

**Propiedad Intelectual**

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-009653

Fecha y hora de registro: 2013-07-27 20:33:23.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.dmrighs.com>



[www.apuntesmareaverde.org.es](http://www.apuntesmareaverde.org.es)



**Autora: Nieves Zuasti**

**Revisoras: Milagros Latasa y Fernanda Ramos**

**Ilustraciones: Banco de imágenes del INTEF**

## Índice

### 1. RAZÓN Y PROPORCIÓN

- 1.1. RAZÓN
- 1.2. PROPORCIÓN

### 2. MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

- 2.1. REGLA DE TRES DIRECTA
- 2.2. PORCENTAJES
- 2.3. DESCUENTO PORCENTUAL
- 2.4. INCREMENTO PORCENTUAL

### 3. ESCALAS: PLANOS Y MAPAS

### 4. MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

- 4.1. PROPORCIÓN INVERSA
- 4.2. REGLA DE TRES INVERSA

### 5. REGLA DE TRES COMPUESTA

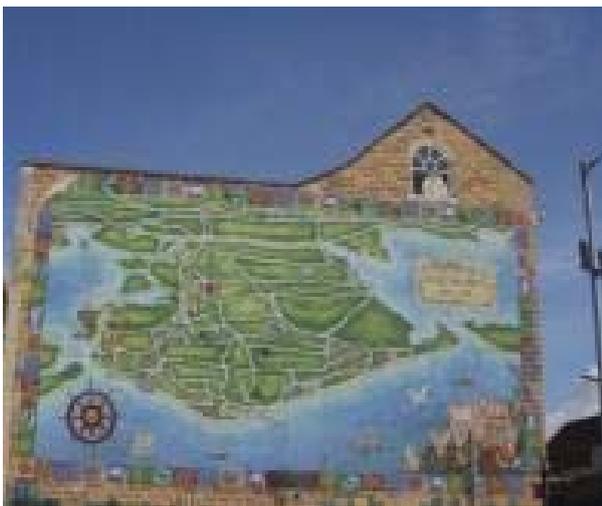
## Resumen

En este capítulo revisaremos los conocimientos que tienes del curso anterior sobre razones, porcentajes, proporcionalidad directa, regla de tres simple... y aprenderemos a utilizar instrumentos que nos permitan establecer comparaciones entre magnitudes.

Estudiaremos las diferencias entre proporcionalidad directa e inversa, aplicando métodos de resolución de problemas. Utilizaremos también la regla de tres compuesta.

Aprenderemos a aplicar e interpretar todo lo relacionado con la proporcionalidad y su aplicación en la vida cotidiana.

Aplicaremos los conocimientos sobre proporcionalidad en la interpretación de escalas y mapas, utilizando la idea de semejanza, figuras semejantes, ampliación y reducción de figuras, razón de semejanza y escalas. Estudiaremos la razón entre las superficies de figuras semejantes.



Interpretación de mapas

## RAZÓN Y PROPORCIÓN

### 1.1. Razón

*Ya sabes que:*

**Razón**, en Matemáticas, es una comparación entre los valores de dos variables.

Se expresa en forma de cociente, de forma similar a una fracción y se lee “A es a B”

*Ejemplo:*

- Comparamos 5 kg de naranjas por 4 €. Podemos establecer la relación entre el precio (4 €) y la cantidad (5 kg)

$$4 : 5 = 0.8 \text{ € el kilo}$$

$\frac{4}{5}$  es la **razón** entre euros y peso de naranjas.

De esta manera si compramos otras cantidades de naranjas podremos calcular el precio a pagar.

*Ejemplo:*

- La razón que relaciona el gasto de 10 personas y los 500 litros de agua que gastan en un día, puede escribirse:

$$\frac{10 \text{ personas}}{500 \text{ litros}} \text{ o bien } \frac{500 \text{ litros}}{10 \text{ personas}}$$

En cualquiera de los casos estamos expresando que la razón entre litros de agua y personas es:

$$500 : 10 = 50 \text{ litros por persona.}$$

Si fueran 5 personas de una misma familia la cantidad de agua gastada será de 250 litros. Si son 400 personas de una urbanización la cantidad de agua será 20000 litros, es decir:

$$\frac{10}{500} = \frac{400}{20000} = \frac{5}{250} = \frac{1}{50} \text{ o bien } \frac{500}{10} = \frac{20000}{400} = \frac{250}{5} = \frac{50}{1}$$

### Ideas claras

Una **razón** es un cociente. Se expresa en forma de **fracción** pero sus términos no expresan una parte de una misma magnitud sino la **relación** entre dos magnitudes.

Los términos de la razón pueden ser números enteros o decimales.

### Actividades propuestas

- Siete personas gastan 280 litros de agua diariamente.  
¿Cuál es la razón entre los litros consumidos y el número de personas? ¿Cuál es la razón entre las personas y los litros consumidos?
- Medio kilo de cerezas costó 1.90 €. Expresa la razón entre kilos y euros.
- La razón entre dos magnitudes es 36. Escribe un ejemplo de los valores que pueden tener estas dos magnitudes.

*Observa:*

Una **fracción** expresa una parte de un todo de **una única magnitud**, mediante sus términos, numerador (las partes que se toman) y denominador (el total de las partes en las que se ha dividido ese todo)

Sin embargo, los términos de **una razón** se refieren a cantidades de **dos magnitudes**, el primero se llama “antecedente” y el segundo “consecuente”

## 1.2. Proporción

*Ya sabes que:*

Una **proporción** es la **igualdad** entre dos razones.

