

Matemáticas Académicas

4ºB ESO

Capítulo 2: Potencias y raíces

Respuestas a los ejercicios y problemas propuestos

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-072022

Fecha y hora de registro: 2015-08-13 18:28:37.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dnrights.com>



www.apuntesmareaverde.org.es



Realizados por:

Pilar Paramio Barrigas

Hugo Bastante Gómez-Limón

IES ATENEA, CIUDAD REAL

Revisor: Luis Carlos Vidal Del Campo

Todas las imágenes han sido creadas con *software* libre (GeoGebra)

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Calcula las siguientes potencias:

$$a) -3^3 = -3 \cdot 3 \cdot 3 = -27$$

$$b) (2 + 1)^3 = 3^3 = 27$$

$$c) -(-2x)^2 = -4x^2$$

2. Efectúa las siguientes operaciones con potencias.

$$a) (x + 1) \cdot (x + 1)^3 = (x + 1)^4$$

$$b) (x + 2)^3 : (x + 2)^4 = (x + 2)^{-1} = \frac{1}{x+2}$$

$$c) ((x - 1)^3)^4 = (x - 1)^{12}$$

$$d) (x + 3) \cdot (x + 3)^{-3} = (x + 3)^{-2} = \frac{1}{(x+3)^2}$$

3. Calcula:

$$a) ({}^3\sqrt{a^6 \cdot b^9})^2 = {}^3\sqrt{a^{12} \cdot b^{18}} = a^4 \cdot b^6$$

$$b) {}^3\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot {}^3\sqrt{\frac{3}{4}} = {}^3\sqrt{\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 4}} = {}^3\sqrt{\frac{6}{12}} = {}^3\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$c) ({}^{12}\sqrt{(x + 1)^3})^2 = {}^{12}\sqrt{(x + 1)^6} = \sqrt{x + 1}$$

4. Halla:

$$a) {}^2\sqrt[4]{\frac{x}{5y}} : \sqrt[4]{\frac{3x}{y^2}} = \sqrt[8]{\frac{x}{5y}} : \sqrt[8]{\frac{3x}{y^2}} = \sqrt[8]{\frac{xy^2}{3x \cdot 5y}} = \sqrt[8]{\frac{y}{15}}$$

$$b) \sqrt{\frac{5}{3}} : \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{15}{6}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 2}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

5. Realiza las siguientes operaciones.

$$a) {}^4\sqrt{\frac{x}{5y}} : {}^4\sqrt{\frac{3x}{y^2}} = {}^4\sqrt{\frac{xy^2}{5y \cdot 3x}} = {}^4\sqrt{\frac{y}{15}}$$

$$b) ({}^5\sqrt{(x + 3)^2})^3 = {}^5\sqrt{(x + 3)^6} = (x+3) {}^5\sqrt{x + 3}$$

6. Escribe bajo un solo radical y simplifica.

$$\begin{aligned} \sqrt[2]{2 \sqrt[2]{3 \sqrt[2]{4 \sqrt[2]{5^2 \sqrt[2]{6^2 \sqrt[2]{8}}}}} &= \sqrt[4]{2^2 \cdot 3 \sqrt[2]{4 \sqrt[2]{5^2 \sqrt[2]{6^2 \sqrt[2]{8}}}}} = \sqrt[8]{4^2 \cdot 3^2 \cdot 4 \sqrt[2]{5^2 \sqrt[2]{6^2 \sqrt[2]{8}}}} = \sqrt[16]{2^8 \cdot 3^4 \cdot 2^4 \cdot 5^2 \sqrt[2]{6^2 \sqrt[2]{8}}} \\ &= \sqrt[32]{2^{16} \cdot 3^8 \cdot 2^8 \cdot 5^2 \cdot 3 \cdot 6^2 \sqrt[2]{8}} = \sqrt[64]{2^{32} \cdot 3^{16} \cdot 2^{16} \cdot 5^4 \cdot 3^2 \cdot 2^2 \cdot 2^3} = \sqrt[65]{2^{51} \cdot 3^{18} \cdot 5^4} \end{aligned}$$

7. Calcula y simplifica.

$$\frac{\sqrt[4]{x^3 y^3} \cdot \sqrt[3]{x^4 y^5}}{\sqrt[6]{x^5 y^4}} = \sqrt[12]{\frac{x^9 y^9 x^{16} y^{20}}{x^{10} y^8}} = \sqrt[12]{x^{15} y^{21}} = \sqrt[4 \cdot 3]{x^{5 \cdot 3} y^{7 \cdot 3}} = \sqrt[4]{x^5 y^7} = xy^4 \sqrt[4]{xy^3}$$

8. Realiza la siguiente operación.

$$\sqrt{x^3} + \sqrt{16x^7} + \sqrt{x} = x\sqrt{x} + \sqrt{2^4 x^7} + \sqrt{x} = x\sqrt{x} + 4x^3 \sqrt{x} + \sqrt{x} = (4x^3 + x + 1)\sqrt{x}$$

