenezca a la clase turista es de 0,54

42. Una tienda de trajes de caballero trabaja con tres sastres. Un 5% de los clientes atendidos por el sastre A no queda satisfecho, tampoco el 8% de los atendidos por el sastre B ni el 10% de los restantes del C. Calcúlese la probabilidad de que:

a) Un cliente no quede satisfecho con el arreglo

b) Si un cliente no ha quedado satisfecho, le haya hecho el arreglo el sastre A

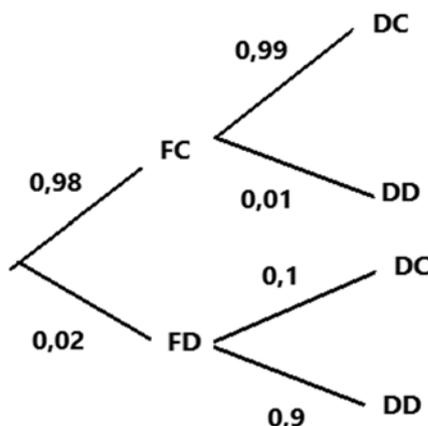


$$\text{a) } P(NS) = P(A \cap NS) + P(B \cap NS) + P(C \cap NS) = P(A) \cdot P(NS/A) + P(B) \cdot P(NS/B) + P(C) \cdot P(NS/C) = 0,55 \cdot 0,05 + 0,3 \cdot 0,08 + 0,15 \cdot 0,1 = \mathbf{0,0665}$$

$$\text{b) } P(A/NS) = \frac{P(A \cap NS)}{P(NS)} = \frac{0,55 \cdot 0,05}{0,0665} = \mathbf{0,413}$$

La probabilidad de que el cliente no quede satisfecho con el arreglo es de 0,0665 y si el cliente no queda satisfecho la probabilidad de que el arreglo lo hiciera el sastre A es de 0,413.

43. En un proceso de fabricación de móviles se detecta que el 2 % salen defectuosos. Se utiliza un dispositivo para detectarlos que resulta que detecta el 90 % de los móviles defectuosos, pero señala como defectuosos un 1 % que no lo son. A) Calcula la probabilidad de que sea correcto un móvil que el dispositivo ha calificado como defectuoso. B) Calcula la probabilidad de que sea defectuoso un móvil que el dispositivo ha calificado como correcto. Ayuda: Utiliza primero un diagrama en árbol y luego una tabla de contingencia.



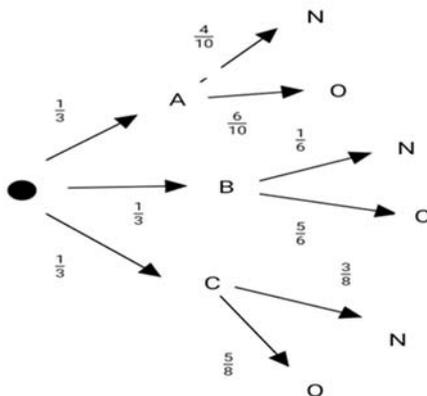
	Fabricado Correcto (FC)	Fabricado Defectuoso (FD)	
DETECTADO como Correcto (DC)	0,9702	0,002	0,9722
DETECTADO como Defectuoso (DD)	0,0098	0,018	0,0278
	0,98	0,02	1

$$\text{A) } P(FC/DD) = \frac{P(FC \cap DD)}{P(DD)} = \frac{0,0098}{0,0278} = 0,3525$$

$$\text{B) } P(FD/DC) = \frac{P(FD \cap DC)}{P(DC)} = \frac{0,002}{0,9722} = 0,0021$$

44. Se tienen 3 cajas, A, B y C. la caja A tiene 10 bolas de cuales 4 son negras. La caja B tiene 6 bolas con una bola negra. La caja C tiene 8 bolas con 3 negras. Se coge una caja al azar y de esa caja saca una bola, también al azar. Comprueba que la probabilidad de que la bola sea negra es 113/360.