Los términos primero y cuarto son los **extremos** y el segundo y tercero son los **medios**.

$$\frac{\text{extremo}}{\text{medio}} = \frac{\text{medio}}{\text{extremo}}$$

Se llama "**razón de proporcionalidad**" al cociente entre dos variables. Y su valor constante nos permite obtener razones semejantes.

Cuando manejamos una serie de datos de dos pares de magnitudes que presentan una misma razón, se pueden ordenar en un cuadro de proporcionalidad.

*Ejemplo:*

- ✚ En el cuadro de abajo se observa que cada árbol da  $\frac{200}{5} = 40$  kg de fruta. Es la **razón de proporcionalidad**.



Con ese dato podemos completar el cuadro para los siguientes casos.

|               |     |     |    |    |     |     |      |     |
|---------------|-----|-----|----|----|-----|-----|------|-----|
| kg de fruta   | 200 | 400 | 80 | 40 | 400 | 120 | 3000 | 800 |
| nº de árboles | 5   | 10  | 2  | 1  | 10  | 3   | 75   | 20  |

**Propiedad fundamental de las proporciones:**

*En toda proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios.*

*Ejemplo:*

$$\text{✚ } \frac{3000}{75} = \frac{800}{20} \Rightarrow 3000 \cdot 20 = 75 \cdot 800$$

### Ideas claras

**Observa que** la razón de proporcionalidad nos sirve para establecer una relación entre las dos variables para cualquiera de los valores que puedan adoptar.

### Actividades propuestas

4. Completa las siguientes proporciones:

a)  $\frac{5}{22} = \frac{45}{x}$

b)  $\frac{0,3}{x} = \frac{7}{14}$

c)  $\frac{x}{9,5} = \frac{4,7}{1,9}$

d)  $\frac{0,05}{100} = \frac{x}{400}$

5. Ordena estos datos para componer una proporción:

a) 12, 3, 40, 10

b) 24, 40, 50, 30

c) 0.36; 0.06; 0.3; 1.8

6. Copia en tu cuaderno y completa la tabla sabiendo que la razón de proporcionalidad es 2.5:

|     |   |   |    |    |   |    |     |
|-----|---|---|----|----|---|----|-----|
| 0.5 | 9 | 6 |    | 20 |   |    | 2.5 |
|     |   |   | 50 |    | 8 | 25 |     |

## 2. MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

*Ya sabes que:*

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando al multiplicar o dividir a la primera por un número, la segunda queda multiplicada o dividida por el mismo número.

*Ejemplo:*

El número de vacas y la cantidad de pienso que se necesita. Por ejemplo si el número de vacas fuese el triple habrá que tener triple cantidad de pienso.



Sin embargo, hay relaciones entre magnitudes que no son de proporcionalidad porque cuando una se multiplica o se divide por un número, la otra no queda multiplicada o dividida de la misma forma.

*Ejemplo:*

El peso y el tamaño del pie de una persona no son magnitudes proporcionales: El doble de la edad no significa el doble de número de zapato.

### Ideas claras

Cuando dos magnitudes son directamente proporcionales, el doble, triple... de la primera supone el doble, triple... de la segunda.

Hay magnitudes que no se relacionan proporcionalmente.

### Actividades propuestas

7. Señala de estos pares de magnitudes, las que son directamente proporcionales:

- La cantidad de filetes que debo comprar y el número de personas que vienen a comer.
- El peso de una persona y su altura.
- El número de pisos que sube un ascensor y las personas que caben en él.
- El precio de una tela y lo que necesito para hacer un vestido.
- Las entradas vendidas para un concierto y el dinero recaudado.
- El peso de una persona y su sueldo.



8. Calcula los términos que faltan para completar las proporciones:

$$a) \frac{25}{50} = \frac{30}{x}$$

$$b) \frac{300}{100} = \frac{7}{x}$$

$$c) \frac{7.5}{56.9} = \frac{x}{2}$$

9. Ordena estos valores de manera que formen una proporción directa:

a) 3.9; 0.3; 1.3; 0.1

b) 5, 12, 6, 10

c) 0.18 4 0.4 18

¿Hay más de una solución?

## 2.1. Regla de tres directa

### Ya sabes que

Para resolver problemas de proporcionalidad directa, podemos utilizar el **método de reducción a la unidad**.

### Ejemplo:

- ✚ Cinco viajes a Méjico costaron 6 500 €. ¿Cuánto pagaremos por 14 viajes de un grupo de amigos idénticos?

Primero calculamos el precio de un viaje,  $6\,500 : 5 = 1\,300$  €.

Después calculamos el coste de los 14 billetes:  $1\,300 \cdot 14 = 18\,200$  €



La **regla de tres** es otro procedimiento para calcular el cuarto término de una proporción

### Ejemplo:

- ✚ Con tres kilos de maíz mis gallinas comen durante 7 días. ¿Cuántos kilos necesitaré para darles de comer 30 días?

Formamos la proporción ordenando los datos:  $\frac{3\text{ kg}}{x\text{ kg}} = \frac{7\text{ días}}{30\text{ días}} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 30}{7} = 12.86\text{ kg}$

Otra forma habitual de plantear la regla de tres es situando los datos de esta forma:

$$\begin{array}{l} 3\text{ kg} \quad \text{-----} \quad 7\text{ días} \\ x\text{ kg} \quad \text{-----} \quad 30\text{ días} \end{array} \quad x = \frac{3 \cdot 30}{7} = 12.86\text{ kg}$$

## Ideas claras

**Reducir a la unidad** significa calcular el valor de uno para poder calcular cualquier otra cantidad.

En la **regla de tres directa** ordenamos los datos de forma que el valor desconocido se obtiene multiplicando en cruz y dividiendo por el tercer término.

