www.apuntesmareaverde.org.es

Autora: Nieves Zuasti

Revisores: Raquel Caro y Sergio Hernández

Ilustraciones: Banco de imágenes del INTEF

Índice

Resumen

Si quieres conocer la estatura o el peso de las personas que tienen entre 11 y 13 años en España, puedes recoger los datos de cada una de las personas de esas edades. Pero esto es muy laborioso. Lo que hace la Estadística es recoger una **muestra** que nos permita representar la totalidad de la población objeto de estudio.

La recogida de datos es muy antigua. El emperador Augusto mandó hacer un censo, (o recogida de datos) de todo su Imperio.

La Ciencia progresa deduciendo, mediante razonamientos lógicos correctos, e infiriendo, en que, con unas observaciones experimentales, se induce algo más general.

Los juegos de azar, dados, cartas, lotería… hacen un buen uso de la Estadística y la Probabilidad.

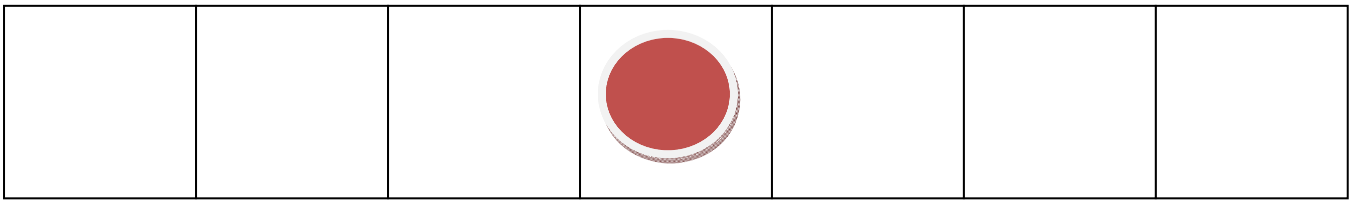
Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

1. EL AZAR Y LA PROBABILIDAD

1.1. Fenómenos o experimentos aleatorios

Un **fenómeno o experimento aleatorio** es aquel que, manteniendo las mismas condiciones en la experiencia, el resultado no es siempre el mismo.

- ***Veamos un juego:*** Dibuja 3 casillas hacia la derecha, una casilla central y 3 casillas hacia la izquierda. Coloca una ficha en la casilla central. Tira una chincheta varias veces.



Si cae con la punta hacia arriba, avanza una casilla hacia la derecha, en caso contrario avanzas hacia la izquierda. Anota cuántas tiradas necesitas para llegar a una de las metas. Es un ***ejemplo*** de **fenómeno o experimento aleatorio** porque no se puede predecir el resultado.

- Sin embargo, calcular el coste de una mercancía, sabiendo el peso y el precio por kg, no es un experimento aleatorio. Tampoco lo es calcular el coste del recibo de la luz sabiendo el gasto.

Actividad resuelta

- Son experimentos aleatorios:
  a) Lanzar una moneda y anotar si sale cara o cruz.
  b) Lanzar un dado.
  c) Si en una urna hay 5 bolas blancas y 3 rojas, sacamos una y anotamos el color.
  d) Sacar una carta de una baraja.
  e) Abrir un libro y anotar la página por la que se ha abierto.

- No son experimentos aleatorios:
  a) Si sales sin paraguas cuando llueve seguro que te mojas.
  b) El precio de medio kilo de rosquillas si las rosquillas cuestan a 3 € el kilo.
  c) Soltar un objeto y ver si cae.

Actividades propuestas

1. Indica si es un fenómeno aleatorio:

a) La superficie de las comunidades autónomas españolas.
b) Anotar el sexo del próximo bebé nacido en una clínica determinada.
c) El área de un cuadrado del que se conoce el lado.
d) Tiramos dos dados y anotamos la suma de los valores obtenidos.
e) Saber si el próximo año es bisiesto.

Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

1.2. Frecuencia absoluta y relativa. Frecuencias acumuladas

Al realizar repetidas veces un experimento podemos anotar las veces en que se obtiene cada uno de los posibles resultados.

Ejemplo:

- Tiramos una moneda 100 veces y anotamos las veces en que nos ha salido cara y las veces en que nos ha salido cruz. Nos ha salido cara 56 veces, entonces decimos que la frecuencia absoluta de cara es 56.
- Al dividir la frecuencia absoluta por el número total de experimentos tenemos la frecuencia relativa, así la frecuencia relativa de cara es 56/100, o bien 0.56.

Posibles resultados	Número de veces
cara	56
cruz	44
Total	100

La **frecuencia absoluta** de un suceso es el número de veces que se ha obtenido ese suceso.

La **frecuencia relativa** de un suceso se obtiene dividiendo la frecuencia absoluta por el número total de experimentos.

Posibles resultados	Frecuencias relativas
cara	0.56
cruz	0.44
Suma total	1

Si sumas las frecuencias relativas de todos los posibles resultados de un experimento, esa suma siempre es igual a 1.

Al conjunto de los posibles resultados y sus correspondientes frecuencias se le denomina **distribución de frecuencias.**

Actividades propuestas

2. Completa en la siguiente tabla las frecuencias relativas del experimento aleatorio tirar un dado:

Posibles resultados	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas
1	15	
2	18	
3	16	
4	17	
5	19	
6	15	
Suma total	100	1

3. Hemos tirado dos dados y anotado si la suma de sus caras superiores es menor, igual o mayor que 7. Escribe la tabla de frecuencias relativas de la tabla adjunta. Observa que la suma de las frecuencias relativas es 1.

Posibles resultados	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas
< 7	30	
7	38	
> 7	32	
Suma total	100	1

Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

1.3. Experimentos aleatorios. Sucesos

Al realizar un experimento aleatorio existen varios posibles resultados o **sucesos posibles**.

- Por ejemplo, los posibles resultados al tirar una moneda son que salga *cara* o salga *cruz*.
- Los posibles resultados al tirar un dado es que nos salga 1, 2, 3, 4, 5 o 6.