A = 10 bolas y 4 negras B = 6 bolas y 1 negra C = 8 bolas y 3 negras O = No negra

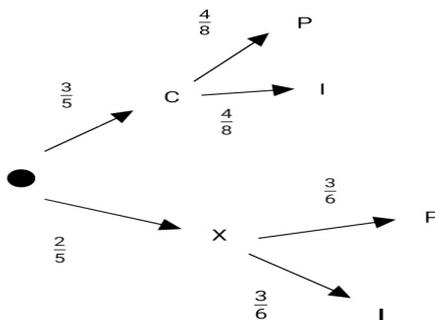


$$P(A \cap N) + P(B \cap N) + P(C \cap N) = (P(A) \cdot P(N/A)) + (P(B) \cdot P(N/B)) + (P(C) \cdot P(N/C))$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{2}{15} + \frac{1}{18} + \frac{1}{8} = \frac{113}{360}$$

Sí se cumple

45. Tenemos una moneda trucada cuya probabilidad de obtener cara es de $\frac{3}{5}$ y la cruz es de $\frac{2}{5}$. Si sale cara se escoge un número al azar del 1 al 8, y si sale cruz, se escoge un número del 1 al 6. Calcula la probabilidad de que el número escogido sea impar.



$$P(I) = P(C \cap I) + P(X \cap I) = (P(C) \cdot P(I/C)) + (P(X) \cdot P(I/X)) = \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{8}\right) + \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{6}\right) = \frac{3}{10} + \frac{1}{5} = \frac{1}{2}$$

46. Al analizar las actividades de ocio de un grupo de trabajadores fueron clasificados como deportistas o no deportistas y como lectores o no lectores. Se sabe que el 55 % de los trabajadores se clasificaron como deportistas o lectores, el 40 % como deportistas y el 30 % lectores. Se elige un trabajador al azar: a) Calcúlese la probabilidad de sea deportista y no lector. b) Sabiendo que el trabajador elegido es lector, calcúlese la probabilidad de que sea deportista.

- L = Lector
- D = Deportista

$$P(D \cup L) = 0,55 \quad ; \quad P(D) = 0,40 \quad ; \quad P(L) = 0,30$$

$$\text{a) } P(D \cap \text{noL}) = P(D) - P(D \cap L) \quad ; \quad P(D \cap L) = P(D) + P(L) - P(D \cup L) = 0,40 + 0,30 - 0,55 = 0,15$$

$$P(D \cap \text{noL}) = P(D) - P(D \cap L) = 0,40 - 0,15 = 0,25$$

$$b) P(D/L) = \frac{P(D \cap L)}{P(L)} = \frac{0,15}{0,30} = 0,50$$

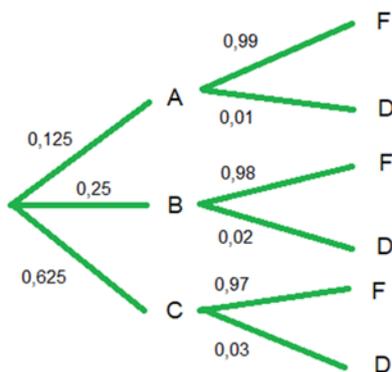
47. Tres máquinas A, B y C fabrican tornillos del mismo tipo. La probabilidad de que un tornillo fabricado en la máquina A sea defectuoso es 0'01, de que lo sea uno fabricado en B es 0'02 y de que lo sea si ha sido manufacturado en C es 0'03. En una caja se mezclan 120 tornillos: 15 de la máquina A, 30 de la B y 75 de la C. a) Calcúlese la probabilidad de que un tornillo elegido al azar no sea defectuoso. b) Elegido un tornillo al azar resulta defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina B?

120 tornillos: 15 de la A, 30 de la B y 75 de la C;

calculamos porcentajes $\Rightarrow P(A) = 15/120 = 0,125$, $P(B) = 30/120 = 0,25$, $C = 75/120 = 0,625$;

12,5% de la A, 25% de la B y 75% de la C.

Diagrama de árbol:



- F = Funcional
- D = Defectuoso

A) $P(F) = P(A \cap F) + P(B \cap F) + P(C \cap F)$; $P(F) = 0,125 \cdot 0,99 + 0,25 \cdot 0,98 + 0,625 \cdot 0,97 = 0,975$
Existe un 97,5% de probabilidad de que, al coger un tornillo aleatorio, este sea funcional.