## Actividades propuestas

- El coche de Juan gasta 5.5 litros de gasolina cada 100 km, ¿cuántos litros gastará en un viaje de 673 km?
- En una rifa se han vendido 250 papeletas y se han recaudado 625 euros. ¿A cuánto se vendía cada papeleta? ¿Cuánto habrían recaudado si hubieran vendido 900 papeletas?
- Una fabada para 6 personas necesitas 750 g de judías, ¿cuántas personas pueden comer fabada si utilizamos 6 kg de judías?
- Cuatro camisetas nos costaron 25.5 €, ¿cuánto pagaremos por 14 camisetas iguales?



## 2.2. Porcentajes

### Ya sabes que

El porcentaje o **tanto por ciento** es la proporción directa más utilizada en nuestra vida cotidiana.

En los comercios, informaciones periodísticas, o en los análisis de resultados de cualquier actividad aparecen porcentajes.

**Un porcentaje es una razón con denominador 100.**

Su símbolo es %.

Su aplicación se realiza mediante un sencillo procedimiento:

*“Para calcular el % de una cantidad se multiplica por el tanto y se divide entre 100”*

### Ejemplo:

✚ Calcula el 41 % de 900      El 41 % de 900 =  $\frac{41 \cdot 900}{100} = 369$

Algunos porcentajes se pueden calcular mentalmente al tratarse de un cálculo sencillo:

- ✚ El 50 % equivale a la mitad de la cantidad.
- ✚ El 25 % es la cuarta parte de la cantidad.
- ✚ El 75 % son las tres cuartas partes de la cantidad.
- ✚ El 10 % es la décima parte de la cantidad.
- ✚ El 200 % es el doble de la cantidad.

**¡¡GRANDES REBAJAS!!**  
**40 % DE DESCUENTO**  
**EN TODOS LOS**  
**ARTÍCULOS**

### Ejemplo:

- ✚ El 25 % de 800 es la cuarta parte de 800, por tanto es  $800 : 4 = 200$ .

## Ideas claras

Si cualquier cantidad la divides en 100 partes, el 40 % son cuarenta partes de esas cien.  
El total de una cantidad se expresa como el 100 %

## Actividades propuestas

14. Calcula mentalmente:

- a) El 50 % de 240      b) el 1 % de 570      c) el 10 % de 600      d) el 300 % de 9.

15. Completa la tabla:

| Cantidad inicial | %   | Resultado |
|------------------|-----|-----------|
| 500              | 25  |           |
| 720              |     | 108       |
| 60               | 140 |           |
|                  | 60  | 294       |

16. En un hotel están alojadas 400 personas. De ellas, 40 son italianas, 120 francesas, 100 son alemanas y el resto rusas. Calcula el % que representa cada grupo sobre el total.

## 2.3. Descuento porcentual

En muchos comercios aparecen los precios antes de la rebaja y los precios rebajados. Con esos dos datos podemos calcular el % de descuento.

### Ejemplo:

- Una camisa costaba 34 € y en temporada de rebajas se vende a 24 €, ¿qué % de descuento se ha aplicado sobre el precio anterior?

Calculamos el importe de la rebaja  $34 - 24 = 10$  €.

Establecemos la proporción:  $\frac{34}{10} = \frac{100}{x}$ ,  $x = \frac{10 \cdot 100}{34} = 29.41$  %

### Ejemplo:

- Al comprar un ordenador me ofrecen un 12 % de descuento por pagarlo al contado. He pagado 528 €. ¿Cuánto valía el ordenador sin descuento?

El precio inicial equivale al 100 %. Al aplicar el descuento, sólo pagaremos:  $100 - 12 = 88$  %.

Por tanto, debemos calcular el 100 %:  $\frac{528 \cdot 100}{88} = 600$  €



## Ideas claras

El **descuento** es la diferencia entre la cantidad inicial y la cantidad final. Con estos datos podremos calcular el % de descuento aplicado.

Al descontarnos un  $x$  % de una cantidad, sólo pagaremos el  $(100 - x)$  %.

## Actividades propuestas

- En una tienda ofrecen un 15 % de descuento al comprar una lavadora que cuesta 420 €. ¿Cuánto supone el descuento? ¿Cuál es el precio final de la lavadora?
- ¿Cuál de estas dos oferta ofrece un mayor % de descuento:

**Antes 44.99 €**  
**Ahora 31.99 €**

**Antes 11.99**  
**Ahora 9.99**

- Completa:

- De una factura de 540 € he pagado 459 €. Me han aplicado un ..... % de descuento.
- Me han descontado el 16 % de una factura de ..... € y he pagado 546 €.
- Por pagar al contado un mueble me han descontado el 12 % y me he ahorrado 90 €. ¿Cuál era el precio del mueble sin descuento?

## 2.4. Incremento porcentual

En los **incrementos porcentuales**, la cantidad inicial es menor que la final ya que el tanto por ciento aplicado se añade a la cantidad inicial.

### Ejemplo:

- ✚ Por no pagar una multa de 150 € me han aplicado un 12 % de recargo.

Puedo calcular el 12 % de 150 y sumarlo a 150:  $\frac{12 \cdot 150}{100} = 18 \text{ €}$ .

En total pagaré  $150 + 18 = 168 \text{ €}$ .

### Ejemplo:

- ✚ Otra forma de aplicar el incremento porcentual puede ser calcular el % final a pagar:

En el caso anterior:  $100 + 12 = 112 \%$

Calculamos el 112 % de 150 €:  $\frac{112 \cdot 150}{100} = 168 \text{ €}$ .