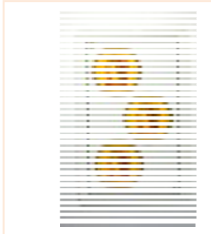
Al realizar el experimento siempre se obtendrá uno de los posibles resultados.

Al conjunto de resultados de un experimento aleatorio se le denomina **espacio muestral**.

A los elementos del espacio muestral se les llama **sucesos elementales**.

Un **suceso** es un subconjunto del espacio muestral.

Actividad resuelta



- El espacio muestral del experimento aleatorio:

a) Extraer una bola de una bolsa con 7 bolas blancas y 2 negras es {*blanca*, *negra*}

b) Sacar una carta de una baraja española y mirar el palo es {*oros*, *copas*, *bastos*, *espadas*}

c) Al sacar un papel de una bolsa donde se han puesto 5 papeles numerados del 1 al 5, es {1, 2, 3, 4, 5}

d) Tirar dos monedas es: {(*cara*, *cara*), (*cara*, *cruz*), (*cruz*, *cara*), (*cruz*, *cruz*)}

- Así, para el lanzamiento de un dado, aunque el espacio muestral habitual será {1, 2, 3, 4, 5, 6}, es posible que sólo sea de interés si el resultado obtenido es par o impar, en cuyo caso el espacio muestral sería {*par*, *impar*}. En el caso del lanzamiento consecutivo de dos monedas, el espacio muestral puede ser {{C, C}, {C, +}, {+, C}, {+, +}}, o bien: {*0 caras*, 1 *cara*, 2 *caras*}, si nos interesa únicamente el número de caras obtenidas.

- Algunos sucesos del experimento aleatorio tirar un dado son:

a) Sacar un número par {2, 4, 6}.

b) Sacar un número mayor que 3 {4. 5, 6}.

c) Sacar un número menor que 5 {1, 2, 3, 4}.

Actividades propuestas

4. Inventa cinco experimentos aleatorios y escribe el conjunto de posibles resultados.

5. Escribe el espacio muestral del experimento aleatorio: “*Escribir en cinco tarjetas cada una de las vocales y sacar una al azar*”.

6. Escribe el espacio muestral del experimento aleatorio: “*Tirar una chincheta y anotar en que postura cae*”.

7. Inventa dos sucesos del experimento aleatorio de tirar dos monedas.

8. En el juego de lotería, indica dos sucesos respecto a la cifra de las unidades del primer premio.

9. En el juego de dominó, indica tres sucesos con fichas dobles.

10. Escribe tres sucesos aleatorios de sacar una carta de una baraja.

Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

1.4. Probabilidad

Al realizar un experimento aleatorio no se puede predecir el resultado que se va a obtener. No obstante, habitualmente tenemos información sobre lo posible que es un determinado suceso. Así pues, el objetivo es cuantificar de alguna manera esta información, que se denomina la **probabilidad** del suceso.

Dados todos los sucesos posibles de un experimento aleatorio, asignaremos a cada suceso A, una cantidad que denotaremos por P[A] y que llamaremos la probabilidad del suceso A.

La probabilidad de que ocurra un cierto resultado al realizar el experimento, aunque ya se verá en otros cursos en detalle, se calcula como la frecuencia relativa de ese resultado repitiendo el experimento muchas veces.

Cuantas más veces repitas el experimento, más se aproximará la frecuencia relativa al valor de la probabilidad.

- ***Por ejemplo,*** si tiras una moneda al aire una sola vez y sale cara, parecerá que la probabilidad de sacar cara es 1, pero si repites más veces el experimento, la frecuencia relativa de sacar cara se irá acercando a 0.5 con el tiempo. Eso nos dice que la probabilidad de sacar cara es 0.5 o 1/2.

La probabilidad es un número entre 0 y 1. Es una medida de la *certeza* que tenemos que se verifique un suceso. Sirve para prevenir el futuro usando lo que se sabe sobre situaciones pasadas o presentes.

Pero la palabra "probable" es de uso común, por lo que siempre sabes si algo es "*muy probable*", "*bastante probable*", "*poco probable*" o "*muy improbable*".

- Si no has estudiado nada un examen es *bastante probable* que te suspendan, y si te lo sabes es *muy probable* que saques buena nota.
- Si una persona conduce habiendo bebido alcohol es *probable* que le pongan una multa.
- Es *poco probable* que al salir a la calle te caiga una cornisa encima.
- Es *seguro* que mañana amanecerá.
- Es *muy improbable* que mañana haya un terremoto en Madrid.

Para calcular probabilidades se usan dos técnicas, una **experimental**, analizando las frecuencias relativas de que ocurra el suceso, y la otra **por simetría**, cuando se sabe que los sucesos elementales son **equiprobables,** es decir, que **todos ellos tienen la misma probabilidad**, entonces **se divide el número de casos probables por el número de casos posibles.**

Actividad resuelta

- La probabilidad de que salga cara al tirar una moneda es 1/2, pues sólo hay dos casos posibles {*cara*, *cruz*} y suponemos que la moneda no está trucada.
- La probabilidad de que al cruzar la calle te pille un coche NO es 1/2, pues ya te habría pillado un montón de veces. Para calcular esa probabilidad se recogen datos de peatones atropellados.
- La probabilidad de sacar bola roja de una bolsa con 7 bolas rojas y 3 bolas blancas es 7/10.
- La probabilidad de que un bebé sea niña es aproximadamente 0.5, pero al hacer el estudio con las frecuencias relativas se ha visto que es 0.49.

Actividades propuestas

11. Señala si son *poco probables* o *muy probables* los siguientes sucesos:

a) Cruzas la calle y te pilla un coche.

b) Hace una quiniela y le toca el premio máximo.

c) El lunes vas al colegio.

d) Le toca la lotería a Juan.