B) $P(D) = 1 - P(F) = 0,025$

$$P(B/D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{0,25 \cdot 0,02}{0,025} = 0,2$$

Existe un 20% de probabilidad de que el tornillo defectuoso haya sido fabricado por la máquina B

48. Una escuela de natación ofrece cursos de iniciación y perfeccionamiento en las categorías pre-benjamín (7-8 años), benjamín (9-10 años) y alevín (11-12 años). La siguiente tabla contiene la información con el número de nadadores matriculados en cada curso:

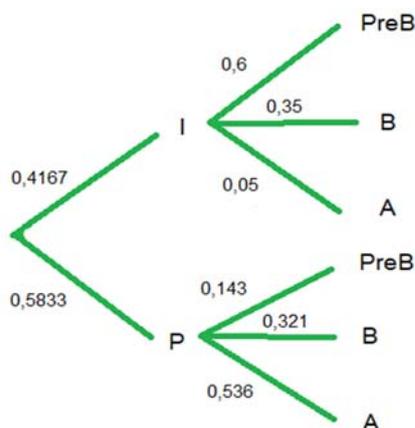
	Pre-benjamín	Benjamín	Alevín	Total
Iniciación	120	70	10	200
Perfeccionamiento	40	90	150	280
Total	160	160	160	480

Se elige al azar un nadador de la escuela.

- ¿Cuál es la probabilidad de que esté en el curso de iniciación?
- ¿Cuál es la probabilidad de que esté en el curso de perfeccionamiento o bien sea alevín?
- Si el nadador elegido es un benjamín, ¿cuál es la probabilidad de que esté en el curso de perfeccionamiento?
- Si el nadador elegido está en el curso de iniciación, ¿cuál es la probabilidad de que sea benjamín?

480 nadadores: 200 Iniciación, 280 Perfeccionamiento; 41,67% Iniciación y 58,33% Perfeccionamiento

Diagrama de árbol:



- I= Iniciación
- P= Perfeccionamiento
- PreB= Pre-Benjamín
- B= Benjamín
- A= Alevín

$$P(I)=200/480=0,4167, \quad P(P)=280/480=0,5833, \quad P(\text{PreB})=160/480=0,333,$$

$$P(B)=160/480=0,333, \quad P(A)=160/480=0,334$$

A) $P(I)=200/480=0,4167$

Existe una probabilidad de 41,67% de que el nadador esté en el curso de iniciación.

B) $P(P \cup A) = P(P) + P(A) - P(P \cap A) = \frac{280}{480} + \frac{160}{480} - \frac{150}{480} = \frac{290}{480} = \frac{29}{48} = 0,6$

Existe una probabilidad del 60% de que el nadador esté en el curso de perfeccionamiento o sea alevín

C) $P(P/B) = \frac{P(B \cap P)}{P(B)} = \frac{0,583 \cdot 0,321}{0,583 \cdot 0,321 + 0,417 \cdot 0,35} = 0,562$

Existe una probabilidad del 56,2% de que, si el nadador es benjamín, se encuentre en el curso de

perfeccionamiento.

$$D) P(B/I) = \frac{P(B \cap I)}{P(I)} = \frac{0,35 \cdot 0,4167}{0,4167} = 0,35$$

Existe una probabilidad del 35% de que, al escoger a un nadador en iniciación al azar, este sea benjamín

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. En un colegio se selecciona un grupo de 200 estudiantes de los cuales todos estudian inglés o francés. De ellos 150 estudian inglés y 70 francés. ¿Cuántos estudian francés e inglés?

En otro centro escolar se estudian varios idiomas: francés, inglés, alemán e italiano. Se seleccionan también 200 estudiantes de los cuales, 150 estudian inglés, 70 francés y 40 ambos idiomas, ¿cuántos estudiantes de ese centro no estudian ni francés ni inglés?

a)

	estudiantes	inglés	francés
probabilidad	200	150	70
	200/200	3/4	7/20

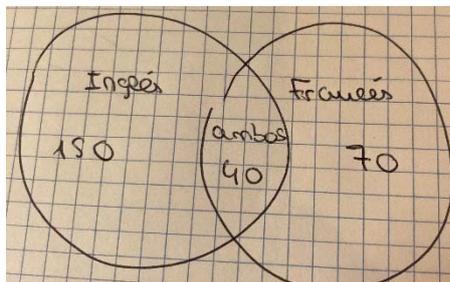
$$P(I \cup F) = P(I) + P(F) - P(I \cap F); \quad P(I \cap F) = P(I) + P(F) - P(I \cup F);$$

$$P(I \cap F) = \frac{3}{4} + \frac{7}{20} - \frac{200}{200}; \quad P(I \cap F) = 1/10$$

Como la probabilidad es 1/10, de 200 personas 20 alumnos estudian inglés y francés.

b)

	estudiantes	inglés	francés	ambos	alemán	italiano
probabilidad	200	150	70	40	¿?	¿?
	200/200	3/4	7/20	1/5	¿?	¿?