9. Calcula y simplifica.

$$\sqrt[2]{\frac{3}{x}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2}{8}} \cdot \sqrt[4]{\frac{9}{5}} = \sqrt[12]{\left(\frac{3}{x}\right)^6 \cdot \left(\frac{x^2}{8}\right)^4 \cdot \left(\frac{9}{5}\right)^3} = \sqrt[12]{\frac{3^6 x^8 9^3}{x^6 8^4 5^3}} = \sqrt[12]{\frac{3^6 x^8 3^6}{x^6 2^{12} 5^3}} = \sqrt[12]{\frac{3^{12} x^8}{x^6 2^{12} 5^3}} = \frac{3}{2} \sqrt[12]{\frac{x^2}{5^3}}$$

10. Racionaliza la expresión.

$$\frac{x+3y}{\sqrt{x}-\sqrt{2y}} = \frac{x+3y}{\sqrt{x}-\sqrt{2y}} \cdot \frac{\sqrt{x}+\sqrt{2y}}{\sqrt{x}+\sqrt{2y}} = \frac{(x+3y)(\sqrt{x}+\sqrt{2y})}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{2y})^2} = \frac{(x+3y)(\sqrt{x}+\sqrt{2y})}{x-2y}$$

11. Racionaliza.

$$\frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(3\sqrt{3}+2\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{5-\sqrt{6}}{1} = 5 - \sqrt{6}$$

12. Racionaliza.

$$\frac{5\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{\sqrt{5}-2} = \frac{(5\sqrt{5}-2\sqrt{2})(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{5\sqrt{5^2}+10\sqrt{5}-2\sqrt{10}-4\sqrt{2}}{\sqrt{5^2}-2^2} = \frac{25+10\sqrt{5}-2\sqrt{10}-4\sqrt{2}}{1} = 25 + 10\sqrt{5} - 2\sqrt{10} - 4\sqrt{2}$$

13.- Calcula.

a) $(7.83 \cdot 10^{-5})(1.84 \cdot 10^{13}) = \underline{1.44 \cdot 10^9}$

b) $(5.2 \cdot 10^{-4})(3.2 \cdot 10^8) = \underline{1.625 \cdot 10^2}$

14.- Efectúa y expresa el resultado en notación científica.

a) $3 \cdot 10^{-5} + 7 \cdot 10^{-4} / 10^6 - 5 \cdot 10^5 = \underline{1.46 \cdot 10^{-9}}$

b) $7.35 \cdot 10^4 / 5 \cdot 10^{-3} + 3.2x = \underline{4.97 \cdot 10^7}$

15.- Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado en notación científica.

a) $(4.3 \cdot 10^3 - 7.2x)^2 = 5.1 \cdot 10^{11}$

b) $(7.8 \cdot 10^{-7})^3 = 4.7 \cdot 10^{-19}$

16.- Copia la tabla adjunta en tu cuaderno y empareja cada logaritmo con su potencia:

$2^5=32$	$\log_2 32=5$	$2^0=1$	$\log_2 1=0$
$5^1=5$	$\log_5 5=1$	$5^0=1$	$\log_5 1=0$
$2^1=2$	$\log_2 2=1$	$3^4=81$	$\log_3 81=4$
$2^4=16$	$\log_2 16=4$	$5^2=25$	$\log_5 25=2$

17.- Calcula utilizando la definición de logaritmo.

a) $\log_2 2^5=5$

b) $\log_5 5^2=2$

c) $\log_2 2^{41}=41$

d) $\log_5 5^{30}=30$

18.- Calcula utilizando la definición de logaritmo.

a) $\log_3 3^3=3$

b) $\log_{10} 10^2=2$

c) $\log_{1/2} (1/2)^2=2$

d) $\log_{10} 10^{-4}=-4$

19.- Calcula x utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_2 2^6=x \quad x=6$

b) $\log_{1/2} x=4 \quad x=1/16$

c) $\log_x 25=2 \quad x=5$

20.- Calcula utilizando la definición de logaritmo

a) $\log_2 64 + \log_2 1/4 - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}$

$$\log_2 64 = 6 \quad \log_2 1/4 = -2 \quad \log_3 9 = 2 \quad \log_2 \sqrt{2} = 1/2$$

$$\log_2 64 + \log_2 1/4 - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2} = 6 + (-2) - 2 - 1/2 = 1.5$$

b) $\log_2 1/32 + \log_3 1/27 - \log_2 1$

$$\log_2 1/32 = -5 \quad \log_3 1/27 = -3 \quad \log_2 1 = 0$$

$$\log_2 1/32 + \log_3 1/27 - \log_2 1 = -5 + (-3) - 0 = -8$$

21.- Utiliza la calculadora para obtener

a) $\log 0.000142 = -3.8477117$

b) $\log 142 = 2.15228834$

c) $\log 9 + \log 64 = 2.76042248$

22.- Desarrolla las expresiones que se indican

a) $\ln \sqrt[5]{\frac{4x^2}{e^3}} = \frac{1}{5} \ln \frac{4x^2}{e^3} = \frac{1}{5} (\ln 4x^2 - \ln e^3) = \frac{1}{5} (\ln 4 + 2 \ln x - 3)$

b) $\log \frac{a^3 b^2}{c^4 d} = \log a^3 + \log b^2 - \log c^4 - \log d = 3 \log a + 2 \log b - 4 \log c - \log d$