12. Calcula la probabilidad de que al sacar una carta de la baraja sea de oros.

13. Para saber la probabilidad de que un recién nacido sea zurdo, ¿te basarías en el estudio de las frecuencias relativas o la asignarías por simetría?

Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

2. GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Si hacemos una representación gráfica de los datos podremos comprender su significado con mucha más facilidad que si simplemente los dejamos en forma de tabla. Para ello, naturalmente, ya tendremos que haber recogido los datos y elaborado una tabla.

Vamos a estudiar cuatro tipos de representaciones, el diagrama de rectángulos, el diagrama de líneas, el pictograma y el diagrama de sectores, aunque hay algunas otras representaciones posibles.

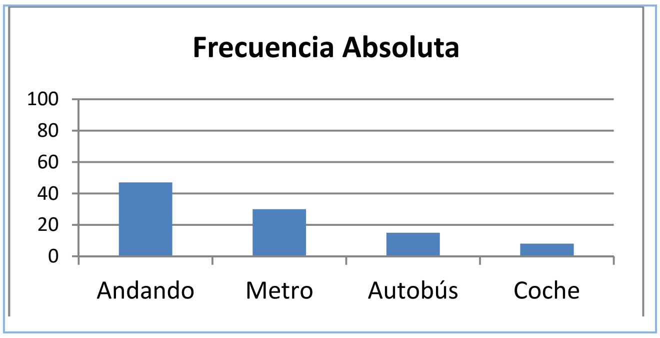
2.1. Diagrama de rectángulos o de barras

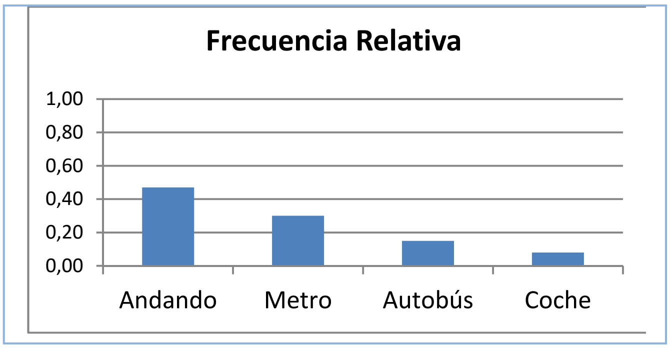
En un diagrama de rectángulos o de barras se indican en el eje horizontal todos los posibles resultados del experimento y en el eje vertical la frecuencia con la que dichos datos aparecen, por tanto podrá ser un diagrama de rectángulos de frecuencias absolutas o de frecuencias relativas según la frecuencia utilizada.

Medio de transporte	Frecuencia Absoluta	Frecuencia relativa
Andando	47	0.47
Metro	30	0.3
Autobús	15	0.15
Coche	8	0.8

Actividad resuelta

- Preguntamos a 100 estudiantes cuál es el medio de transporte que utilizan para ir a la escuela. Las respuestas aparecen en la tabla del margen. Dibujamos el diagrama de rectángulos.





- Si queremos dibujar el diagrama de barras de frecuencias relativas, utilizamos la columna de frecuencias relativas para hacerlo, y se obtiene el diagrama denominado "*Frecuencia Relativa*". Si comparamos el diagrama de barras de frecuencias absolutas con el de relativas se observa que son iguales salvo en las unidades del eje de ordenadas, que en Frecuencias Absolutas llegan al total, 100, y en Frecuencias Relativas siempre llegan hasta 1.

Actividades propuestas

Posibles resultados	Número de veces
cara	56
cruz	44

14. Dibuja el diagrama de rectángulos de frecuencias absolutas de la tabla adjunta. Representa también el diagrama de rectángulos de frecuencias relativas.

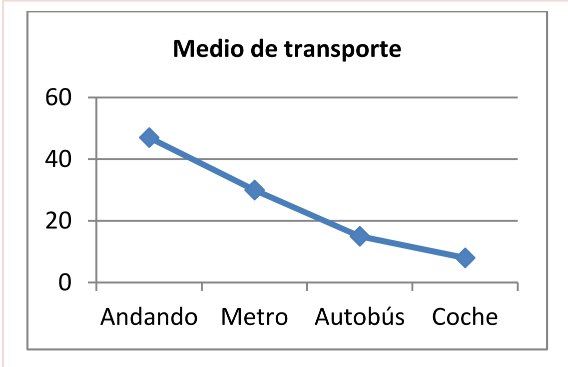
15. Dibuja el diagrama de rectángulos de frecuencias absolutas de la tabla adjunta. Representa también el diagrama de rectángulos de frecuencias relativas.

Posibles resultados	Frecuencias absolutas
1	15
2	18
3	16
4	17
5	19
6	15

Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

2.2. Diagrama de líneas

Igual que en el diagrama de rectángulos, se indica en el eje horizontal todos los posibles resultados del experimento y en el eje vertical las frecuencias. En lugar de dibujar barras, ahora simplemente se unen los puntos obtenidos con líneas.



Actividad resuelta

- El diagrama de líneas absolutas de la actividad resuelta anterior es el del margen:

Actividades propuestas

16. Dibuja los diagramas de líneas de frecuencias absolutas y frecuencias relativas del experimento tirar un dado de la actividad propuesta 15.

17. Dibuja los diagramas de líneas de frecuencias absolutas y relativas del experimento tirar una moneda de la actividad 14.

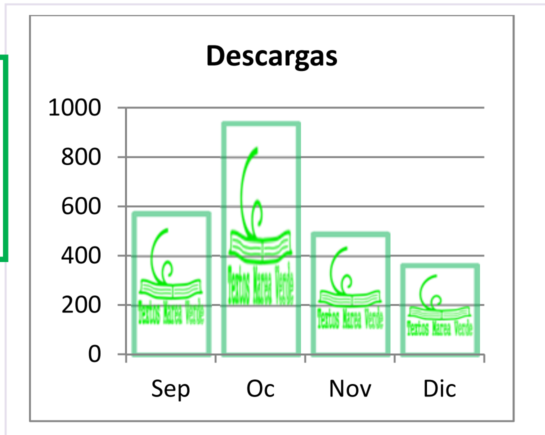
2.3. Pictograma

En los pictogramas se representan las frecuencias mediante una gráfica de barras rellenas de dibujos alusivos.