### Ejemplo:

- ✚ En un negocio he obtenido un 36 % de ganancias sobre el capital que invertí. Ahora mi capital asciende a 21 760 €. ¿Cuánto dinero tenía al principio?

El incremento porcentual del 36 % indica que los 21 760 € son el 136 % del capital inicial.

Debemos calcular el 100 %:  $\frac{21\,760 \cdot 100}{136} = 16\,000 \text{ €}$ .

## 2.5. Impuesto sobre el valor añadido IVA

Los artículos de consumo y las actividades económicas llevan asociadas un impuesto IVA que supone un incremento sobre su precio de coste. En España el IVA general que se aplica es el 21 %.

Es importante que, en la publicidad, observemos si el precio que se indica de un artículo o servicio es con IVA incluido.

### Ideas claras

En los **incrementos porcentuales**, la cantidad inicial aumenta porque se le aplica un tanto por ciento mayor que el 100 %.

El **IVA** es un impuesto que supone un incremento sobre el precio inicial

### Actividades propuestas

- Calcula el precio final después de aplicar el 68 % de incremento porcentual sobre 900 €.
- Una persona invierte 3 570 € en acciones, y al cabo de un año su inversión se ha convertido en 3 659.25 €. Calcula el aumento porcentual aplicado a su dinero.
- El precio de venta de los artículos de una tienda es el 135 % del precio al que los compró el comerciante. ¿A qué precio compró el comerciante un artículo que está a la venta por 54 €?
- En Estados Unidos existe la norma de dejar un mínimo del 10 % de propina en restaurantes o taxis sobre el importe de la factura. Calcula en esta tabla lo que han debido pagar estos clientes que han quedado muy satisfechos y añaden un 15 % de propina:

|                 |       |        |         |           |       |
|-----------------|-------|--------|---------|-----------|-------|
| Importe factura | 34 \$ | 105 \$ | 90.4 \$ | 100.20 \$ | 12 \$ |
| Precio final    |       |        |         |           |       |

- El precio de un televisor es 650€ + 21% IVA. Lo pagaremos en seis meses sin recargo. Calcula la cuota mensual.



### 3. ESCALAS: PLANOS Y MAPAS

Los dibujos, fotografías, mapas o maquetas representan objetos, personas, edificios, superficies, distancias...

Para que la representación sea perfecta, deben guardar en todos sus elementos una misma razón de proporcionalidad que denominamos “**escala**”

La **escala** es una razón de proporcionalidad entre la medida representada y la medida real, expresadas en una misma unidad de medida

**Ejemplo:**



✚ En un mapa aparece señalada la siguiente escala **1 : 5 000 000** y se interpreta que 1 cm del mapa representa 5 000 000 cm en la realidad, es decir, a 50000 m, es decir a 50 km.

**Ejemplo:**

✚ Hemos fotografiado la catedral de Santiago de Compostela. El tamaño de la foto nos da una escala:

$$1 : 600.$$

Las dos torres de la fachada tienen en la foto una altura de 3.5 cm. La altura real de las torres será:

$$3.5 \cdot 600 = 2100 \text{ cm} = 21 \text{ m}.$$



CATEDRAL DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

Las escalas nos permiten observar que la imagen real y la del dibujo son **semejantes**.

#### Ideas claras

La **escala** utiliza el cm como unidad de referencia y se expresa en comparación a la unidad.

Por ejemplo: 1 : 70000

**Dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma y sus lados son proporcionales.**

#### Actividades propuestas

25. Escribe cuatro ejemplos en los que se utilicen escalas.

26. La distancia entre Madrid y Valencia es 350 km. En el mapa, la distancia entre ambas ciudades es 3.7 cm, ¿a qué escala está dibujado el mapa?

27. Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta que la escala aplicada es 1 : 1000

| Dibujo  | Medida real |
|---------|-------------|
| 36 cm   |             |
|         | 7.7 km      |
| 0.005 m |             |

28. Calcula la escala correspondiente en cada ejemplo de la tabla:

| Dibujo | Medida real | Escala |
|--------|-------------|--------|
| 1.5 cm | 900 m       |        |
| 7 cm   | 7.7 hm      |        |
| 4 cm   | 12 km       |        |

## 4. MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

### 4.1. Proporcionalidad inversa

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** cuando al multiplicar o dividir a la primera por un número, la segunda queda dividida o multiplicada por el mismo número.

**Ejemplo:**

- ✚ Un coche va a 90 km/h y tarda 3 horas en llegar a su destino. Si una moto va a 45 km/h, tardará 6 horas en recorrer la misma distancia.

Se comprueba que si la velocidad es el doble, el tiempo será la mitad, y ambos han recorrido los mismos kilómetros:  $90 \cdot 3 = 270 \text{ km}$        $45 \cdot 6 = 270 \text{ km}$

En la proporcionalidad inversa, **la razón de proporcionalidad** es el producto de ambas magnitudes

Hay muchas situaciones en las que encontramos una relación de proporcionalidad inversa entre dos magnitudes.

**Ejemplos:**

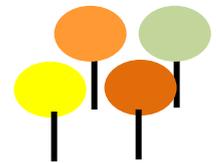
- ✚ El número de invitados a un cumpleaños y el trozo de tarta que le toca a cada uno.
- ✚ Las personas que colaboran en una mudanza y el tiempo que tardan.

Cuando conocemos la razón entre dos magnitudes inversamente proporcionales, podemos elaborar una tabla para diferentes valores:

**Ejemplo:**

- ✚ Tenemos una bolsa con 60 caramelos. Podemos repartirlos de varias maneras según el número de niños: 60 es la razón de proporcionalidad.

|  |    |    |    |    |    |
|--|----|----|----|----|----|
| <b>Número de niños</b>                   | 6  | 12 | 30 | 15 | 20 |
| <b>Número de caramelos para cada uno</b> | 10 | 5  | 2  | 4  | 3  |



Observa que cuando el número de niños aumenta, los caramelos que recibe cada uno disminuyen.

