

Matemáticas Académicas

4ºB ESO

Capítulo 4: Ecuaciones y sistemas de ecuaciones

Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrights.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Realizados por:

Hugo Bastante Gómez-Limón y Pilar Paramio Barrigas
IES ATENEA, CIUDAD REAL

Revisor: **Luis Carlos Vidal Del Campo**

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Indica si son ecuaciones de segundo grado las siguientes ecuaciones

- a) $3x^2 - \sqrt{7}x + 5 = 0$ Sí, es ecuación de segundo grado
 b) $4,7x^2 - 6,25 = 0$ Sí, es ecuación de segundo grado
 c) $7x^2 - \frac{2}{x} + 5x = 0$ No es ecuación de segundo grado
 d) $2xy - 5 = 0$ No es ecuación de segundo grado
 e) $33 - 2,35x = 0$ No es ecuación de segundo grado
 f) $9x^2 - 52\sqrt{x} + 3,2 = 0$ No es ecuación de segundo grado

2. En las siguientes ecuaciones de segundo grado, indica cuales son a, b y c.

a) $3 - 8x^2 + 10x = 0$

$$a = -8 \quad b = 10 \quad c = 3$$

b) $-3,4x^2 + 7,8x = 0$

$$a = -3,4 \quad b = 7,8 \quad c = 0$$

c) $6x^2 - 1 = 0$

$$a = 6 \quad b = 0 \quad c = -1$$

d) $1,25x^2 - 3,47x + 2,75 = 0$

$$a = 1,25 \quad b = -3,47 \quad c = 2,75$$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado completas:

a) $x^2 - 8x + 7 = 0 \rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4(1)(7)}}{2(1)} = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{8 \pm 6}{2} \rightarrow x_1 = 7 ; x_2 = 1$

b) $2x^2 + 3x - 12 = 0 \quad 2x^2 + 3x - 12 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)(-12)}}{2(2)} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+96}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{105}}{4}$

$$\rightarrow x_1 = 1.81 ; \quad x_2 = -3.31$$

c) $10x^2 - 9x + 50 = 0 \quad x = \frac{9 \pm \sqrt{9^2 - 4(10)(50)}}{2(10)} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 2000}}{20} = \frac{9 \pm \sqrt{-1919}}{20}$ No tiene solución real.

d) $x^2 - 13x + 22 = 0 \quad x = \frac{13 \pm \sqrt{13^2 - 4(1)(22)}}{2(1)} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 88}}{2} = \frac{13 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{13 \pm 9}{2} \quad x_1 = 11 ; x_2 = 2$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x - \frac{3(x-1)}{5} = 6x^2 - \frac{8x-3}{5} \rightarrow 2x - \frac{3x-3}{5} = 6x^2 - \frac{8x-3}{5} \rightarrow 10x - (3x-3) = 30x^2 - (8x-3)$
 $10x - 3x + 3 = 30x^2 - 8x + 3 \rightarrow -30x^2 + 7x + 8x = 0 \rightarrow 15x - 30x^2 = 0 \rightarrow 15x \cdot (1 - 2x) = 0$
 $x \cdot (1 - 2x) = 0 \rightarrow x = 0 ; 1 - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

$$\text{Solución: } x = \frac{1}{2} \quad x = 0$$

$$\text{b) } 2 \cdot \frac{x-7}{5} - \frac{3-2x}{x} = 10 \rightarrow \frac{2 \cdot (x-7)}{5} - \frac{3-2x}{x} = 10 \rightarrow \frac{2x-14}{5} - \frac{3-2x}{x} = 10$$

$$\frac{x \cdot (2x-14) - 5(3-2x) - 50x}{5x} = 0 \rightarrow \frac{2x^2 - 14x - 15 + 10x - 50x}{5x} = 0 \rightarrow \frac{2x^2 - 54x - 15}{5x} = 0 \rightarrow 2x^2 - 54x - 15 = 0$$

$$x = \frac{-(-54) \pm \sqrt{(-54)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-15)}}{2 \cdot 2} = \frac{54 \pm \sqrt{2916 + 120}}{4} = \frac{54 \pm \sqrt{3036}}{4}$$

$$\text{Solución: } x = \frac{27 + \sqrt{759}}{2} \quad x = \frac{27 - \sqrt{759}}{2}$$

$$\text{c) } 5x \cdot (x-3) + 4(x^2 - 5) + 10 = -10$$

$$5x^2 - 15x + 4x^2 - 20 + 10 = -10 \rightarrow 9x^2 - 15x - 20 + 20 = 0$$

$$9x^2 - 15x = 0 \rightarrow x(9x - 15) = 0 ; \quad x = 0 ; \quad x = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$$

$$\text{d) } 5 \cdot (x^2 - 1) + 3(x^2 - 5) + 4 = 16$$

$$5x^2 - 5 + 3(x^2 - 5) + 4 = 16 \rightarrow 5x^2 - 5 + 3x^2 - 15 + 4 = 16 \rightarrow 8x^2 - 5 - 15 + 4 = 16 \rightarrow 8x^2 - 16 = 16 \rightarrow 8x^2 = 16 + 16 \rightarrow 8x^2 = 32 \rightarrow x = \pm 2$$

$$\text{Solución: } x = 2, \quad x = -2$$

$$\text{e) } \frac{2-5x^2}{3x} - \frac{4}{3} = \frac{4x-7}{6} \rightarrow \frac{2(2-5x^2)}{6x} - \frac{2x(4)}{6x} = \frac{x(4x-7)}{6x} \rightarrow \frac{4-10x^2}{6x} - \frac{8x}{6x} = \frac{4x^2-7x}{6x} \rightarrow$$

$$4 - 10x^2 - 8x = 4x^2 - 7x \rightarrow -10x^2 - 4x^2 - 8x + 7x + 4 = 0 \rightarrow -14x^2 - x + 4 = 0 \rightarrow$$

$$-14x^2 - x + 4 = 0 \rightarrow 14x^2 + x - 4 = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(14)(-4)}}{2 \cdot 14} = \frac{-1 \pm \sqrt{225}}{28} = \frac{-1 \pm 15}{28}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} ; \quad x_2 = -\frac{4}{7}$$

$$\text{f) } \frac{2-3x^2}{5x} - \frac{4}{3} = \frac{2x-1}{15} \rightarrow \frac{3(2-3x^2)}{15x} - \frac{5x(4)}{15x} = \frac{x(2x-1)}{15x} \rightarrow \frac{6-9x^2}{15x} - \frac{20x}{15x} = \frac{2x^2-x}{15x} \rightarrow$$

$$6 - 9x^2 - 20x = 2x^2 - x \rightarrow 6 - 9x^2 - 20x - 2x^2 + x = 0 \rightarrow -11x^2 - 19x + 6 = 0$$

$$x = \frac{-(-19) \pm \sqrt{19^2 - 4(-11)(6)}}{2 \cdot (-11)} = \frac{19 \pm \sqrt{361 + 264}}{-22} = \frac{19 \pm 25}{-22}$$

$$x_1 = -2 ; \quad x_2 = \frac{3}{11}$$

5. Averigua cuántas soluciones tienen las siguientes ecuaciones de 2º grado:

$$\text{a) } 9x^2 + 4x + 7 = 0 \rightarrow \sqrt{4^2 - 4 \cdot 9 \cdot 7} = \sqrt{-236} \quad \text{Ninguna solución real}$$

$$\text{b) } 3x^2 - 5x + 2 = 0 \rightarrow \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt{25 - 24} = \sqrt{1} \quad \text{Dos soluciones.}$$

$$\text{c) } x^2 - 9x - 12 = 0 \rightarrow \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)} = \sqrt{81 + 48} = \sqrt{129} \quad \text{Dos soluciones.}$$

$$\text{d) } 2x^2 - 7x + 9 = 0 \rightarrow \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9} = \sqrt{49 - 72} = \sqrt{-23} \quad \text{Ninguna solución real.}$$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado incompletas:

$$\text{a) } 5x^2 + 75x = 0 \rightarrow 5x(x + 15) \rightarrow x_1 = 0 ; \quad x + 15 = 0 \rightarrow x_2 = -15$$

$$\text{b) } 4x^2 - 160 = 0 \rightarrow 4x^2 = 160 \rightarrow x^2 = 40 \rightarrow x = \sqrt{40} \rightarrow x = \pm 2\sqrt{10}$$

$$\text{c) } x^2 - 64 = 0 \rightarrow x^2 = 64 \rightarrow x = \sqrt{64} \rightarrow x = \pm 8$$

$$d) 3x^2 + 2x = 0 \rightarrow x(3x + 2) = 0 \rightarrow x_1 = 0 ; 3x + 2 = 0 \rightarrow x_2 = -\frac{2}{3}$$

$$e) 9x^2 - 49 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{49}{9} \rightarrow x = \sqrt{\frac{49}{9}} \rightarrow x = \pm \frac{7}{3}$$

$$f) 5x^2 - 10x = 0 \rightarrow 5x(x - 2) = 0 \rightarrow x_1 = 0 ; x - 2 = 0 \rightarrow x_2 = 2$$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado incompletas:

$$a) 3x^2 + 18x = 0 \rightarrow 3x(x + 6) = 0 \rightarrow x_1 = 0 ; x + 6 = 0 \rightarrow x_2 = -6$$

$$b) 5x^2 - 180 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{180}{5} \rightarrow x = \sqrt{36} \rightarrow x = \pm 6$$

$$c) x^2 - 49 = 0 \rightarrow x^2 = 49 \rightarrow x = \sqrt{49} \rightarrow x = \pm 7$$

$$d) 2x^2 + x = 0 \rightarrow x(2x + 1) = 0 \rightarrow x_1 = 0 ; 2x + 1 = 0 \rightarrow x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$e) 4x^2 - 25 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{25}{4} \rightarrow x = \sqrt{\frac{25}{4}} \rightarrow x = \pm \frac{5}{2}$$

$$f) 5x^2 - 10x = 0 \rightarrow 5x(x - 2) = 0 \rightarrow x_1 = 0 ; x - 2 = 0 \rightarrow x_2 = 2$$

8. Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones de 2º grado:

$$a) 2x^2 + 8x = 0 \rightarrow 2x(x + 4) = 0 \rightarrow x_1 = 0 ; x + 4 = 0 \rightarrow x_2 = -4$$

$$b) x^2 + 6x - 27 = 0 \rightarrow x_1 = 3 ; x_2 = -9 ; -(-9 + 3) = 6 ; 3 \cdot (-9) = -27$$

$$c) x^2 - 81 = 0 \rightarrow x^2 = 81 \rightarrow x = \sqrt{81} \rightarrow x = \pm 9$$

$$d) x^2 - 13x + 22 = 0 \rightarrow x_1 = 11 ; x_2 = 2 ; -(11 + 2) = -13 ; 2 \cdot 11 = 22$$

$$e) x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow x_1 = 4 ; x_2 = -1 ; -(-1 + 4) = -3 ; -1 \cdot 4 = -4$$

$$f) x^2 - 5x - 24 = 0 \rightarrow x_1 = 8 ; x_2 = -3 ; -(8 - 3) = -5 ; -3 \cdot 8 = -24$$

9. Escribe una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean 5 y 9.

$$(x - 5)(x - 9) = 0 \quad x^2 - 9x - 5x + 45 = 0 \quad x^2 - 14x + 45 = 0$$

10. El perímetro de un rectángulo mide 20 cm y su área 24 cm². Calcula mentalmente sus dimensiones.

Si el perímetro es 20, la suma de largo y ancho es 10, que es como la suma de las soluciones de una ecuación de segundo grado y 24 el producto, luego las medidas son 4cm y 6cm.

11. Si 3 es una solución de $x^2 - 7x + a = 0$, ¿cuánto vale a?

$$(3)^2 - 7(3) + a = 9 - 21 + a = -12 + a = 0 \quad a = 12$$

12. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $(x - 7) \cdot (x - 2) \cdot (x + 5) \cdot (x - 3) \cdot (x - 11) = 0$

$x - 7 = 0 \rightarrow x = 7$

$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$

$x + 5 = 0 \rightarrow x = -5$

$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$

$x - 11 = 0 \rightarrow x = 11$

b) $3(x - 5) \cdot (x - 7) \cdot (x + 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 4) = 0$

$(x - 5) \cdot (x - 7) \cdot (x + 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 4)$

$x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$

$x - 7 = 0 \rightarrow x = 7$

$x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$

$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$

$x - 4 = 0 \rightarrow x = 4$

13. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

a) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0 \rightarrow x^2 = t \rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \rightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \rightarrow t_1 = 2; t_2 = 1$

$x = \pm\sqrt{2}; x = \sqrt{1} \rightarrow x = \pm 1$

b) $x^4 + 12x^2 + 35 = 0 \rightarrow x^2 = t \rightarrow t^2 + 12t + 35 = 0 \rightarrow t = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4(35)}}{2} = \frac{-12 \pm 2}{2}$

No tiene solución real

c) $x^4 - 4x^2 - 12 = 0 \rightarrow x^2 = t \rightarrow t^2 - 4t - 12 = 0 \rightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4(-12)}}{2} = \frac{4 \pm 8}{2}$

$t_1 = 6 \rightarrow x = \pm\sqrt{6}; t_2 = -2, \text{ no es solución}$

14. Resuelve las ecuaciones bicuadradas siguientes:

a) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \rightarrow x^2 = t \rightarrow t^2 - 13t + 36 = 0 \rightarrow t = \frac{13 \pm \sqrt{13^2 - 4(1)(36)}}{2(1)} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2}$

$t_1 = 9; t_2 = 4 \rightarrow x_1 = \sqrt{9} = \pm 3; x_2 = \sqrt{4} = \pm 2$

b) $x^4 - 29x^2 + 100 = 0 \rightarrow x^2 = t \rightarrow t^2 - 29t + 100 = 0 \rightarrow$

$t = \frac{29 \pm \sqrt{29^2 - 4(1)(100)}}{2(1)} = \frac{29 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{29 \pm 21}{2}$

$t_1 = 25; t_2 = 4 \rightarrow x_1 = \sqrt{25} = \pm 5; x_2 = \sqrt{4} = \pm 2$

c) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \rightarrow x^2 = t \rightarrow t^2 - 10t + 9 = 0 \rightarrow t = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4(1)(9)}}{2(1)} = \frac{10 \pm 8}{2}$

$t_1 = 9; t_2 = 1 \rightarrow x_1 = \sqrt{9} = \pm 3; x_2 = \sqrt{1} = \pm 1$

d) $x^4 - 26x^2 + 25 = 0 \rightarrow x^2 = t \rightarrow t^2 - 26t + 25 = 0 \rightarrow t = \frac{26 \pm \sqrt{26^2 - 4(1)(25)}}{2(1)} = \frac{26 \pm 24}{2}$

$t_1 = 25; t_2 = 1; x_1 = \sqrt{25} = \pm 5; x_2 = \sqrt{1} = \pm 1$

15. Resuelve las siguientes ecuaciones racionales:

$$a) \frac{1}{x^2-x} - \frac{1}{x-1} = 0$$

$$\frac{1}{x \cdot (x-1)} - \frac{1}{x-1} = 0 \rightarrow \frac{1-x}{x \cdot (x-1)} = 0 \rightarrow \frac{-(x-1)}{x \cdot (x-1)} = 0 \rightarrow \frac{-1}{x} = 0 \quad \text{no tiene solución}$$

$$b) \frac{1}{x-6} + \frac{x}{x-2} = \frac{4}{x^2-8x+12}$$

$$\frac{1}{x-6} + \frac{x}{x-2} - \frac{4}{x^2-8x+12} = 0 \rightarrow \frac{1}{x-6} + \frac{x}{x-2} - \frac{4}{(x-2) \cdot (x-6)} = 0 \rightarrow \frac{x-2+x \cdot (x-6)-4}{(x-2) \cdot (x-6)} = 0$$

$$\rightarrow \frac{x-2+x^2-6x-4}{(x-2) \cdot (x-6)} = 0 \rightarrow \frac{-5x-2+x^2-4}{(x-2) \cdot (x-6)} = 0 \rightarrow \frac{-5x-6+x^2}{(x-2) \cdot (x-6)} = 0 \rightarrow \frac{x^2-5x-6}{(x-2) \cdot (x-6)} = 0 \rightarrow \frac{(x+1) \cdot (x-6)}{(x-2) \cdot (x-6)} = 0$$

$$\rightarrow \frac{x+1}{(x-2)} = 0 \rightarrow x+1 = 0 \rightarrow x = -1$$

$$c) \frac{3}{x} = 1 + \frac{x-13}{6}$$

$$\frac{3}{x} - 1 - \frac{x-13}{6} = 0 \rightarrow \frac{18-6x-x \cdot (x-13)}{6x} \rightarrow \frac{18-6x-x^2+13x}{6x} = 0 \rightarrow \frac{18+7x-x^2}{6x} = 0 \rightarrow 18+7x-x^2 = 0$$

$$-x^2+7x+18 = 0 \rightarrow \frac{-7 \pm \sqrt{7^2-4 \cdot (-1) \cdot 18}}{2 \cdot (-1)} \rightarrow \frac{-7 \pm \sqrt{49+72}}{-2} = -2; \rightarrow \frac{-7-\sqrt{49+72}}{-2} = 9; \quad x = -2, \quad x = 9$$

16. Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales:

$$a) \sqrt{5x+4} - 1 = 2x$$

$$\sqrt{5x+4} = 2x+1 \rightarrow \sqrt{5x+4}^2 = (2x+1)^2 \rightarrow 5x+4 = 4x^2+4x+1 \rightarrow 5x+4-4x^2-4x-1 = 0$$

$$\rightarrow x+4-4x^2-4x-1 = 0 \rightarrow x+3-4x^2 = 0 \rightarrow -4x^2+x+3 = 0$$

$$\rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2-4 \cdot (-4) \cdot 3}}{2 \cdot (-4)} \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{-8} \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{-8} \rightarrow x = \frac{-1 \pm 7}{-8} = -\frac{3}{4} \rightarrow x = \frac{-1-\sqrt{49}}{-8} = 1$$

$$b) \sqrt{x+19} - 1 = \sqrt{2x+4}$$

$$(\sqrt{x+19} - 1)^2 = (\sqrt{2x+4})^2 \rightarrow x+19 - 2\sqrt{x+19} + 1 = 2x+4 \rightarrow x+20 - 2\sqrt{x+19} = 2x+4$$

$$-2\sqrt{x+19} = 2x+4 - x - 20 \rightarrow -2\sqrt{x+19} = x+4 - 20 \rightarrow -2\sqrt{x+19} = x-16$$

$$(-2\sqrt{x+19})^2 = (x-16)^2 \rightarrow 4(x+19) = x^2 - 32x + 256 \rightarrow 4x+76 = x^2 - 32x + 256 \rightarrow$$

$$4x+76 - x^2 + 32x - 256 = 0 \rightarrow 36x+76 - x^2 - 256 = 0 \rightarrow 36x - 180 - x^2 = 0 \rightarrow$$

$$-x^2+36x-180 = 0 \rightarrow x = \frac{-36 \pm \sqrt{36^2-4 \cdot (-1) \cdot (-180)}}{2 \cdot (-1)} \rightarrow x = 6; \quad x = 30$$

$$c) 3\sqrt{x-1} + 11 = 2x$$

$$3\sqrt{x-1} = 2x-11 \rightarrow (3\sqrt{x-1})^2 = (2x-11)^2 \rightarrow 9(x-1) = 4x^2 - 44x + 121 \rightarrow$$

$$9x-9 = 4x^2 - 44x + 121 \rightarrow 9x-9 - 4x^2 + 44x - 121 = 0 \rightarrow 53x-9 - 4x^2 - 121 = 0 \rightarrow$$

$$53x-130 - 4x^2 = 0 \rightarrow -4x^2+53x-130 = 0 \rightarrow x = \frac{-53 \pm \sqrt{53^2-4 \cdot (-4) \cdot (-130)}}{2 \cdot (-4)} \rightarrow x = \frac{13}{4}; \quad x = 10$$

17. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $(x - 9) \cdot (x - 1) \cdot (x + 24) \cdot (x - 5) \cdot (x - 3) = 0$

$$x - 9 = 0 \rightarrow x = 9$$

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$x + 24 = 0 \rightarrow x = -24$$

$$x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$$

$$x - -3 = 0 \rightarrow x = 3$$

Soluciones: $x_1 = 9$; $x_2 = 1$; $x_3 = -24$; $x_4 = 5$; $x_5 = 3$

b) $3(x - 5) \cdot (x - 9) \cdot (x + 2) \cdot (x - 1) \cdot (x - 4) = 0$

$$x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$$

$$x - 9 = 0 \rightarrow x = 9$$

$$x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$$

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$x - 4 = 0 \rightarrow x = 4$$