Actividad resuelta

- Se han obtenido datos sobre el número de descargas que se han hecho de los Textos Marea Verde y se indican en la tabla. Se representan con un pictograma, sustituyendo el rectángulo por un dibujo alusivo.

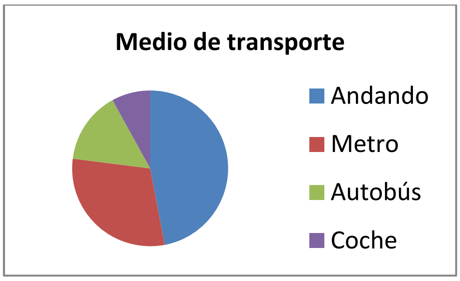
Marea verde	Descargas
Septiembre	572
Octubre	937
Noviembre	489
Diciembre	361



Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

2.4. Diagrama de sectores

En los diagramas de sectores las frecuencias se representan en un círculo que se divide en sectores de amplitudes proporcionales a las frecuencias.



Actividad resuelta

- El diagrama de sectores de la tabla sobre el medio de transporte utilizado es:

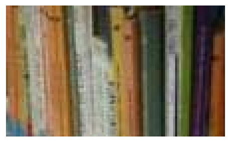
Puedes observar que con una simple mirada sabes que algo menos de la mitad de los estudiantes van andando y algo más de la cuarta parte van en metro.

Pero realizarlo a mano requiere un trabajo previo pues debes calcular los ángulos mediante una regla de tres: multiplicas por los 360º que mide un ángulo completo y divides por el número total que en este caso es 100.

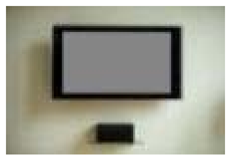
Medio de transporte	Frecuencia	Ángulo
Andando	47	47 · 360º / 100 = 47 · 3,6 = 169,2
Metro	30	30 · 360º / 100 = 108
Autobús	15	15 · 360º / 100 = 54
Coche	8	8 · 360º / 100 = 28,8
TOTAL	100	360º

Actividades propuestas

18. Haz una encuesta entre tus compañeros y compañeras de clase sobre el número de libros que leen al mes. Confecciona una tabla y representa los datos en un diagrama de rectángulos, un diagrama de líneas, un pictograma y un diagrama de sectores.



19. Haz una encuesta entre tus compañeros y compañeras de clase sobre el número de horas diarias que ven la televisión. Confecciona una tabla y representa los datos en un diagrama de rectángulos, un diagrama de líneas, un pictograma y un diagrama de sectores.



20. Haz un diagrama de sectores relativo al número de descargas de Textos Marea Verde del ejemplo visto en *Pictograma*.

21. Dibuja un diagrama de sectores de la actividad propuesta 14:

Posibles resultados	Número de veces
cara	56
cruz	44

22. Dibuja un diagrama de sectores de la actividad propuesta 15:

Posibles resultados	Frecuencias absolutas
1	15
2	18
3	16
4	17
5	19
6	15

Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

3. PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

3.1. Introducción

Seguro que sabes qué es la media de dos números y probablemente sabes calcular la media de una serie de datos. Pero además de esa medida estadística hay otras medidas que pueden ser interesantes para conocer propiedades de los datos que tenemos.

Ahora estudiaremos las **medidas de centralización** (media, mediana y moda) que nos proporcionan un valor de referencia en torno al que se distribuyen los datos y las **medidas de dispersión** (recorrido, desviación media, varianza y desviación típica). Estas medidas nos indican cómo están de separados los datos en torno a la media.

Ejemplo:

Imagina que en dos exámenes de matemáticas obtienes un 6 y un 5. La media es 5.5. Supón ahora que las notas que has tenido son 10 y 1. La media también es 5.5 pero deberás estudiarte la parte en la que has sacado 1 para recuperar. Las medidas de dispersión nos van a servir para detectar cuándo tenemos valores extremos, alejados de la media.

3.2. Medidas de centralización

La **media** se calcula sumando todos los valores y dividiendo entre el número de datos.

Si x_1, x_2, ..., x_n son los valores que toma la variable estadística que estamos considerando, la media se representa por $\bar{x}$ y se calcula mediante la fórmula:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

Esa suma se puede escribir abreviadamente como $\bar{\boldsymbol{x}} = \frac{\sum \boldsymbol{x}_i}{\boldsymbol{n}}$. El símbolo $\sum$ se utiliza habitualmente para representar sumas de varios sumandos. Lo utilizarás mucho a partir de ahora.

Para calcular la mediana se ordenan todos los datos de menor a mayor y nos quedamos con el que ocupa la posición central. Si tenemos un número par de datos, tomamos como mediana la media de los dos números que ocupan las posiciones centrales. La representaremos por Me.

La ***mediana*** *Me* es un valor tal que el 50 % de las observaciones son inferiores a él.

Los ***cuartiles*** Q_1, Q_2 y Q_3 son los valores tales que el 25 %, 50 % y 75 % (respectivamente) de los valores de la variable son inferiores a él. Por tanto, la mediana coincide con el segundo cuartil.

Usamos el término moda para referirnos al valor que más se repite. La denotamos por Mo.

Actividades resueltas

- Continuamos utilizando los datos de estatura correspondientes a los 12 jugadores de la Selección Española de Baloncesto *(ver sección 2.1 de este capítulo).*

La estatura **media** se calcula sumando todas las alturas y dividiendo entre el número de datos.