### Ideas claras

Para que dos magnitudes sean inversamente proporcionales, cuando una crece la otra decrece en la misma proporción.

La razón de proporcionalidad inversa se calcula multiplicando las dos magnitudes.

### Actividades propuestas

- Cinco trabajadores terminan su tarea en 8 días. El número de trabajadores y el número de días que tardan, ¿son magnitudes directa o inversamente proporcionales? ¿Cuál es la razón de proporcionalidad?
- Completa la tabla de proporcionalidad inversa y señala el coeficiente de proporcionalidad.

|                          |     |     |    |   |    |
|--------------------------|-----|-----|----|---|----|
| <b>Velocidad en km/h</b> | 100 | 120 |    |   | 75 |
| <b>Tiempo en horas</b>   | 6   |     | 20 | 4 |    |

### 3.2. Regla de tres inversa

Una proporción entre dos pares de magnitudes inversamente proporcionales en la que se desconoce uno de sus términos se puede resolver utilizando la **regla de tres inversa**.

**Ejemplo:**

- ✚ Seis personas realizan un trabajo en 12 días, ¿cuánto tardarían en hacer el mismo trabajo 8 personas?

El coeficiente de proporcionalidad inversa es el mismo para las dos situaciones:  $12 \cdot 6 = 72$

Planteamos al regla de tres:

$$\begin{array}{l} 6 \text{ personas} \quad \underline{\text{tardan}} \quad 12 \text{ días} \\ 8 \text{ personas} \quad \underline{\text{tardan}} \quad X \text{ días} \end{array} \quad 12 \cdot 6 = 8 \cdot x \quad x = \frac{6 \cdot 12}{8} = 9 \text{ días}$$



**Las aventuras de Troncho y Poncho: Proporcionalidad. La aventura más Manga de Troncho y Poncho (a lo japonés). Es como si los Pokemon explicasen las magnitudes directa e inversamente proporcionales.**

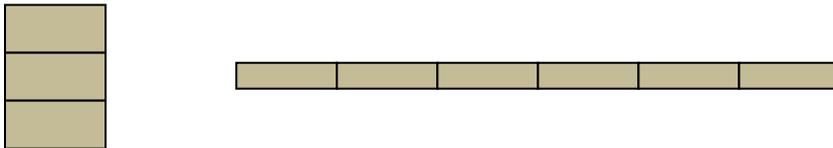


<https://www.youtube.com/watch?v=9QjVXWqS8Q4>

En geometría encontramos ejemplos de proporcionalidad inversa

**Ejemplo:**

- ✚ Estas dos superficies tienen distinta forma pero la misma área:



Observa que la primera tiene tres unidades de altura y una de base y la segunda, una altura de media unidad y seis unidades de base.

$$3 \cdot 1 = 0.5 \cdot 6 = 3$$

**Ejemplo:**

- ✚ Observa estos vasos. Su capacidad depende tanto de su altura como de su base. Si dos vasos distintos tienen la misma capacidad pero distinta forma a mayor base menor altura y viceversa.



#### Ideas claras

Para resolver la regla de tres inversa se tiene en cuenta que el producto de cada par de magnitudes ha de ser el mismo, su coeficiente de proporcionalidad inversa.

#### Actividades propuestas

- Hemos cortado una pieza de tela en 24 paños de 0,80 cm de largo cada uno. ¿Cuántos paños de 1,20 m de largo podremos cortar?
- Cinco amigos quieren hacer un regalo de cumpleaños. Deben poner cada uno 5,40 €. Otros cuatro amigos se unen para contribuir al regalo, ¿cuántos euros debe poner ahora cada uno?
- Para pintar una casa, el pintor dedica 8 horas diarias durante 6 días. Si trabajara 10 días, ¿cuántas horas diarias necesitaría?

## 4. REGLA DE TRES COMPUESTA

En algunos problemas de proporcionalidad aparecen más de dos magnitudes relacionadas entre sí, estableciendo lo que llamamos una proporcionalidad compuesta.

Las relaciones entre las magnitudes pueden ser todas directas, todas inversas o directas e inversas. Por ello, debemos aplicar los métodos de resolución tanto de regla de tres directa o inversa, una vez analizado el enunciado.

### Ejemplo:

- ✚ Seis máquinas realizan 750 piezas durante 4 días. ¿Cuántas piezas realizarán ocho máquinas iguales durante 10 días?

Planteamos los datos:

6 máquinas ..... 750 piezas ..... 4 días

8 máquinas ..... x piezas ..... 10 días

La relación entre las tres magnitudes es directamente proporcional ya que al aumentar o disminuir cada una de ellas, las otras dos aumentan o disminuyen.

Para calcular el resultado, aplicamos la proporcionalidad directa en dos pasos:

a) Máquinas y piezas:  $x = \frac{8 \cdot 750}{6}$  ahora hay que tener en cuenta los días

b) Al ser una proporción directa  $x = \frac{8 \cdot 750 \cdot 10}{6 \cdot 4} = 2500$  piezas

### Ejemplo:

- ✚ Cinco fuentes abiertas durante 8 horas y manando 12 litros cada minuto llenan completamente un estanque. ¿Cuántas fuentes debemos abrir para llenar el mismo estanque en 6 horas y manando 20 litros por minuto?