Luego 150- 40= 110 solo estudian inglés

Y 70-40= 30 solo estudian francés

Por tanto, 110 que estudian inglés más 30 que estudian francés más 40 que estudian ambos idiomas = 180 estudiantes de inglés, francés o ambos.

200 estudiantes menos 180= 20 estudian otros idiomas (alemán e italiano).

2. Lanzamos un dado. Calcula la probabilidad de:

- Sacar un número impar.
- No sacar un 3.
- Sacar un número mayor que 3.
- Sacar un número mayor que 3 y que sea impar.
- Sacar un número mayor que 3 o bien que sea impar.

$$\text{Regla de Laplace: } P(\text{suceso}) = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}}$$

$$a) \text{ probabilidad de que salga impar} = \frac{\text{números impares}}{\text{número de caras}} = 3/6 = 1/2$$

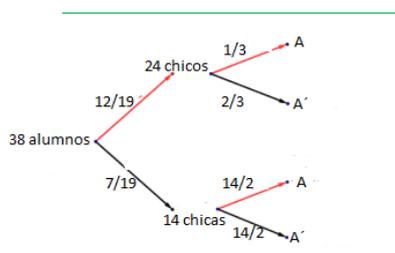
$$b) \text{ probabilidad de que salga 3} = \frac{\text{número 3}}{\text{número de cara}} = 1/6$$

$$c) \text{ probabilidad de que salga un número mayor que 3} = \frac{\text{número mayor que 3}}{\text{número de caras}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

- d) *probabilidad de que salga un número impar mayor que 3* $= \frac{\text{número impar mayor que 3}}{\text{número de caras}} = \frac{1}{6}$
 e) *probabilidad de que salga un número mayor que 3 o impar* $= \frac{5}{6}$

3. En una clase hay 24 alumnos y 14 alumnas. La mitad de las alumnas y la tercera parte de los alumnos tienen los ojos azules. Se elige un estudiante al azar.

- a) Calcula la probabilidad de que sea chico y tenga los ojos azules.
 b) Calcula la probabilidad de que sea chico o tenga los ojos azules.



C= elegir chico

a) $P(C \cap A) = P(C)P(A/C);$

$$P(C \cap A) = \left(\frac{12}{38}\right) \left(\frac{1}{3}\right);$$

$$P(C \cap A) = \frac{4}{19}$$

b) Chicas con ojos azules $\frac{1}{2}$ de 14 = 7

Chicos con ojos azules $\frac{1}{3}$ de 24 = 8, en total hay 15 con ojos azules

$$P(C \cup A) = P(C) + P(A) - P(C \cap A) = \frac{24}{38} + \frac{15}{38} - \frac{8}{38} = \frac{31}{38}$$

4. Antonio, Juan y Jorge tienen una prueba de natación. Antonio y Juan tienen la misma probabilidad de ganar, y doble a la probabilidad de Jorge. Calcula la probabilidad de que gane Juan o Jorge.

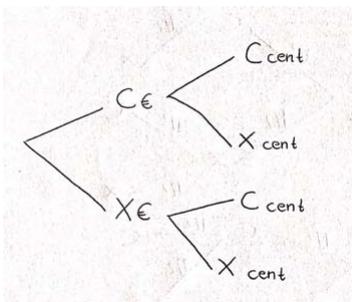
$$\text{Juan} \rightarrow 2x \quad \text{Jorge} \rightarrow x \quad \text{Antonio} \rightarrow 2x$$

Como la suma de las probabilidades ha de ser 1, $5x=1$ $x=\frac{1}{5}$

$$P(\text{Juan})=\frac{2}{5} \quad P(\text{Jorge})=\frac{1}{5} \quad P(\text{Antonio})=\frac{2}{5}$$

$$P(\text{Juan o Jorge}) = P(\text{Juan}) + P(\text{Jorge}) = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}, \text{ al ser incompatibles.}$$