$\sum \boldsymbol{x}_i$ = 2.03 + 2.06 + 2.16 + 1.90 + 1.99 + 2.08 + 1.93 + 1.91 + 2.11 + 1.91 + 1.96 + 2.03 = 24.07

$$\bar{\boldsymbol{x}} = \frac{\sum \boldsymbol{x}_i}{\boldsymbol{n}} = \frac{24.07}{12} = 2.0058.$$

Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

En este ejemplo no podemos hablar de **moda**, puesto que no hay un único valor que sea el que más se repite.

La **mediana** en este caso es 2.01. Para calcularla ordenamos todos los datos de menor a mayor y nos quedamos con el que ocupa la posición central. Como en este caso tenemos un número impar de datos, tomamos como mediana la media aritmética de los 2 que ocupan las posiciones centrales.

Los datos, tras ordenarlos, quedarían así:

1.90	1.91	1.91	1.93	1.96	1.99	2.03	2.03	2.06	2.08	2.11	2.16

Media de ambos = 2.01

Para calcular los **cuartiles** tenemos que dividir el total de datos, en este ejemplo 12, entre 4, (o multiplicar por 0.25 que es lo mismo) y obtenemos 3. Luego el primer cuartil observamos que está entre 1.91 y 1.93, hacemos la media y obtenemos que Q_1 = 1.92. Para calcular el tercer cuartil multiplicamos por 3 y dividimos por 4, (o multiplicamos por 0.75) y en este caso se obtiene el valor que está entre 9, 2.06, y 10, 2.08, por lo que Q_3 = 2.07.

video

Las aventuras de Troncho y Poncho: Estadística. Una intoxicación de salchipapas desencadena una carrera por salvar la vida de los pacientes y por aprender lo que es la media, la moda, la mediana y el rango.

https://www.youtube.com/watch?v=7oOxNwkA94Y

3.3. Medidas de dispersión

Recorrido es la diferencia entre el dato mayor y el dato menor. También se denomina **rango**.

Desviación media es la media de las distancias de los datos a la media de los datos de los que dispongamos.

$$DM = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \ldots + |x_n - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Varianza es la media de los cuadrados de las distancias de los datos a la media.

$$\text{Varianza} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Equivalentemente (desarrollando los cuadrados que aparecen en la expresión) se puede calcular mediante esta otra expresión:

$$\text{Varianza} = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

Desviación típica es la raíz cuadrada de la varianza.

Se representa por σ.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Recorrido intercuartílico o **rango intercuartílico** es la distancia entre el tercer y el primer cuartil:

R = Recorrido intercuartílico = $Q_3 - Q_1$.

Estas fórmulas provienen de diferentes modos de medir las distancias. Para el cálculo de la desviación media se usan valores absolutos, que es como se mide la distancia entre números en la recta real. La desviación típica tiene que ver con la forma de medir distancias en el plano (recordemos que la hipotenusa de un triángulo es la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los catetos). No hace falta que comprendas ahora de dónde salen estas fórmulas, pero sí es conveniente que sepas que no es por capricho de los matemáticos que lo inventaron. Cada cosa a su tiempo...

Actividades resueltas

- Volvemos a usar los datos del ejemplo de la Selección Española con los que venimos trabajando.

Recorrido: 2.16 – 1.90 = 0.26 (metros). Esto es la diferencia de alturas entre el jugador más alto y el más bajo.

Para calcular la **desviación media** primero calcularemos la suma que aparece en el numerador. Después dividiremos entre el número de datos.

$|2.03 - 2.0058| + |2.06 - 2.0058| + |2.16 - 2.0058| + |1.90 - 2.0058| + |1.99 - 2.0058| +$

$|2.08 - 2.0058| + |1.93 - 2.0058| + |1.91 - 2.0058| + |2.11 - 2.0058| + |1.91 - 2.0058| +$

$|1.96 - 2.0058| + |2.03 - 2.0058| = 0.0242 + 0.0458 + 0.0958 + 0.1042 + 0.0958 + 0.0758 + 0.0742 + 0.0158 + 0.1058 + 0.1542 + 0.9458 + 0.0242 = 0.87$

Así la **desviación media** es 0.87/12 = 0.0725

Para calcular la **varianza** primero calcularemos la suma que aparece en el numerador, de modo similar a como acabamos de hacer. Después terminaremos dividiendo entre el número de datos.

$(2.03 - 2.0058)^2 + (2.06 - 2.0058)^2 + (2.16 - 2.0058)^2 + (1.90 - 2.0058)^2 + (1.99 - 2.0058)^2 +$

$(2.08 - 2.0058)^2 + (1.93 - 2.0058)^2 + (1.91 - 2.0058)^2 + (2.11 - 2.0058)^2 + (1.91 - 2.0058)^2 +$

$(1.96 - 2.0058)^2 + (2.03 - 2.0058)^2 = 0.08934.$

Así la **varianza** es 0.08934/12 = 0.00744.

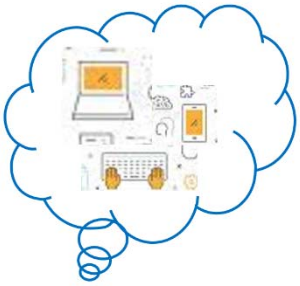
La **desviación típica** es la raíz cuadrada de la varianza: $\sigma = \sqrt{0.00744}$ = 0.08628.

Recorrido intercuartílico o **rango intercuartílico** se calcula restando $Q_3 - Q_1 = 2.07 - 1.92 = 0.15$.

Las medidas de posición y dispersión nos permiten realizar otro tipo de gráfico estadístico que se llama el ***gráfico de caja***.

Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

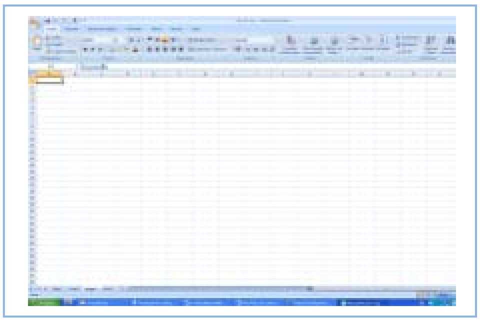
3. EL ORDENADOR Y LA ESTADÍSTICA



El ordenador puede ayudar mucho en los cálculos estadísticos. Hay muchos programas para ello. En particular son fáciles de usar las hojas de cálculo. Vamos a resolver un problema utilizando una de ellas.

Actividad resuelta

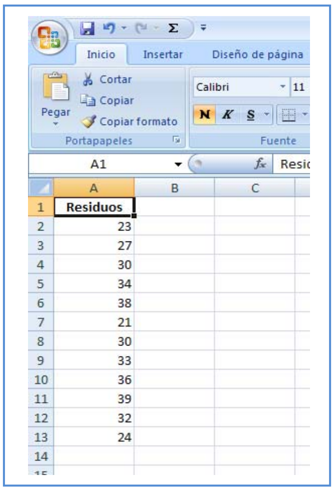
Se conocen las cantidades de residuos sólidos recogidos en m^3/semana durante 12 semanas de una urbanización:



23, 27, 30, 34, 38, 21, 30, 33, 36, 39, 32, 24.

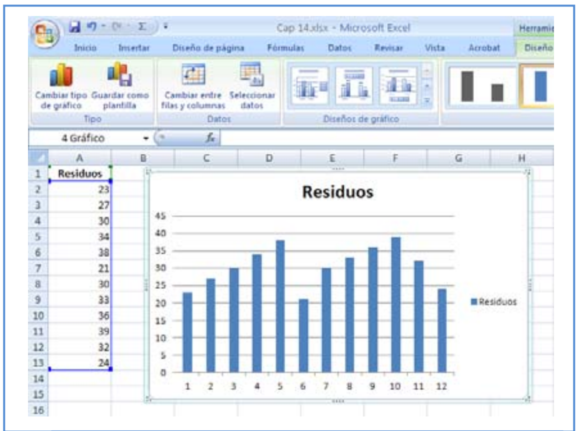
Queremos utilizar el ordenador para dibuja las representaciones gráficas de estos datos. Abrimos una hoja de Excel.

Para que tenga sentido deberíamos agrupar los datos en una tabla. En la casilla A1 escribimos "Residuos", y en las casillas A2, …, A13 copiamos los datos.



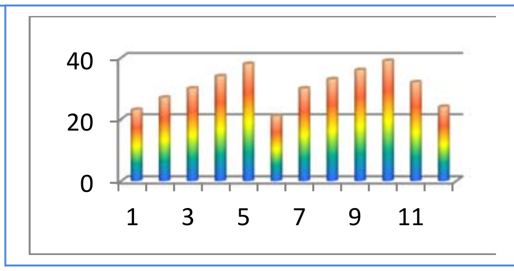
Para dibujar las gráficas se utiliza en Menú: Insertar.

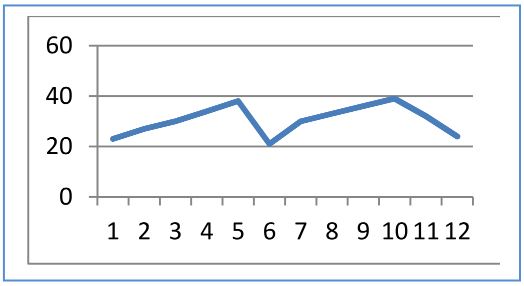
En el menú *Insertar*, en *Gráficos*, desarrolla *Columnas*, elegimos Columna en 2 D, y obtenemos el diagrama de **barras** de la figura.



Podíamos haber elegido "Columnas en 3D", "Cilíndrico", "Cónico", "Pirámide", o modificar el color, añadir o quitar rótulos…

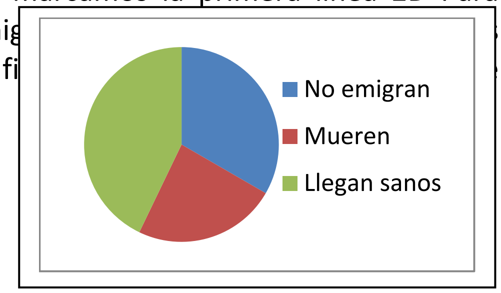
Vemos un diagrama de barras cilíndrico en varios colores.





Ahora queremos representar un diagrama de **líneas** con los mismos datos. Volvemos al menú: Insertar, seleccionamos "Línea" y de nuevo tenemos varias opciones. Seleccionamos en nuestra hoja los datos, desde A2 hasta A13, y marcamos la primera línea 2D Para hacer un diagrama de **sectores** hemos tomado datos sobre emig… datos, y en el menú Insertar simplemente elegimos "Circular" gráfi… sectores.

	Datos %
No emigran	35
Mueren	25
Llegan sanos	45



23. Juega con el ordenador. Calcula parámetros estadísticos de un conjunto de datos que te inventes. Inserta otros gráficos distintos de columna, de línea, circular, barra, dispersión e indica a qué tipo de representación corresponden.

Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

CURIOSIDADES. REVISTA

Criptografía

Imagina que quieres descifrar un mensaje secreto y sospechas que ha sido cifrado cambiando las letras del alfabeto entre sí. ¿Qué puedes hacer para descifrarlo?

Si estudias, o buscas en Internet, las frecuencias relativas, y tienes una tabla con las frecuencias de cada letra pronto sabrás cual de las letras encriptadas corresponde a, por ejemplo, la letra A. Experimenta con esta idea.

Estadística

La palabra "**Estadística**" comenzó a usarse a mediados del siglo XVIII, y el nombre viene de su interés para tratar los asuntos de Estado. Se constituyó poco a poco en Ciencia independiente a principios del siglo XX.

La acepción vulgar del término Estadística hace referencia a una determinada información numérica, es decir, Estadística como método de descripción cuantitativa que utiliza los números como soporte objetivo.