Planteamos los datos:

5 fuentes ..... 8 horas ..... 12 L/min

x fuentes ..... 6 horas ..... 20 L/min

La relación entre estas tres magnitudes es inversamente proporcional, ya que con mayor caudal, tardarán menos tiempo en llenar el depósito.

El producto de las tres variables  $5 \cdot 8 \cdot 12$  debe ser igual al producto de  $x \cdot 6 \cdot 20$ , por tanto

$$x = \frac{5 \cdot 8 \cdot 12}{6 \cdot 20} = 4 \text{ fuentes}$$

## Actividades propuestas

34. Seis personas gastan 2 100 € durante 4 meses en gastos de transporte. Si el gasto durante 10 meses ha sido de 3 600 €, ¿a cuántas personas corresponde?
34. Con una jornada de 8 horas diarias, un equipo de 20 personas tarda 9 días en concluir un trabajo. ¿Cuántas personas se necesitan para realizar el mismo trabajo, trabajando 9 horas diarias para realizar el trabajo en 5 días?

## CURIOSIDADES. REVISTA

La divina proporción

La proporción armónica

La proporción áurea

¡Imaginas que existe una proporción con esos nombres! Además, ¡Está en **TODAS** partes!

### ¿Qué es?

Como su nombre indica es una proporción. Una longitud se divide en dos,  $a + b$ , de forma que se verifique:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

Ese cociente da un número, un valor, al que se llama **número de oro** y es aproximadamente igual a 1.618...

**Teano** fue una matemática griega que vivió en el siglo sexto antes de nuestra era. Se casó con Pitágoras y trabajó en su escuela difundiendo los conocimientos científicos y matemáticos por todos los pueblos del Mediterráneo, entre ellos **la proporción áurea**. Se sabe que Teano escribió muchas obras y tratados sobre todo tipo de temas.

Se le atribuyen escritos sobre poliedros regulares, sobre temas filosóficos y sobre las propiedades del pentágono regular, símbolo de la Escuela Pitagórica, y su relación con la divina proporción.

Si dibujamos un pentágono regular, y trazamos sus diagonales. Se forma en su interior otro pentágono regular más pequeño, y el proceso puede realizarse de forma sucesiva



La razón entre la diagonal del pentágono y uno de sus lados es el número de oro:

$$\frac{\text{Segmento verde}}{\text{Segmento rojo}} = \frac{\text{Diagonal}}{\text{Lado}} = 1.618\dots$$

Se llama "La Divina Proporción" porque los objetos con esta proporción son armoniosos a la vista.

Muchas flores son pentagonales



Si quieres saber si tú eres armónica debes medir tu altura y también la distancia desde tu ombligo al suelo. Si esa razón es próxima al número de oro, ¡lo eres!



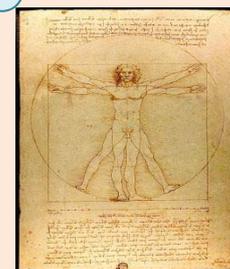
La relación entre la distancia entre las espiras del interior de algunos caracoles es la proporción áurea.



La relación entre las falanges de los dedos es la divina proporción.

En el Hombre de Vitruvio, Leonardo da Vinci estudió la Divina Proporción.

Busca en Internet para saber más.



**RESUMEN**

| CONCEPTO                               | DEFINICIÓN   | EJEMPLO                      |
|--|--|------------------------------|
| Razón                                  | Comparación entre los valores de dos variables   | Precio y cantidad            |
| Proporción                             | Igualdad entre dos razones   | A es a B como C es a D       |
| Magnitudes directamente proporcionales | Si se multiplica o divide una de las magnitudes por un número, la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número | 24 es a 10 como 240 es a 100 |
| Razón de Proporcionalidad directa      | Cociente entre los valores de dos magnitudes   | $\frac{300}{25}$             |
| Porcentajes                            | Razón con denominador 100  | $\frac{23}{100}$             |
| Escalas y planos                       | Comparación entre tamaño real y tamaño representado  | 1 : 20 000                   |
| Magnitudes inversamente proporcionales | Si se multiplica o divide una de las magnitudes por un número, la otra queda dividida o multiplicada por el mismo número | A por B es igual a C por D   |
| Razón de proporcionalidad inversa      | Producto de ambas magnitudes   | 45 · 70                      |

**PORCENTAJE CON CALCULADORA**

En la calculadora puedes encontrar una función que te permite calcular el % de manera directa.

Para ello debes seguir los siguientes pasos:

1. Escribe la cantidad
2. Multiplica por el tanto
3. Pulsa SHIFT y %. El resultado que aparece en la pantalla es la solución.

*Ejemplo:*

|     |   |    |      |   |   |     |
|-----|---|----|------|---|---|-----|
| 650 | * | 16 | SHIF | % | = | 104 |
|-----|---|----|------|---|---|-----|



Una forma fácil de añadir o restar el importe del tanto por ciento a la cantidad final puede hacerse de la siguiente forma:

- Sigue los pasos 1, 2 y 3 anteriores
- Pulsa la tecla + si lo que quieres es un aumento porcentual
- Pulsa la tecla – para una disminución porcentual

*Ejemplo:*

|      |   |    |       |   |       |   |        |
|------|---|----|-------|---|-------|---|--------|
| 1370 | * | 12 | SHIFT | % | 164.4 | + | 1534.4 |
|------|---|----|-------|---|-------|---|--------|

|      |   |    |       |   |       |   |        |
|------|---|----|-------|---|-------|---|--------|
| 1370 | * | 12 | SHIFT | % | 164.4 | – | 1205.6 |
|------|---|----|-------|---|-------|---|--------|