23. Expresa los logaritmos de los números siguientes en función de $\log 3 = 0.4771212$

a) 81 b) 27 c) 59049

a) $\log 81 = \log 3^4 = 4 \log 3 = 4 (0.4771212)$

b) $\log 27 = \log 3^3 = 3 \log 3 = 3 (0.4771212)$

c) $\log 59049 = \log 3^{10} = 10 \log 3 = 10 (0.4771212) = 4.771212$

24. Simplifica la siguiente expresión: $1/2 \log m - 2 \log t - \log p + 5/2 \log h$

$$\log a - \log b = \log \frac{a}{b} ; \quad n \log a = \log (a^n)$$

$$\frac{1}{2} \log m - 2 \log t - \log p + \frac{5}{2} \log h \rightarrow \log \sqrt{m} - \log t^2 - \log p + \log h^{\frac{5}{2}} \rightarrow \log \left(\frac{\sqrt{m} \cdot h^{\frac{5}{2}}}{t^2 \cdot p} \right)$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Expresa en forma exponencial:

a) $\frac{1}{64} = 2^{-6}$

b) $\frac{t}{t^5} = t^{-4}$

c) $\left(\frac{1}{z+1}\right)^2 = (z+1)^{-2}$

d) $\frac{27^{-2}}{81^{-5}} = \frac{(3^3)^{-2}}{(3^4)^{-5}} = \frac{3^{-6}}{3^{-20}} = 3^{14}$

e) $\frac{x^{-2}y^{-7}}{x^8y^{-4}} = x^{-10}y^{-3}$

2. Calcula:

a) $4^{\frac{1}{2}} = (2^2)^{\frac{1}{2}} = (2)^{\frac{2}{2}} = 2$

b) $125^{\frac{1}{3}} = (5^3)^{\frac{1}{3}} = (5)^{\frac{3}{3}} = 5$

c) $625^{\frac{5}{6}} = (5^4)^{\frac{5}{6}} = (5)^{\frac{20}{6}} = (5)^{\frac{10}{3}} = (5)^3(5)^{\frac{1}{3}} = 125\sqrt[3]{5}$

d) $\left(64^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{5}{6}} = \left((2^6)^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{5}{6}} = (2^4)^{\frac{5}{6}} = (2)^{\frac{20}{6}} = (2)^{\frac{10}{3}} = (2)^3(2)^{\frac{1}{3}} = 8\sqrt[3]{2}$

e) $\left(8^{\frac{-4}{3}}\right)^{\frac{2}{5}} = \left((2^3)^{\frac{-4}{3}}\right)^{\frac{2}{5}} = (2^{-4})^{\frac{2}{5}} = (2)^{\frac{-8}{5}} = \frac{1}{2^{\frac{8}{5}}\sqrt[5]{2^3}}$

3. Expresar en forma de radical:

a) $x^{\frac{7}{9}} = \sqrt[9]{x^7}$

b) $(m^5 \cdot n^3)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{m^5 \cdot n^3}$

c) $\left[(x^2)^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{5}} = \sqrt[15]{x^2}$

d) $a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} = \sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b}$

4. Expresar en forma exponencial:

a) $\left(\sqrt[3]{x^2}\right)^5 = x^{\frac{10}{3}}$

b) $\sqrt{\frac{a^{13}}{a^6}} = a^{\frac{13}{6}}$

$$c) \sqrt[n]{\sqrt[m]{a^k}} = a^{\frac{k}{nm}}$$

$$d) \sqrt[3]{x^{(5x+1)}} = x^{\frac{5x+1}{3}}$$

$$e) \sqrt[4]{(x^2)^{(3x+2)}} = x^{\frac{2(3x+2)}{4}} = x^{\frac{3x+2}{2}}$$

$$f) \sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[2]{(x^2)^{\frac{1}{5}}}}} = x^{\frac{2}{120}} = x^{\frac{1}{60}}$$

5. Expresa como potencia única:

$$a) \frac{\sqrt[3]{a^8}}{a^2} = \frac{a^{\frac{8}{3}}}{a^2} = a^{\frac{8}{3}-2} = a^{\frac{8}{3}-\frac{6}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$$

$$b) \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{25}} = \frac{\sqrt[3]{5^3}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{5^{\frac{3}{3}}}{5^{\frac{2}{3}}} = 5^{\frac{3}{3}-\frac{2}{3}} = 5^{\frac{9}{6}-\frac{4}{6}} = 5^{\frac{5}{6}}$$

$$c) \frac{\sqrt[3]{a^2}}{a \cdot \sqrt{a}} = \frac{a^{\frac{2}{3}}}{a \cdot a^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{3}{2}}} = a^{-\frac{5}{6}}$$

$$d) 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}} = 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}} = 2 \cdot \frac{1}{4^{\frac{1}{3}}} = 2 \cdot 4^{-\frac{1}{3}} = 2 \cdot (2^2)^{-\frac{1}{3}} = 2 \cdot 2^{-\frac{2}{3}} = 2^{1-\frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$$

$$e) a \sqrt[3]{\frac{1}{a}} = a \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{3}} = a \cdot \frac{1}{a^{\frac{1}{3}}} = a \cdot \frac{1}{a^{\frac{1}{3}}} = a \cdot a^{-\frac{1}{3}} = a^{1-\frac{1}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$$

$$f) \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} = \frac{1}{2} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = 2^{-1} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = 2^{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}} = 2^{-\frac{1}{4}}$$

$$g) \frac{\sqrt[3]{a^2}}{a^3} \cdot \frac{a^3}{\sqrt{a}} = \frac{a^{\frac{2}{3}}}{a^3} \cdot \frac{a^3}{a^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{2}{3}-3} \cdot a^{3-\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}}$$

6. Simplifica:

$$a) \sqrt[9]{64} = \sqrt[9]{2^6} = \sqrt[3]{2^2}$$

$$b) \frac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt[5]{2^4}}{\sqrt{2}} = \frac{2^{\frac{4}{5}}}{2^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{8}{5}-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{16-5}{10}} = 2^{\frac{11}{10}}$$

$$c) \frac{\sqrt[4]{a^3 \cdot b^5 \cdot c}}{\sqrt{a \cdot b^3 \cdot c^3}} = \frac{(a^3 \cdot b^5 \cdot c)^{\frac{1}{4}}}{(a \cdot b^3 \cdot c^3)^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^{\frac{3}{4}} \cdot b^{\frac{5}{4}} \cdot c^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}} \cdot c^{\frac{3}{2}}} = a^{\frac{3}{4}-\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{5}{4}-\frac{3}{2}} \cdot c^{\frac{1}{4}-\frac{3}{2}} = a^{\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{b^{\frac{1}{4}}} \cdot \frac{1}{c^{\frac{5}{4}}} = \sqrt[4]{\frac{a}{bc^5}}$$

$$d) \sqrt[3]{\sqrt[4]{x^5} \cdot x^7} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{x^{5+28}}} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{x^{33}}} = \sqrt[12]{x^{33}} = x^{\frac{11}{4}}$$

$$e) \left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}\right)^8 = \left(\left(\sqrt{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^8 = \left(\left(\left(\sqrt{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^8 = \left(2^{\frac{1}{8}}\right)^8 = 2$$

$$\begin{aligned}
 \text{f)} \quad & \frac{\sqrt[4]{x^3 \cdot y^3 \cdot \sqrt[3]{x^4 \cdot y^5}}}{\sqrt[6]{x^5 \cdot y^4}} = \frac{\sqrt[4]{x^3 \cdot y^3 \cdot (x^4 \cdot y^5)^{\frac{1}{3}}}}{\sqrt[6]{x^5 \cdot y^4}} = \frac{\sqrt[4]{x^3 \cdot y^3 \cdot (x^{\frac{4}{3}} \cdot y^{\frac{5}{3}})}}{\sqrt[6]{x^5 \cdot y^4}} = \frac{\sqrt[4]{x^{3+\frac{4}{3}} \cdot y^{3+\frac{5}{3}}}}{(x^5 \cdot y^4)^{\frac{1}{6}}} = \frac{\sqrt[4]{x^{\frac{9}{3}+\frac{4}{3}} \cdot y^{\frac{9}{3}+\frac{5}{3}}}}{x^{\frac{5}{6}} \cdot y^{\frac{4}{6}}} = \frac{\sqrt[4]{x^{\frac{13}{3}} \cdot y^{\frac{14}{3}}}}{x^{\frac{5}{6}} \cdot y^{\frac{4}{6}}} = \\
 & = \frac{\left(x^{\frac{13}{3}} \cdot y^{\frac{14}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{5}{6}} \cdot y^{\frac{4}{6}}} = \frac{x^{\frac{13}{12}} \cdot y^{\frac{14}{12}}}{x^{\frac{5}{6}} \cdot y^{\frac{4}{6}}} = \frac{x^{\frac{13}{12}} \cdot y^{\frac{7}{6}}}{x^{\frac{5}{6}} \cdot y^{\frac{4}{6}}} = x^{\frac{13}{12}-\frac{5}{6}} \cdot y^{\frac{7}{6}-\frac{4}{6}} = x^{\frac{13}{12}-\frac{10}{12}} \cdot y^{\frac{3}{6}} = x^{\frac{3}{12}} \cdot y^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{4}} \cdot y^{\frac{1}{2}} = \sqrt[4]{x \cdot y^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{g)} \quad & \sqrt[5]{x^2 \cdot 3} \sqrt[10]{x^2 \cdot \sqrt{x^3}} = \sqrt[5]{x^2 \cdot 3} \sqrt[10]{x^2 \cdot x^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[5]{x^2 \cdot 3} \sqrt[10]{x^{\frac{7}{2}}} = \sqrt[5]{x^2 \cdot 3} \left(x^{\frac{7}{2}}\right)^{\frac{1}{10}} = \\
 & = \sqrt[5]{x^2 \cdot 3} \cdot x^{\frac{7}{20}} \sqrt[5]{x^2 \cdot 3 \cdot x^{\frac{7}{20}}} = \sqrt[5]{3 \cdot x^2 \cdot x^{\frac{7}{20}}} = \sqrt[5]{3 \cdot x^{\frac{40}{20}+\frac{7}{20}}} = \sqrt[5]{3x^{\frac{47}{20}}} = \sqrt[5]{3x^{\frac{47}{100}}} = \sqrt[100]{3^{20}x^{47}}
 \end{aligned}$$

7. Extraer factores del radical:

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \sqrt[3]{32x^4} = \sqrt[3]{2^5 \cdot x^4} = 2x \sqrt[3]{2^2x} = 2x \sqrt[3]{4x} \\
 \text{b)} \quad & \sqrt[3]{81a^4b^5c} = \sqrt[3]{3^4a^4b^5c} = 3ab \sqrt[3]{3b^2c} \\
 \text{c)} \quad & (\sqrt{2})^{10} = \left(\left((2)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{10} = \left((2)^{\frac{1}{4}}\right)^{10} = 2^{\frac{10}{4}} = \sqrt[4]{2^{10}} = \sqrt{2^5} = 4\sqrt{2} \\
 \text{d)} \quad & \sqrt[4]{\frac{25a^2b}{c^6}} = \sqrt[4]{\frac{5^2 \cdot a^2b}{c^6}} = \frac{1}{c} \sqrt[4]{\frac{25 \cdot a^2b}{c^2}} \\
 \text{e)} \quad & \sqrt{\frac{8a^5}{b^4}} = \sqrt{\frac{2^3 \cdot a^5}{b^4}} = \frac{2a^2}{b^2} \sqrt{2a} \\
 \text{f)} \quad & \sqrt{\frac{28x^5}{75y^3}} = \sqrt{\frac{2^2 \cdot 7 \cdot x^5}{5^2 \cdot 3 \cdot y^3}} = \frac{2x^2}{5y} \sqrt{\frac{7x}{3y}} \\
 \text{g)} \quad & \sqrt{\frac{32a^3}{45b^4}} = \sqrt{\frac{2^5a^3}{3^2 \cdot 5 \cdot b^4}} = \frac{4a^2}{3b^2} \sqrt{\frac{2a}{5}}
 \end{aligned}$$

8. Introducir factores en el radical:

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & 2\sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 2^2}{2}} = \sqrt{3 \cdot 2} = \sqrt{6} \\
 \text{b)} \quad & 3\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3^2}{3}} = \sqrt{3 \cdot 2} = \sqrt{6} \\
 \text{c)} \quad & 2\sqrt[3]{\frac{1}{4}} = \sqrt[3]{\frac{1 \cdot 2^3}{2^2}} = \sqrt[3]{2}
 \end{aligned}$$

$$d) 2\sqrt[4]{\frac{5}{12}} = \sqrt[4]{\frac{5 \cdot 2^4}{12}} = \sqrt[4]{\frac{5 \cdot 2^2}{3}} = \sqrt[4]{\frac{20}{3}}$$

$$e) \frac{1}{2}\sqrt{12} = \sqrt{12 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{12 \cdot \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{12}{4}} = \sqrt{3}$$

$$f) \frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{9}{4}} = \sqrt[3]{\frac{9}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3} = \sqrt[3]{\frac{9}{4} \cdot \frac{8}{27}} = \sqrt[3]{\frac{72}{108}} = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$$

9. Efectúa:

$$a) \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{b^4} \cdot \sqrt[3]{b^2} = \sqrt[3]{a \cdot a^2} \cdot \sqrt[3]{b^4 \cdot b^2} = \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{b^6} = ab^2$$

$$b) \sqrt{5a} \cdot \sqrt{10ab} \cdot \sqrt{8a^3b} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{5a \cdot 10ab \cdot 8a^3b \cdot a} = \sqrt{400a^6b^2} = \sqrt{2^4 \cdot 5^2 \cdot a^6b^2} = 20a^3b$$

$$c) \frac{\sqrt[6]{20}}{\sqrt[4]{10}} = \frac{20^{\frac{1}{6}}}{10^{\frac{1}{4}}} = \frac{(2^2 \cdot 5)^{\frac{1}{6}}}{(2 \cdot 5)^{\frac{1}{4}}} = \frac{2^{\frac{2}{6}} \cdot 5^{\frac{1}{6}}}{2^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}} = 2^{\frac{2}{6} - \frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{6} - \frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{12}} \cdot 5^{-\frac{1}{12}} = \frac{2^{\frac{1}{12}}}{5^{\frac{1}{12}}} = \sqrt[12]{\frac{2}{5}}$$

$$d) \frac{\sqrt[4]{\frac{5}{12}}}{\sqrt[4]{\frac{20}{3}}} = \sqrt[4]{\frac{\frac{5}{12}}{\frac{20}{3}}} = \sqrt[4]{\frac{5 \cdot 3}{12 \cdot 20}} = \sqrt[4]{\frac{15}{240}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$$

$$e) \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\frac{2}{3}}} = \sqrt{\frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{3}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 2}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$f) \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot 4^{\frac{1}{3}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 2^{\frac{2}{3}}}{2}} = \sqrt{3 \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{-1}} = \sqrt{\frac{3}{2^{\frac{1}{3}}}}$$

13. Efectúa y simplifica:

$$a) \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}\right) \cdot (3+2\sqrt{2}) = \frac{(\sqrt{6}-\sqrt{3}) \cdot (3+2\sqrt{2})}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{6}+2\sqrt{12}-3\sqrt{3}-2\sqrt{6}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{6}+4\sqrt{3}-3\sqrt{3}-2\sqrt{6}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} = 1$$

$$b) = \frac{(\sqrt{5}+1)^2}{\sqrt{5}-1} - 3\sqrt{5} = \frac{(\sqrt{5}+1)^2(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} - 3\sqrt{5} = \frac{(\sqrt{5}+1)^2 \cdot (\sqrt{5}+1)}{4} - 3\sqrt{5} = \frac{(\sqrt{5}+1)^3}{4} - 3\sqrt{5} =$$

$$= \frac{5\sqrt{5}+15+3\sqrt{5}+1}{4} - 3\sqrt{5} = \frac{8\sqrt{5}+16}{4} - 3\sqrt{5} = \frac{4(2\sqrt{5}+4)}{4} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}+4 - 3\sqrt{5} = -\sqrt{5}+4$$

$$c) \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\right) = \left(1 - \frac{\sqrt{3}(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}\right) = \left(1 - \frac{\sqrt{3}(1-\sqrt{3})}{1^2-(\sqrt{3})^2}\right) = \left(1 - \frac{\sqrt{3}+3}{1-3}\right) = \left(1 - \frac{\sqrt{3}+3}{-2}\right) =$$

$$= 1 + \frac{\sqrt{3}+3}{2} = \frac{2+\sqrt{3}+3}{2} = \frac{\sqrt{3}+5}{2}$$

14. Desarrolla los siguientes logaritmos:

$$a) \ln \left(\frac{\sqrt{x^3}}{y^2 \cdot z^{-4}} \right) = \ln(\sqrt{x^3}) - \ln(y^2 z^{-4}) = \ln(x^4) - [\ln(y^2) + \ln(z^{-4})] = 4\ln(x) - 2\ln(y) + 4\ln(z)$$

$$b) \log_3 \sqrt[4]{\frac{(x \cdot y)^5}{z^{1/2} \cdot e^2}} = \frac{5}{4} \cdot \log_3(x) + \frac{5}{4} \cdot \log_3(y) - \frac{5}{8} \cdot \log_3(z) - \frac{5}{2} \cdot \log_3(e)$$

15. Simplifica la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \log_2 5 - 3\log_2 a + \frac{7}{5} \log_2 9 &\rightarrow \log_2 5 - 3\log_2 a + \frac{7}{5} \log_2(3^2) \rightarrow \log_2 5 - 3\log_2 a + \frac{7}{5} \cdot 2\log_2 3 \rightarrow \\ &\rightarrow \log_2 5 - 3\log_2 a + \frac{14}{5} \log_2 3 \rightarrow \log_2 5 - \log_2 a^3 + \log_2 \left(3^{\frac{14}{5}} \right) \rightarrow \log_2 \left(\frac{5 \cdot 3^{\frac{14}{5}}}{a^3} \right) \end{aligned}$$

16. La masa del Sol es 330000 veces la de la Tierra, aproximadamente, y esta es $5.98 \cdot 10^{21}$ t. Expresa en notación científica la masa del Sol, en kilogramos.

$$5.98 \cdot 10^{21} \cdot 330000 = 2014841400$$

$$2014841400 \cdot 1000 = 2014841400000 = 2,0148414 \times 10^{12} \text{ kg}$$

17. El ser vivo más pequeño es un virus que pesa del orden de 10^{-18} g y el más grande es la ballena azul, que pesa, aproximadamente, 138 t. ¿Cuántos virus serían necesarios para conseguir el peso de la ballena?

$$\frac{138.000.000 \text{ g}}{10^{-18} \text{ g}} = 1.38 \cdot 10^{26}$$

Se necesitarían aproximadamente $1.38 \cdot 10^{26}$ virus para alcanzar el peso de la ballena azul.

18. Los cinco países más contaminantes del mundo (Estados Unidos, China, Rusia, Japón y Alemania) emitieron 12 billones de toneladas de CO_2 en el año 1995, cantidad que representa el 53.5 % de las emisiones de todo el mundo. ¿Qué cantidad de CO_2 se emitió en el año 1995 en todo el mundo?

$$\frac{12 \times 100}{53.5} \approx 22,42 \text{ t.}$$

19. Expresa en notación científica:

a) Recaudación de las quinielas en una jornada de la liga de fútbol: 1628000 €.

$$1,628 \times 10^6 \text{ €}$$

b) Toneladas de CO₂ que se emitieron a la atmósfera en 1995 en Estados Unidos 5228.5 miles de millones.

$$5.2285 \times 10^{12} \text{ T.}$$

c) Radio del átomo de oxígeno: 0.000000000066 m

$$6.6 \times 10^{-11} \text{ m}$$

20. Efectúa y expresa el resultado en notación científica:

$$\text{a) } (3 \cdot 10^{-7}) \cdot (8 \cdot 10^{18}) = (3 \cdot 8) \cdot (10^{-7} \cdot 10^{18}) = 24 \cdot 10^{-7+18} = 24 \cdot 10^{11} = 2,4 \cdot 10^{12}$$

$$\text{b) } (4 \cdot 10^{-12}) \cdot (5 \cdot 10^{-3}) = (4 \cdot 5) \cdot (10^{-12} \cdot 10^{-3}) = 20 \cdot 10^{-15} = 2 \cdot 10^{-14}$$

$$\text{c) } (5 \cdot 10^{12}) : (2 \cdot 10^{-3}) = \frac{5 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 10^{-3}} = 2,5 \cdot 10^{15}$$

$$\text{d) } (3,1 \cdot 10^{12}) + (2 \cdot 10^{10})$$

$$3,1 \cdot 10^{12} + 2 \cdot 10^{10} = (3,1 \cdot 10^2 + 2) \cdot 10^{10} = (310 + 2) \cdot 10^{10} = 3,12 \cdot 10^{12}$$

$$\text{e) } (4 \cdot 10^5)^{-2} = 4^{-2} \cdot (10^5)^{-2} = 0,0625 \cdot 10^{-10} = 6,25 \cdot 10^{-12}$$

21. Expresa en notación científica y calcula:

$$\text{a) } (75800)^4 : (12000)^4 = 3.30124 \cdot 10^{19} : 2.0736 \cdot 10^{16} \approx 1.59203 \cdot 10^{35}$$

$$\text{b) } \frac{0.000541 \cdot 103180000}{1520000 \cdot 0.00302} = \frac{5.41 \cdot 10^{-4} \cdot 1.0318 \cdot 10^8}{1.52 \cdot 10^6 \cdot 3.02 \cdot 10^{-3}} = \frac{5.582038 \cdot 10^4}{4.5904 \cdot 10^3} = 1.21602 \cdot 10^{-12}$$

$$\text{c) } (0.0073)^2 \cdot (0.0003)^2 = 5.329 \cdot 10^{-5} \cdot 9 \cdot 10^{-8} = 4.7961 \cdot 10^{-12}$$

$$\text{d) } \frac{2700000 - 13000000}{0.00003 - 0.00015} = \frac{2.7 \cdot 10^6 - 1.3 \cdot 10^7}{3 \cdot 10^{-5} - 1.5 \cdot 10^{-4}} = \frac{-10.3 \cdot 10^6}{-12 \cdot 10^{-5}} = \frac{103 \cdot 10^{10}}{12} = 8.58333 \cdot 10^{10}$$

22. Efectúa y expresa el resultado en notación científica:

$$\text{a) } \frac{3 \cdot 10^{-5} + 7 \cdot 10^{-4} + 10^1 \cdot 10^{-1}}{10^6 - 5 \cdot 10^5} = \frac{3 \cdot 10^{-5} + 70 \cdot 10^{-5}}{10^6 - 5 \cdot 10^5} = \frac{3 \cdot 10^{-5} + 70 \cdot 10^{-5}}{10^5(10 - 5)} = \frac{3 \cdot 10^{-5} + 70 \cdot 10^{-5}}{10^5 \cdot 5} = \frac{73 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^5} =$$

$$\frac{73}{5} 10^{-5-5} = 14,6 \cdot 10^{-10} = 1,46 \cdot 10^{-9}$$

$$\text{b) } \frac{7,35 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^{-3}} + 3,2 \cdot 10^7 = \frac{7,35}{5} 10^{4+3} + 3,2 \cdot 10^7 = 1,47 \cdot 10^7 + 3,2 \cdot 10^7 = 4,67 \cdot 10^7$$

$$\text{c) } (4,3 \cdot 10^3 - 7,2 \cdot 10^5) = 4,3 \cdot 10^3 \cdot 10^2 \cdot 10^{-2} = 430 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2} =$$

$$= 0,043 \cdot 10^5 + 7,2 \cdot 10^5 = 0,043 \cdot 10^5 - 7,2 \cdot 10^5 = (0,043 - 7,2) \cdot 10^5 = -7,157 \cdot 10^5$$

23. Que resultado es correcto de la siguiente operación expresada en notación científica:

$$(5.24 \cdot 10^6) \cdot (8.32 \cdot 10^5)$$

a) $4.35968 \cdot 10^{12}$

b) $43.5968 \cdot 10^{13}$

c) $4.35968 \cdot 10^{11}$

d) $4.35968 \cdot 10^{13}$

$$5,24 \cdot 10^6 \cdot 8,32 \cdot 10^5 = 43,5968 \cdot 10^{11} \rightarrow 4,35968 \cdot 10^{12}$$

AUTOEVALUACIÓN

1. El número $8^{\frac{-4}{3}}$ vale:

a) un dieciseisavo

b) Dos

c) Un cuarto

d) Un medio.

$$8^{\frac{-4}{3}} = \sqrt[3]{8^{-4}} = \sqrt[3]{(2^3)^{-4}} = \sqrt[3]{2^{-12}} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

2. Expresa como potencia de base 2 cada uno de los números que van entre paréntesis y efectúa después la operación:

a) $2^{-\frac{1}{3}}$

b) $2^{-\frac{5}{4}}$

c) $2^{-\frac{5}{3}}$

d) 2^{-5}

$$(16^{1/4})(\sqrt[6]{4})(\frac{1}{8}) = (\sqrt[4]{16})(\sqrt[6]{4})(2^{-3}) = (2)^{\frac{4}{4}} \cdot (2)^{\frac{2}{6}} \cdot (2^{-3}) = (2)(2^{\frac{1}{3}})(2^{-3}) = 2^{-\frac{5}{3}}$$

3. El número: $\sqrt[3]{4\sqrt[3]{6\sqrt{8}}}$ es igual a:

a) $6^{\frac{1}{4}}$

b) $2^{\frac{1}{3}}$

c) $2^{\frac{5}{6}} \cdot 6^{\frac{1}{9}}$

d) 2

$$\sqrt[3]{4\sqrt[3]{6\sqrt{8}}} = \sqrt[9]{4^3 \cdot 6 \cdot \sqrt{8}} = \sqrt[18]{8 \cdot 4^6 \cdot 6^2} = \sqrt[18]{2^3 \cdot (2^2)^6 \cdot (2 \cdot 3)^2} = \sqrt[18]{2^{17} \cdot 3^2} = 2^{\frac{17}{18}} \cdot 3^{\frac{1}{9}}$$