Dados

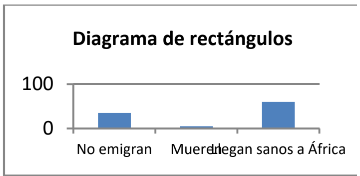
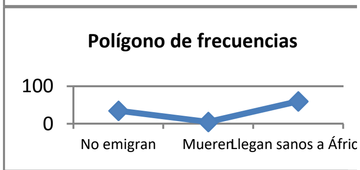
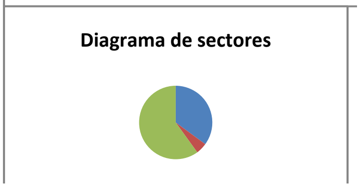
Se han encontrado dados en tumbas egipcias anteriores al año 2 000 a. C. El juego de dados ha sido muy popular en muchos países en el mundo antiguo y la Edad Media.

La ruleta

William Jaggers llegó a Montecarlo con unos pocos francos en el bolsillo y, durante un mes anotó los números que salían en cada ruleta, y en cuatro días ganó dos millones cuatrocientos mil francos. *Jaggers* consiguió quebrar a la banca en Montecarlo analizando las frecuencias relativas de cada número de la ruleta y observando que se había desgastado algo del mecanismo de una de ellas, con lo que todos los valores no tenían igual probabilidad. Apostó a los números más probables y ganó.

Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

RESUMEN

Concepto	Descripción	*Ejemplos*
Fenómeno o experimento aleatorio	Es aquel en el que no se puede predecir el resultado. Los datos estadísticos son los valores que se obtienen en un experimento.	Tirar una moneda y saber si va a salir cara o cruz
Frecuencia absoluta	Número de veces que se repite un dato estadístico	Si al tirar un dado hemos 2 veces el 3, 2 es la frecuencia absoluta de 3.
Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta dividido por el número de experimentos	Si se realiza un experimento 500 veces y la frecuencia absoluta de un suceso es 107, la frecuencia relativa es 107/500.
Suceso posible.	Posible resultado de un experimento aleatorio	En el experimento aleatorio tirar un dado el conjunto de posibles resultados, o el conjunto de sucesos elementales o espacio muestral es {1, 2, 3, 4, 5, 6}, por tanto, un posible resultado es, por ejemplo, 3.
Espacio muestral	Conjunto de resultados posibles	
Sucesos elementales	Elementos del espacio muestral	
Diagrama de rectángulos	Los datos se representan mediante rectángulos de igual base y de altura proporcional a la frecuencia. Se indica en el eje horizontal la variable y en el vertical las frecuencias.	
Diagrama de líneas	De unen los puntos superiores de un diagrama de rectángulos	
Pictograma	Se sustituye los rectángulos por un dibujo representativo	
Diagrama de sectores	En un círculo se dibujan sectores de ángulos proporcionales a las frecuencias	

Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

El azar y la probabilidad

1. Miriam y Luis han escrito en tarjetas los 4 nombres que más les gustan para la hija que van a tener: Adela, Miriam, Amelia y Elena. Mezclan bien las tarjetas y extraen una al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que la niña se llame Amelia?

2. Se lanza una moneda 750 veces y se obtiene cara 360 veces. Expresa en una tabla las frecuencias absolutas, relativas y calcula también las frecuencias acumuladas absolutas y acumuladas relativas de caras y cruces en este experimento.

3. Se lanzar un dado 500 veces y se obtienen los siguientes resultados:

Resultado	1	2	3	4	5	6
Número de veces	70	81	92	85		81

a) ¿Cuántas veces ha salido el 5?

b) Escribe en tu cuaderno una tabla con las frecuencias absolutas.

c) Escribe en tu cuaderno una tabla con las frecuencias relativas.

4. En una clase se ha medido el tamaño de las manos de cada uno de los alumnos y alumnas, y el resultado en centímetros ha sido el siguiente:

19, 18, 20, 19, 18, 21, 19, 17, 16, 20,

16, 19, 20, 21, 18, 17, 20, 19, 22, 21,

23, 21, 17, 18, 17, 19, 21, 20, 16, 19

a) ¿Qué tamaño ha sido el valor mínimo? ¿Y el máximo?

b) Haz una tabla de frecuencias absolutas y otra de frecuencias relativas.

c) Haz una tabla de frecuencias absolutas acumuladas y otra de frecuencias relativas acumuladas.

5. Calcula la frecuencia absoluta de los datos de una encuesta en la que se ha elegido entre ver la televisión, t, o leer un libro, l:

t, l, t, t, t, l, t, t, l, t, l, t, l, t, t, t, l, l, t, l, t, l, t, l, t.

Gráficos estadísticos

6. Se ha preguntado en un pueblo de la provincia de Madrid el número de hermanos que tenían y se ha obtenido la siguiente tabla de frecuencias absolutas sobre el número de hijos de cada familia:

Número de hijos	1	2	3	4	5	6	7	8 o más
Número de familias	46	249	205	106	46	21	15	6

a) Escribe en tu cuaderno una tabla de frecuencias relativas.

b) Haz un diagrama de rectángulos de frecuencias absolutas y otro de frecuencias relativas.

c) Haz un diagrama de líneas de frecuencias absolutas y otro de frecuencias relativas.

Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

7. Haz una encuesta con tus compañeros y compañeras de curso preguntando el número de hermanos y confeccionando una tabla sobre el número de hijos y el número de familias.

a) Haz una tabla de frecuencias relativas.

b) Haz un diagrama de rectángulos de frecuencias relativas.

c) Compara la tabla de frecuencias relativas y el diagrama de rectángulos de frecuencias relativas que obtengas con el obtenido en el ejercicio anterior.

8. Un batido de frutas contiene 25 % de naranja, 15 % de plátano; 50 % de manzana y, el resto de leche. Representa en un diagrama de sectores la composición del batido.