**EJERCICIOS Y PROBLEMAS**

- ¿Qué es una razón entre dos números? ¿Cómo se llaman sus términos? Escribe varios ejemplos.
- ¿Cómo se llaman los términos de una proporción? Escribe proporciones que se pueden formar con estos números y comprueba la propiedad fundamental:
  - 6, 24, 12, 3
  - 35, 0.5, 1.25, 7
- Con 8 kg de harina hemos confeccionado 15 pasteles. ¿Cuántos pasteles podemos elaborar con 30 kg de harina?
- Completa la tabla y calcula el coeficiente de proporcionalidad:

|                           |       |    |      |   |       |
|---------------------------|-------|----|------|---|-------|
| <b>Litros de gasolina</b> | 8     | 25 |      | 4 |       |
| <b>Euros</b>              | 11.36 |    | 56.8 |   | 25.56 |

- En España muchos productos llevan en el precio un impuesto llamado IVA (Impuesto sobre el Valor Añadido), del 21 %. En los tickets de los establecimientos suelen marcar el precio final, sumando el 21 % de IVA. Calcula el precio final de una batidora que vale 110 € + IVA
- Con 48 € puedo comprar 20 piezas de madera. Si las piezas costaran 1.50 € cada una, ¿cuántas podría comprar con el mismo dinero?
- ¿En cuál de estas recetas es mayor la proporción entre la harina y el azúcar?

|   |  |   |
|---|--|---|
| <b>MASA DE ROSQUILLAS</b><br>2 kg de harina<br>6 huevos<br>1 kg y medio de azúcar | <b>MASA DE ROSQUILLAS</b><br>Medio kilo de harina<br>4 huevos<br>400 g de azúcar |  |
|---|--|---|

- Tenemos el pienso suficiente para dar de comer a las 45 vacas durante 30 días. Si vendemos 9 vacas, con la misma cantidad de pienso, ¿cuántos días podremos dar de comer a las restantes?
- Calcula la razón de proporcionalidad y completa la tabla de proporcionalidad inversa:

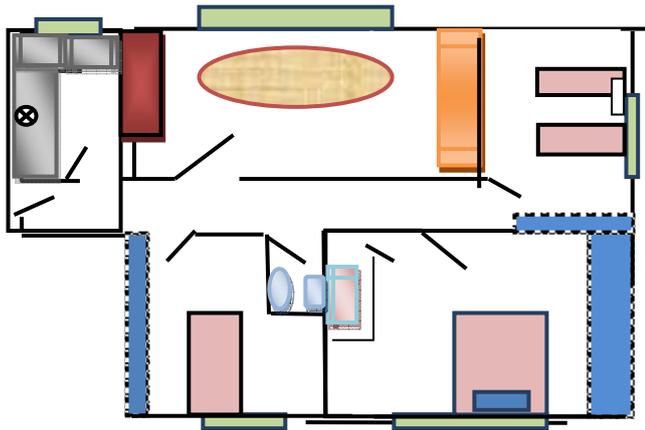
|                          |     |     |    |    |   |
|--------------------------|-----|-----|----|----|---|
| <b>Velocidad en km/h</b> | 90  | 120 |    | 75 |   |
| <b>Tiempo en horas</b>   | 4.5 |     | 10 |    | 3 |

- Cada gominola cuesta 5 céntimos y pesa 4 g. Compramos una bolsa de 100 g de gominolas. ¿Cuántas gominolas contiene la bolsa? ¿Cuánto nos costarán?



- Si abrimos dos grifos el depósito se llena en 4 horas y media. ¿Cuánto tiempo tardarán el llenar el mismo depósito 5 grifos con el mismo caudal?

12. Observa el plano de esta vivienda dibujado a una escala 1 : 400. ¿Cuáles son las dimensiones reales del salón? ¿Y de la cocina?



13. Expresa en euros el cambio de 1 400 \$, si cada euro cotiza a 1.26 \$
14. El agua al congelarse aumenta un 10 % su volumen. ¿Cuántos litros de agua necesitamos para conseguir una barra de hielo de 75 dm<sup>3</sup>?
15. Un pantalón costaba 36 € pero en las rebajas se vende a 28 €. ¿Qué % han rebajado?
16. El precio de una televisión es 847 €, IVA incluido. Calcula el precio sin IVA.
17. Señala en cada par de magnitudes si son directa o inversamente proporcionales:
- La cantidad de árboles talados y los kilos de leña almacenados.
  - La velocidad del tren y el tiempo que tarda en llegar a su destino.
  - El tamaño de la bolsa y la cantidad de bolsas necesarias para guardar la compra.
  - La distancia que recorre un automóvil y la gasolina que gasta.
  - Las personas que asisten al cumpleaños y el tamaño del trozo de tarta que toca a cada uno.
  - El radio de una circunferencia y su longitud.
  - Las bombillas que iluminan una sala y el gasto en electricidad.
18. Para vaciar un depósito hemos empleado 17 cubos de 22 litros cada uno. Si la siguiente vez los cubos tienen una capacidad de 34 litros ¿cuántos necesitaremos?
19. En esta etiqueta se ve el precio inicial y el precio rebajado. Calcula el % de rebaja que se ha aplicado

| Antes | Después |
|-------|---------|
| 23.95 | 15.95   |

20. El 1 de enero de 2010 el bono de 10 viajes del metro de Madrid pasó a costar 9 €, lo que suponía un aumento de un 21.6 % sobre su anterior precio. En 2013, el bono de 10 viajes cuesta 12.20 €. ¿Qué % ha aumentado el precio del bono entre 2010 y 2013? ¿Cuánto costaba el bono antes de la subida de 2010? ¿Qué % ha aumentado su coste desde antes de la subida de 2010?
21. Un empleado público que gana 1 154 € netos al mes sufrirá un recorte de sueldo del 5 % a partir del 1 de enero de 2014. ¿Cuánto dinero dejará de ganar al cabo de un trimestre?