5. Lanzamos dos monedas distintas, una de 50 céntimos y otra de un euro. Calcula la probabilidad de que: A) En la moneda de un euro salga cara. B) Salga una cara. C) Salga al menos una cara. D) No salga ninguna cara. E) Salga una cara y una cruz.



a) $P(\text{cara } \text{€}) = \frac{1}{2}$

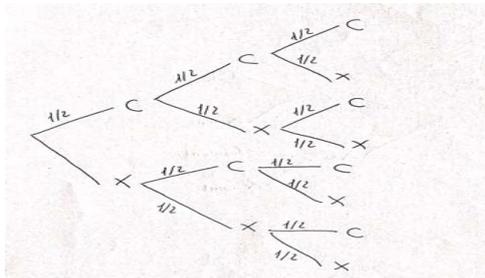
b) $P(C\text{€} \cap X) + P(X \cap C\text{ct}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

c) $P(C\text{€} \cap X) + P(X \cap C\text{ct}) + P(C\text{€} \cap C\text{ct}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

d) $P(X \cap X) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

e) $P(C \cap X) + P(X \cap C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

6. Lanzamos tres monedas. Calcula las probabilidades de: A) No salga ninguna cara. B) Salga al menos una cara. C) Salgan dos caras y una cruz.



$$A) P(X \cap X \cap X) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

B) Si la probabilidad de que no salga ninguna cara es de $1/8$, la probabilidad de que salga al menos una cara es $1 - \text{probabilidad de ninguna cara} = 1 - 1/8 = 7/8$

$$C) P(C \cap C \cap X) + P(C \cap X \cap C) + P(X \cap C \cap C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

7. Lanzamos dos dados y anotamos los valores de las caras superiores. Calcula las probabilidades de que la suma sea 1, sea 2, sea 3, ... sea 12.

Solución:

La siguiente tabla representa la suma de los valores de ambos dados:

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$$\text{Regla de Laplace: } P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ casos favorables } A}{n^{\circ} \text{ casos posibles}}$$

$$P(1) = 0; \quad P(2) = \frac{1}{36}; \quad P(3) = \frac{2}{36}; \quad P(4) = \frac{3}{36}; \quad P(5) = \frac{4}{36}; \quad P(6) = \frac{5}{36};$$

$$P(7) = \frac{6}{36}; \quad P(8) = \frac{5}{36}; \quad P(9) = \frac{4}{36}; \quad P(10) = \frac{3}{36}; \quad P(11) = \frac{2}{36}; \quad P(12) = \frac{1}{36}$$

8. ¿Qué es más probable al tirar tres dados, que la suma de sus caras superiores sea 9 o sea 10? Escribe el suceso "sea 9" y el suceso "sea 10" y calcula las probabilidades de sus sucesos elementales. ¡Sabes ya más que Galileo!

$$\text{Regla de Laplace: } P(A) = \frac{\text{n}^\circ \text{ casos favorables } A}{\text{n}^\circ \text{ casos posibles}}$$

Con tres dados, el n° de casos posibles son 6^3 , o lo que es lo mismo 216

a) Para calcular $P(9)$: Considerando que el 3^{er} dado puede tomar valores del 1-6, los que pueden ser válidos para sumar 9 son representados en la siguiente tabla, en la que aparecen las sumas de los valores de los otros dos dados (el resto de los valores se descartan):

	1	2	3	4	5	6
1	-	-	4 (+5)	5 (+4)	6 (+3)	7 (+2)
2	-	4 (+5)	5 (+4)	6 (+3)	7 (+2)	8 (+1)
3	4 (+5)	5 (+4)	6 (+3)	7 (+2)	8 (+1)	-
4	5 (+4)	6 (+3)	7 (+2)	8 (+1)	-	-
5	6 (+3)	7 (+2)	8 (+1)	-	-	-
6	7 (+2)	8 (+1)	-	-	-	-

Por lo tanto, de los 216 casos posibles, se tiene que 25 son favorables para $P(9)$ y según Laplace:

$$P(9) = \frac{25}{216}$$

b) Para calcular $P(10)$: Al igual que en el caso anterior, el 3^{er} dado toma valores del 1-6; se representan en la tabla los posibles valores que puedan sumar 10 (Los que no cumplen dicha condición se descartan):