Soluciones: $x_1 = 5$; $x_2 = 9$; $x_3 = -2$; $x_4 = 1$; $x_5 = 4$ **18. Resuelve las ecuaciones bicuadradas siguientes:**

a) $x^4 + 5x^2 - 36 = 0 \rightarrow x^2 = t \rightarrow t^2 + 5t - 36 = 0 \rightarrow t = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(-36)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm 13}{2} \rightarrow$

$$t_1 = 4; \quad t_2 = -9 \quad x_1 = \sqrt{4} = \pm 2; \quad x_2 = \sqrt{-9} = \text{No tiene solución}$$

b) $x^4 - 21x^2 + 12100 = 0 \rightarrow x^2 = t \rightarrow t^2 - 21t + 12100 = 0 \rightarrow$

$$t = \frac{21 \pm \sqrt{21^2 - 4(1)(12100)}}{2(1)} = \frac{21 \pm \sqrt{-47959}}{2} \text{ No tiene solución}$$

c) $x^4 - 45x^2 + 234 = 0 \rightarrow x^2 = t \rightarrow t^2 - 45t + 234 = 0 \rightarrow t = \frac{45 \pm \sqrt{45^2 - 4(1)(234)}}{2 \cdot 1} = \frac{45 \pm 33}{2}$

$$t_1 = 39; \quad t_2 = 6 \rightarrow x_1 = \pm \sqrt{39}; \quad x_2 = \pm \sqrt{6}$$

d) $x^4 - 37x^2 + 36 = 0 \rightarrow x^2 = t \rightarrow t^2 - 37t + 36 = 0 \rightarrow t = \frac{37 \pm \sqrt{37^2 - 4(1)(36)}}{2 \cdot 1} = \frac{37 \pm 35}{2} \rightarrow t_1 = 36; \quad t_2 = 1$

$$x_1 = \pm \sqrt{36} = \pm 6; \quad x_2 = \pm \sqrt{1} = \pm 1$$

19. Resuelve las ecuaciones racionales siguientes:

a) $\frac{2x-1+7x}{3x} = \frac{3}{x} - 2 \rightarrow \frac{2x-1+7x}{3x} = \frac{9-6x}{3x} \rightarrow 9x - 1 = 9 - 6x \rightarrow 9x + 6x = 9 + 1 \rightarrow$

$$15x = 10 \rightarrow x = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

b) $\frac{1}{x} + 1 - \frac{1}{x-2} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{3(x-2)}{3x(x-2)} + \frac{3x(x-2)}{3x(x-2)} - \frac{3x}{3x(x-2)} = \frac{x(x-2)}{3x(x-2)} \rightarrow 3(x-2) + 3x(x-2) - 3x = x(x-2) \rightarrow$

$$3x - 6 + 3x^2 - 6x - 3x = x^2 - 2x \rightarrow 3x^2 - x^2 - 6x + 2x - 6 = 0 \rightarrow 2x^2 - 4x - 6 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \quad x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-3)}}{2 \cdot (1)} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} \rightarrow x_1 = 3; \quad x_2 = -1$$

$$c) \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{3(x+1)}{3(x-1)(x+1)} + \frac{3(x-1)}{3(x-1)(x+1)} = \frac{4(x^2-1)}{3(x-1)(x+1)} \rightarrow 3(x+1) + 3(x-1) = 4(x^2-1)$$

$$3x + 3 + 3x - 3 = 4x^2 - 4 \rightarrow 4x^2 - 6x - 4 = 0 \rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (2) \cdot (-2)}}{2 \cdot (2)} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4} \quad x_1 = 2; \quad x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$d) \frac{2x-3}{x} + \frac{1}{x} = 1 \rightarrow 2x - 3 + 1 = x \rightarrow x = 2$$

20. Resuelve las ecuaciones irracionales siguientes:

$$a) 5 + \sqrt{x-1} = x + 2$$

$$\sqrt{x-1} = x + 2 - 5 \rightarrow \sqrt{x-1} = x - 3 \rightarrow (\sqrt{x-1})^2 = (x-3)^2 \rightarrow$$

$$x - 1 = x^2 + (-3)^2 - (2 \cdot x \cdot (-3)) \rightarrow x^2 + 9 - 6x - x + 1 \rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (10)}}{2 \cdot (1)} \rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = 5; \quad x = \frac{7 - \sqrt{9}}{2} = 2$$

$$b) \sqrt{x-2} + 3\sqrt{x-2} = x + 1$$

$$4\sqrt{x-2} = x + 1 \rightarrow (4\sqrt{x-2})^2 = (x+1)^2 \rightarrow 16(x-2) = x^2 + 2x + 1 \rightarrow 16x - 32 = x^2 + 2x + 1$$

$$16x - 32 - x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow 14x - 32 - x^2 - 1 = 0 \rightarrow 14x - 33 - x^2 = 0 \rightarrow$$

$$-x^2 + 14x - 33 = 0 \rightarrow x = \frac{-14 \pm \sqrt{14^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-33)}}{2 \cdot (-1)} \rightarrow x = \frac{-14 \pm \sqrt{64}}{-2} = 3; \rightarrow x = \frac{-14 - \sqrt{64}}{-2} = 11$$

$$c) \sqrt{x} - 4 = x - 1$$

$$\sqrt{x} = x - 1 + 4 \rightarrow \sqrt{x} = x + 3 \rightarrow (\sqrt{x})^2 = (x+3)^2 \rightarrow x = x^2 + 9 - 2x \cdot 3 \rightarrow x^2 + 9 + 6x - x = 0$$

$$x^2 + 5x + 9 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (1) \cdot (9)}}{2 \cdot (1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{-11}}{2} \text{ no tiene solución real.}$$

$$d) 7 + \sqrt{x+4} = x + 9$$

$$7 + \sqrt{x+4} = x + 9 \rightarrow \sqrt{x+4} = x + 9 - 7 \rightarrow \sqrt{x+4} = x + 2 \rightarrow (\sqrt{x+4})^2 = (x+2)^2 \rightarrow$$

$$x + 4 = x^2 + 4x + 4 \rightarrow x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(x+3) = 0; \quad x = 0, \quad x = -3$$

21. Resuelve las ecuaciones exponenciales siguientes:

$$a) 5^{3x} = \frac{1}{625}; \quad 5^{3x} = \frac{1}{5^4}; \quad 5^{3x} = 5^{-4}; \quad 3x = -4; \quad x = -\frac{4}{3}$$

$$b) 2^{2x} \cdot 4^x = \frac{1}{16}; \quad 2^{2x} \cdot (2^2)^x = \frac{1}{2^4}; \quad 2^{2x} 2^{2x} = 2^{-4}; \quad 2^{4x} = 2^{-4}; \quad 4x = -4; \quad x = -1$$

$$c) 2^{x+5} \cdot 2^{x+4} \cdot 2^{x+3} = 8;$$

$$2^{x+5} \cdot 2^{x+4} \cdot 2^{x+3} = 2^3; \quad x + 5 + x + 4 + x + 3 = 3; \quad 3x + 9 = 0; \quad x = -3$$

22. Razona si son o no sistemas de ecuaciones lineales los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 7xy + 5y = 2 \\ 3x - 5y = 8 \end{cases} \rightarrow$ No Lineal

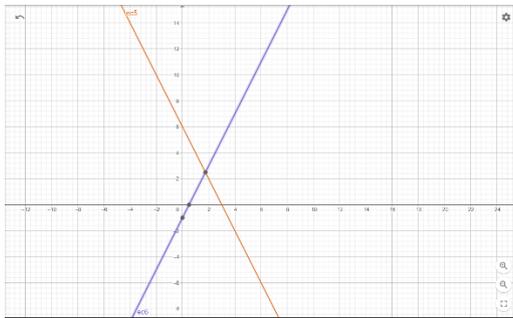
b) $\begin{cases} 2y - 4x = 3x \\ 3x - 5y = -6 \end{cases} \rightarrow$ Lineal

c) $\begin{cases} 3x - 4 = 2y \\ 6x + 8y = 9 \end{cases} \rightarrow$ Lineal

d) $\begin{cases} 2x^2 + 3y = 5 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \rightarrow$ No Lineal

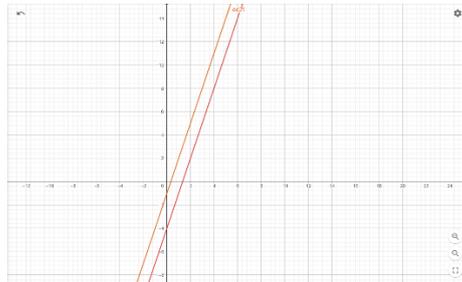
23. Representa los siguientes sistemas y clasifícalos:

a) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ -2x + y = -1 \end{cases}$



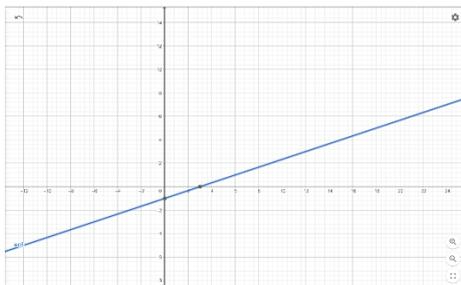
Sistema compatible determinado

b) $\begin{cases} 3x - y = 4 \\ -y + 3x = 1 \end{cases}$



Sistema incompatible

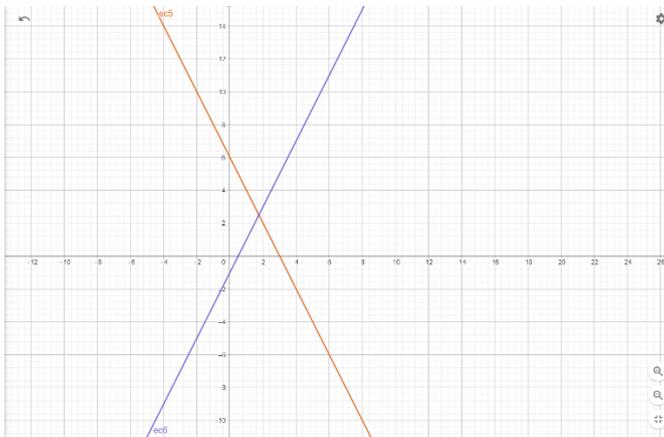
c) $\begin{cases} 3x - 9y = 9 \\ 2x - 6y = 6 \end{cases}$



Sistema compatible indeterminado

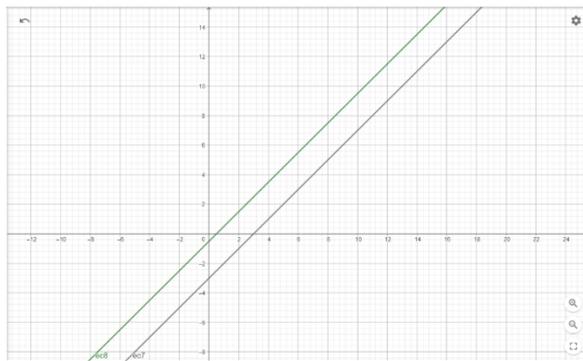
24. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas y clasifícalos:

$$a) \begin{cases} 2x + y = 6 \\ -2x + y = -1 \end{cases}$$



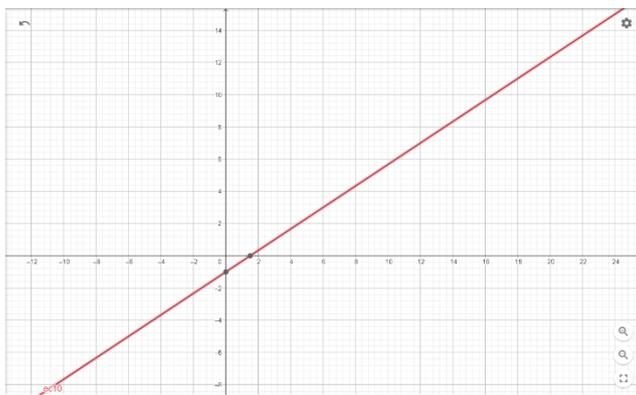
Sistema compatible determinado

$$b) \begin{cases} x - y = 3 \\ -2y + 2x = 1 \end{cases}$$



Sistema Incompatible

$$c) \begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 4x - 6y = 6 \end{cases}$$



Sistema compatible indeterminado

25. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas y clasifícalos:

$$a) \begin{cases} x + y = 5 \\ -3x + y = -3 \end{cases}$$

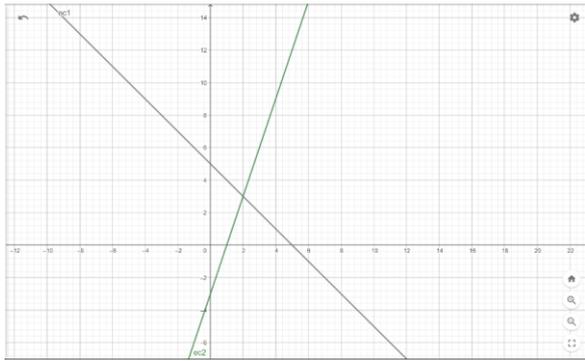
4ºB ESO. Capítulo 4: Ecuaciones y Sistemas. RESPUESTAS

www.apuntesmareaverde.org.es



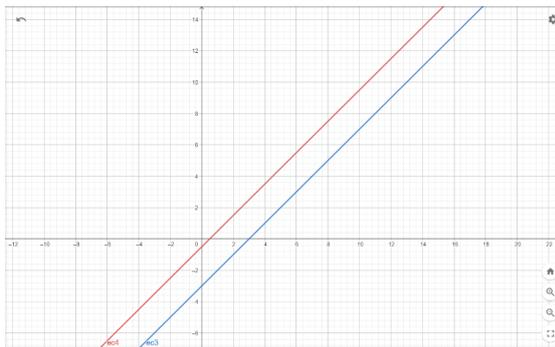
Textos Marea Verde

IES ATENEA Ciudad Real
Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo
Ilustraciones: Creadas con GeoGebra



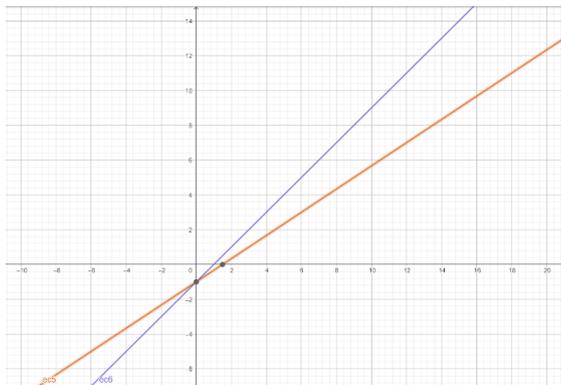
Sistema compatible determinado

$$b) \begin{cases} x - y = 3 \\ -2y + 2x = 1 \end{cases}$$



Sistema incompatible

$$c) \begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 4x - 4y = 4 \end{cases}$$



sistema compatible determinado

26. Resuelve los siguientes sistemas por el método de sustitución:

$$a) \begin{cases} 2x + 5y = -6 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

despejamos x en la 2ª ecuación, $x = 1 - 2y$

sustituimos en la 1ª $2(1 - 2y) + 5y = -6 \rightarrow 2 - 4y + 5y = -6 \rightarrow y = -8$

$x = 1 - 2(-8) \rightarrow x = 17$

$$b) \begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 4x + y = 8 \end{cases}$$

despejamos y en la 2ª ecuación, $y = 8 - 4x$

sustituimos en la 1ª $3x + 4(8 - 4x) = 5 \rightarrow 3x + 32 - 16x = 5 \rightarrow -13x = -27 \rightarrow x = \frac{27}{13}$

$$y = 8 - 4\left(\frac{27}{13}\right) \rightarrow y = -\frac{4}{13}$$

c) $\begin{cases} 5x - 2y = 3 \\ 2x + y = 10 \end{cases}$ despejamos y en la 2ª ecuación, $y = -2x + 10$

sustituimos en la 1ª $5x - 2(-2x + 10) = 3 \rightarrow 5x + 4x - 20 = 3 \rightarrow 9x = 23 \rightarrow x = \frac{23}{9}$

$$y = -2\left(\frac{23}{9}\right) + 10 \rightarrow y = \frac{44}{9}$$

27. Resuelve los siguientes sistemas por el método de sustitución:

a) $\begin{cases} 3x + 4y = 26 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$ despejamos x en la 2ª ecuación, $x = 2 + 2y$

sustituimos en la 1ª $3(2 + 2y) + 4y = 26 \rightarrow 6 + 6y + 4y = 26 \rightarrow 10y = 20 \rightarrow y = 2$
 $x = 2 + 2(2) \rightarrow x = 6$

b) $\begin{cases} 2x + 4y = 26 \\ 3x + y = 24 \end{cases}$ despejamos y en la 2ª ecuación, $y = 24 - 3x$

sustituimos en la 1ª $2x + 4(24 - 3x) = 26 \rightarrow 2x + 96 - 12x = 26 \rightarrow -10x = -60 \rightarrow x = 6$
 $y = 24 - 3(6) \rightarrow y = 6$

c) $\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 2x + 3y = 14 \end{cases}$ despejamos y en la 2ª ecuación, $y = \frac{14-2x}{3}$

sustituimos en la 1ª $3x - 2\left(\frac{14-2x}{3}\right) = 8 \rightarrow 3x - \frac{28-4x}{3} = 8 \rightarrow 9x - 28 + 4x = 24 \rightarrow 13x = 52 \rightarrow$
 $x = \frac{52}{13} = 4$; $y = \frac{14 - 2(4)}{3}$; $y = 2$

28. Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación:

a) $\begin{cases} x + y = 11 \\ -x + 3y = 2 \end{cases}$ $x = 11 - y$; $x = 3y - 2 \rightarrow$

$$11 - y = 3y - 2 \rightarrow -4y = -13 \rightarrow y = \frac{13}{4}$$
 ; $x = 11 - \frac{13}{4} \rightarrow x = \frac{44 - 13}{4} \rightarrow x = \frac{21}{4}$

b) $\begin{cases} 2x - 5y = 4 \\ 2x + 7y = -11 \end{cases}$ $x = \frac{4+5y}{2}$; $x = \frac{-11-7y}{2}$

$$\frac{4+5y}{2} = \frac{-11-7y}{2} \rightarrow 4 + 5y = -11 - 7y \rightarrow 12y = -15 \rightarrow y = \frac{-15}{12} = -\frac{5}{4}$$
 ;

$$x = \frac{4+5\left(-\frac{5}{4}\right)}{2} \rightarrow \frac{4-\frac{25}{4}}{2} \rightarrow x = -\frac{9}{4}$$

c) $\begin{cases} 7x - 3y = 5 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases}$ $x = \frac{5+3y}{7}$; $x = \frac{11-4y}{3}$

$$\frac{5+3y}{7} = \frac{11-4y}{3} \rightarrow 3(4 + 3y) = 7(11 - 4y) \rightarrow 12 + 9y = 77 - 28y \rightarrow 37y = 65 \rightarrow$$

$$y = \frac{65}{37} ; x = \frac{5 + 3\left(\frac{62}{37}\right)}{7} \rightarrow x = \frac{5 + \left(\frac{186}{37}\right)}{7} = \frac{371}{259}$$

29. Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación:

$$a) \begin{cases} 3x + y = 2 \\ -2x + y = -5 \end{cases} \quad y = 2 - 3x ; y = -5 + 2x$$

$$2 - 3x = -5 + 2x \rightarrow -5x = -7 \rightarrow x = \frac{7}{5} ; y = 2 - 3\left(\frac{7}{5}\right) \rightarrow y = -\frac{11}{5}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 4x + 5y = 12 \end{cases} \quad x = \frac{3y-5}{2} ; x = \frac{12-5y}{4}$$

$$\frac{3y-5}{2} = \frac{12-5y}{4} \rightarrow 2(3y-5) = 12-5y \rightarrow 6y-10 = 12-5y \rightarrow 11y = 22 \rightarrow$$

$$y = 2 ; x = \frac{3(2)-5}{2} \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$c) \begin{cases} 9x - 2y = 7 \\ x + 3y = 8 \end{cases} \quad x = \frac{7+2y}{9} , x = 8 - 3y$$

$$\frac{7+2y}{9} = 8 - 3y \rightarrow 7 + 2y = 9(8 - 3y) \rightarrow 7 + 2y = 72 - 27y \rightarrow 29y = 65 \rightarrow$$

$$y = \frac{65}{29} ; x = 8 - 3\left(\frac{65}{29}\right) \rightarrow x = \frac{37}{29}$$

30. Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción:

$$a) \begin{cases} x + 2y = 3 \\ -2x - 5y = 4 \end{cases} \quad 1^{\text{a}} \text{ ecuación por } 2 \quad \begin{cases} 2x + 4y = 6 \\ -2x - 5y = 4 \\ \hline -y = 10 \end{cases} \quad y = 10$$

$$-2x - 5(10) = 4 \rightarrow -2x = 54 \rightarrow x = \frac{54}{2} \rightarrow x = 27$$

$$b) \begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \quad 2^{\text{a}} \text{ ecuación por } (-3) \quad \begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ -9x - 3y = -15 \\ \hline -7y = -16 \end{cases} \quad y = \frac{16}{7}$$

$$3x + \frac{16}{7} = 5 \rightarrow 21x + 16 = 35 \rightarrow 21x = 19 \rightarrow x = \frac{21}{19}$$

$$c) \begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ x - 4y = 5 \end{cases} \quad 2^{\text{a}} \text{ ecuación por } (-2) \quad \begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ -2x + 8y = -10 \\ \hline 11y = -10 \end{cases} \quad y = -\frac{10}{11}$$

$$x - 4\left(-\frac{10}{11}\right) = 5 \rightarrow 11x + 40 = 55 \rightarrow 11x = 15 \rightarrow x = \frac{35}{11}$$

31. Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción:

$$a) \begin{cases} 3x + y = 8 \\ x - 5y = -9 \end{cases} \quad 2^{\text{a}} \text{ ecuación por } (-3) \quad \begin{cases} 3x + y = 8 \\ -3x + 15y = 27 \\ \hline 16y = 35 \end{cases} \quad y = \frac{35}{16}$$

$$x - 5\left(\frac{35}{16}\right) = -9 \rightarrow 16x - 175 + 144 = 0 \rightarrow 16x = -144 + 175 \rightarrow x = \frac{31}{16}$$

$$b) \begin{cases} x + 3y = 9 \\ x + 2y = 10 \end{cases} \quad 1^{\text{a}} \text{ ecuación por } (-1) \quad \begin{cases} -x - 3y = -9 \\ x + 2y = 10 \\ \hline -y = 1 \end{cases} \quad y = -1$$

$$x + 2(-1) = 10 \rightarrow x - 2 = 10 \rightarrow x = 10 + 2 \rightarrow x = 12$$

$$c) \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - 2y = 7 \end{cases} \quad 2^{\text{a}} \text{ ecuación por } (-2) \quad \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ -2x + 4y = -14 \\ \hline 7y = 9 \end{cases} \quad y = \frac{9}{7}$$

$$x - 2\left(\frac{9}{7}\right) = 7 \rightarrow x - \frac{18}{7} = 7 \rightarrow 7x - 18 = 49 \rightarrow 7x = 49 + 18 \rightarrow 7x = 67 \rightarrow x = \frac{67}{7}$$

32. Resuelve los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} 2x + y - 3z = -2 \\ x + 2y + z = 0 \\ 3x + 4y - 2z = -3 \end{cases} \quad \text{Cambiamos la } Ec_1 \text{ y la } Ec_2 \quad \begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x + y - 3z = -2 \\ 3x + 4y - 2z = -3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} E'c_1 = Ec_1 \\ E'c_2 = -2Ec_1 + Ec_2 \\ E'c_3 = -3Ec_1 + Ec_3 \end{array}$$

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ -3y - 5z = -2 \\ -2y - 5z = -3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} E''c_1 = E'c_1 \\ E''c_2 = E'c_2 \\ E''c_3 = -E'c_2 + E'c_3 \end{array} \quad \begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ -3y - 5z = -2 \\ y = -1 \end{cases} \quad y = -1; \quad -3y - 5z = -2$$

$$-3(-1) - 5z = -2; \quad 3 - 5z = -2; \quad -5z = -5; \quad z = 1;$$

$$x + 2y + z = 0; \quad x + 2(-1) + 1 = 0; \quad x = 1$$

$$b) \begin{cases} 2x + y + 2z = 6 \\ x + 2y + 2z = 4 \\ 3x - 2y - 3z = 3 \end{cases} \quad \text{Cambiamos la } Ec_1 \text{ y la } Ec_2 \quad \begin{cases} x + 2y + 2z = 4 \\ 2x + y + 2z = 6 \\ 3x - 2y - 3z = 3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} E'c_1 = Ec_1 \\ E'c_2 = -2Ec_1 + Ec_2 \\ E'c_3 = -3Ec_1 + Ec_3 \end{array}$$

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 4 \\ -3y - 2z = -2 \\ -8y - 9z = -9 \end{cases} \quad \begin{array}{l} E''c_1 = E'c_1 \\ E''c_2 = E'c_2 \\ E''c_3 = -8E'c_2 + 3E'c_3 \end{array} \quad \begin{cases} x + 2y + 2z = 4 \\ -3y - 2z = -2 \\ -11z = -11 \end{cases} \quad z = 1$$

$$-3y - 2z = -2; \quad -3y - 2 \cdot 1 = -2; \quad -3y - 2 = -2; \quad -3y = 0; \quad y = 0$$

$$x + 2y + 2z = 4; \quad x + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 4; \quad x + 0 + 2 = 4; \quad x = 2$$

$$c) \begin{cases} 3x + 2y - 2z = 5 \\ x - 2y + 2z = -1 \\ x - 2y - 3z = -6 \end{cases} \quad \text{Pasamos la } 1^{\text{a}} \text{ columna a la } 3^{\text{a}} \quad \begin{cases} 2y - 2z + 3x = 5 \\ -2y + 2z + x = -1 \\ -2y - 3z + x = -6 \end{cases} \quad \begin{array}{l} E'c_1 = Ec_1 \\ E'c_2 = Ec_1 + Ec_2 \\ E'c_3 = Ec_1 + Ec_3 \end{array}$$

$$\begin{cases} 2y - 2z + 3x = 5 \\ 4x = 4 \\ -5z + 4x = -1 \end{cases} \quad \mathbf{x = 1} \quad ;$$

$$-5z + 4x = -1; \quad -5z + 4(1) = -1 \rightarrow -5z + 4 = -1 \rightarrow -5z = -5 \rightarrow \mathbf{z = 1}$$

$$2y - 2z + 3x = 5; \quad 2y - 2(1) + 3(1) = 5 \rightarrow 2y - 2 + 3 = 5 \rightarrow 2y = 4 \rightarrow \mathbf{y = 2}$$

33. Razona si son o no sistemas de ecuaciones lineales los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} xy + 2y = 6 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$ Sistema no lineal porque hay una multiplicación de incógnitas

b) $\begin{cases} 5y - x = 4 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases}$ Sistema lineal

c) $\begin{cases} 4x - 2 = y \\ 3x + 5y = 2 \end{cases}$ Sistema lineal

d) $\begin{cases} x^2 + y = 2 \\ 3x + y^2 = 4 \end{cases}$ Sistema no lineal porque hay dos incógnitas al cuadrado

34. Resuelve los siguientes sistemas no lineales:

a) $\begin{cases} x \cdot y + 2 = 4x \\ y - x = 1 \end{cases} \quad y = 1 + x$

$$x(1+x) + 2 = 4x \rightarrow x^2 + x - 4x + 2 = 0 \rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = 2; x_2 = 1 \rightarrow \mathbf{x_1 = 2; y = 1 + 2 \rightarrow y_1 = 3; x_2 = 1; y = 1 + 1 \rightarrow y_2 = 2}$$

b) $\begin{cases} y^2 - x^2 = 5 \\ 5x - 3y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 - x^2 = 5 \\ x = \frac{1+3y}{5} \end{cases}$

$$y^2 - \left(\frac{1+3y}{5}\right)^2 = 5 \rightarrow y^2 - \left(\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{3y}{5}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{3y}{5}\right) - 5 = 0$$

$$25y^2 - 1 - 9y^2 - 2(1 \cdot 3y) - 125 = 0 \rightarrow 16y^2 - 6y - 126 = 0 \rightarrow$$

$$y = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4(16)(-126)}}{2 \cdot 16} \quad y_1 = 3; y_2 = -2.625$$

$$\mathbf{y_1 = 3; x_1 = \frac{1+3(3)}{5} = 2 \rightarrow x_1 = 1.676; y_2 = -2.625; x_2 = \frac{1+3(-2.625)}{5} \rightarrow x_2 = -1.375}$$

c) $\begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 7 - y \\ xy = 12 \end{cases}$

$$(7-y)y = 12 \rightarrow 7y - y^2 - 12 = 0 \rightarrow y = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4(-1)(-12)}}{2(-1)} = \frac{-7 \pm 1}{-2} \rightarrow y_1 = 3; y_2 = 4$$

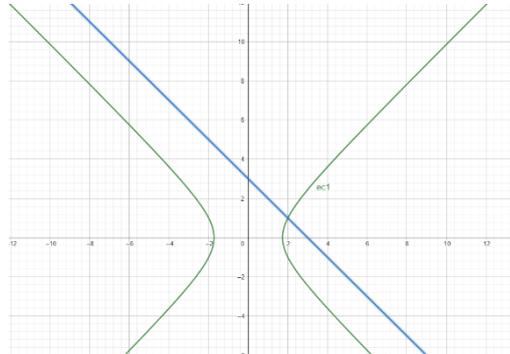
$$\mathbf{y_1 = 3; x = 7 - 3 \rightarrow x_1 = 4; y_2 = 4; x = 7 - 4 \rightarrow x_2 = 3}$$

35. Resuelve los siguientes sistemas y comprueba gráficamente las soluciones:

$$a) \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ x + y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ x = 3 - y \end{cases}$$

$$(3 - y)^2 - y^2 = 3 \rightarrow y^2 + 9 - 6y - y^2 = 3 \rightarrow -6y = -9 + 3 \rightarrow -6y = -6 \rightarrow$$

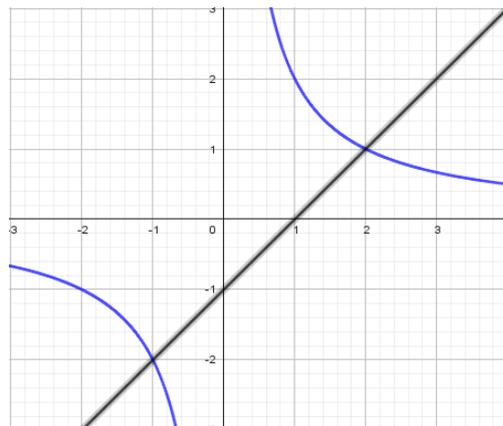
$$y = 1 \quad ; \quad x = 3 - 1 \rightarrow x = 2$$



$$b) \begin{cases} x - y = 1 \\ xy = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 + y \\ xy = 2 \end{cases}$$

$$(1 + y)y = 2 \rightarrow y^2 + y - 2 = 0 \rightarrow y = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-2)}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \rightarrow y_1 = 1 ; y_2 = -2$$

$$y_1 = 1 \quad ; \quad x = 1 + 1 \rightarrow x_1 = 2 \quad ; \quad y_2 = -2 \quad ; \quad x = 1 - 2 \rightarrow x_2 = -1$$



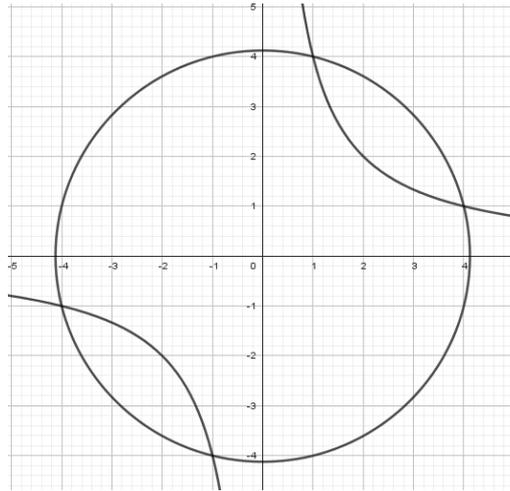
$$c) \begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ xy = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ y = \frac{4}{x} \end{cases}$$

$$x^2 + \left(\frac{4}{x}\right)^2 = 17 \rightarrow x^2 + \frac{16}{x^2} - 17 = 0 \rightarrow x^4 + 16 - 17x^2 = 0 \rightarrow x^2 = t \rightarrow t^2 - 17t + 16 = 0$$

$$\rightarrow t_1 = 16 ; t_2 = 1$$

$$x_1 = \pm\sqrt{16} = \pm 4 ; x_2 = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

$$y = \frac{4}{4} = 1 \rightarrow y_1 = 1 ; y = -\frac{4}{4} = -1 \quad y = \frac{4}{1} = 4 ; y = -\frac{4}{1} = -4$$

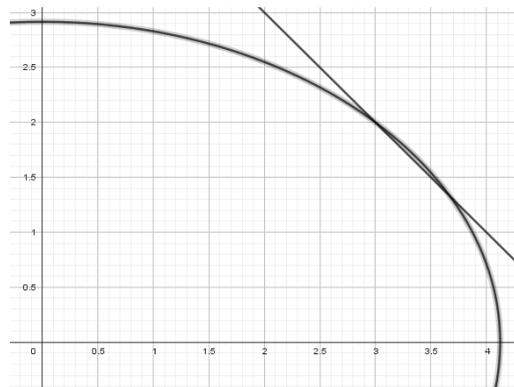


$$d) \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 17 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 17 \\ x = 5 - y \end{cases}$$

$$(5 - y)^2 + 2y^2 = 17 \rightarrow (25 + y^2 - 10y) + 2y - 17 = 0 \rightarrow 3y^2 - 10y + 8 = 0$$

$$y = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4(3)(8)}}{2 \cdot 3} = \frac{10 \pm 2}{6} \rightarrow y_1 = 2 ; y_2 = \frac{4}{3}$$

$$y_1 = 2 ; x = 5 - 2 \rightarrow x_1 = 3 ; y_2 = \frac{4}{3} ; x = 5 - \frac{4}{3} \rightarrow x_2 = \frac{11}{3}$$

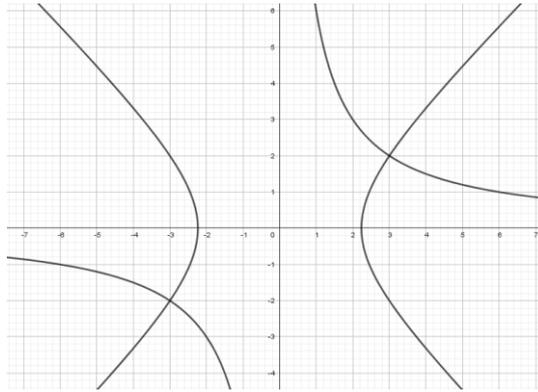


$$e) \begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ xy = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$$

$$x^2 - \left(\frac{6}{x}\right)^2 - 5 = 0 \rightarrow x^2 - \frac{36}{x^2} - 5 = 0 \rightarrow x^4 - 36 - 5x^2 = 0 \rightarrow t^2 - 5t - 36 = 0$$

$$t = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4(-36)}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{181}}{2} \rightarrow t_1 = 9 ; t_2 = -4 ; t_1 = 9 ; x^2 = 9 ; x_1 = 3 ; x_2 = -3$$

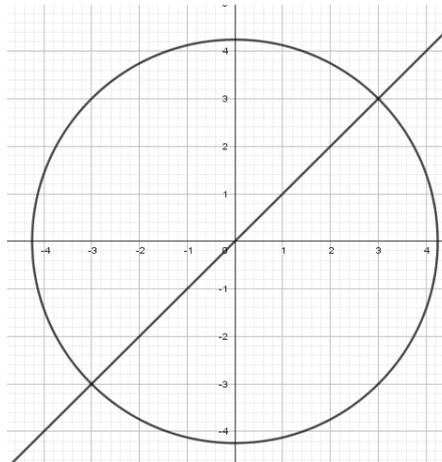
$$y = \frac{6}{x} \rightarrow y_1 = 2 ; y_2 = -\frac{6}{3} ; y_2 = -2 ;$$



$$f) \begin{cases} x^2 + y^2 = 18 \\ y = x \end{cases}$$

$$x^2 + x^2 = 18 \rightarrow 2x^2 = 18 \rightarrow x^2 = \frac{18}{2} \rightarrow x = \sqrt{9} = \pm 3 \rightarrow$$

$$x_1 = 3 ; x_2 = -3 ; y_1 = 3 ; y_2 = -3$$

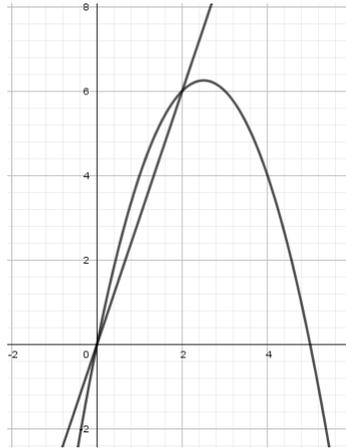


36. La trayectoria de un proyectil es una parábola de ecuación: $y = -x^2 + 5x$, y la trayectoria de un avión es una recta de ecuación: $y = 3x$. ¿En qué puntos coinciden ambas trayectorias? Representa gráficamente la recta y la parábola para comprobar el resultado.

$$\begin{cases} y = -x^2 + 4x \\ y = 3x \end{cases}$$

$$y = 3x \text{ Sustituyendo en la 1ª ecuación } -x^2 + 4x = 3x \rightarrow -x^2 + 4x - 3x = 0 \rightarrow$$

$$x^2 - x = 0 \rightarrow x(x - 1) ; x_1 = 0 ; x_2 = 1 ; y = 3(0) \rightarrow y_1 = 0 ; y = 3(1) \rightarrow y_2 = 3$$



37. Resuelve los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} 3x^2 - 5y^2 = -2 \\ 2x^2 - 3y^2 = -1 \end{cases} \text{ Multiplicamos por (2) la 1ª ecuación y por (-3) la 2ª } \begin{cases} 6x^2 - 10y^2 = -4 \\ -6x^2 + 9y^2 = 3 \end{cases}$$

Sumamos las ecuaciones $-y^2 = -1$; $y^2 = 1$; $y_1 = 1$; $y_2 = -1$

Sustituimos $y^2 = 1$ en la 1ª ecuación $3x^2 - 5 \cdot 1 = -2$ $3x^2 = 3$ $x^2 = 1$; $x_1 = 1$; $x_2 = -1$

Solución: (1, 1) (1, -1) (-1, 1) (-1, -1)

$$b) \begin{cases} 3x^2 + y^2 = 3 \\ 5x^2 - 2y^2 = 5 \end{cases} \text{ Multiplicamos por (2) la 1ª ecuación } \begin{cases} 6x^2 + 2y^2 = 6 \\ 5x^2 - 2y^2 = 5 \end{cases}$$

Sumamos las ecuaciones , $11x^2 = 11$; $x^2 = 1$; $x_1 = 1$; $x_2 = -1$

Sustituimos $x^2 = 1$ en la 1ª ecuación $3 \cdot 1 + y^2 = 3$; $y^2 = 0$; $y_1 = 0$; $y_2 = 0$

Solución: (1, 0) (-1, 0)

$$c) \begin{cases} xy = \frac{1}{2} \\ x + y = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} xy = \frac{1}{2} \\ x = \frac{3}{2} - y \end{cases}$$

$$\left(\frac{3}{2} - y\right) y = \frac{1}{2} \rightarrow -y^2 + \frac{3}{2}y - \frac{1}{2} = 0 \rightarrow -2y^2 + 3y - 1 = 0 \rightarrow y = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(-2)(-1)}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{-4} \rightarrow$$

$$y_1 = \frac{-3+1}{-4} = \frac{1}{2} ; y_2 = \frac{-3-1}{-4} = -1 ; xy = \frac{1}{2} ; x \cdot (-1) = \frac{1}{2} ; x_1 = -\frac{1}{2} ; x \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} ; x_2 = 1$$

Solución: $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$; $\left(1, \frac{1}{2}\right)$

$$d) \begin{cases} x^2 - 4y = -3 \\ xy = 1 \end{cases} x^2 - 4y = -3 ; y = \frac{x^2+3}{4} ; \text{ sustituimos en la 2ª } xy = 1 ; x \cdot \frac{x^2+3}{4} = 1$$

$$x^3 + 3x^2 = 4 ; x = 1, \text{ resto no reales, sustituimos } y = \frac{x^2+3}{4}; y = \frac{1^2+3}{4} = 1$$

Solución: (1, 1)

$$e) \begin{cases} x + y - \frac{y}{x} = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y - \frac{y}{x} = 1 \\ x = 2 - y \end{cases} \quad x + y - \frac{y}{x} = 1 \rightarrow x^2 + xy - y = x$$

$x = 2 - y$, sustituimos en la 1ª ecuación

$$(2 - y)^2 + (2 - y)y - y - (2 - y) = 0 \rightarrow (y^2 + 4 - 4y) + 2y - y^2 - y - 2 + y = 0 \rightarrow -2y + 2 = 0 ; y = 1 ; x = 2 - y ; x = 2 - 1 \rightarrow x = 1$$

38. ¿Qué número multiplicado por 4 es 5 unidades menor que su cuadrado?

$$\text{Sea } x \text{ el número, } 4x = x^2 - 5 \rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4(-5)}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} \rightarrow$$

$x_1 = 5 ; x_2 = -1$ Solución: El número es 5 o -1 .

39. En una clase deciden que todos van a enviar una carta al resto de compañeros. Uno dice: ¡Vamos a escribir 380 cartas! Calcula el número de alumnos que hay en la clase.

$$\text{Sea } x \text{ el número de alumnos, } (x-1) \text{ número de cartas que escribe cada alumno } x(x-1) = 380 \rightarrow x^2 - x - 380 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-380)}}{2} = \frac{1 \pm 39}{2} \rightarrow x_1 = 20 ; x_2 = -19$$

Solución: Hay 20 alumnos en la clase

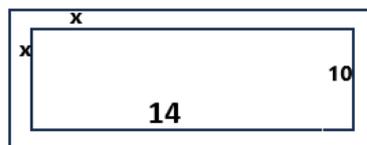
40. Calcula tres números consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea 365.

$$(n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 = 365 \rightarrow n^2 + 1 - 2n + n^2 + n^2 + 1 + 2n = 365$$

$$3n^2 = 362 \rightarrow n^2 = \frac{363}{3} \rightarrow n = \sqrt{121} \rightarrow n = 11$$

Solución: 11, 12, 13

41. Una fotografía rectangular mide 14 cm de base y 10 cm de altura. Alrededor de la foto hay un margen de igual anchura para la base que para la altura. Halla el ancho del margen, sabiendo que el área total de la foto y el margen es de 252 cm².



$$(14 + 2x) \cdot (10 + 2x) = 252 ; 4x^2 + 48x + 140 - 252 = 0 ; 4x^2 + 48x - 112 = 0$$

$$x^2 + 12x - 28 = 0 ; x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4(-28)}}{2} = \frac{-12 \pm 16}{2} \rightarrow x_1 = 2 ; x_2 = -14$$

Solución: El ancho del margen es de 2 cm

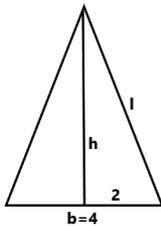
42. El triple del cuadrado de un número aumentado en su duplo es 85. ¿Cuál es el número?

$$\text{Sea } x \text{ el número, } 3x^2 + 2x = 85 \rightarrow 3x^2 + 2x - 85 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(3)(-85)}}{2 \cdot 3} = \frac{-2 \pm 32}{6} \rightarrow$$

$$x_1 = 5 ; x_2 = -\frac{17}{3}$$

Solución: El número es: 5 y $-\frac{17}{3}$

43. Un triángulo isósceles tiene un perímetro de 20 cm y la base mide 4 cm, calcula los lados del triángulo y su área.



$$\text{Lado desigual del triángulo: } l = \frac{20-4}{2} = 8 \text{ cm}$$

$$h = \sqrt{8^2 - 2^2} \rightarrow h = \sqrt{60} = 2\sqrt{15} = 7,75 \text{ cm}$$

$$\text{Área del triángulo: } \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\sqrt{15} = 4\sqrt{15} = 15,19 \text{ cm}^2$$

44. Una hoja de papel cuadrada se dobla por la mitad. El rectángulo resultante tiene un área de 8 cm². ¿Cuál es el perímetro de dicho rectángulo?

Longitud de un lado de la hoja es x cm, cuando se dobla por la mitad, este tiene una longitud x y una anchura $\frac{x}{2}$.

Área = Longitud · Anchura En este caso, el área es de 8cm²

$$8 = x \cdot \frac{x}{2} \rightarrow 16 = x^2 \rightarrow x = 4$$

La longitud original de un lado de la hoja es de 4cm. La longitud es de 4cm y su anchura es de $\frac{4}{2}=2$ cm

El perímetro de un rectángulo se calcula sumando la longitud de todos los lados:

$$\text{Perímetro} = 2(\text{longitud} + \text{Anchura}) \rightarrow \text{Longitud} = 2(4 + 2) = 2 \cdot 6 = 12 \text{ cm}$$

45. Un padre dice: “El producto de la edad de mi hijo hace 5 años por el de su edad hace 3 años es mi edad actual, que son 35 años”. Calcula la edad del hijo.

$$\text{Edad del hijo } x \text{ años. } (x - 5)(x - 3) = 35 \rightarrow x^2 - 8x + 15 = 35 \rightarrow x^2 - 8x - 20 = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4(-20)}}{2} = \frac{8 \pm 12}{2} ; x_1 = 10 ; x_2 = -2$$

Solución: La edad del hijo es de 10 años

46. Halla las dimensiones de un rectángulo cuya área es 21 m², sabiendo que sus lados se diferencian en 4 metros.

$$\begin{cases} xy = 21 \\ x - y = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 21 \\ x = 4 + y \end{cases} \quad (4 + y)y = 21 \rightarrow 4y + y^2 - 21 = 0 \rightarrow y = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(21)}}{2} = \frac{-4 \pm 10}{2}$$

$$y_1 = 3 ; y_2 = -7 ; x = 4 + 3 \rightarrow x = 7$$

Solución: Las dimensiones del rectángulo son 7 metros y 3 metros

47. En un triángulo rectángulo el cateto mayor mide 4 cm menos que la hipotenusa y 4 cm más que el otro cateto. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?

$$\begin{cases} y = z - 4 \\ y = x + 4 \\ y^2 + x^2 = z^2 \end{cases} \quad y, x \text{ catetos; } z \text{ hipotenusa.}$$

De la 1ª y 2ª ecuación, $z - 4 = x + 4 \rightarrow z = x + 8$

$$(x + 4)^2 + x^2 = (x + 8)^2 \rightarrow x^2 + 8x + 16 + x^2 = x^2 + 16x + 64 \rightarrow x^2 - 8x - 48 = 0$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 192}}{2} = \frac{8 \pm 16}{2} \rightarrow x_1 = 12 ; x_2 = -4$$

$$y = 20 - 4 \rightarrow y = 16 \quad \rightarrow z = 12 + 8 \rightarrow z = 20$$

48. Halla dos números pares consecutivos cuyo producto sea 224.

$$x(x + 2) = 224 \rightarrow x^2 + 2x - 224 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(-224)}}{2} = \frac{-2 \pm 30}{2} \rightarrow x_1 = 14 ; x_2 = 16$$

Solución: Los dos números pares consecutivos son 14 y 16

49. Halla tres números impares consecutivos tales que si al cuadrado del mayor se le restan los cuadrados de los otros dos se obtiene como resultado 15.

$$(x + 4)^2 - x^2 - (x + 2)^2 = 15 \rightarrow x^2 + 8x + 16 - x^2 - x^2 - 4x - 4 = 15 \rightarrow -x^2 + 4x + 12 = 15$$

$$-x^2 + 4x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(-1)(-3)}}{-2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{-2} \rightarrow x_1 = 3 ; x_2 = -1$$

Solución: Los números impares consecutivos son: 3 ; 5 ; 7

50. La suma de las edades de María y Alfonso son 65 años. La edad de Alfonso menos la mitad de la edad de María es igual a 35. ¿Qué edad tienen cada uno?

$$\begin{cases} x + y = 65 \\ y - \frac{x}{2} = 35 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 65 \\ y = 35 + \frac{x}{2} \end{cases} \quad x \text{ edad de maría, } y \text{ edad de Alfonso}$$

$$\text{Sustituyendo en la 1ª ecuación } x + \left(35 + \frac{x}{2}\right) = 65 \rightarrow 2x + (70 + x) = 130 \rightarrow 3x + 70 = 130 \rightarrow$$

$$3x = 60 \rightarrow x = 20 \quad y = 35 + \frac{20}{2} \rightarrow y = 45$$

María 20 años, Alfonso 45 años.

51. La suma de las edades de Mariló y Javier es 32 años. Dentro de 7 años, la edad de Javier será igual a la edad de Mariló más 20 años. ¿Qué edad tiene cada uno en la actualidad?

$$\begin{cases} x + y = 32 \\ y + 7 = x + 7 + 20 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 32 - y \\ y + 7 = x + 27 \end{cases} \quad \begin{matrix} x \text{ edad de Mariló, } \\ y \text{ edad de Javier} \end{matrix}$$

$$y + 7 = (32 - y) + 27 \rightarrow y + 7 = 59 - y \rightarrow 2y = 52 \rightarrow y = 26 ; x = 32 - 26 \rightarrow x = 6$$

Solución: La edad de Mariló es 6 años y la de Javier 26

52. Encuentra dos números cuya diferencia sea 24 y su suma sea 104.

$$\begin{cases} x - y = 24 \\ x + y = 104 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 24 + y \\ x + y = 104 \end{cases}$$

$$(24 + y) + y = 104 \rightarrow 24 + 2y = 104 \rightarrow 2y = 80 \rightarrow y = 40 ; x = 24 + 40 \rightarrow x = 64$$

Solución: Los números son 64 y 40

53. Un hotel tiene 42 habitaciones (individuales y dobles) y 62 camas, ¿cuántas habitaciones tiene de cada tipo?

$$\begin{cases} x + y = 42 \\ x + 2y = 62 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 42 - y \\ x + 2y = 62 \end{cases}$$

$$(42 - y) + 2y = 62 \rightarrow 42 + y = 62 \rightarrow y = 20 ; x = 42 - 20 \rightarrow x = 22$$

Solución: hay 22 habitaciones individuales y 20 habitaciones dobles

54. En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 10 cm y las longitudes de sus dos catetos suman 14 cm. Calcula el área del triángulo.

$$x^2 + (14 - x)^2 = 10^2 \rightarrow x^2 + (x^2 + 196 - 28x) - 100 = 0 \rightarrow 2x^2 - 28x + 96 = 0$$

$$x^2 - 14x + 48 = 0 \rightarrow x = \frac{14 \pm \sqrt{14^2 - 4(48)}}{2} = \frac{14 \pm 2}{2} \rightarrow x_1 = 8 ; x_2 = 6$$

$$\text{Área del triángulo: } \frac{8+6}{2} = 7 \text{ cm}^2$$

55. Nieves le pregunta a Miriam por sus calificaciones en Matemáticas y en Lengua. Miriam le dice "La suma de mis calificaciones es 19 y el producto 90". Nieves le da la enhorabuena. ¿Qué calificaciones obtuvo?

$$\begin{cases} x + y = 19 \\ xy = 90 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 19 - y \\ xy = 90 \end{cases} \quad \text{suma y producto de las soluciones de una ecuación de 2º grado,}$$

$$y^2 - 19y + 90 = 0 \rightarrow y = \frac{19 \pm \sqrt{19^2 - 4(90)}}{2} = \frac{19 \pm 1}{2} \rightarrow x_1 = 10 ; x_2 = 9$$

Solución: Las calificaciones que obtuvo son 10 y 9

56. De un número de tres cifras se sabe que suman 12, que la suma de sus cuadrados es 62, y que la cifra de las decenas es igual a la de las centenas más 1. ¿Qué número es?

$$\text{Número es } xyz \quad \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 12 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 62 \\ y = x + 1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 12 \\ y = x + 1 \\ x + x + 1 + z = 12 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} y = x + 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 62 \\ z = 11 - 2x \end{array} \right\}$$

$$x^2 + (x + 1)^2 + (11 - 2x)^2 = 62 \rightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 + 121 + 4x^2 - 44x = 62$$

$$\rightarrow 6x^2 - 42x + 60 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \rightarrow x_1 = 5 ; x_2 = 2$$

Si $x = 5$; $z = 11 - 2(5) \rightarrow z = 1$; $y = 5 + 1 \rightarrow y = 6$ Número 561

Si $x = 2$; $z = 11 - 2(2) \rightarrow z = 7$; $y = 2 + 1 \rightarrow y = 3$ Número 237

57. Se tienen tres zumos compuestos del siguiente modo:

El primero de 40 dl de naranja, 50 dl de limón y 90 dl de pomelo.

El segundo de 30 dl de naranja, 30 dl de limón y 50 dl de pomelo.

El tercero de 20 dl de naranja, 40 dl de limón y 40 dl de pomelo.

Se pide qué volumen habrá de tomarse de cada uno de los zumos anteriores para formar un nuevo zumo de 34 dl de naranja, 46 dl de limón y 67 dl de pomelo.

$$\left\{ \begin{array}{l} 40x + 30y + 20z = 34 \\ 50x + 30y + 40z = 46 \\ 90x + 50y + 40z = 67 \end{array} \right\} \quad \text{Dividiendo entre 2 y cambiando de orden las incógnitas}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 10z + 20x + 15y = 17 \\ 20z + 25x + 15y = 23 \\ 40z + 40x + 50y = 67 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} E'c_1 = Ec_1 \\ E'c_2 = -2Ec_1 + Ec_2 \\ E'c_3 = -4Ec_1 + Ec_3 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} 10z + 20x + 15y = 17 \\ -15x - 15y = -11 \\ 10x - 10y = -1 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} E''c_1 = E'c_1 \\ E''c_2 = E'c_2 \\ E''c_3 = 2E'c_2 + 3E'c_3 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 10z + 20x + 15y = 17 \\ -15x - 15y = -11 \\ -60y = -25 \end{array} \right\} \quad y = \frac{5}{12} ; \quad -15x - 15y = -11 , \quad -15x - 15\left(\frac{5}{12}\right) = -11 \rightarrow$$

$$-15x - \frac{75}{12} = -11 ; -180x - 75 = -132 ; 180x = 132 - 75 ; 180x = 57 ; x = \frac{57}{180} ; x = \frac{19}{60}$$

$$10z + 20x + 15y = 17 ; 10z + 20\left(\frac{19}{60}\right) + 15\left(\frac{5}{12}\right) = 17 \rightarrow 10z + \frac{380}{60} + \frac{75}{12} = 17 \rightarrow$$

$$60z + 380 + 375 = 1020 ; 60z + 755 = 1020 \rightarrow 60z = 1020 - 755 \rightarrow 60z = 265 \rightarrow z = \frac{53}{12}$$

58. Se venden tres especies de cereales: trigo, cebada y mijo. Cada kg de trigo se vende por 2 €, el de la cebada por 1 € y el de mijo por 0,5 €. Si se vende 200 kg en total y se obtiene por la venta 300 €, ¿cuántos volúmenes de cada cereal se han vendido?

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 200 \\ 2x + y + 0,5z = 300 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 200 - y - z \\ 2x + y + 0,5z = 300 \end{array} \right\}$$

$$2(200 - y - z) + y + 0,5z = 300 \rightarrow 400 - 2y - 2z + y + 0,5z = 300 \rightarrow -y = -100 + 1,5z$$

$$y = 100 - 1,5z$$

$$x = 200 - (100 - 1,5z) - z \rightarrow x = 200 - 100 + 1,5z - z \rightarrow x = 100 + 0,5z$$

$$z = z$$

Hay infinitas soluciones.

Por ejemplo que se haya vendido 100 kg de trigo, 100 kg de cebada y 0 kg de mijo.

59. Se desea mezclar harina de 2 €/kg con harina de 1 €/kg para obtener una mezcla de 1,2 €/kg. ¿Cuántos kg deberemos poner de cada precio para obtener 300 kg de mezcla?

$$x \text{ los kg de harina de } 2\text{€}, \quad y \text{ los kg de harina de } 1\text{€} \quad \begin{cases} x + y = 300 \\ 2 \cdot x + 1 \cdot y = 300 \cdot 1,2 \end{cases}$$

$$y = 300 - x ; 2 \cdot x + 300 - x = 300 \cdot 1,2 ; x = 60 ; y = 300 - x ; y = 300 - 60 = 240$$

60 kg de harina de 2€ y 240kg de harina de 1€

60. En una tienda hay dos tipos de juguetes, los de tipo A que utilizan 2 pilas y los de tipo B que utilizan 5 pilas. Si en total en la tienda hay 30 juguetes y 120 pilas, ¿cuántos juguetes hay de cada tipo?

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 2x + 5y = 120 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 30 - y \\ 2x + 5y = 120 \end{cases}$$

$$2(30 - y) + 5y = 120 \rightarrow 60 - 2y + 5y = 120 \rightarrow 3y = 60 \rightarrow y = 20 ; x = 30 - 20 \rightarrow x = 10$$

Solución: hay 10 tipos del tipo A y 20 del tipo B

61. Un peatón sale de una ciudad A y se dirige a una ciudad B que está a 15 km de distancia a una velocidad de 4 km/h, y en el mismo momento sale un ciclista de la ciudad B a una velocidad de 16 km/h y se dirige hacia A, ¿cuánto tiempo lleva el peatón caminando en el momento del encuentro? ¿A qué distancia de B se cruzan?

Sumamos las velocidades: $4 + 16 = 20\text{km/h}$

Tiempo que se tarda: $\frac{15}{20} = 0,75$ horas (45 min) cada uno

Distancia a la que está de B: $0,75 \cdot 16 = 12$ km

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado:

$$\text{a) } -x^2 - 7x - 12 = 0 \rightarrow x^2 + 7x + 12 = 0 \rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4(1)(12)}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = -3 ; x_2 = -4$$

$$\text{b) } x(-5 + x) = 3 \rightarrow -5x + x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{2}$$

$$x_1 = 5,54 ; x_2 = -0,54$$

$$\text{c) } 3x^2 = 30x$$

$$3x^2 = 30x \rightarrow x^2 = 10x \rightarrow x^2 - 10x = 0 \rightarrow x(x - 10) = 0 \rightarrow x_1 = 0 ; x - 10 = 0 ; x_2 = 10$$

$$\text{d) } 3(x + 1) - x(5x + 2) = 7$$

$$3(x + 1) - x(5x + 2) = 7 ; 3x + 3 - 5x^2 - 2x - 7 = 0 ; -5x^2 + x - 4 = 0 ; 5x^2 - x + 4 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4(5)(4)}}{2(5)} = \frac{1 \pm \sqrt{-79}}{10} \rightarrow \text{No tiene solución real}$$

$$\text{e) } 3(7x - 2) + 3x(x - 4) = 1$$

$$3(7x - 2) + 3x(x - 4) = 1 \rightarrow 21x - 6 + 3x^2 - 12x - 1 = 0 \rightarrow 3x^2 + 9x - 7 = 0$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4(3)(-7)}}{2(3)} = \frac{-9 \pm \sqrt{165}}{6} \rightarrow x_1 = 0,64 ; x_2 = -3,64$$

$$\text{f) } 4(x^2 - 4) - 5(3 + 2x) = -7$$

$$4(x^2 - 4) - 5(3 + 2x) = -7 \rightarrow 4x^2 - 16 - 15 - 10x + 7 = 0 \rightarrow 4x^2 - 10x - 24 = 0$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4(4)(-24)}}{2 \cdot 4} = \frac{10 \pm \sqrt{484}}{8} \rightarrow x_1 = 4 ; x_2 = -1,5$$

$$\text{g) } (3x + 2) \cdot (4x - 2) = -6x - 2$$

$$(3x + 2) \cdot (4x - 2) = -6x - 2 \rightarrow 12x^2 - 6x + 8x - 4 + 6x + 2 = 0 \rightarrow 12x^2 + 8x - 2 = 0$$

$$6x^2 + 4x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(6)(-1)}}{2 \cdot 6} = \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{12} \rightarrow x_1 = 0,19 ; x_2 = -0,86$$

$$\text{h) } x \cdot (x + 13) = 168$$

$$x \cdot (x + 13) = 168 ; x^2 + 13x - 168 = 0 ; x = \frac{-13 \pm \sqrt{13^2 - 4(1)(-168)}}{2 \cdot 1} = \frac{-13 \pm 29}{2} ; x_1 = 8 ; x_2 = -21$$

$$i) 2(3x^2 - 5x + 2) - 5x(6x - 3) = -2$$

$$2(3x^2 - 5x + 2) - 5x(6x - 3) = -2; 6x^2 - 10x + 4 - 30x^2 + 15x + 2 = 0; -24x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$\rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(-24)(6)}}{2(-24)} = \frac{-5 \pm \sqrt{601}}{-48} \rightarrow x_1 = 0,6; x_2 = -0,4$$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado con denominadores:

$$a) \frac{x^2-3}{2} - \frac{x+2}{4} = 5 \rightarrow \frac{2(x^2-3)}{4} - \frac{x+2}{4} - 5 = 0 \rightarrow 2x^2 - 6 - x - 2 - 20 = 0 \rightarrow 2x^2 - x - 28 = 0$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4(2)(-28)}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm \sqrt{113}}{4} \rightarrow x_1 = 4; x_2 = -3,5$$

$$b) \frac{x^2-5}{2} + \frac{2x^2-3x+7}{2} = 5 \rightarrow x^2 - 5 + 2x^2 - 3x + 7 - 10 = 0 \rightarrow 3x^2 - 3x - 8 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4(3)(-8)}}{2 \cdot 3} = \frac{3 \pm \sqrt{105}}{6} = \frac{3 \pm 10,25}{6} \rightarrow x_1 = 2,2; x_2 = -1,2$$

$$c) \frac{2x^2+1}{5} + \frac{x+3}{10} = 1 \rightarrow \frac{2(2x^2+1)}{10} + \frac{x+3}{10} - 1 = 0 \rightarrow 4x^2 + 2 + x + 3 - 10 = 0$$

$$4x^2 + x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(4)(-5)}}{2 \cdot 4} = \frac{-1 \pm 9}{8} \rightarrow x_1 = 1; x_2 = -\frac{5}{4}$$

$$d) \frac{2-2x^2}{3} + \frac{4x-3}{2} = \frac{5}{6} \rightarrow \frac{2(2-2x^2)}{6} + \frac{3(4x-3)}{6} - \frac{5}{6} = 0 \rightarrow 4 - 4x^2 + 12x - 9 - 5 = 0$$

$$-4x^2 + 12x - 10 = 0 \rightarrow 2x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4(2)(5)}}{2 \cdot 2} = \frac{-6 \pm \sqrt{-4}}{4}$$

No tiene solución real

$$e) \frac{x^2-1}{3} + \frac{5x-9}{6} = 4x-3 \rightarrow \frac{2(x^2-1)}{6} + \frac{5x-9}{6} = (4x-3) \rightarrow 2x^2 - 2 + 5x - 9 = 6 \cdot (4x-3)$$

$$2x^2 + 5x - 11 = 24x - 18 \rightarrow 2x^2 - 19x + 7; x = \frac{19 \pm \sqrt{19^2 - 4(2)(7)}}{2 \cdot 2} = \frac{19 \pm \sqrt{305}}{4};$$

$$x_1 = 9,12; x_2 = -0,38$$

$$f) \frac{2x+3x^2}{7} - \frac{3x-8}{14} = 1 \rightarrow \frac{2(2x+3x^2)}{14} - \frac{3x-8}{14} = 1 \rightarrow 4x + 6x^2 - 3x + 8 - 14 = 0 \rightarrow 6x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(6)(-6)}}{2 \cdot 6} = \frac{-1 \pm \sqrt{145}}{12} \rightarrow x_1 = 0,92; x_2 = -1,08$$

3. Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones de 2º grado:

a) $x^2 - 3x - 10 = 0 \rightarrow 5 - 2 = 3 ; -2 \cdot 5 = -10 \rightarrow x_1 = 5 ; x_2 = -2$

b) $x^2 + 3x - 10 = 0 \rightarrow 2 - 5 = -3 ; -5 \cdot 2 = -10 \rightarrow x_1 = 2 ; x_2 = -5$

c) $x^2 + 7x + 10 = 0 \rightarrow -2 - 5 = -7 ; (-2) \cdot (-5) = 10 \rightarrow x_1 = -2 ; x_2 = -5$

d) $x^2 - 7x + 10 = 0 \rightarrow 5 + 2 = 7 ; 2 \cdot 5 = 10 \rightarrow x_1 = 5 ; x_2 = 2$

e) $x(-1 + x) = 0 \rightarrow x_1 = 0 ; x - 1 = 0 \rightarrow x_2 = 1$

f) $2x^2 = 50 \rightarrow x^2 = \frac{50}{2} \rightarrow x = \sqrt{25} \rightarrow x = \pm 5$

g) $x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow 2 + 3 = 5 ; 2 \cdot 3 = 6 \rightarrow x_1 = 3 ; x_2 = 2$

h) $x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow 3 - 2 = 1 ; -2 \cdot 3 = -6 \rightarrow x_1 = 3 ; x_2 = -2$

i) $x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow -3 + 2 = -1 ; -3 \cdot 2 = -6 \rightarrow x_1 = 2 ; x_2 = -3$

4. Factoriza las ecuaciones del problema anterior. Así, si las soluciones son 2 y 3, escribe:

$5x^2 - 25x + 30 = 0 \Leftrightarrow 5(x - 2) \cdot (x - 3) = 0$. Observa que si el coeficiente de x^2 fuese distinto de 1 los factores tienen que estar multiplicados por dicho coeficiente.

a) $x^2 - 3x - 10 = 0 \rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0$

b) $x^2 + 3x - 10 = 0 \rightarrow (x + 5)(x - 2) = 0$

c) $x^2 + 7x + 10 = 0 \rightarrow (x + 5)(x + 2) = 0$

d) $x^2 - 7x + 10 = 0 \rightarrow (x - 5)(x - 2) = 0$

e) $x(x - 1) = 0 \rightarrow x(x - 1) = 0$

f) $2x^2 = 50 \rightarrow 2(x + 5)(x - 5) = 0$

g) $x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow (x - 3)(x - 2) = 0$

h) $x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0$

i) $x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow (x + 3)(x - 2) = 0$

5. Cuando el coeficiente b es par ($b = 2B$), puedes simplificar la fórmula:

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2B \pm \sqrt{4B^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2B \pm 2\sqrt{B^2 - ac}}{2a} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - ac}}{a}$$

Así para resolver $x^2 - 8x + 12 = 0$ basta decir $x = 4 \pm \sqrt{16 - 12} = 4 \pm 2$, luego sus soluciones son 6 y 2. Utiliza esa expresión para resolver:

2. Utiliza esa expresión para resolver:

a) $x^2 - 2x - 8 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - (1)(-8)}}{1} = 1 \pm \sqrt{9} \rightarrow x_1 = 4 ; x_2 = -2$

b) $x^2 - 6x - 7 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - (1)(-7)}}{1} = 3 \pm \sqrt{16} \rightarrow x_1 = 7 ; x_2 = -1$

6. Resuelve mentalmente las ecuaciones siguientes, luego desarrolla las expresiones y utiliza la fórmula general para volver a resolverlas:

$$a) (x-2) \cdot (x-5) = 0 \rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \rightarrow \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4(1)(10)}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} \rightarrow x_1 = 5 ; x_2 = 2$$

$$b) (x+1) \cdot (x-6) = 0 \rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4(-6)}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2} \rightarrow x_1 = 6 ; x_2 = -1$$

$$c) (x-3) \cdot (x-5) = 0 \rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4(15)}}{2} = \frac{8 \pm 2}{2} \rightarrow x_1 = 5 ; x_2 = 3$$

$$d) (x-4) \cdot (x+7) = 0 \quad (x-4) \cdot (x+7) = 0 \rightarrow x^2 + 3x - 28 = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(-28)}}{2} = \frac{-3 \pm 11}{2} \rightarrow x_1 = 4 ; x_2 = 7$$

$$e) (x+8) \cdot (x-9) = 0 \rightarrow x^2 - x - 72 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-72)}}{2} = \frac{1 \pm 17}{2} \rightarrow x_1 = 9 ; x_2 = -8$$

$$f) (x-2) \cdot (x+3) = 0 \rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-6)}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \rightarrow x_1 = 2 ; x_2 = -3$$

7. Determina el número de soluciones reales que tienen las siguientes ecuaciones de segundo grado calculando su discriminante, y luego resuélvelas:

$$a) x^2 + 7x - 3 = 0 \rightarrow \text{discriminante: } 7^2 - 4(1)(-3) = 61 \rightarrow D > 0 \text{ Tiene dos soluciones}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4(1)(-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 \pm \sqrt{61}}{2} \rightarrow x_1 = 0,40 ; x_2 = -7,40$$

$$b) 5x^2 + 7x - 8 = 0 \rightarrow \text{Discriminante: } 7^2 - 4(5)(-8) = 189 \rightarrow D > 0 \text{ Tiene dos soluciones}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4(5)(-8)}}{2 \cdot 5} = \frac{-7 \pm 9}{10} \rightarrow x_1 = 1 ; x_2 = -8$$

$$c) 2x^2 + 3x + 9 = 0 \rightarrow \text{Discriminante: } 3^2 - 4(2)(9) = -63 \rightarrow D < 0 \text{ No tiene solución}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)(9)}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{-63}}{4} \text{ No tiene solución}$$

$$d) 2x^2 - 2x + 7 = 0 \rightarrow \text{Discriminante: } 2^2 - 4(2)(7) = -52 \rightarrow D < 0 \text{ No tiene solución}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4(2)(7)}}{2 \cdot 2} = \frac{2 \pm \sqrt{-52}}{4} \text{ No tiene solución real}$$

$$e) 3x^2 - 2x - 7 = 0 \rightarrow \text{Discriminante: } 2^2 - 4(3)(-7) = 88 \rightarrow D > 0 \text{ Tiene dos soluciones}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4(3)(-7)}}{2 \cdot 3} = \frac{2 \pm \sqrt{88}}{6} \rightarrow x_1 = 1,89 ; x_2 = -1,23$$

$$f) 4x^2 + x - 5 = 0 \rightarrow \text{Discriminante: } 1^2 - 4(4)(-5) = 81 \rightarrow D > 0 \text{ Tiene dos soluciones}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(4)(-5)}}{2(4)} = \frac{-1 \pm 9}{8} \rightarrow x_1 = 1 ; x_2 = \frac{5}{4}$$

8. Escribe tres ecuaciones de segundo grado que no tengan ninguna solución real. Ayuda: Utiliza el discriminante.

$$a) x^2 + 4 = 0 \rightarrow 0^2 - 4(1)(4) = -16$$

$$b) x^2 + 9 = 0 \rightarrow 0^2 - 4(1)(9) = -36$$

$$c) x^2 + 16 = 0 \rightarrow 0^2 - 4(1)(16) = -64$$

9. Escribe tres ecuaciones de segundo grado que tengan una solución doble.

$$a) x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow 4^2 - 4(1)(4) = 0 \quad ; \quad (x - 2)^2$$

$$b) 3x^2 - 6x + 3 = 0 \rightarrow 6^2 - 4(3)(3) = 0 \quad ; \quad 3(x - 1)^2$$

$$c) x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow 6^2 - 4(1)(9) = 0 \quad ; \quad (x - 3)^2$$

10. Escribe tres ecuaciones de segundo grado que tengan dos soluciones reales y distintas.

$$a) (x - 3) \cdot (x - 2) = 0 \quad ; \quad x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(6)}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2} \rightarrow x_1 = 3 \quad ; \quad x_2 = 2$$

$$b) (x + 1) \cdot (x - 5) = 0 \quad ; \quad x^2 - 4x - 5 = 0 \rightarrow \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(-5)}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 6}{2} \rightarrow x_1 = 5 \quad ; \quad x_2 = -1$$

$$c) (x + 2) \cdot (x + 4) = 0 \quad ; \quad x^2 - 6x + 8 = 0 \rightarrow \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4(1)(8)}}{2 \cdot 1} = \frac{-6 \pm 2}{2} \rightarrow x_1 = -2 \quad ; \quad x_2 = -4$$

11. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas:

$$a) x^5 - 37x^3 + 36x = 0 \rightarrow x \cdot (x^4 - 37x^2 + 36) = 0 \rightarrow x \cdot (x^4 - x^2 - 36x^2 + 36) = 0$$

$$\rightarrow x \cdot (x^2 \cdot (x^2 - 1) - 36x^2 + 36) = 0 \rightarrow x \cdot (x^2 \cdot (x^2 - 1) - 36(x^2 - 1)) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x \cdot (x^2 - 1) \cdot (x^2 - 36) = 0 \rightarrow x = 0; x^2 - 1 = 0; x^2 - 36 = 0;$$

$$\mathbf{x = 0, x = -1, x = 1, x = -6, x = 6}$$

$$b) x^3 - 2x^2 - 8x = 0 \quad x \cdot (x^2 - 2x - 8) = 0 \rightarrow x \cdot (x^2 + 2x - 4x - 8) = 0 \rightarrow$$

$$x \cdot (x \cdot (x + 2x) - 4x - 8) = 0 \rightarrow x \cdot (x \cdot (x + 2) - 4(x + 2)) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x \cdot (x + 2) \cdot (x - 4) = 0 \rightarrow x = 0; x + 2 = 0; x - 4 = 0 \rightarrow \mathbf{x = -2, x = 0, x = 4}$$

$$c) 2x^3 + 2x^2 - 12x = 0 \rightarrow 2x \cdot (x^2 + x - 6) = 0 \rightarrow 2x \cdot (x^2 + 3x - 2x - 6) = 0 \rightarrow$$

$$2x \cdot (x \cdot (x + 3) - 2x - 6) = 0 \rightarrow 2x \cdot (x \cdot (x + 3) - 2(x + 3)) = 0 \quad 2x \cdot (x + 3) \cdot (x - 2) = 0$$

$$\rightarrow x \cdot (x + 3) \cdot (x - 2) = 0 \rightarrow x = 0; x + 3 = 0; x - 2 = 0 \rightarrow \mathbf{x = -3, x = 0, x = 2}$$

$$d) 2x^4 - 5x^2 + 6 = 0 \text{ (cambiamos a } t) \rightarrow 2t^2 - 5t + 6 = 0 \rightarrow t = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{2 \cdot 2} \rightarrow$$

$$\mathbf{x = \sqrt{2}, x = -\sqrt{2}, x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}}$$

$$e) 2x^4 = 32x^2 - 96 \rightarrow 2x^4 - 32x^2 + 96 = 0 \rightarrow \text{(cambiamos a } t) \rightarrow 2t^2 - 32t + 96 = 0 \rightarrow$$

$$t = \frac{-(-32) \pm \sqrt{(-32)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 96}}{2 \cdot 2} \rightarrow t = 4 \text{ y } t = 12 \text{ sustituimos } t = x^2 \rightarrow x^2 = 4; x^2 = 12 \rightarrow$$

$$x = 2, \quad x = -2, \quad x = -2\sqrt{3}, \quad x = 2\sqrt{3}$$

$$f) \quad x(x-3)(2x+3)(3x-5) = 0 \rightarrow x = 0; \quad x-3 = 0; \quad 2x+3 = 0; \quad 3x-5 = 0 \Rightarrow$$

$$x = -\frac{3}{2}, \quad x = 0, \quad x = -\frac{5}{3}, \quad x = 3$$

12. Resuelve las siguientes ecuaciones aplicando un cambio de variable:

$$a) \quad x^8 + 81 = 82x^4 \rightarrow x^8 + 81 - 82x^4 = 0 \rightarrow t = x^4; \quad x^8 - 82x^4 + 81 = 0; \quad t^2 - 82t + 81 = 0 \rightarrow$$

$$t = \frac{-(-82) \pm \sqrt{(-82)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 81}}{2 \cdot 1} \rightarrow t = 1 \text{ y } t = 81 \rightarrow x^4 = 1; \quad x^4 = 81 \rightarrow x = 1, x = -1, x = 3, x = -3$$

$$b) \quad x^4 - 24x^2 + 144 = 0 \rightarrow (x^2 - 12)^2 = 0 \rightarrow x^2 - 12 = 0 \rightarrow x^2 - 12 = 0 \rightarrow x = \pm 2\sqrt{3}$$

$$c) \quad x^6 - 7x^3 - 8 = 0 \rightarrow t = x^3 \rightarrow t^2 - 7t - 8 = 0 \rightarrow t = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} \rightarrow t = -1 \text{ y } t = 8 \rightarrow$$

$$x^3 = -1; \quad x^3 = 8 \rightarrow x = -1, x = 2$$

$$d) \quad x^4 + 8x^2 - 9 = 0 \rightarrow t = x^2 \rightarrow t^2 + 8t - 9 = 0 \rightarrow t = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9)}}{2 \cdot 1} \rightarrow t = -9 \text{ y } t = 1 \rightarrow$$

$$x^2 = -9; \quad x^2 = 1 \rightarrow x = 1, x = -1$$

13. Resuelve las siguientes ecuaciones racionales:

$$a) \quad 3x + \frac{2}{x} = 1 \rightarrow 3x + \frac{2}{x} - 1 = 0 \rightarrow \frac{3x^2 + 2 - x}{x} = 0 \rightarrow 3x^2 + 2 - x = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2}}{2 \cdot 3} \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{-23}}{6} \quad \text{Sin solución real}$$

$$b) \quad \frac{2}{3x} + \frac{5}{6x} = x \rightarrow \frac{2}{3x} + \frac{5}{6x} - x = 0 \rightarrow \frac{4 + 5 - 6x^2}{6x} = 0 \rightarrow 4 + 5 - 6x^2 = 0 \rightarrow 9 - 6x^2 = 0$$

$$\rightarrow -6x^2 = -9 \rightarrow x^2 = \frac{3}{2} \rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$c) \quad \frac{2}{x-5} + 3 = \frac{1}{x-2} \rightarrow \frac{2}{x-5} + 3 - \frac{1}{x-2} = 0 \rightarrow \frac{2(x-2) + 3(x-5)(x-2) - (x-5)}{(x-5)(x-2)} = 0$$

$$\rightarrow \frac{2x-4 + (3x-15)(x-2) - x+5}{(x-5)(x-2)} = 0 \rightarrow \frac{2x-4 + 3x^2 - 6x - 15x + 30 - x+5}{(x-5)(x-2)} = 0 \rightarrow \frac{-20x + 31 + 3x^2}{(x-5)(x-2)} = 0 \rightarrow$$

$$-20x + 31 + 3x^2 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 31}}{2 \cdot 3} \rightarrow x = \frac{10 - \sqrt{7}}{3}; \quad x = \frac{10 + \sqrt{7}}{3}$$

$$d) \frac{2}{2-x} - 4x = 2 \rightarrow \frac{2}{2-x} - 4x - 2 = 0 \rightarrow \frac{2-4x(2-x)-2(2-x)}{2-x} = 0 \rightarrow \frac{2-8x+4x^2-2(2-x)}{2-x} = 0 \rightarrow$$

$$\frac{2-8x+4x^2-4+2x}{2-x} = 0 \rightarrow \frac{-2-6x+4x^2}{2-x} = 0 \rightarrow -2-6x+4x^2 = 0 \rightarrow 4x^2 - 6x - 2 = 0 \rightarrow$$

$$2x^2 - 3x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$e) \frac{3}{x+2} = \frac{2(3x+1)}{x-2} + 1 \rightarrow \frac{3}{x+2} = \frac{6x+2}{x-2} + 1 \rightarrow \frac{3}{x+2} - \frac{6x+2}{x-2} - 1 = 0 \rightarrow \frac{3(x-2)-(x+2) \cdot (6x+2)-(x+2) \cdot (x-2)}{(x+2) \cdot (x-2)} = 0 \rightarrow$$

$$\frac{3x-6-(6x^2+2x+12x+4)-(x^2-4)}{(x+2) \cdot (x-2)} = 0 \rightarrow \frac{3x-6-(6x^2+14x+4)-x^2+4}{(x+2) \cdot (x-2)} = 0 \rightarrow \frac{3x-6-6x^2-14x-4-x^2+4}{(x+2) \cdot (x-2)} = 0 \rightarrow$$

$$\frac{-11x-6-7x^2}{(x+2) \cdot (x-2)} = 0 \rightarrow -11x-6-7x^2 = 0 \rightarrow -7x^2-11x-6 = 0 \rightarrow 7x^2+11x+6 = 0 \rightarrow$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 7 \cdot 6}}{2 \cdot 7} \rightarrow x = \frac{-11 \pm \sqrt{-47}}{14}$$

$$f) \frac{3x-1}{x+2} - \frac{5+2x}{2x} = 4 \rightarrow \frac{3x-1}{x+2} - \frac{5+2x}{2x} - 4 = 0 \rightarrow \frac{2x \cdot (3x-1) - (x+2) \cdot (5+2x) - 8x \cdot (x+2)}{2x \cdot (x+2)} = 0 \rightarrow$$

$$\frac{6x^2-2x-(5x+2x^2+10+4x)-8x^2-16}{2x \cdot (x+2)} = 0; \frac{6x^2-2x-(9x+2x^2+10)-8x^2-16}{2x \cdot (x+2)} = 0; \frac{6x^2-2x-9x-2x^2-10-8x^2-16}{2x \cdot (x+2)} = 0$$

$$\frac{-4x-27x-10}{2x \cdot (x+2)} = 0; -4x-27x-10 = 0; 4x^2+27x+10 = 0 \rightarrow \frac{-27 \pm \sqrt{(-27)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 10}}{2 \cdot 4} \rightarrow x = \frac{-27 \pm \sqrt{569}}{8}$$

$$g) \frac{5x-3}{x+1} - \frac{5+3x}{x-1} = 2 \rightarrow \frac{(x-1) \cdot (5x-3) - (x+1) \cdot (5+3x)}{(x+1) \cdot (x-1)} = 2 \rightarrow \frac{5x^2-3x-5x+3-(8x+3x^2+5)}{(x+1) \cdot (x-1)} = 2 \rightarrow$$

$$\frac{5x^2-3x-5x+3-8x-3x^2-5}{(x+1) \cdot (x-1)} = 2 \rightarrow \frac{2x^2-16x-2}{(x+1) \cdot (x-1)} = 2 \rightarrow 2x^2-16x-2 = 2(x+1) \cdot (x-1) \rightarrow$$

$$2x^2-16x-2 = 2(x^2-1); 2x^2-16x-2 = 2x^2-2; -16x-2 = 0-2; -16x = 0-2; -16x = 0 \rightarrow x = 0$$

$$h) \frac{4}{1-x} = \frac{3}{x} + \frac{1}{x-x^2} \rightarrow \frac{4}{1-x} - \frac{3}{x} - \frac{1}{x-x^2} = 0 \rightarrow \frac{4}{1-x} - \frac{3}{x} - \frac{1}{x \cdot (1-x)} = 0$$

$$\rightarrow \frac{4x-3(1-x)-1}{x \cdot (1-x)} = 0 \rightarrow \frac{4x-3+3x-1}{x \cdot (1-x)} = 0 \rightarrow \frac{7x-4}{x \cdot (1-x)} = 0 \rightarrow 7x-4 = 0 \rightarrow x = \frac{4}{7}$$

$$i) \frac{5x}{x-2} - \frac{2x}{x^2-4} = \frac{x}{3} \rightarrow \frac{5x}{x-2} - \frac{2x}{x^2-4} - \frac{x}{3} = 0; \frac{5x}{x-2} - \frac{2x}{(x-2) \cdot (x+2)} - \frac{x}{3} = 0; \frac{15x \cdot (x+2) - 6x \cdot x \cdot (x-2) \cdot (x+2)}{3(x-2) \cdot (x+2)} = 0$$

$$\frac{15x^2+30x-6x-x \cdot (x^2-4)}{3(x-2) \cdot (x+2)} = 0 \rightarrow \frac{15x^2+30x-6x-x^3+4x}{3(x-2) \cdot (x+2)} = 0 \rightarrow \frac{15x^2+28x-x^3}{3(x-2) \cdot (x+2)} = 0 \rightarrow 15x^2+28x-x^3 = 0 \rightarrow$$

$$x \cdot (15x+28-x^2) = 0 \rightarrow 15x+28-x^2 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \rightarrow x = \frac{15 \pm \sqrt{337}}{2}; x = 0$$

14. Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales:

$$a) x - \sqrt{5+4x^2} = -2 \rightarrow -\sqrt{5+4x^2} = -2-x \rightarrow \sqrt{5+4x^2} = 2+x \rightarrow 5+4x^2 = 4+4x+x^2 \rightarrow$$

$$5 + 4x^2 - 4 - 4x - x^2 = 0 \rightarrow 1 + 4x^2 - 4x - x^2 = 0 \rightarrow 1 + 3x^2 - 4x = 0 \rightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow$$

$$x \cdot (x - 1) - (3x - 1) = 0 \rightarrow (x - 1) - (3x - 1) = 0 \rightarrow 3x - 1 \rightarrow x = \frac{1}{3}; x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$\text{b) } \sqrt{16 - x} = x - 4; 16 - x = x^2 - 8x + 16; -x = x^2 - 8x; -x - x^2 + 8x = 0; 7x - x^2 = 0 \rightarrow$$

$$x \cdot (x - 7) = 0 \rightarrow x = 0, x = 7$$

$$\text{c) } 5\sqrt{x^2 - 3x + 2} = 2x \rightarrow 25(x^2 - 3x + 2) = 4x^2 \rightarrow 25x^2 - 75x + 50 = 4x^2 \rightarrow$$

$$25x^2 - 75x + 50 - 4x^2 = 0 \rightarrow 21x^2 - 75x + 50 = 0 \rightarrow \frac{-(-75) \pm \sqrt{(-75)^2 - 4 \cdot 21 \cdot 50}}{2 \cdot 21} \rightarrow x = \frac{75 \pm \sqrt{57}}{48}$$

$$\text{d) } \sqrt{x} - \sqrt{x - 2} = 5 \rightarrow x - 2\sqrt{x \cdot (x - 2)} + x - 2 = 25 \rightarrow x - 2\sqrt{x^2 - 2x} + x - 2 = 25 \rightarrow$$

$$2x - 2\sqrt{x^2 - 2x} + x - 2 = 25 \rightarrow -2\sqrt{x^2 - 2x} = 25 - 2x + 2 \rightarrow -2\sqrt{x^2 - 2x} = 27 - 2x \rightarrow$$

$$4(x^2 - 2x) = 729 - 108x + 4x^2 \rightarrow 4x^2 - 8x = 729 - 108x + 4x^2 \rightarrow -8x = 729 - 108x \rightarrow$$

$$-8x + 108x = 729 \rightarrow 100x = 729 \rightarrow x = \frac{729}{100}$$

$$\text{e) } \sqrt{1 - x} - \sqrt{x + 1} + 2 = 0 \rightarrow \sqrt{1 - x} = \sqrt{x + 1} - 2 \rightarrow 1 - x = x + 1 - 4\sqrt{x + 1} + 4 \rightarrow$$

$$-x = x - 4\sqrt{x + 1} + 4 \rightarrow 4\sqrt{x + 1} = 2x + 4 \rightarrow 2\sqrt{x + 1} = x + 2 \rightarrow 4(x + 1) = x^2 + 4x + 4 \rightarrow$$

$$4x + 4 = x^2 + 4x + 4 \rightarrow 0 = x^2 \rightarrow x = 0$$

$$\text{f) } \sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} = 3 \rightarrow \sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} - 3 = 0 \rightarrow \frac{x - 2 - 3\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 0 \rightarrow x - 2 - 3\sqrt{x} = 0 \rightarrow -3\sqrt{x} = -x + 2 \rightarrow$$

$$9x = 4 - 4x + x^2 \rightarrow 9x - 4 + 4x - x^2 = 0 \rightarrow 13x - 4 - x^2 = 0 \rightarrow -x^2 + 13x - 4 \rightarrow$$

$$x^2 - 13x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} \rightarrow x = \frac{13 \pm 3\sqrt{17}}{2}$$

$$\text{g) } 5\sqrt{x - 2} + 1 = \frac{2}{\sqrt{x + 1}} \rightarrow 5\sqrt{x - 2}\sqrt{x + 1} + 1\sqrt{x + 1} = 2 \rightarrow (5\sqrt{x - 2}\sqrt{x + 1} + 1\sqrt{x + 1})^2 = 2^2$$

$$25(x - 2)(x + 1) + (x + 1) - 10\sqrt{x - 2}\sqrt{x + 1}\sqrt{x + 1} = 4; 25x^2 - 25 - (10x + 10)\sqrt{x - 2} = 4$$

$$(10x + 10)\sqrt{x - 2} = 25x^2 - 29; (10x - 10)^2(x - 2) = (25x^2 - 29)^2 \dots$$

$$\text{h) } \sqrt{x - 2} - \frac{1}{\sqrt{x - 2}} = 2 \rightarrow (\sqrt{x - 2}) \left(\sqrt{x - 2} - \frac{1}{\sqrt{x - 2}} \right) = 2(\sqrt{x - 2}) \rightarrow x - 2 - 1 = 2\sqrt{x - 2} \rightarrow$$

$$x - 3 = 2\sqrt{x - 2} \rightarrow (x - 3)^2 = (2\sqrt{x - 2})^2; x^2 - 6x + 9 = 4(x - 2); x^2 - 10x + 17 = 0$$

$$x = 5 - 2\sqrt{2}; x = 5 + 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } \sqrt{x+1} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} &= 3 ; \sqrt{x+1}\sqrt{x-2} + 1 = 3\sqrt{x-2} ; (\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} + 1)^2 = (3\sqrt{x-2})^2 \\ (x+1)(x-2) + 1 + 2\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} &= 3(x-2) ; 2\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} = -x^2 + 1 + x + 3x - 6 \\ 2\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} &= -x^2 + 4x - 5 ; (2\sqrt{x+1}\sqrt{x-2})^2 = (-x^2 + 4x - 5)^2 \\ 2(x+1)(x-2) &= x^4 - 8x^3 + 26x^2 - 40x + 25 ; x^4 - 8x^3 + 26x^2 - 40x + 25 - 2x^2 + 4x - 4 = 0 \\ x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 36x + 21 &= 0 ; \quad \mathbf{x = 1, 3, \quad x = 3, 8} \end{aligned}$$

15. Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $3^{2x} = \frac{1}{81} \rightarrow 3^{2x} = 3^{-4} \rightarrow 2x = -4 \rightarrow x = -2$ **solución** $x = -2$

b) $2^{2x} = \frac{1}{1024} \rightarrow 2^{2x} = 2^{-10} \rightarrow 2x = -10 \rightarrow x = -5$ **solución** $x = -5$

16. Resuelve los siguientes sistemas por el método de sustitución:

a) $\begin{cases} 4x - 3y = 1 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$ $y = -2 + 3x$ Ec2 ; sustituimos en la 1ª ecuación

$$4x - 3(-2 + 3x) = 1 \rightarrow 4x + 6 - 9x = 1 \rightarrow -5x = -5 \rightarrow x = 1 ; \quad y = -2 + 3 \cdot 1 = 1 \rightarrow y = 1$$

b) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}$ $x = 5 - 4y$ Ec1 ; sustituimos en la 2ª ecuación

$$2(5 - 4y) + 5y = 7 \rightarrow 10 - 8y + 5y = 7 \rightarrow -3y = -3 \rightarrow y = 1 ; x = 5 - 4 \cdot 1 \rightarrow x = 1$$

c) $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x + y = 2 \end{cases}$ $x = 2 - y$ Ec2 ; sustituimos en la 1ª ecuación

$$2(2 - y) + 3y = 5 \rightarrow 4 - 2y + 3y = 5 \rightarrow y = 1 ; x = 2 - 1 \rightarrow x = 1$$

17. Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación:

a) $\begin{cases} -3x + 2y = -1 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$ $y = \frac{-1+3x}{2}$ Ec1 ; $y = -2 + 3x$ Ec2

$$\frac{-1+3x}{2} = -2 + 3x \rightarrow \frac{-1+3x}{2} = \frac{-4+6x}{2} \rightarrow -1 + 3x = -4 + 6x \rightarrow +3x - 6x = -4 + 1 \rightarrow -3x = -3 \rightarrow$$

$$x = \frac{-3}{-3} = 1 \rightarrow y = -2 + 3 \cdot 1 \rightarrow y = 1 ; \quad \mathbf{x = 1, \quad y = 1}$$

b) $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$ $y = \frac{5x-1}{2}$ Ec1 ; $y = -2 + 4x$ Ec2

$$\frac{5x-1}{2} = -2 + 4x \rightarrow 5x - 1 = -4 + 8x \rightarrow 5x - 8x = -4 + 1 \rightarrow -3x = -3 \rightarrow$$

$$x = 1 ; \quad y = -2 + 4 \cdot 1 = 2 ; \quad \mathbf{x = 1, \quad y = 2}$$

$$c) \begin{cases} 7x - 4y = 10 \\ -8x + 3y = -13 \end{cases} \quad y = \frac{7x-10}{4} \quad \text{Ec1} \quad ; \quad y = \frac{8x-13}{3} \quad \text{Ec2}$$

$$\frac{7x-10}{4} = \frac{8x-13}{3} \rightarrow 21x - 30 = 32x - 52 \rightarrow 21x - 32x = -52 + 30 \rightarrow -11x = -22 \rightarrow$$

$$x = 2 \quad ; \quad y = \frac{8 \cdot 2 - 13}{3} = 1 \quad ; \quad x = 2, \quad y = 1$$

18. Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción:

$$a) \begin{cases} 7x - 2y = 5 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases} \quad \text{Sumamos las ecuaciones, } 10x = 10 ; x = 1 \quad ; \quad \text{sustituimos en una ecuación}$$

$$3x + 2y = 5 \quad ; \quad 3 \cdot 1 + 2y = 5 \quad ; \quad 2y = 2 \quad ; \quad y = 1.$$

$$b) \begin{cases} 2x + 5y = 20 \\ -x - 6y = -14 \end{cases} \quad 2 \cdot \text{Ec2} : -2x - 12y = -28$$

Sumamos las ecuaciones, $-7y = -8$, $y = 8/7$; sustituimos en una ecuación

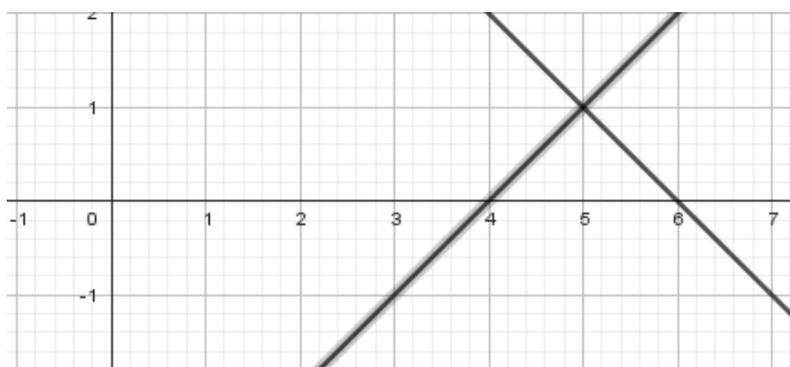
$$-x - 6y = -14 \quad ; \quad -x - 6 \cdot (8/7) = -14 \quad ; \quad x = (-48 + 98)/7 \quad , \quad x = 50/7$$

$$c) \begin{cases} 3x - 6y = 0 \\ -5x + 2y = -9 \end{cases} \quad 3 \cdot \text{Ec2} : -15x + 6y = -27 ; \quad \begin{cases} 3x - 6y = 0 \\ -15x + 6y = -27 \end{cases} \quad \text{sumamos}$$

$$-12x = -27 \quad ; \quad x = \frac{27}{12} \quad ; \quad \text{sustituimos en una ecuación; } 3x - 6y = 0 \quad ; \quad 3 \cdot \frac{27}{12} - 6y = 0 \quad ; \quad y = \frac{27}{24}$$

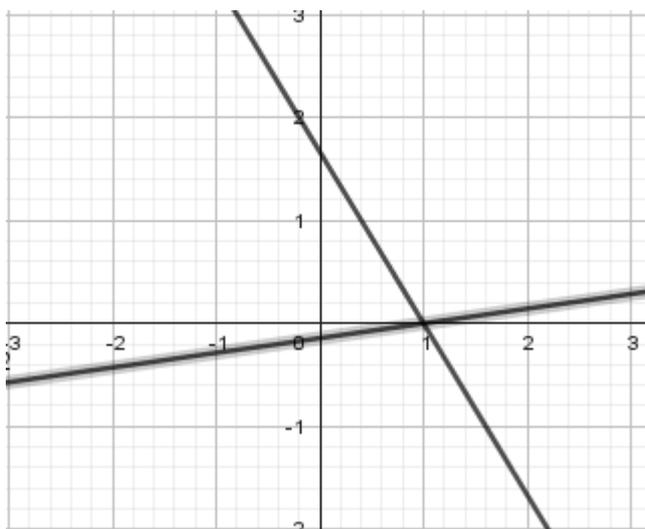
19. Resuelve de forma gráfica los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 4 \end{cases}$$



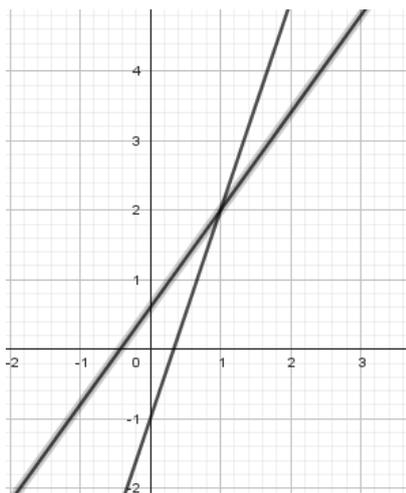
$$x = 5, \quad y = 1$$

$$b) \begin{cases} 5x + 3y = 5 \\ x - 7y = 1 \end{cases}$$



$$x = 1, \quad y = 0$$

$$c) \begin{cases} 3x - y = 1 \\ -7x + 5y = 3 \end{cases}$$



$$x = 1, \quad y = 2$$

20. Resuelve los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} \frac{x-2}{5} - \frac{3y-1}{2} = 1 \\ \frac{3x+1}{2} + \frac{3y-1}{4} = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{2(x-2)}{10} - \frac{5(3y-1)}{10} = 1 \\ \frac{2(3x+1)}{4} + \frac{3y-1}{4} = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 4 - 15y + 5 = 10 \\ 6x + 2 + 3y - 1 = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 15y = 9 \\ 6x + 3y = 7 \end{cases}$$

$$(-3) \cdot \text{Ec1} \quad \begin{cases} -6x + 45y = -27 \\ 6x + 3y = 7 \end{cases} \quad \text{sumamos las ecuaciones} \quad 48y = -20 \quad ; \quad y = \frac{-20}{48} = \frac{-5}{12}$$

$$\text{Sustituimos en Ec2} \quad 6x + 3y = 7 \quad ; \quad 6x + 3\left(\frac{-5}{12}\right) = 7 \quad ; \quad 24x - 5 = 28 \quad ; \quad x = \frac{33}{24}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x-1}{3} - \frac{5y+7}{6} = -2 \\ 4x + y = 5 \end{cases}; \begin{cases} \frac{2(x-1)}{6} - \frac{5y+7}{6} = -2 \\ 4x + y = 5 \end{cases}; \begin{cases} 2x - 2 - 5y - 7 = -12 \\ 4x + y = 5 \end{cases}; \begin{cases} 2x - 5y = -3 \\ 4x + y = 5 \end{cases}$$

$$(-2) \cdot \text{Ec1} \quad \begin{cases} -4x + 10y = 6 \\ 4x + y = 5 \end{cases} \text{ sumamos las ecuaciones } 11y = 11; \quad y = 1$$

$$\text{Sustituimos en Ec2} \quad 4x + y = 5; \quad 4x + 1 = 5; \quad x = 1$$

$$c) \begin{cases} \frac{5x+1}{2} + \frac{2y-5}{3} = 4 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}; \begin{cases} \frac{3(5x+1)}{6} + \frac{2(2y-5)}{6} = 4 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}; \begin{cases} 15x + 3 + 4y - 10 = 24 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}; \begin{cases} 15x + 4y = 31 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$(2) \cdot \text{Ec2} \quad \begin{cases} 15x + 4y = 31 \\ 6x - 4y = 2 \end{cases} \text{ sumamos las ecuaciones } 21x = 33; \quad x = \frac{33}{21}$$

$$\text{Sustituimos en Ec2} \quad 6x - 4y = 2; \quad 6\left(\frac{33}{21}\right) - 4y = 2; \quad 66 - 28y = 14; \quad y = \frac{52}{28} = \frac{26}{14}$$

21. Copia en tu cuaderno y completa los siguientes sistemas incompletos de forma que se cumpla lo que se pide en cada uno:

a) Compatible indeterminado

$$\begin{cases} ()x + 2y = () \\ 3x - y = 5 \end{cases} \quad (-2) \cdot \text{Ec2} \quad \begin{cases} (-6)x + 2y = (-10) \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

b) Incompatible

$$\begin{cases} -3x + y = 1 \\ ()x + y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} -3x + y = 1 \\ (-3)x + y = 6 \end{cases}$$

c) Solución $x=2, y=1$

$$\begin{cases} 2x + y = () \\ ()x + 2y = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 2 \cdot 2 + 1 = (5) \\ () \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 8; \quad () = 3 \end{cases}$$

d) Incompatible

$$\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ 6x + ()y = () \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ 6x + (-9)y = (0) \end{cases}$$

e) Solución $x = -1, y = 1$

$$\begin{cases} 4x + ()y = -1 \\ ()x + y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 4 \cdot (-1) + () \cdot 1 = -1 \\ () \cdot (-1) + 1 = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + (3)y = -1 \\ (-4)x + y = 5 \end{cases}$$

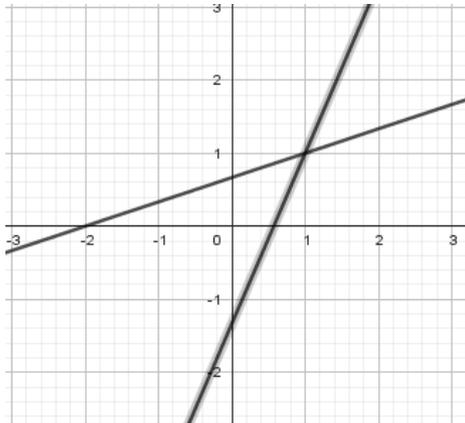
f) Compatible indeterminado

$$\begin{cases} ()x + 8y = () \\ x + 2y = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} (4)x + 8y = (-12) \\ x + 2y = -3 \end{cases}$$

22. Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación y comprueba la solución gráficamente. ¿De qué tipo es cada sistema?

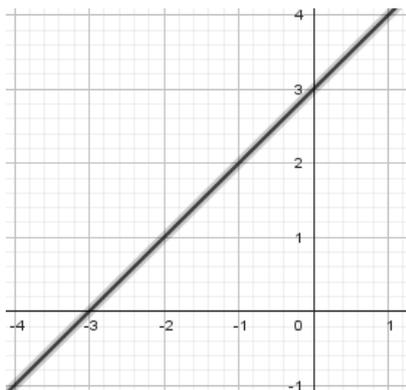
$$a) \begin{cases} -2x + 6y = 4 \\ 7x - 3y = 4 \end{cases} ; \begin{cases} y = \frac{4+2x}{6} \\ y = \frac{7x-4}{3} \end{cases} ; \frac{4+2x}{6} = \frac{7x-4}{3} ; 4 + 2x = 2(7x - 4)$$

$$4 + 2x = 14x - 8 ; 12x = 12 ; x = 1 ; y = \frac{4+2 \cdot 1}{6} = \frac{4+2 \cdot 1}{6} = 1$$



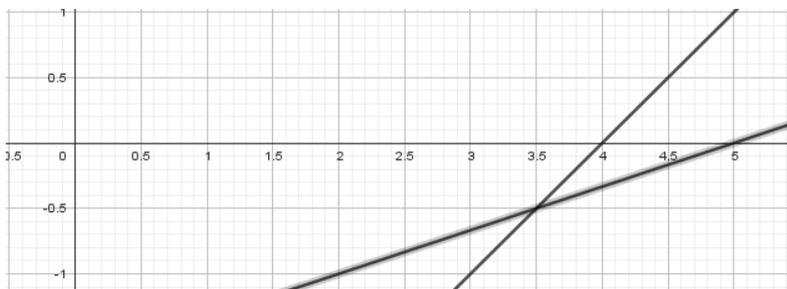
Se trata de un sistema compatible determinado

$$b) \begin{cases} x - y = -3 \\ 3x - 3y = -9 \end{cases} \quad \text{dividiendo la 2ª ecuación entre 3} \quad \begin{cases} x - y = -3 \\ x - y = -3 \end{cases}$$



Sistema compatible indeterminado

$$c) \begin{cases} x - y = 4 \\ -x + 3y = -5 \end{cases} ; \begin{cases} x = 4 + y \\ x = 5 + 3y \end{cases} ; 4 + y = 5 + 3y ; y = -\frac{1}{2} ; x = 4 + y ; x = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$



Sistema compatible determinado

23. En una tienda alquilan bicicletas y triciclos. Si tienen 30 vehículos con un total de 80 ruedas ¿cuántas bicicletas y cuántos triciclos tienen?

$$1) \text{ecuación} \rightarrow b + t = 30$$

$$2) \text{ecuación} \rightarrow 2b + 3t = 80$$

En la primera ecuación despejamos $b \rightarrow b = 30 - t$

$$\text{Sustituimos en la segunda ecuación} \rightarrow 2(30 - t) + 3t = 80$$

$$\text{Resolvemos para } t: \rightarrow 60 - 2t + 3t = 80 \rightarrow t = 80 - 60 \rightarrow t = 20$$

El valor de t ya lo tenemos, ahora podemos encontrar el valor de b

$$\rightarrow b = 30 - t \rightarrow b = 30 - 20 \rightarrow b = 10$$

Solución: 10 bicis y 20 triciclos

24. ¿Cuál es la edad de una persona si al multiplicarla por 12 le faltan 64 unidades para completar su cuadrado?

$$\text{Escribimos la ecuación como: } x^2 - 12x = 64$$

$$\text{Resolvemos: } x^2 - 12x = 64 \rightarrow x^2 - 12x - 64 = 0$$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-64)}}{2 \cdot 1} \rightarrow x = \frac{12 \pm 20}{2} = 16 \quad x = \frac{12 - 20}{2} = -4; \quad x = 16 \text{ años}$$

25. Descompón 12 en dos factores cuya suma sea 7.

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \quad x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2 \cdot 1} \rightarrow x = \frac{7+1}{2} = 4 \quad x = \frac{7-1}{2} = 3;$$

La descomposición de 12 en dos factores cuya suma sea 7 es 3 y 4

26. El triple del cuadrado de un número aumentado en su duplo es 616. ¿Qué número es?

$$3x^2 + 2x = 616 \rightarrow 3x^2 + 2x - 616 = 0$$

$$\rightarrow x = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-616)}}{2 \cdot 3} \rightarrow x_1 = 14, \quad x_2 = -\frac{44}{3} \quad \text{solución: } 14 \text{ o } -\frac{44}{3}$$

27. La suma de los cuadrados de dos números impares consecutivos es 130. Determina dichos números.

$$x^2 + (x + 2)^2 = 130 \rightarrow x^2 + (x^2 + 4x + 4) = 130 \rightarrow 2x^2 + 4x + 4 = 130 \rightarrow 2x^2 + 4x - 126 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 + 2x - 63 = 0 \quad \text{Factorizar: } (x + 9)(x - 7) = 0 \rightarrow x + 9 = 0 \rightarrow x = -9 \rightarrow x - 7 = 0 \rightarrow x = 7$$

Solución: 7 y 9.

28. Van cargados un asno y un mulo. El asno se quejaba del peso que llevaba encima. El mulo le contestó: Si yo llevara uno de tus sacos, llevaría el doble de carga que tú, pero si tú tomas uno de los míos, los dos llevaremos igual carga. ¿Cuántos sacos lleva cada uno?

a = peso de un saco de asno y m = peso de un saco del mulo

$$1) m + 1 = 2(a - 1)$$

$$2) a + 1 = (m - 1)$$

$$\text{De 1) } m + 1 = 2(a - 1) \quad m + 1 = 2a - 2 \quad ; \quad m = 2a - 3$$

$$\text{De 2) } a + 1 = (2a - 3 - 1) \rightarrow a = (2a - 4) - 1 \rightarrow a = 2a - 5 \rightarrow a = 5$$

$$\text{De } m = 2a - 3 \quad m = 2(5) - 3 \rightarrow m = 10 - 3 \rightarrow m = 7$$

Solución: asno lleva 5 sacos y el mulo 7 sacos.

29. ¿Qué número multiplicado por 3 es 28 unidades menor que su cuadrado?

$$3x = x^2 - 28 \rightarrow x^2 - 3x - 28 = 0 \rightarrow (x - 7)(x + 4) = 0 \quad ; \quad 1) x - 7 = 0 \rightarrow x = 7 \quad ; \quad 2) x + 4 = 0 \rightarrow x = -4$$

30. Calcula tres números consecutivos cuya suma de cuadrados es 110.

$$x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 = 110 \rightarrow x^2 + (x^2 + 2x + 1) + (x^2 + 4x + 4) = 110 \rightarrow 3x^2 + 6x + 5 = 110 \rightarrow$$

$$3x^2 + 6x - 105 = 0 \rightarrow x^2 + 2x - 35 = 0 \rightarrow (x + 7)(x - 5) = 0$$

$$1) x + 7 = 0 \rightarrow x = -7 \quad ; \quad 2) x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$$

Solución: $-7, -6, -5$ o también $7, 6, 5$

$$(-7)^2 + (-6)^2 + (-5)^2 = 49 + 36 + 25 = 110 \rightarrow 5^2 + 6^2 + 7^2 = 25 + 36 + 49 = 110$$

31. Dentro de 2 años, la edad de Raquel será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 10 años. ¿Qué edad tiene Raquel?

Hace 10 años, su edad era $x - 10$

Dentro de 2 años, su edad será $x + 2$

$$x + 2 = \frac{1}{2}(x - 10)^2 \rightarrow x + 2 = \frac{1}{2}(x^2 - 20x + 100) \rightarrow x + 2 = \frac{1}{2}x^2 - 10x + 50$$

$$\rightarrow 2x + 4 = x^2 - 20x + 100 \rightarrow 0 = x^2 - 22x + 96 \rightarrow (x - 6)(x - 16) = 0$$

$$1) x - 6 = 0 \rightarrow x = 6 \quad \text{no puede ser. (no tiene sentido hace 10 años)}$$

$$2) x - 16 = 0 \rightarrow x = 16$$

Actualmente $x = 16$ años

32. Dos números se diferencian en 3 unidades y la suma de sus cuadrados es 185. ¿Cuáles son dichos números?

$$y = x + 3 \rightarrow x^2 + y^2 = 185 \rightarrow$$

$$x^2 + (x + 3)^2 = 185; x^2 + x^2 + 6x + 9 = 185; 2x^2 + 6x + 9 = 185; 2x^2 + 6x + 9 - 185 = 0 \rightarrow$$

$$2x^2 + 6x - 176 = 0 \rightarrow x^2 + 3x - 88 = 0 \rightarrow (x + 11)(x - 8) = 0$$

$$1) \rightarrow x + 11 = 0 \rightarrow x = -11 \quad 2) \rightarrow x - 8 = 0 \rightarrow x = 8$$

$$\text{Cuando } x = -11 \rightarrow y = -11 + 3 = -8$$

$$\text{Cuando } x = 8 \rightarrow y = 8 + 3 = 11$$

Solución -8 y 11 o 8 y 11

33. La suma de dos números es 2 y su producto es -80 , ¿de qué números se trata?

$$x + y = 2 \rightarrow xy = -80 \rightarrow x^2 - 2x - 80 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-80)}}{2 \cdot 1} \rightarrow x = 10, x = -8$$

solución: $\rightarrow x = 10, x = -8$

34. María quiere formar bandejas de un kilogramo con caramelos y bombones. Si los caramelos les cuestan a 3 euros el kilo y los bombones a 7 euros el kilo, y quiere que el precio de cada bandeja sea de 5 euros, ¿qué cantidad deberá poner cada producto? Si quiere formar 100 bandejas, ¿qué cantidad de caramelos y de bombones va a necesitar?

x ...kg de caramelos, y ...kg de bombones, 100 bandejas pesan 100kg y valen $5 \cdot 100 = 500€$

$$1) \text{ecuación} \{3x + 7y = 5 \cdot 100\}$$

$$2) \text{ecuación} \{x + y = 100\}$$

$$x = 100 - y \rightarrow 3(100 - y) + 7y = 500 \rightarrow 4y = 200 \rightarrow y = 50$$

Sustituimos este valor en la 2ec

$$x + 50 = 100 \rightarrow x = 50$$

Solución: tiene que poner $\frac{1}{2}$ kilo de cada producto, va a necesitar 50 kilos de cada uno para las 100 bandejas

35. Determina los catetos de un triángulo rectángulo cuya suma es 17 cm y la hipotenusa de dicho triángulo mide 13 cm.

$$a + b = 17; a^2 + b^2 = c^2 \rightarrow a = b - 17 \rightarrow (17 - b)^2 + b^2 = 13^2 \rightarrow 289 - 34b + b^2 + b^2 = 169 \rightarrow$$

$$2b^2 - 34b + 120 = 0 \rightarrow b^2 - 17b + 60 = 0 \rightarrow (b - 5)(b - 12) = 0$$

$$1) \rightarrow b - 5 = 0 \rightarrow b = 5$$

$$2) \rightarrow b - 12 = 0 \rightarrow b = 12$$

Solución: los catetos del triángulo son 5 y 12 cm

36. El producto de dos números es 6 y la suma de sus cuadrados 13. Calcula dichos números.

$$xy = 6 \quad x^2 + y^2 = 13$$

$$y = \frac{6}{x} \rightarrow x^2 + \left(\frac{6}{x}\right)^2 = 13 \rightarrow x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \quad (\text{cambiamos a } t = x^2) \rightarrow t^2 - 13t + 36 = 0$$

$$\rightarrow (t - 9)(t - 4) = 0$$

$$1)t - 9 = 0 \rightarrow t = 9 \text{ cambiamos } t \text{ a } x \quad x = \pm 3$$

$$2)t - 4 = 0 \rightarrow t = 4 \text{ cambiamos } t \text{ a } x \quad x = \pm 2$$

Solución: 3 y 2 o -3 y -2

37. La suma de dos números es 12. El doble del primero más el triple del segundo es 31. ¿De qué números se trata?

$$x + y = 12 \quad 2x + 3y = 31$$

De la primera ecuación podemos despejar x: $x = 12 - y$

Sustituimos en la segunda ecuación

$$2(12 - y) + 3y = 31 \rightarrow 24 - 2y + 3y = 31 \rightarrow 24 + y = 31 \text{ restamos 24 ambos lados}$$

$$y = 31 - 24 \rightarrow y = 7 \quad \text{Sustituimos 7 en la primera ecuación } x + 7 = 12 ; x = 5$$

Solución: $x = 5$ e $y = 7$

38. En un garaje hay 30 vehículos entre coches y motos. Si en total hay 80 ruedas, ¿cuántos coches y motos hay en el garaje?

$$c + m = 30 \quad 4c + 2m = 80$$

Tenemos un sistema de dos incógnitas

Multiplicamos por 2 la 1ª ecuación

$$2c + 2m = 60 \quad 4c + 2m = 80 \text{ restamos las ecuaciones}$$

$$(4c + 2m) - (2c + 2m) = 80 - 60 \rightarrow 4c + 2m - 2c - 2m = 20 \rightarrow 2c = 20 \rightarrow c = 10$$

Sustituimos c para encontrar m.

$$c + m = 30 ; 10 + m = 30 \rightarrow m = 30 - 10 ; m = 20$$

Por lo tanto, hay 10 coches y 20 motos

39. La edad actual de Luis es el doble de la de Miriam. Dentro de 10 años, sus edades sumarán 50. ¿Cuántos años tienen actualmente Luis y Miriam?

L= edad actual de Luis y M= edad actual de Miriam

$$L = 2M \rightarrow (L + 10) + (M + 10) = 50 \rightarrow L + M + 20 = 50$$

Sustituyendo $\rightarrow L = 2M$ en $L + M + 20 = 50$

$$\rightarrow 2M + M + 20 = 50 \rightarrow 3M + 20 = 50 \rightarrow 3M = 30 \rightarrow M = 10$$

Ya que conocemos una edad podemos encontrar la otra

$$L = 2M \rightarrow L = 2 \cdot 10 \rightarrow L = 20$$

Por lo tanto, Luis tiene 20 años y Miriam 10 años

40. En mi clase hay 25 personas. Nos han regalado a cada chica 3 pegatinas y a cada chico 2 chapas. Si en total había 65 regalos. ¿Cuántos chicos somos en clase?

$$x + y = 25 \quad ; \quad 3x + 2y = 65 \quad ; \quad y = 25 - x$$

$$3x + 2(25 - x) = 65 \rightarrow 3x + 50 - 2x = 65 \rightarrow x + 50 = 65 \rightarrow x = 65 - 50 \rightarrow x = 15$$

$$25 - x = 25 - 15 = 10$$

Hay 15 chicas en clase y 10 chicos en clase

41. Entre mi abuelo y mi hermano tienen 80 años. Si mi abuelo tiene 50 años más que mi hermano, ¿qué edad tiene cada uno?

$$x + (x + 50) = 80 \quad ; \quad 2x + 50 = 80 \rightarrow 2x = 80 - 50 \rightarrow 2x = 30 \rightarrow x = 15$$

$$\text{El hermano tiene 15 años} \quad ; \quad x + 50 = 15 + 50 = 65$$

El abuelo tiene 65 años

42. Tres bocadillos y un refresco cuestan 8 €. Cuatro bocadillos y dos refrescos cuestan 12 €. ¿Cuál es el precio del bocadillo y el refresco?

Tres bocadillos y un refresco cuestan 8 euros

$$3b + 1r = 8$$

Cuatro bocadillos y dos refrescos cuestan 12 euros

$$4b + 2r = 12 \rightarrow 2b + r = 6$$

Despejamos r

$$r = 6 - 2b$$

$$\text{Sustituimos en la 1ª} \quad 3b + 6 - 2b = 8 \quad ; \quad b = 2$$

$$2(2) + r = 6 \rightarrow 4 + r = 6 \rightarrow r = 6 - 4 \rightarrow r = 2$$

El precio del bocadillo son 2 euros y el refresco son 2 euros

43. En una granja hay gallinas y ovejas. Si se cuentan las cabezas, son 40. Si se cuentan las patas, son 100. ¿Cuántos gallinas y ovejas hay en la granja?

$$\text{La suma de las cabezas es 40:} \quad g + o = 40$$

$$\text{La suma de las patas es 100:} \quad 2g + 4o = 100$$

$$\text{Desde la primera ecuación, podemos despejar g} \quad g = 40 - o$$

$$2(40 - o) + 4o = 100; 80 - 2o + 4o = 100; 80 + 2o = 100 \quad 2o = 100 - 80 \rightarrow 2o = 20 \rightarrow o = 10$$

$$g = 40 - o \quad g = 40 - o \rightarrow g = 40 - 10 \rightarrow g = 30$$

Hay 30 gallinas y 10 ovejas en la granja

44. Un rectángulo tiene un perímetro de 180 metros. Si el largo es 10 metros mayor que el ancho, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?

El largo es $a + 10$; El perímetro del rectángulo $\rightarrow P = 2(a + 10) + 2a$ (2 largos más 2 anchos)

$$180 = 2(a + 10) + 2a ; 180 = 2a + 20 + 2a \rightarrow 180 = 4a + 20 \rightarrow 160 = 4a \rightarrow a = \frac{160}{4} \rightarrow a = 40$$

El ancho del rectángulo es de 40 metros, $a + 10 = 40 + 10 = 50$

Rectángulo son 40 metros de ancho y 50 metros de largo.

45. En un monedero hay billetes de 5 € y 10 €. Si en total hay 10 billetes y 75 €, ¿cuántas billetes de cada valor hay en el monedero?

$$x + y = 10 \rightarrow y = 10 - x$$

$$5x + 10y = 75$$

$$5x + 10(10 - x) = 75 \rightarrow 5x + 100 - 10x = 75 \rightarrow -5x = 75 - 100 \rightarrow -5x = -25 \rightarrow$$

$$x = \frac{-25}{-5} \rightarrow x = 5 \quad ; \quad x + y = 10 \rightarrow 5 + y = 10 \rightarrow y = 10 - 5 \rightarrow y = 5$$

Hay 5 billetes de 5 euros y 5 billetes de 10 euros en el monedero

46. En una pelea entre arañas y avispas, hay 13 cabezas y 90 patas. Sabiendo que una araña tiene 8 patas y una avispa 6, ¿cuántas avispas y arañas hay en la pelea?

$$1) a + v = 13$$

$$2) 8a + 6v = 90$$

$$v = 13 - a$$

$$8a + 6(13 - a) = 90 \rightarrow 8a + 78 - 6a = 90 \rightarrow 2a + 78 = 90 \rightarrow 2a = 90 - 78 \rightarrow 2a = 12 \rightarrow a = 6$$

$$a + v = 13 \rightarrow 6 + v = 13 \rightarrow v = 13 - 6 \rightarrow v = 7$$

Hay 6 arañas y 7 avispas

47. Una clase tiene 30 estudiantes, y el número de alumnas es doble al de alumnos, ¿cuántos chicos hay?

$$a + b = 30 \quad ; \quad b = 2a$$

$$a + b = 30 \quad ; \quad a + 2a = 30 \quad ; \quad 3a = 30 \quad ; \quad a = 10 \quad ; \quad b = 2a \quad ; \quad b = 2 \cdot 10 = 20$$

Hay 10 alumnos y 20 alumnas

48. Nieves tiene 8 años más que su hermano Daniel, y su madre tiene 50 años. Dentro de 2 años la edad de la madre será doble de la suma de las edades de sus hijos, ¿qué edades tienen?

$$N = D + 8 \quad ; \quad M = 50 \quad ; \quad M + 2 = 50 + 2 = 52$$

$$52 = 2(N + D) = 2(D + 8 + D) \quad ; \quad 52 = 2(2D + 8) \quad ; \quad 52 = 4D + 16 \quad ; \quad 4D = 36 \quad ; \quad D = \frac{36}{4} = 9$$

$$N = D + 8 = 9 + 8 \rightarrow 17$$

Nieves tiene 17 y Daniel 9

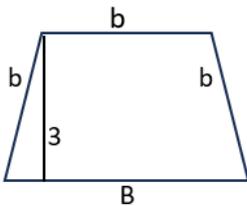
49. Se mezclan 18 kg de arroz de 1,3 € el kilogramo con 24 kg de arroz de precio desconocido, resultando el precio de la mezcla de 1,7 € el kg. ¿Qué precio tenía el segundo arroz?

$$18 \cdot 1.3 + 24 \cdot x = (18 + 24) \cdot 1.7$$

$$23.4 + 24x = 75.6 \quad ; \quad 24x = 52.2 \quad ; \quad x = \frac{52.2}{24} = 2.17$$

El precio del segundo arroz es de 2,17 euros el kilo.