22. En las ciudades se han instalado parquímetros, de manera que se cobra el aparcamiento mediante unas tarifas. Hay dos tipos de zonas con distintas tarifas.

A la vista de este cuadro de precios ¿Cuánto cuesta estacionar un coche en zona azul y en zona verde durante 80 minutos? ¿Y durante 45 minutos?

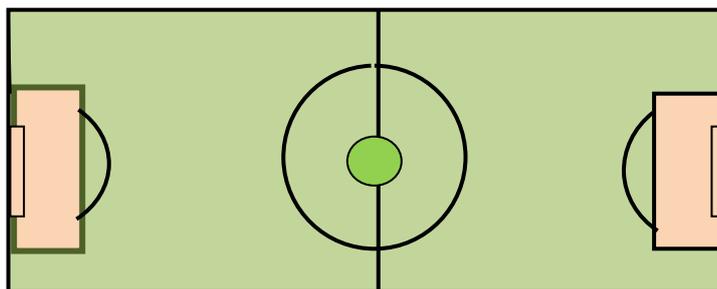
| Zona azul            | Tarifa | Zona verde                                   | Tarifa |
|----------------------|--------|--|--------|
| Hasta veinte minutos | 0.25 € | Hasta veinte minutos                         | 0.55 € |
| Media hora           | 0.45 € | Media hora                                   | 1.05 € |
| Una hora             | 1.20 € | Una hora                                     | 2.25 € |
| Hora y media         | 1.90 € | Hora y media<br>(estancia máxima autorizada) | 3.50 € |
| Dos horas            | 2.50 € |  |        |



23. El precio de un ordenador portátil es 899 € IVA (21%) incluido. Calcula su precio sin IVA.

24. El juego cuatro de neumáticos para un coche se oferta a 324 € + IVA (21%). Calcula el precio de cada rueda.

25. En un dibujo, el campo de fútbol mide 24 cm por 16 cm. El campo mide 90 m de largo ¿Cuánto mide de ancho? ¿A qué escala está dibujado?



26. En un mapa dibujado a escala 1 : 250 000, la distancia entre dos puntos es de 0.15 m. Calcula la distancia real en km

27. La base y la altura de un rectángulo miden 14 cm y 32 cm. ¿A qué escala hemos dibujado otro rectángulo semejante al anterior, de 49 cm de base? Calcula su altura.

28. Con 840 kg de pienso alimentamos a 12 animales durante 8 días. ¿Cuántos animales similares podrían alimentarse con 2 130 kg durante 15 días?

29. Para almacenar 2 580 kg de mercancía en 4 días contratamos a 6 personas. Si sólo podemos contar con 5 personas y la carga es de 3 000 kg ¿Cuántos días se tardará en el

almacenaje?

AUTOEVALUACIÓN

- La cantidad de animales de un zoológico y los excrementos diarios que se recogen es una relación
  - Proporcional directa
  - proporcional inversa
  - no es proporcional
- Siete cajas de galletas de un kilo y medio cada una nos han costado 12.6 €. Si quiero comprar 22 kg de galletas, me costarán:
  - 22.4 €
  - 30.6 €
  - 26.4 €
  - 24.2 €
- Al aplicar un 24 % de descuento sobre una factura, hemos tenido que pagar 699.20€. El importe total de la factura sin descuento era:
  - 920 €
  - 1 220 €
  - 880 €
- De Jaén a Cádiz se tardan 4h y 15 minutos por carretera a una media de 86 km/h. Si subimos la velocidad a 100 km/h, ¿cuánto se tardará en hacer el recorrido?
  - 3h 39 minutos
  - 3h 6 minutos
  - 3h 56 minutos
- La distancia entre dos ciudades es 108 km. En el mapa se representa con una distancia de 6 cm. La escala del mapa es:
  - 1 : 180 000
  - 1 : 18 000
  - 1 : 1 600 000
  - 1 : 1 800 000
- Una sala de espectáculos tiene capacidad para 280 personas. El precio de cada entrada es 14 €. Hoy se han vendido el 85 % de la sala, y de ellas, 50 con un 15 % de descuento. La recaudación total ha sido:
  - 3 227 €
  - 2 998 €
  - 3 028 €
- Los datos que completan esta tabla de proporcionalidad inversa son:
 

|   |    |   |    |   |    |
|---|----|---|----|---|----|
| <b>Personas que realizan un trabajo</b> | 30 |   | 10 | 9 |    |
| <b>Días que tardan en realizarlo</b>    | 15 | 6 |    |   | 25 |

  - 12; 5; 4,5; 50
  - 75; 45; 30; 18
  - 75; 45; 50; 18
- Cuatro personas han pagado 1 540 € por siete noches de hotel. ¿Cuánto pagarán 6 personas si desean pasar 12 noches en el mismo hotel?
  - 3 690 €
  - 3 960 €
  - 3 820 €
- Un carpintero tarda 18 días en realizar 3 armarios trabajando 5 horas al día. ¿Cuántos días necesitará para construir 5 armarios, empleando 3 horas al día?
  - 40 días
  - 30 días
  - 50 días
- 48 estudiantes necesitan 12 450 € para organizar un viaje de estudios de 10 días. ¿Cuántos días durará el viaje si disponen de un 15 % más de dinero y acuden 8 estudiantes menos?
  - 12 días
  - 18 días
  - 15 días