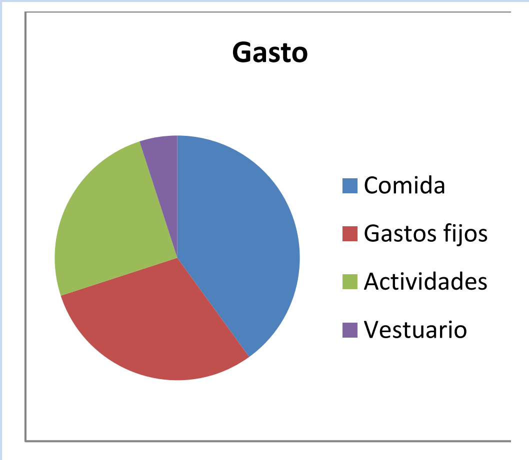
9. En un campamento de verano se han gastado diez mil euros. El gráfico muestra la distribución del gasto:

1. Comida: 40 %
2. Limpieza y mantenimiento: 30 %
3. Actividades: 25 %
4. Vestuario: ....

a) ¿Qué porcentaje se gastó en vestuario?

b) ¿Cuántos euros se gastaron en comida?

c) ¿Cuánto mide el ángulo del sector correspondiente a actividades?



10. Busca en revistas o periódicos dos gráficas estadísticas, recórtalas y pégalas en tu cuaderno. En muchas ocasiones estas gráficas tienen errores. Obsérvalas detenidamente y comenta las siguientes cuestiones:

a) ¿Está clara la variable a la que se refiere? ¿Y las frecuencias?

b) ¿Son correctas las unidades? ¿Pueden mejorarse?

c) Comenta las gráficas.

11. Se hace un estudio sobre el número de video juegos del alumnado de una clase. El resultado se representa en la tabla siguiente:

Número de video juegos	0	1	2	3	4	5
Número de estudiantes	3	4	3	5	9	7

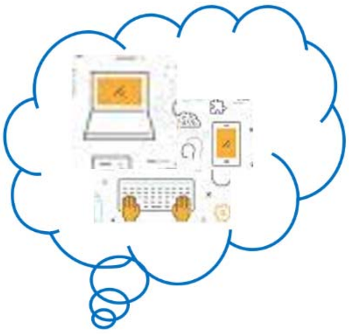
a) Copia la tabla en tu cuaderno y haz una tabla de frecuencias relativas y de frecuencias relativas acumuladas.

b) ¿Qué porcentaje tienen menos de 3 video juegos?

c) Representa los datos en un diagrama de sectores y en un diagrama de líneas.

Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Ordenador



12. Introduce los datos de la encuesta sobre el número de hijos en el ordenador.

13. Organiza los datos en una tabla calculando las frecuencias absolutas de 0, 1, 2, 3 y 4. Introduce esta tabla en el ordenador y haz una representación de barras, un diagrama de líneas y un diagrama de sectores.

14. Utiliza el ordenador para comprobar los resultados obtenidos en los ejercicios anteriores.

15. Realiza una encuesta en tu clase y lleva los resultados a un ordenador para hacer un informe. La encuesta podría ser, por ejemplo, si le gusta o no una determinada serie de televisión, o un programa; o el número de días de la semana que hacen algún deporte, el tipo de música que les gusta; o… Piensa sobre qué podrías preguntar.

Problemas

16. Si escribimos la palabra PROBABILIDAD en una tira de papel, recortamos las letras de modo que quede una en cada papel y ponemos todos los papeles en una bolsa, ¿cuál es la probabilidad de obtener una B al extraer uno de los papeles?, ¿y la de extraer una A?, ¿Y la de una L?

17. Tira una chincheta 15 veces y anota las veces que cae con la punta hacia arriba y las que no. Construye luego dos tablas: una de frecuencias absolutas y otra de frecuencias relativas. Representa el resultado en un diagrama de frecuencias y en un diagrama de líneas

Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

AUTOEVALUACIÓN

1. Indica la respuesta correcta: Los fenómenos aleatorios son

a) Los que suceden raras veces.

b) Los que suceden una vez de cada 100.

c) Aquellos en los que no se puede predecir el resultado.

d) Los que son equiprobables.

2. Indica cuál de los siguientes sucesos tiene una probabilidad 1/2. Observa que en todos los casos únicamente puede pasar ese suceso y lo contrario.

a) Al cruzar la calle nos atropelle un coche.

b) El incendio ha sido intencionado.

c) Sacar cara al tirar una moneda.

d) Se hunda la casa mañana.

3. Se extrae una carta de una baraja española. La probabilidad de que sea una copa es:

a) 1/40 b) 0.1 c) 4/40 d) 10/40

4. Indica cual es la frase que falta en la siguiente definición:

En un … … … … … … se sustituyen los rectángulos por un dibujo representativo

a) Diagrama de líneas b) Diagrama de rectángulos c) Pictograma d) Diagrama de sectores

5. Si en una tabla de frecuencias a un valor le corresponde una frecuencia relativa de 0.1, al dibujar un diagrama de sectores el ángulo correspondiente es de:

a) 36° b) 30° c) 3.6° d) 72°

6. En un diagrama de rectángulos de frecuencias absolutas, la suma de sus alturas es igual a:

a) 100 b) 1 c) Total de datos d) Suma de sus bases

7. Se tira un dado. ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado sea un múltiplo de 2?

a) 1 b) 1/2 c) 2/6 d) 4/6

8. Una determinada frecuencia absoluta es 4, y la suma total es 20, el porcentaje es:

a) 20 b) 10 c) 25 d) 50

9. Se tiran dos monedas. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean caras?

a) 1/3 b) 1/2 c) 3/4 d) 1/4

10. De una baraja española se extrae al azar una carta. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea de oros?

a) 3/4 b) 1/4 c) 2/3 d) 1/40

Autora: Nieves Zuasti
Revisor: Raquel Caro y Sergio Hernández
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF