



www.apuntesmareaverde.org.es



Autoras: Nieves Zuasti y Marta María A. Vidal

Revisoras: Milagros Latasa y Fernanda Ramos

Ilustraciones: Banco de imágenes del INTEF

Índice

1. RAZÓN Y PROPORCIÓN

- 1.1. RAZÓN
- 1.2. PROPORCIÓN

2. MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

- 2.1. PROPORCIONALIDAD DIRECTA
- 2.2. REGLA DE TRES DIRECTA
- 2.3. PORCENTAJES

3. INTERESES

- 3.1. EL INTERÉS
- 3.2. CÁLCULO DE INTERÉS SIMPLE
- 3.3. CÁLCULO DE INTERÉS COMPUESTO
- 3.4. HOJA DE CÁLCULO DE CAPITALIZACIÓN COMPUESTA CON INTERESES MENSUALES Y DIARIOS

4. CAMBIOS DE DIVISAS

- 4.1. DIVISAS: CONCEPTO Y TIPOS
- 4.2. CAMBIOS DE DIVISAS

5. ESCALAS: PLANOS Y MAPAS

Resumen

En este capítulo aprenderemos a utilizar instrumentos que nos permitan establecer comparaciones entre magnitudes.

Estudiaremos los procedimientos de la proporcionalidad directa como la regla de tres y el cálculo de porcentajes, en la resolución de problemas relacionados con la vida cotidiana.

Si conoces la escala o proporción de una fotografía, una fotocopia... puedes saber el tamaño real del objeto midiendo sobre la foto o fotocopia.



Si conoces la escala o proporción de esta fotografía puedes saber el tamaño real de estas flores midiendo sobre la foto.

RAZÓN Y PROPORCIÓN

1.1. Razón

Razón, en Matemáticas, es una comparación entre los valores de dos variables.

Se expresa en forma de cociente, de forma similar a una fracción y se lee "**A es a B**"

Ejemplo:

- Comparamos 3 kg de cerezas por 6 €. Podemos establecer la relación entre el precio (6 €) y la cantidad (3 kg)

$$6 : 3 = 2 \text{ € el kilo}$$

$\frac{6}{3}$ es la **razón** entre euros y cerezas.

De esta manera si compramos otras cantidades de cerezas podremos calcular el precio a pagar.

Ejemplo:

- La razón que relaciona el gasto de 4 personas y los 200 litros de agua que gastan en un día, puede escribirse:

$$\frac{4 \text{ personas}}{200 \text{ litros}} \text{ o bien } \frac{200 \text{ litros}}{4 \text{ personas}}$$

En cualquiera de los casos estamos expresando que la razón entre litros de agua y personas es:

$$200 : 4 = 50 \text{ litros por persona}$$

Si son 40 personas, la cantidad de agua será 2 000 litros, si son dos personas la cantidad de agua será 100 litros, es decir:

$$\frac{4}{200} = \frac{40}{2000} = \frac{2}{100} = \frac{1}{50} \text{ o bien } \frac{200}{4} = \frac{2000}{40} = \frac{100}{2} = \frac{50}{1}$$

Ideas claras

Una **razón** es un cociente. Se expresa en forma de **fracción** pero sus términos no expresan una parte de una misma magnitud sino la **relación** entre dos magnitudes.

Los términos de la razón pueden ser números enteros o decimales.

Actividades propuestas

- Tres personas gastan 150 litros de agua diariamente.
¿Cuál es la razón entre los litros consumidos y el número de personas? ¿Cuál es la razón entre las personas y los litros consumidos?
- Seis kilos de naranjas costaron 6.90 €. Expresa la razón entre kilos y euros.
- La razón entre dos magnitudes es 56. Escribe un ejemplo de los valores que pueden tener estas dos magnitudes

Observa:

Una **fracción** expresa una parte de un todo de **una única magnitud**, mediante sus términos, numerador (las partes que se toman) y denominador (el total de las partes en las que se ha dividido ese todo)

Sin embargo, los términos de **una razón** se refieren a cantidades de **dos magnitudes**, el primero se llama "antecedente" y el segundo "consecuente"

1.2. Proporción

Una **proporción** es la **igualdad** entre dos razones.