	1	2	3	4	5	6
1	-	-	4 (+6)	5 (+5)	6 (+4)	7 (+3)
2	-	4 (+6)	5 (+5)	6 (+4)	7 (+3)	8 (+2)
3	4 (+6)	5 (+5)	6 (+4)	7 (+3)	8 (+2)	9 (+1)
4	5 (+5)	6 (+4)	7 (+3)	8 (+2)	9 (+1)	-
5	6 (+4)	7 (+3)	8 (+2)	9 (+1)	-	-
6	7 (+3)	8 (+2)	9 (+1)	-	-	-

Por lo tanto, de los 216 casos probables, para $P(10)$ son favorables 27 y según Laplace:

$$P(10) = \frac{27}{216}$$

Luego es más probable que salga suma 10

9. Lanzamos a la vez una moneda y un dado. Llama A al suceso "Salga cara y un número par", B al suceso "Salga cruz y un número primo" y al suceso C "Salga un número primo". Calcula las probabilidades de A , B y C . ¿Cómo son estos sucesos? Indica cuáles de ellos son compatibles y cuáles son incompatibles.

Solución:

$$\text{Regla de Laplace: } P(A) = \frac{\text{n}^\circ \text{ casos favorables } A}{\text{n}^\circ \text{ casos posibles}}$$

La siguiente tabla representa tanto los valores tomados por el dado como las caras de la moneda:

	1	2	3	4	5	6
C	C1	C2	C3	C4	C5	C6
X	X1	X2	X3	X4	X5	X6

$$A = \{\text{cara y par}\}; \quad B = \{\text{cruz y primo}\}; \quad C = \{\text{n}^\circ \text{ Primo}\}$$

$$\text{a) } P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}; \quad P(B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}; \quad P(C) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2};$$

$$\text{b) } P(A \cap B) = 0, \text{ son incompatibles; } P(A \cap C) = \frac{1}{12} \text{ Compatibles; } P(B \cap C) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \text{ Compatibles.}$$

10. Lanzamos una moneda 50 veces, ¿Qué es más probable, obtener 50 caras seguidas o obtener en las 25 tiradas cara y en las 25 siguientes cruz? Justifica la respuesta.

- La probabilidad de los dos casos es la misma porque la moneda no guarda los datos de sus tiradas, es decir, no tiene memoria.

11. Una moneda está trucada. La probabilidad de obtener cara es doble que la de obtener cruz. Calcula las probabilidades de los sucesos obtener cara y obtener cruz al tirar una moneda.

- C → Salir cara. - X → Salir cruz.

$$P(C) = 2 \cdot P(X) \rightarrow P(C) + P(X) = 1$$

$$2P(X) + P(X) = 1 \rightarrow 3P(X) = 1 \rightarrow P(X) = \frac{1}{3}; P(C) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\cdot P(C) = \frac{2}{3} \quad \cdot P(X) = \frac{1}{3}$$

12. Tres chicos y dos chicas juegan un torneo de ajedrez. Todos los chicos tienen idéntica probabilidad de ganar, y todas las chicas, también. Pero la probabilidad de ganar una chica es doble de la de ganar

un chico. Calcula la probabilidad de que un chico gane el torneo.

· Chico 1,2,3 = probabilidad x cada uno · Chica 1,2 = probabilidad $2x$ cada una

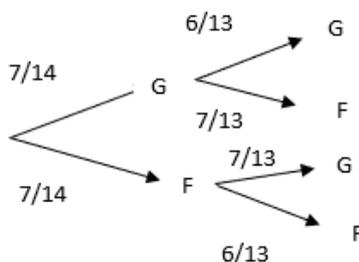
$$\text{Calculamos cuánto vale } x. \quad 7x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{7}$$

Por tanto, la probabilidad de que gane un chico el torneo es $1/7$.

13. Siete parejas de novios están en una habitación. Se seleccionan dos personas al azar. Calcula la probabilidad de: a) Sean un chico y una chica. b) Sean una pareja de novios. Ahora se escogen 4 personas al azar. Calcula la probabilidad de: c) Haya al menos una pareja de novios. d) No haya ninguna pareja de novios.

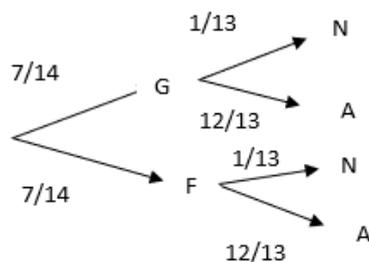
$F = \{\text{Que sea chica}\}$ $G = \{\text{Que sea chico}\}$
 $N = \{\text{Que sean novios}\}$ $A = \{\text{Que no sean novios}\}$

a)



$$P(G \cap F) = P(G)P(F/G) + P(F)P(G/F) = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{13} + \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{13} = \frac{14}{26} = \frac{7}{13}$$

b)



$$P(N) = P(G \cap N) + P(F \cap N) = P(G)P(N/G) + P(F)P(N/F) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{13} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{13} = \frac{2}{26} = \frac{1}{13}$$

$$\text{c) } P(\text{al menos una pareja de novios}) = 1 - P(\text{ninguna pareja}) = 1 - \left(\frac{14}{14} \cdot \frac{12}{13} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{8}{11}\right) = 1 - \frac{80}{143} = \frac{63}{143}$$

$$\text{d) } P(\text{ninguna pareja}) = \left(\frac{14}{14} \cdot \frac{12}{13} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{8}{11}\right) = \frac{80}{143}$$

14. Tenemos un dado trucado de forma que los números impares tienen una probabilidad doble a la de los números pares. Calcula las probabilidades de: A) Salga un número impar. B) Salga un número primo. C) Salga un número primo impar. D) Salga un número que sea primo o sea impar.

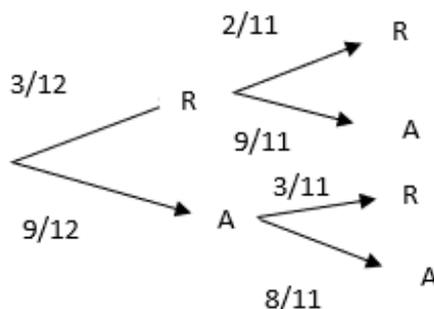
1	2x
2	x
3	2x
4	x
5	2x
6	x
9x= 1; x = 1/9	

A={número impar} B={número par} C={número primo}

- a) $P(A) = P(1) + P(3) + P(5) = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
- b) $P(C) = P(1) + P(2) + P(3) + P(5) = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$
- c) $P(A \cap C) = \{1,3,5\} = P(1) + P(3) + P(5) = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
- d) $P(A \cup C) = \{1,2,3,5\} = P(1) + P(2) + P(3) + P(5) = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$

15. En un grupo de 12 amigas hay 3 rubias. Se eligen dos chicas al azar. Calcula la probabilidad de que:
 A) Ambas sean rubias. B) Al menos una sea rubia. C) Ninguna sea rubia. D) Una sea rubia y la otra no.

R={Que sea rubia} A={No ser rubia}



- a) $P(R \cap R) = P(R)P(R/R) = \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} = \frac{6}{132} = \frac{1}{22}$
- b) $P(\text{al menos 1 sea rubia}) = 1 - P(A \cap A) = 1 - P(A)P(A/A) = 1 - \frac{9}{12} \cdot \frac{8}{11} = \frac{5}{11}$
- c) $P(A \cap A) = P(A)P(A/A) = \frac{9}{12} \cdot \frac{8}{11} = \frac{6}{11}$
- d) $P(A \cap R) + P(R \cap A) = P(A)P(R/A) + P(R)P(A/R) = \frac{9}{12} \cdot \frac{3}{11} + \frac{3}{12} \cdot \frac{9}{11} = \frac{9}{22}$

16. Lanzamos dos dados y anotamos los valores de las caras superiores. Calcula las probabilidades de que: A) Los números obtenidos sean iguales. B) Los números obtenidos difieran en 3 unidades. C) Los números obtenidos sean pares.

A) Realizamos un diagrama cartesiano donde se indican los posibles valores de cada dado al lanzarlos:

Dado1/dado 2	1	2	3	4	5	6
1	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
2	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
3	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6
4	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6
5	5-1	5-2	5-3	5-4	5-5	5-6
6	6-1	6-2	6-3	6-4	6-5	6-6

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles.}} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

B)

Dado1/dado 2	1	2	3	4	5	6
1	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
2	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
3	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6
4	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6
5	5-1	5-2	5-3	5-4	5-5	5-6
6	6-1	6-2	6-3	6-4	6-5	6-6

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles.}} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

C)

Dado1/dado 2	1	2	3	4	5	6
1	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
2	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
3	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6
4	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6
5	5-1	5-2	5-3	5-4	5-5	5-6
6	6-1	6-2	6-3	6-4	6-5	6-6

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles.}} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

17. Lanzamos una moneda hasta que salga cara. Calcula la probabilidad de que: A) Salga cara antes del cuarto lanzamiento. B) Salga cara después del octavo lanzamiento.