50. La altura de un trapecio isósceles es de 3 cm, el perímetro, 28 cm, y los lados inclinados son iguales a la base menor. Calcula el área del trapecio.



$$P = b + b + b + B = 28 \quad ; \quad 3b + B = 28 \quad ; \quad B = 28 - 3b$$

En el triángulo rectángulo, el cateto menor es $\frac{B-b}{2}$, luego, $3^2 + \left(\frac{B-b}{2}\right)^2 = b^2$

$$3^2 + \left(\frac{28-3b-b}{2}\right)^2 = b^2 \quad ; \quad 3^2 + \left(\frac{28-4b}{2}\right)^2 = b^2 \quad ; \quad 3^2 + (14-2b)^2 = b^2$$

$$9 + 196 - 56b + 4b^2 = b^2 \quad 3b^2 - 56b + 205 = 0 \quad b = 5 \quad ; \quad b = \frac{41}{3} \text{ no válida}$$

$$B = 28 - 3b \quad B = 28 - 3 \cdot 5 = 13$$

$$\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot (\text{base mayor} + \text{base menor}) \cdot \text{altura}$$

$$\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot (B + b) \cdot 3 \rightarrow \text{Área} = \frac{1}{2} \cdot (13 + 5) \cdot 3 \rightarrow \text{Área} = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 3 \rightarrow \text{Área} = 27 \text{ cm}^2$$

51. Dos autobuses salen, uno desde Madrid y el otro desde Cáceres a las 9 de la mañana. Uno va a 80 km/h y el otro a 100 km/h. ¿A qué hora se cruzan? ¿A cuántos km de Madrid estarán?

$$\text{Distancia Madrid Cáceres: } 297 \text{ km} \quad \text{tiempo} = \frac{\text{espacio}}{\text{velocidad}}$$

$$\text{Distancia recorrida por autobús Madrid-Cáceres: } x \quad \text{autobús Cáceres-Madrid: } 297 - x$$

$$\text{Los tiempos que están circulando es el mismo luego: } \frac{x}{80} = \frac{297-x}{100} \quad ; \quad 100x = 80(297 - x)$$

$$100x = 23760 - 80x \quad ; \quad 180x = 23760 \quad ; \quad x = \frac{23760}{180} = 132$$

Están a 132 km de Madrid

$132/80 = 1,65$ horas ($0,65 \cdot 60 = 39$ minutos) 1 hora y 39 minutos, se cruzan a las 10 h 39 min

52. En un concurso se ganan 40 euros por cada respuesta acertada y se pierden 80 por cada fallo. Después de 10 preguntas, Carmela lleva ganados 280 euros. ¿Cuántas preguntas ha acertado?

$$40x - 80(10 - x) = 280 \quad ; \quad 40x - 80(10 - x) = 280 \rightarrow 40x - 800 + 80x = 280 \rightarrow$$

$$120x - 800 = 280 \rightarrow 120x = 280 + 800 \rightarrow 120x = 1080 \rightarrow x = \frac{1080}{120} = 9$$

9 preguntas acertadas

53. Paco ha comprado 5 zumos y 4 batidos por 5,7 €, luego ha comprado 7 zumos y 5 batidos y le han costado 7,8 €. Calcula los precios de ambas cosas.

$$\begin{cases} 5x + 4y = 5.7 \\ 7x + 5y = 7.8 \end{cases} \quad ; \quad \text{multiplicamos la 1ª por 7, la 2ª por 5 y restamos} \quad \begin{cases} 35x + 28y = 39.9 \\ 35x + 25y = 39 \end{cases}$$

$$35x + 28y - (35x + 25y) = 39.9 - 39 \quad ; \quad 3y = 0.9 \quad ; \quad y = 0.3$$

$$5x + 4(0.3) = 5.7 \quad 5x + 1.2 = 5.7 \quad 5x = 5.7 - 1.2 \quad 5x = 4.5 \quad x = 0.9$$

El zumo cuesta 0.9 euros y el batido 0.3 euros

54. ¿Qué fracción es igual a 1 cuando se suma 1 al numerador y es igual a 1/2 si se suma 2 al denominador?

$$\text{Fracción} = \frac{x+1}{y} \quad ; \quad \frac{x+1}{y} = 1 \quad ; \quad \frac{x}{y+2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x+1}{y} = 1 \quad ; \quad x + 1 = y$$

$$\frac{x}{y+2} = \frac{1}{2} \quad ; \quad 2x = y + 2 \quad ; \quad 2x = x + 1 + 2 \quad ; \quad 2x = x + 3 \quad ; \quad x = 3 \quad ; \quad 3 + 1 = y \quad ; \quad 4 = y$$

Fracción $\frac{3}{4}$

55. El cociente de una división es 2 y el resto es 1. Si el divisor disminuye en 1 unidad, el cociente aumenta en 1 y el resto nuevo es 1. Hallar el dividendo y el divisor.

$$\text{Cociente } 2, \quad \text{nuevo cociente } 2+1=3 \quad D = c \cdot d + r$$

$$D = 2d + 1$$

$$D = 3(d - 1) + 1$$

$$2d + 1 = 3(d - 1) + 1 \rightarrow 2d + 1 = 3d - 3 + 1 \rightarrow 2d + 1 = 3d - 2 \quad 1 = d - 2 \quad d = 3$$

$$D = 2d + 1 \rightarrow D = 2(3) + 1 \rightarrow D = 6 + 1 \rightarrow D = 7$$

Dividendo es 7 y divisor 3

56. Dos amigas fueron a pescar. Al final del día una dijo: "Si tú me das uno de tus peces, entonces yo tendré el doble que tú". La otra le respondió: "Si tú me das uno de tus peces, yo tendré el mismo número de peces que tú". ¿Cuántos peces tenía cada una?

$$x + 1 = 2(y - 1)$$

$$y + 1 = x - 1 \quad ; \quad x = y + 2$$

$$(y + 2) + 1 = 2(y - 1) \quad ; \quad y + 3 = 2y - 2 \quad ; \quad 3 = y - 2 \quad y = 5 \quad ; \quad x = 5 + 2 \rightarrow x = 7$$

La primera amiga tiene 7 peces y la segunda 5 peces

57. Calcula las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su área es 35 cm^2 y cuyo perímetro, 24 cm.

$(A) = 35 \text{ cm}^2$ $(P) = 24 \text{ cm}$ luego la suma de los lados es 12, tenemos el término en x y el independiente

$$(x)^2 - 12x + 35 = 0 \quad (h - 5)(h - 7) = 0$$

Solución: 7 cm de altura y 5cm de base

58. Un peatón sale de una ciudad "A" a una velocidad de 4 km/h, y se dirige a una ciudad "B" que está a 20 km de la ciudad "A", 30 minutos después sale un ciclista de la ciudad "B" a una velocidad de 20 km/h y se dirige hacia "A", ¿cuánto tiempo lleva el peatón caminando en el momento del encuentro? ¿A qué distancia de "B" se cruzan?

Espacio = Velocidad · Tiempo ; $t = e/v$; tiempo del peatón t, el ciclista t - 0,5

Espacio del peatón: e, espacio del ciclista 20 - e

$$\begin{cases} t = \frac{e}{4} \\ t - 0,5 = \frac{20-e}{20} \end{cases} \quad \begin{cases} 4t = e \\ 20t - 10 = 20 - e \end{cases} \quad 20t - 10 = 20 - 4t \quad ; \quad 24t = 30 \quad , \quad t = \frac{30}{24} = \frac{5}{4} = 1,25$$

El peatón ha estado caminando 1,25 h y ha recorrido $4 \cdot 1,25 = 5 \text{ km}$

El ciclista ha estado 0.75h y ha recorrido $20 \cdot 0,75 = 15 \text{ km}$

Se cruzan a 15km de la ciudad B

59. Se desea mezclar aceite de 2,7 €/l con otro aceite de 3,6 €/l de modo que la mezcla resulte a 3 €/l. ¿Cuántos litros de cada clase deben mezclarse para obtener 100 litros de la mezcla?

x = número de litros del aceite de 2,7 euros/litros

y = número de litros de aceite 3,6 euros/ litros

100 litros será $100 \cdot 3 = 300 \text{ €}$

$$2.7x + 3.6y = 300$$

$$x + y = 100 \quad ; \quad y = 100 - x$$

$$2.7x + 3.6(100 - x) = 300 \rightarrow 2.7x + 360 - 3.6x = 300 \rightarrow -0.9x = -60 \rightarrow x = 66.7$$

$$y = 100 - x = 100 - 66.7 = 33.3$$

Solución: 66.7 litros del primero y 33.3 litros del segundo

60. Al intercambiar las cifras de un número de dos cifras se obtiene otro que es 45 unidades mayor. Halla el número inicial.

número de dos cifras: $xy = 10x + y$; número de dos dígitos intercambiadas las cifras $yx = 10y + x$

$$10y + x = 10x + y + 45 \rightarrow 10y - y = 10x - x + 45 \rightarrow 9y = 9x + 45$$

$$\rightarrow y = x + 5, \text{ sin considerar el } 0, \text{ las posibles soluciones son: } 16, 27, 38 \text{ y } 49.$$

61. La diagonal de un rectángulo mide 25 cm y el perímetro 70 cm. Halla los lados del rectángulo.

$$2a + 2b = 70, \quad a + b = 35$$

$$a^2 + b^2 = 25^2 \rightarrow a^2 + b^2 = 625$$

$$a = 35 - b$$

$$(35 - b)^2 + b^2 = 625 \rightarrow 1225 - 70b + b^2 + b^2 = 625 \rightarrow 2b^2 - 70b + 600 = 0$$

$$b^2 - 35b + 300 = 0 \quad (b - 20)(b - 15) = 0$$

$$\text{si } b = 20, \text{ entonces } a = 35 - b = 35 - 20 = 15$$

$$\text{Si } b = 15, \text{ entonces } a = 35 - b = 35 - 15 = 20$$

Soluciones 15cm y 20cm

62. Una valla rodea un terreno rectangular de 300 m². Si la valla mide 70 metros, calcula las dimensiones del terreno.

$$2l + 2w = 70 ; \quad l + w = 35 ; \quad l \cdot w = 300 ; \quad w^2 - 35w + 300 = 0 ; \quad (w - 20)(w - 15) = 0$$

$$\text{Si } w = 20 \text{ entonces } l = 35 - w = 35 - 20 = 15$$

$$\text{Si } w = 15, \text{ entonces } l = 35 - w = 35 - 15 = 20$$

Solución: mide 20m por 15 m

63. Varios amigos van a hacer un regalo de bodas que cuesta 800 euros, que pagarán a partes iguales. A última hora se apuntan seis amigos más, con lo que cada uno toca a 30 euros menos. ¿Cuántos amigos eran inicialmente? ¿Cuánto pagará al final cada uno?

x = número de amigos ; cada amigo paga: $\frac{800}{x}$

$x + 6$ cuando se une 6 amigos, ahora paga cada uno: $\frac{800}{x+6}$

$$\frac{800}{x} - \frac{800}{x+6} = 30 ; \quad \frac{800(x+6)}{x(x+6)} - \frac{800x}{x(x+6)} = 30 ; \quad 800x - 800x + 4800 = 30x(x + 6)$$

$$30x^2 + 180x - 4800 = 0 ; \quad x^2 + 6x - 160 = 0 \quad x = 10 ; \quad x = -16 \quad \frac{800}{10+6} = 50$$

Inicialmente son 10 amigos. Iban a pagar 80€ y finalmente pagarán 50€

64. Las diagonales de un rombo se diferencian en 2 cm y su área es de 24 cm². Calcula su perímetro.

$$\text{área} = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} \quad ; \quad 24 = \frac{d \cdot (d-2)}{2} \quad ; \quad 48 = d^2 - 2d \quad ; \quad d^2 - 2d - 48 = 0$$

$$d^2 - 8d + 6d - 48 = 0 \rightarrow d(d-8) + 6(d-8) = 0 \rightarrow (d+6)(d-8) = 0$$

$$d = 8 \text{ y } d = -6 \quad ; \quad d - 2 = 8 - 2 = 6$$

Miden 6 cm y 8cm

65. Un tren sale de Barcelona a Madrid a 200 km/h. Una hora después sale otro tren de Madrid a 220 km/h; la distancia entre las dos ciudades es de 618 km. ¿Por cuánto tiempo se cruzan los dos trenes? ¿A qué distancia de Barcelona?

$$\text{Primer tren} \rightarrow \text{Dist} = 200t$$

$$\text{Segundo tren} \rightarrow \text{Dist} = 220(t - 1)$$

$$200t + 220(t - 1) = 618$$

$$200t + 220t - 220 = 618 \rightarrow 420t - 220 = 618 \rightarrow 420t = 618 + 220 \rightarrow 420t = 838 \rightarrow t = \frac{419}{210}$$

t = 1,91 horas, 1 hora y 54 minutos, el de Barcelona a Madrid

$$\text{Distancia desde Barcelona} \rightarrow 200 \cdot t \quad \text{Sustituimos } t \rightarrow 200 \cdot \frac{419}{210} \rightarrow 400 \text{ km}$$

El de Barcelona lleva 1 hora y 54 minutos circulando y el de Madrid 54 minutos.

Se encuentran a 400 km de Barcelona

66. Un coche sale de una ciudad "A" a una velocidad de 100 km/h y 30 minutos más tarde otro coche sale de "A" en la misma dirección y sentido a una velocidad de 120 km/h, ¿cuánto tiempo tardará el segundo en alcanzar al primero y a qué distancia de "A" se produce el encuentro?

$$\text{Distancia} = v \cdot t$$

$$\text{Primer coche} \rightarrow D_1 = v_1 \cdot t_1$$

$$\text{Segundo coche} \rightarrow D_2 = v_2 \cdot t_2$$

$$t_2 = t_1 - 0.5 \quad ; \quad D_1 = D_2$$

$$v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot (t_1 - 0.5) \quad ; \quad 100 \cdot t_1 = 120 \cdot (t_1 - 0.5) \quad ; \quad 100 \cdot t_1 = 120 \cdot t_1 - 60 \quad ; \quad 60 = 20 \cdot t_1$$

$$t_1 = 3 \text{ horas} \quad ; \quad d_1 = v_1 \cdot t_1 = 100 \cdot 3 = 300 \text{ km}$$

Solución: A las 3 horas y una distancia de 300km

AUTOEVALUACIÓN

1. La solución de la ecuación $2(x - 3) - 3(x^2 - 4) = 1$ es:

a) $x = \frac{10}{3}$; $x = -2$; b) $x = \frac{5}{3}$; $x = -1$; c) $x = 1$; $x = -\frac{2}{3}$; d) $x = \frac{3}{2}$; $x = -\frac{7}{6}$

$$\begin{aligned} \rightarrow 2x - 6 - 3(x^2 - 4) &= 1 \rightarrow 2x - 6 - 3x^2 + 12 = 1 \rightarrow 2x + 6 - 3x^2 = 1 \rightarrow \\ 2x + 6 - 3x^2 - 1 &= 0 \rightarrow 2x + 5 - 3x^2 = 0 \rightarrow -2x - 5 + 3x^2 = 0 \rightarrow +3x^2 - 2x - 5 = 0 \rightarrow \\ +3x^2 + 3x - 5x - 5 &= 0 \rightarrow 3x \cdot (x + 1) - 5x - 5 = 0 \rightarrow 3x \cdot (x + 1) - 5(x + 1) = 0 \\ \rightarrow (x + 1) \cdot (3x - 5) &= 0 \rightarrow x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 ; 3x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

Solución: b)

2. Las soluciones de la ecuación $80 = x(x - 2)$ son:

a) $x=8$; $x=-2$. b) $x=40$; $x=2$. c) $x=10$; $x=-8$. d) $x=10$; $x=8$

$$\begin{aligned} 80 = x^2 - 2x \rightarrow 80 - x^2 + 2x &= 0 \rightarrow -80 + x^2 - 2x = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 80 = 0 \rightarrow \\ x^2 + 8x - 10x - 80 &= 0 \rightarrow x \cdot (x + 8) - 10(x + 8) = 0 \rightarrow (x + 8) \cdot (x - 10) = 0 ; x = -8 ; x = \\ 10 \end{aligned}$$

Solución: c)

3. Las soluciones de la ecuación $\frac{3x-1}{2} - \frac{x+5}{6} = \frac{x^2}{3}$ son:

a) $x=4$; $x=-2$. b) $x=3$; $x=-2$. c) $1/5$; $x=2$. d) $x=2$; $x=2$

$$\frac{3x-1}{2} - \frac{x+5}{6} = \frac{x^2}{3} ; 3(3x-1) - (x+5) = 2x^2 ; 2x^2 - 8x + 8 = 0 ; x^2 - 4x + 4 = 0 ; (x-2)^2 = 0$$

Solución: d)

4. Las soluciones de la ecuación $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$ son:

a) 2, -2, 5, -5. b) 3, -3, 2, -2 c) 1, -1, 4, -4 d) 3, -3, 5, -5

$$x^2 = t ; t^2 - 29t + 100 = 0 ; t = 25 , t = 4 ; x = \sqrt{25} , x = \sqrt{4}$$

Solución a)

5. Las rectas que forman el sistema $\begin{cases} 7x + 21y = 14 \\ 2x + 6y = 4 \end{cases}$ son:

a) Secantes b) Paralelas c) Coincidentes d) Se cruzan

$$\begin{cases} 7x + 21y = 14 \\ 2x + 6y = 4 \end{cases} \quad (-2) \cdot \text{Ec1}, 7 \cdot \text{Ec2} \quad \begin{cases} -14x - 42y = -28 \\ 14x + 42y = 28 \end{cases} \text{ es la misma ecuación por tanto,}$$

c) coincidentes

6. La solución del sistema $\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ -2x + 3y = 2 \end{cases}$ es:

a) $x = 2$ e $y = 1$ b) $x = 2$ e $y = 2$ c) $x = 3$ e $y = 2$ d) No tiene solución

$$\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ -2x + 3y = 2 \end{cases} \quad (2) \cdot \text{Ec1}, (3) \cdot \text{Ec2} \quad \begin{cases} 6x - 4y = 4 \\ -6x + 9y = 6 \end{cases} \text{ sumamos, } 5y = 10 ; y = 2 ; 3x - 2 \cdot 2 = 2 ; x = 2$$

Solución b)

7. La solución del sistema $\begin{cases} 3 + 2x = x - 1 + y \\ 2x - 9y = -43 \end{cases}$ es:

- a) $x = 1$ e $y = 5$ b) $x = -2$ e $y = -5$ c) $x = -43/2$ e $y = 0$ d) $x = 3$ e $y = 4$

$$\begin{cases} 3 + 2x = x - 1 + y \\ 2x - 9y = -43 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = -4 \\ 2x - 9y = -43 \end{cases} \quad (-2) \cdot \text{Ec1} \quad \begin{cases} -2x + 2y = 8 \\ 2x - 9y = -43 \end{cases} \quad ; \quad -7y = -35$$

$$y = 5 \quad ; \quad x - (5) = -4 \quad ; \quad x = 1$$

Solución a)

8. La solución del sistema $\begin{cases} 3x - 2y + z = 2 \\ -2x + 3y + z = 7 \\ 2x - 3y + 2z = 2 \end{cases}$ es:

- a) $x=3, y=2, z=1$ b) $x=2; y=1, z=3$ c) $x=-1, y=-2, z=-3$ d) $x=1, y=2, z=3$

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 2 \\ -2x + 3y + z = 7 \\ 2x - 3y + 2z = 2 \end{cases} \quad -\text{Ec1} + \text{Ec2} \quad ; \quad -2\text{Ec1} + \text{Ec3} \quad \begin{cases} 3x - 2y + z = 2 \\ -5x + 5y = 5 \\ -4x + y = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 2y + z = 2 \\ x - y = -1 \\ -4x + y = -2 \end{cases} \quad \text{Ec2} + \text{Ec3}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 2 \\ x - y = -1 \\ -3x = -3 \end{cases} \quad ; \quad x = 1 \quad ; \quad y = 2 \quad ; \quad z = 3$$

Solución d)

9. En una granja, entre gallinas y vacas hay 120 animales y 280 patas. ¿Cuántos gallinas y vacas hay en la granja?

- a) 90 gallinas y 30 vacas. b) 100 gallinas y 20 vacas. c) 80 gallinas y 40 vacas.

$$G + V = 120 \quad ; \quad 2G + 4V = 280$$

$$2(G + V) = 2(120) \quad ; \quad 2G + 2V = 240 \quad \text{restamos}$$

$$(2G + 4V) - (2G + 2V) = 280 - 240$$

$$2V = 40 \rightarrow V = 20 \quad ; \quad G + 20 = 120 \rightarrow G = 100$$

Solución b)

10. ¿Cuál es la edad de una persona si al multiplicarla por 5, le faltan 234 unidades para llegar a su cuadrado?

- a) 18 años. b) 20 años. c) 25 años. d) 28 años

$$5x + 234 = x^2 \quad ; \quad x^2 - 5x - 234 = 0 \quad x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-234)}}{2 \cdot 1} \rightarrow x_1 = 18, \quad x_2 = -13$$

Solución: a) 18 años