4. ¿Cuál es el resultado de la siguiente expresión si la expresamos como potencia única?: $\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{16}}$

a) $\frac{1}{2\sqrt[3]{2}}$

b) $\frac{2}{2\sqrt[3]{2}}$

c) $\frac{2}{3\sqrt[3]{2}}$

d) $\sqrt[3]{2}$

$$\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{16}} = \sqrt[3]{\frac{8}{16}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2}{2\sqrt[3]{2}}$$

5. Simplificando y extrayendo factores la siguiente expresión tiene un valor:

a) $125 abc^2 \sqrt[4]{ab^2c}$

b) $5a^2bc \sqrt[4]{a^2b^3c^2}$

c) $5abc \sqrt[4]{a^3b^2c^3}$

d) $5abc \sqrt[4]{a^2b^3c^2}$

$$\sqrt{\sqrt{625a^6b^7c^6}} = \sqrt[4]{5^4a^6b^7c^6} = 5abc \sqrt[4]{a^2b^3c^2}$$

6. ¿Cuál de los siguientes valores es igual a $a^{\frac{3}{2}}$?

a) $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^2$

b) $a^{\frac{5}{2}} \cdot a^{-1}$

c) $(a^2)^2$

d) $a^3 \cdot a^{-2}$

a) $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^2 = a^{\frac{5}{2}}$ NO

b) $a^{\frac{5}{2}} \cdot a^{-1} = a^{\frac{5}{2}-1} = a^{\frac{3}{2}}$ SI

7. ¿Cuál es el resultado de esta operación con radicales?: $\sqrt{63} - \frac{5}{3}\sqrt{28} + \frac{\sqrt{112}}{3}$

a) $2 \cdot \sqrt{7}$

b) $\frac{11}{8} \cdot \sqrt{7}$

c) $\sqrt{7}$

d) $-\frac{2}{5} \cdot \sqrt{7}$

$$\begin{aligned} \sqrt{63} - \frac{5}{3}\sqrt{28} + \frac{\sqrt{112}}{3} &= \sqrt{3^2 \cdot 7} - \frac{5}{3}\sqrt{2^2 \cdot 7} + \frac{\sqrt{2^4 \cdot 7}}{3} = 3\sqrt{7} - \frac{5}{3} \cdot 2\sqrt{7} + \frac{2^2 \sqrt{7}}{3} = 3\sqrt{7} - \frac{10}{3} \cdot \sqrt{7} + 4 \frac{\sqrt{7}}{3} = \\ &= 3\sqrt{7} - \frac{10}{3} \cdot \sqrt{7} + \frac{4\sqrt{7}}{3} = \frac{3}{3}\sqrt{7} = \sqrt{7} \end{aligned}$$

8. Una expresión con un único radical de: $\sqrt[3]{x^2} \sqrt[4]{(x+2)^3} \sqrt{(x+1)}$ está dada por:

a) $\sqrt[6]{x^2(x+2)(x+1)}$

b) $\sqrt[8]{x^2(x+2)^3(x+1)}$

c) $\sqrt[12]{x^8(x+2)^9(x+1)^6}$

d) $\sqrt[12]{x^2(x+2)^3(x+1)}$

$$\sqrt[3]{x^2} \sqrt[4]{(x+2)^3} \sqrt{(x+1)} = \sqrt[12]{x^8} \sqrt[12]{(x+2)^9} \sqrt[12]{(x+1)^6} = \sqrt[12]{x^8(x+2)^9(x+1)^6}$$

9. Para racionalizar la expresión: $\frac{2-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ hay que multiplicar numerador y denominador por:

a) $\sqrt{3} - \sqrt{5}$

b) $2\sqrt{3} - \sqrt{5}$

c) $2 + \sqrt{5}$

d) $\sqrt{5} + \sqrt{3}$

10. ¿Cuál es el resultado en notación científica de la siguiente operación?:

$$5,83 \cdot 10^9 + 6,932 \cdot 10^{12} - 7,5 \cdot 10^{10}$$

a) $6.86283 \cdot 10^{12}$

b) $6.86283 \cdot 10^{13}$

c) $6.8623 \cdot 10^{11}$

d) $6.8628 \cdot 10^{12}$

$$\begin{aligned} 5,83 \cdot 10^9 + 6,932 \cdot 10^{12} - 7,5 \cdot 10^{10} &= (5,83 + 6,932 \cdot 10^3 - 7,5 \cdot 10) \cdot 10^9 = \\ &= (5,83 + 6,932 \cdot 10^3 - 75) \cdot 10^9 = (-69,17 + 6932) \cdot 10^9 = 6862,83 \cdot 10^9 = \\ &= 6,86283 \cdot 10^{12} \end{aligned}$$

11. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación expresado en notación científica?: $\frac{5,24 \cdot 10^{10}}{6,3 \cdot 10^{-7}}$

a) $0.8317 \cdot 10^{17}$

b) $8.317 \cdot 10^{16}$

c) $8.317 \cdot 10^{15}$

d) $83.17 \cdot 10^{16}$

$$\frac{5,24 \cdot 10^{10}}{6,3 \cdot 10^{-7}} = \frac{\frac{131}{25} \cdot 10^{17}}{\frac{63}{10}} = \frac{262 \cdot 10^{17}}{315} = 8.317 \cdot 10^{16}$$