A) **Salga cara antes del cuarto lanzamiento:** Será la probabilidad de que salga cara en el primer lanzamiento ($\frac{1}{2}$) o que salga cara en el segundo lanzamiento, ($\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$) o que salga cara en el tercer lanzamiento, ($\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$)

analizan cuántas dan 7 y de éstas cuántas ha salido un 3 en alguno de los dados:

Dado1/dado 2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

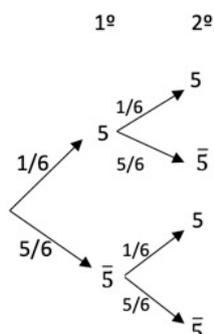
$$P(A) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

AUTOEVALUACIÓN

1. Al tirar dos dados, la probabilidad de sacar al menos un 5 es:

b) 11/36

A = Al menos un 5



$$P(A) = P(5 \cap 5) + P(5 \cap \bar{5}) + P(\bar{5} \cap 5)$$

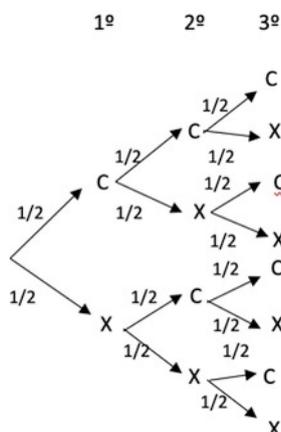
$$P(A) = P(5) \cdot P(5/5) + P(5) \cdot P(\bar{5}/5) + P(\bar{5}) \cdot P(5/\bar{5})$$

$$P(A) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{11}{36}$$

2. Al tirar 3 monedas, la probabilidad de sacar exactamente dos caras.

c) 3/8

A = sacar dos caras



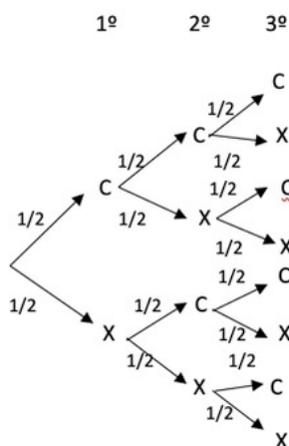
$$P(A) = P(C) \cdot P(C/C) \cdot P(X/C) + P(C) \cdot P(X/C) \cdot P(C/X) + P(X) \cdot P(C/X) \cdot P(C/C) =$$

$$P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

3. Al tirar 3 monedas, la probabilidad de sacar al menos dos caras es:

a) 1/2

A = sacar al menos 2 caras



$$P(A) = P(C) \cdot P(C/C) \cdot P(C/C) + P(C) \cdot P(C/C) \cdot P(X/C) + P(C) \cdot P(X/C) \cdot P(C/C) + P(C) \cdot P(X/C) \cdot P(X/C) + P(X) \cdot P(C/X) \cdot P(C/C) + P(X) \cdot P(C/X) \cdot P(X/C)$$

$$P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

4. Sacamos una carta de una baraja de 40 cartas, la probabilidad de que sea un oro o un múltiplo de 2 es:

O = {Sacar oro}

M = {Salir múltiplo de 2}

$$P(O) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} \quad P(M) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$P(O \cup M) = P(O) + P(M) - P(O \cap M) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{5}{10} = \frac{1}{4} \Rightarrow \mathbf{d) 1/4}$$

5. Indica cuál de las afirmaciones siguientes es siempre correcta:

- a) $P(A) + P(\text{no}A) = 1$** \rightarrow Siempre es correcta porque son sucesos contrarios que, al sumarlos, forman el total, 1. La probabilidad del suceso contrario es 1 menos la probabilidad del suceso.
- b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$** \rightarrow Solamente es correcta cuando los eventos son incompatibles, es decir, que no pueden realizarse a la vez.
- c) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$** \rightarrow Solamente es correcta si los sucesos son independientes. La probabilidad del segundo suceso no depende de lo que se ha obtenido en el primero.

Respuesta a)