Los términos primero y cuarto son los **extremos** y el segundo y tercero son los **medios**.

$$\frac{\text{extremo}}{\text{medio}} = \frac{\text{medio}}{\text{extremo}}$$

Se llama "**razón de proporcionalidad**" al cociente entre dos variables. Y su valor constante nos permite obtener razones semejantes.

Cuando manejamos una serie de datos de dos pares de magnitudes que presentan una misma razón, se pueden ordenar en un cuadro de proporcionalidad.

Ejemplo:

✚ En el cuadro de abajo se observa que cada árbol da $\frac{200}{4} = 50$ kg de fruta. Es la **razón de proporcionalidad**.



Con ese dato podemos completar el cuadro para los siguientes casos.

kg de fruta	200	400	100	50	500	150	3 000	1 000
nº de árboles	4	8	2	1	10	3	60	20

Propiedad fundamental de las proporciones:

En toda proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

Ejemplo:

$$\text{✚ } \frac{45}{27} = \frac{30}{18} \Rightarrow 45 \cdot 18 = 30 \cdot 27$$

Ideas claras

Observa que la razón de proporcionalidad nos sirve para establecer una relación entre las dos variables para cualquiera de los valores que puedan adoptar.

Actividades propuestas

4. Completa las siguientes proporciones:

a) $\frac{18}{12} = \frac{30}{x}$

b) $\frac{0.4}{x} = \frac{6}{9}$

c) $\frac{x}{7.5} = \frac{3.6}{2.4}$

d) $\frac{0.05}{10} = \frac{x}{300}$

5. Ordena estos datos para componer una proporción:

a) 12, 3, 40, 10

b) 24, 40, 50, 30

c) 0.36; 0.06; 0.3; 1.8

6. Copia en tu cuaderno y completa la tabla sabiendo que la razón de proporcionalidad es 4.5:

0.5	7	3		20			3.6
		13.5	36		45	18	

2. MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

2.1. Proporcionalidad directa

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando al multiplicar o dividir a la primera por un número, la segunda queda multiplicada o dividida por el mismo número.

Ejemplo:

- ✚ El número de personas que vienen a comer y la cantidad de comida que necesito. Por ejemplo si el número de personas es el triple habrá que preparar triple cantidad de comida.



Sin embargo, hay relaciones entre magnitudes que no son de proporcionalidad porque cuando una se multiplica o se divide por un número, la otra no queda multiplicada o dividida de la misma forma.

Ejemplo:

- ✚ El peso y la edad de una persona no son magnitudes proporcionales: El doble de la edad no significa el doble de peso.

Ideas claras

Cuando dos magnitudes son directamente proporcionales, el doble, triple, ... de la primera supone el doble, triple ... de la segunda.

Hay magnitudes que no se relacionan proporcionalmente.

Actividades propuestas

7. Señala de estos pares de magnitudes, las que son directamente proporcionales:

- El tamaño de un recipiente y el número de litros que puede contener.
- La edad de una persona y su altura.
- El número de pisos que sube un ascensor y las personas que caben en él.
- Los kilos de pienso y el número de animales que podemos alimentar.
- Las entradas vendidas para un concierto y el dinero recaudado
- El número de calzado y la edad de la persona



8. Calcula los términos que faltan para completar las proporciones:

$$a) \frac{18}{24} = \frac{30}{x}$$

$$b) \frac{25}{100} = \frac{40}{x}$$

$$c) \frac{3.6}{21.6} = \frac{x}{3}$$

9. Ordena estos valores de manera que formen una proporción directa:

$$a) 3.9, 0.3, 1.3, 0.1$$

$$b) 5, 12, 6, 10$$

$$c) 18, 4, 0.4, 1.8.$$

¿Hay más de una solución?

2.2. Regla de tres directa

Para resolver problemas de proporcionalidad directa, podemos utilizar el **método de reducción a la unidad**.

Ejemplo:

- ✚ Cinco billetes de avión costaron 690 €. ¿Cuánto pagaremos por 18 billetes para el mismo recorrido?

Primero calculamos el precio de un billete, $690 : 5 = 138$ €.

Después calculamos el coste de los 18 billetes: $138 \cdot 18 = 2\,484$ €.

La **regla de tres** es otro procedimiento para calcular el cuarto término de una proporción.



Ejemplo:

- ✚ Con dos kilos de pienso mis gatos comen durante 6 días. ¿Cuántos kilos necesitaré para darles de comer 15 días?

Formamos la proporción ordenando los datos: $\frac{2 \text{ kg}}{x \text{ kg}} = \frac{6 \text{ días}}{15 \text{ días}} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 15}{6} = 5 \text{ kg}$

Otra forma habitual de plantear la regla de tres es situando los datos de esta forma:

$$\begin{array}{l} 2 \text{ kg} \text{ ————— } 6 \text{ días} \\ x \text{ kg} \text{ ————— } 15 \text{ días} \end{array} \quad x = \frac{2 \cdot 15}{6} = 5 \text{ kg}$$

Ideas claras

En la **regla de tres directa** ordenamos los datos de forma que el valor desconocido se obtiene multiplicando en cruz y dividiendo por el tercer término.

Reducir a la unidad significa calcular el valor de uno para poder calcular cualquier otra cantidad.

Actividades propuestas

- Un coche gasta 7 litros de gasolina cada 100 km, ¿cuántos litros gastará en un viaje de 825 km?
- En una rifa se han vendido 320 papeletas y se han recaudado 640 euros. ¿A cuánto se vendía cada papeleta? ¿Cuánto habrían recaudado si hubieran vendido 1 000 papeletas?
- Una paella para 6 personas necesita 750 g de arroz, ¿cuántas personas pueden comer paella si utilizamos 9 kg de arroz?
- Tres camisetas nos costaron 24.90 €, ¿cuánto pagaremos por 11 camisetas iguales?



2.3. Porcentajes

El porcentaje o **tanto por ciento** es la proporción directa más utilizada en nuestra vida cotidiana.

En los comercios, informaciones periodísticas, o en los análisis de resultados de cualquier actividad aparecen porcentajes.

Un porcentaje es una razón con denominador 100.

Su símbolo es %.

Su aplicación se realiza mediante un sencillo procedimiento:

“Para calcular el % de una cantidad se multiplica por el tanto y se divide entre 100”

Ejemplo:

✚ Calcula el 23 % de 800 El 23 % de 800 = $\frac{23 \cdot 800}{100} = 184$

Algunos porcentajes se pueden calcular mentalmente al tratarse de un cálculo sencillo:

- ✚ El 50 % equivale a la mitad de la cantidad.
- ✚ El 25 % es la cuarta parte de la cantidad.
- ✚ El 75 % son las tres cuartas partes de la cantidad.
- ✚ El 10 % es la décima parte de la cantidad.
- ✚ El 200 % es el doble de la cantidad.

¡¡GRANDES REBAJAS!!
40 % DE DESCUENTO
EN TODOS LOS
ARTÍCULOS

Ejemplo:

- ✚ El 25 % de 600 es la cuarta parte de 600, por tanto es $600 : 4 = 150$.

Ideas claras

Si cualquier cantidad la divides en 100 partes, el 22 % son veintidós partes de esas cien.
El total de una cantidad se expresa como el 100 %



¿Qué es un porcentaje? Aprenderemos qué es un porcentaje y qué representa. Los porcentajes son útiles para poder comparar cantidades de distinto tamaño respecto de 100. [Jaqueenmates](https://www.youtube.com/watch?v=2gyCzANnVrU)



<https://www.youtube.com/watch?v=2gyCzANnVrU>

Actividades propuestas

14. Calcula mentalmente:

- a) El 50 % de 190 b) el 1 % 360 c) el 10 % de 200 d) el 300 % de 7

15. Completa la tabla:

Cantidad inicial	%	Resultado
280	16	
720		108
60	140	
	60	294

16. En un hotel están alojadas 320 personas. De ellas, 40 son italianas, 120 francesas, 100 son alemanas y el resto rusas. Calcula el % que representa cada grupo sobre el total.

3. INTERESES

Ya sabes que las expresiones decimales se pueden escribir con coma o con punto: 3,5 o bien 3.5. En este apartado cambiamos y utilizamos la coma por ser más usual en las transacciones financieras.

3.1. El interés

El **interés** es el beneficio que se obtiene al depositar un capital en una entidad financiera a un determinado tanto por ciento durante un tiempo. Es decir, es el beneficio que produce el dinero prestado.

Los primeros intereses empezaron a cobrarse al surgir los prestamistas y mercaderes en la Edad Media, por el siglo XI. ¿Por qué se cobraban intereses?:

- Por el **riesgo** que tiene quien presta de no recuperar el dinero
- Por la **falta de disponibilidad** de dinero que tiene quien presta hasta que lo recupera
- Por la **pérdida de valor** que experimenta el dinero con el tiempo.

Para calcular intereses se deben entender diferentes conceptos:

- Capital (C): Cantidad depositada en una entidad bancaria
- C_0 : Capital inicial, el prestado al inicio del periodo
- C_1 : Capital final, el recibido al final del periodo
- Años (n) o (t): Periodo de tiempo
- Tasa de interés (r): Porcentaje aplicado para calcular el beneficio que produce el dinero prestado
- Interés (I): Cantidad de dinero producida por un capital de un interés determinado.

Vamos a estudiar el cálculo de dos tipos de interés: interés simple e interés compuesto.

3.2. Cálculo de interés simple

En el **interés simple**, al capital C depositado se le aplica un tanto por ciento o rédito r anualmente. En el interés simple, los intereses dependen sólo del capital principal (C), la tasa de interés (r) y el número de periodos (t). Por lo tanto, el cálculo del interés simple obtenido al cabo de varios años se realiza mediante la siguiente fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

Si el tiempo que se deposita el capital son meses o días, el interés se calcula dividiendo la expresión anterior entre 12 meses o 360 días (año comercial).

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100 \cdot 12} = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200} \quad \text{tiempo en meses}$$

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100 \cdot 360} = \frac{C \cdot r \cdot t}{36\,000} \quad \text{tiempo en días}$$

A partir de un capital inicial (C_i ó C_0) podemos llegar a calcular un capital final (C_f ó C_1):

$$C_f = C_i \cdot \left(\frac{r}{100} \cdot n \right)$$

En definitiva, el capital final se halla añadiendo al capital inicial los intereses:

$$C_f = C_i + i$$

Actividades resueltas

- ✚ Depositamos 4 000 € al 2 % anual. ¿Cuánto dinero tendremos al cabo de 30 meses?

Calculamos el interés simple:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

$$I = \frac{4\,000 \cdot 2 \cdot 30}{1\,200} = 200 \text{ €}$$

Sumamos capital e intereses:

$$4\,000 + 200 = 4\,200 \text{ €}$$



- ✚ Hallar el interés producido durante diez años, por un capital de 30 000 €, al 6%. Calcula el capital final obtenido.

Calculamos el interés simple:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

$$I = \frac{30\,000 \cdot 6 \cdot 10}{100} = 18\,000 \text{ €}$$

Calculamos el capital final:

$$C_f = C_i + i$$

$$C_f = 30\,000 + 18\,000 = 48\,000 \text{ €}$$

Actividades propuestas

17. Calcula el interés simple que producen 10 000 € al 3 % durante 750 días.
18. ¿Qué capital hay que depositar al 1.80 % durante 6 años para obtener un interés simple de 777.6 €?
19. Calcula el capital final obtenido si depositamos en un banco 100 000 euros al 2 % durante un año.
20. Calcula el interés simple de un capital de 20 000 € invertidos durante 6 meses al 5 % anual.
21. Calcula el capital final obtenido si depositamos en un banco 80 000 euros al 8 % durante 5 meses.

3.2. Cálculo de interés compuesto

Desde otro punto de vista, el interés es el porcentaje que se aplica a un préstamo a lo largo de un tiempo, incrementando su cuantía a la hora de devolverlo. Este tipo de interés no se calcula como el interés **simple**, sino que se establece lo que se llama "**capitalización**".

Hablamos de **intereses compuestos** cuando los diferentes intereses que se obtienen al finalizar un periodo, se acumulan al capital para producir nuevos intereses en el siguiente periodo.

La fórmula empleada para calcular el interés compuesto es la siguiente:

$$C_f = C_i \cdot (1 + r)$$

Si queremos hallar el capital de un segundo periodo (C_2 , se puede expresar simplemente como C_2 , capital del periodo 2), debemos de acumular los intereses, siendo la fórmula la siguiente:

$$C_2 = C_i \cdot (1+r) \cdot (1+r)$$

Esta expresión se convierte en:

$$C_2 = C_i \cdot (1+r)^2$$

También se podría hallar como el capital del periodo 1 ya calculado por los intereses:

$$C_2 = C_1 \cdot (1+r)$$

Si repetimos este proceso para un tercer periodo (C_3):

$$C_3 = C_i \cdot (1+r) \cdot (1+r) \cdot (1+r)$$

Esta expresión se convierte en:

$$C_3 = C_i \cdot (1+r)^3$$

También se podría hallar como el capital del periodo 1 ya calculado por los intereses:

$$C_3 = C_2 \cdot (1+r) \quad \text{o} \quad C_3 = C_1 \cdot (1+r)^2 \cdot (1+r)$$

En este caso, también podemos calcular el capital final (C_f o C_1) a partir del capital inicial (C_i o C_0):

$$C_f = C_i (1 + r)^n$$

El **interés compuesto** se aplica tanto para calcular el capital final de una inversión, como la cantidad a devolver para amortizar un préstamo.

Normalmente los préstamos se devuelven mediante cuotas mensuales que se han calculado a partir de los intereses generados por el préstamo al tipo de interés convenido.

Sabiendo que la capitalización compuesta, plantea que, a medida que se van generando intereses, pasen a formar parte del capital inicial, y ese nuevo capital producirá intereses en los períodos sucesivos. Si se trata de un depósito bancario, el capital final se calculará siguiendo el procedimiento explicado anteriormente y que se resume en el siguiente cuadro:

C_i (capital inicial)	1 año	i (tanto por uno)	$C_f = C_i \cdot (1 + i)$
$C_i \cdot (1 + i)$	2 años	$C_i \cdot (1 + i) \cdot (1 + i)$	$C_f = C_i \cdot (1 + i)^2$
$C_i \cdot (1 + i)^2$	3 años	$C_i \cdot (1 + i)^2 \cdot (1 + i)$	$C_f = C_i \cdot (1 + i)^3$
.....
Al cabo de n años	n años		$C_f = C_i \cdot (1 + i)^n$

CAPITALIZACIÓN MENSUAL O DIARIA

Si hablamos de que una tasa de interés anual es capitalizable mensualmente, en la resolución de ejercicios tendremos que hallar el interés mensual:

$$\text{Interés mensual} = \frac{\text{Interés anual}}{12}$$

Habrá que pasar también el tiempo en años a meses.

Si hablamos de que una tasa de interés anual es capitalizable diariamente, en la resolución de ejercicios tendremos que hallar el interés diario:

$$\text{Interés diario} = \frac{\text{Interés anual}}{360}$$

Habrás que pasar también el tiempo en años a meses.



CÁLCULO CON EXCEL

Para hacer los cálculos puedes utilizar una “[Hoja de cálculo](#)”. Basta que en la hoja de cálculo adjunta modifiques los datos de las casillas B5 donde está el “Capital inicial”, casilla B6 donde está el “Tanto por uno” y de la casilla B7 donde aparece el número de “Años”, y arrastres en la columna B hasta que el número final de años coincida con dicha casilla.

Capital inicial: C_i	Años	r (tanto por uno)	$(1+r)^n$	Capital final: C_f	Interés total
82000,00	1	0,03	1,03	84460,00	2460,00
84460,00	2	0,03	1,0609	86993,80	4993,80
86993,80	3	0,03	1,092727	89603,61	7603,61
89603,61	4	0,03	1,12550881	92291,72	10291,72
92291,72	5	0,03	1,159274074	95060,47	13060,47

(http://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/3eso/Interes_compuesto.xlsx).

Actividades resueltas

- ✚ El capital inicial de un depósito asciende a 82 000 €. El tanto por ciento aplicado es el 3% a interés compuesto durante 5 años. Calcula el capital final.

$$C_f = C_i \cdot (1 + i)^n$$

$$C_f = 82\,000 \cdot (1 + 0.03)^5 = 82\,000 \cdot 1.159\dots = 95\,060 \text{ €}$$

- ✚ Se depositan 7 000 en un banco que reconoce una tasa de interés del 36 % anual, capitalizable mensualmente. ¿Cuál será el capital final acumulado en cuatro años?

$$i \text{ anual} = 0.36$$



Calculamos primero el interés mensual

$$\text{Interés mensual} = \frac{\text{Interés anual}}{12} = \frac{0.36}{12} = 0.03 \text{ mensual}$$

Calculamos también el tiempo

$$n = 4 \text{ años} = 48 \text{ meses}$$

$$C_f = C_i \cdot (1 + i)^n$$

$$C_f = 7\,000 \cdot (1 + 0.03)^{48} = 7\,000 \cdot 4.1322... = 28\,925.76 \text{ €}$$

Actividades propuestas

22. Al 5 % de interés compuesto durante 12 años, ¿cuál será el capital final que obtendremos al depositar 39 500 €?
23. Calcula el ejercicio anterior usando la hoja de cálculo facilitada.
24. Teniendo un capital inicial de 50 000€ y un capital final de 52 020 €, ¿cuántos años deben pasar para alcanzar dicho capital final al 2 %?
25. Se depositan 2 500 en un banco que reconoce una tasa de interés del 15 % anual, capitalizable diariamente. ¿Cuál será el capital final acumulado en 2 años?



1.4. Hoja de cálculo de capitalización compuesta con intereses mensuales y diarios

Actividades resueltas

A partir de la hoja de Excel que ya tienes en tu poder, vamos a crear una nueva que te permita poder calcular de forma sencilla un préstamo de capitalización compuesta, pero en ésta los intereses del préstamo no van a ser anuales, sino que serán mensuales o diarios.

Para ello en la hoja de Excel tendrás que crear dos pestañas, una para cada caso (mensual o diario).

Para realizarlo tendrás que añadir una celda que permita dividir el interés anual en meses o días y otra que convierta el tiempo (años) también en meses o días y una vez hecho esto, emplear el nuevo interés en el cálculo del cuadro de amortización del préstamo.

Vamos a resolver el problema:

“Se depositan 7 000 en un banco que reconoce una tasa de interés del 36 % anual, capitalizable diariamente. ¿Cuál será el capital final acumulado en cuatro años?”.

El mismo problema también lo vamos a resolver en una segunda pestaña capitalizando de forma mensual, confeccionando una hoja de cálculo.

Abre Excel o cualquier otra hoja de cálculo. Verás que las hojas están formadas por cuadrículas, con letras en la horizontal y números en la vertical. Así cada cuadrícula de la hoja se puede designar por una letra y un número: A1, B7, ...



4. CAMBIO DE DIVISAS

4.1. Divisas: concepto y tipos

Las unidades monetarias diferentes a la que nosotros utilizamos se denominan divisas. Entre distintas monedas se establecen tipos de cambio que varían constantemente.

En la Unión Europea, la unidad monetaria que se emplea es el **euro**, se representa por €. Para poder cambiar de euros a otra divisa, se utilizan factores de conversión, se redondea el resultado si hace falta.

Si una empresa estadounidense vende a un español un coche, querrá que se le pague en dólares. Si la empresa española vende aceite a la estadounidense querrá que se le pague en euros.

Por tanto, necesitamos un mercado en el que el español pueda conseguir dólares y el estadounidense pueda conseguir euros.

El lugar donde puedo cambiar monedas de distintos países es el **MERCADO DE DIVISAS**. El precio de la divisa es el **tipo de cambio**. El tipo cambio (precio de las monedas) varía todos los días, por lo tanto, con un euro cada día podremos obtener más o menos cantidad de otra divisa, por ejemplo, dólares.

El tipo de cambio diario queda determinado por el juego de la oferta y la demanda. Si se demanda mucho de una divisa, su precio sube. Debemos diferenciar por tanto la apreciación de la depreciación del tipo de cambio.

Sabiendo que el tipo de cambio relaciona dos monedas, podemos expresarlo de dos maneras equivalentes. En el caso del euro y el dólar sería así:

- Tipo de cambio €/\$: Es el número de euros que hay que dar para obtener un dólar.
- Tipo de cambio \$/€: Es el número de dólares que hay que dar para obtener un euro.

A lo largo de la unidad cogeremos la **definición del BCE**, es decir, que el tipo de cambio sea \$/€.

Ejemplo:

- ✚ Si el tipo de cambio \$/€ sea de 1,15, quiere decir que hay que entregar 1.15 dólares para obtener un euro o, dicho de otra manera, si entrego un euro me darán 1.15 dólares.

Depreciación y apreciación del tipo de cambio

- **Depreciación:** Si el tipo de cambio \$/€ disminuye significa que, por un euro, obtenemos menos dólares que antes.

Ejemplo:

- ✚ Si el tipo de cambio \$/€ disminuye de 1.15 \$/€ a de 1.05 \$/€ significa que el euro ha perdido valor frente al dólar. Habría que dar 1.05 dólares para conseguir 1 euro mientras que antes había que dar 1.15 dólares para conseguir un euro, por lo tanto, el euro vale menos.

- **Apreciación:** Si el tipo de cambio \$/€ aumenta significa que hay que dar más dólares para obtener un euro.

Ejemplo:

- ✚ Si el tipo de cambio \$/€ pasa de 1.15 a 1.35 significa que el euro ha ganado valor respecto al dólar. Habría que dar 1.35 dólares para conseguir 1 euro mientras que antes había que dar sólo 1.15 dólares para conseguir un euro, por lo tanto, ahora el euro vale más.

Actividades resueltas

Con la siguiente equivalencia de divisas:

Euros (€)	Libras (£)	Dólares (\$)	Soles (S/)	Bolivianos (Bs)	Yenes (¥)	Yuanes (¥)	Dirhams (مدرد)(MAD)
1	0.86	1.3	3.6	9	131	8	11.1

✚ Cambia 600 € a Libras y a Soles

1 € es equivalente a 0.86 £. Multiplicando por $\frac{0.86£}{1€}$ se eliminan los € y queda arriba £

$$600 € \cdot \frac{0,86 £}{1 €} = \frac{600 \cdot 0,86}{1} \cdot \frac{€ \cdot £}{€} = 516 £$$

Equivalentemente para soles:

$$600 € \cdot \frac{3,6 S/}{1 €} = \frac{600 \cdot 3,6}{1} \cdot \frac{€ \cdot S/}{€} = 2.160 S/$$

✚ Cambia 715 \$ y 16 000 ¥ (yuanes) a euros.

En este caso debo dividir entre \$ y ¥ respectivamente y el € debe quedar en el numerador

$$715 \$ \cdot \frac{1€}{1.3\$} = \frac{715 \cdot 1}{1.3} \cdot \frac{\$ \cdot €}{\$} \approx 550€ \quad 16\,000 ¥ \cdot \frac{1€}{8¥} = \frac{16\,000 \cdot 1}{8} \cdot \frac{¥ \cdot €}{¥} = 2\,000 €$$

Actividades propuestas

- Si el euro se deprecia frente al dólar, ¿esto es importante, por qué?, ¿qué ocurre con el dinero que dan los turistas extranjeros en España?, ¿podrán comprar más o menos en nuestro país? Si el tipo de cambio dólar/euro disminuye desde 1.35 hasta 1.05, ¿qué significa para los europeos?
- Si el euro se aprecia frente al dólar, ¿esto es importante, por qué?, ¿qué ocurre con el dinero que dan los turistas extranjeros en España? Si el tipo de cambio dólar/euro pasa de 1.35 hasta 1.50, ¿qué significa para los europeos?
- Con las equivalencias del cuadro anterior, cambia 1 200 € a libras, soles, bolivianos, yenes y Dirhams.
- Con las equivalencias del cuadro anterior, cambia a euros las siguientes cantidades:
 - 390 \$
 - 4 051.5 درهم
 - 104 800 ¥ (yenes)
 - 5 103 Bs
- Con las equivalencias anteriores. Jessica se quiere comprar una *Tablet*. En España cuesta 350 €, en Estados Unidos 400 \$ y 60 \$ de transporte, en China 2 700 ¥ y 200 ¥ de transporte. ¿Dónde es más barato comprar la *Tablet*?
- Con las equivalencias anteriores. Ramiro se comunica regularmente con amigos por internet: John, de Escocia; Irina, de Bolivia y Tayiko de Japón. Quiere comprar una bici que cuesta 200 €. Les quiere decir a cada uno de sus amigos el precio en su moneda nacional. Realiza los cálculos.

4.2. Oferta y demanda de divisas

La **demanda de euros** está formada por todas las personas que quieren cambiar sus monedas por euros. Sus motivos suelen ser:

- **Exportaciones europeas.** Cuando una empresa de Europa exporta sus mercancías a otro país, recibe dinero de ese país a cambio y quieren convertir ese dinero en euros (demandan euros por la otra moneda).
- **Los turistas que vienen a Europa.** Necesitan cambiar sus monedas por euros (demandan euros).
- **Los inversores extranjeros en Europa.** Necesitan cambiar sus monedas por euros para invertir, (demandan euros).

La **oferta de euros** está formada por todas las personas que quieren cambiar sus euros por otras monedas. Sus motivos suelen ser:

- **Importadores europeos.** Quienes ofrecen euros son importadores de bienes y servicios. Los importadores europeos de mercancías necesitan otras monedas para comprar dichos bienes, por tanto, ofertan euros a cambio de esas otras monedas.
- **Turistas europeos en el extranjero.** Necesitan otras monedas, por tanto, ofertan euros a cambio de la moneda del país que visitan.
- **Inversores europeos en el extranjero.** Si un europeo quiere invertir en otro país, necesitará la moneda de ese país y ofrecerá euros a cambio.

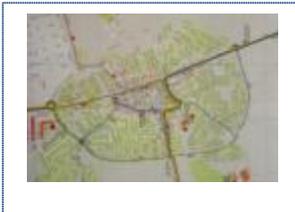
5. ESCALAS: PLANOS Y MAPAS

Los dibujos, fotografías, mapas o maquetas representan objetos, personas, edificios, superficies, distancias...

Para que la representación sea perfecta, deben guardar en todos sus elementos una misma razón de proporcionalidad que denominamos “**escala**”

La **escala** es una razón de proporcionalidad entre la medida representada y la medida real, expresadas en una misma unidad de medida

Ejemplo:



✚ En un mapa aparece señalada la siguiente escala **1 : 20 000** y se interpreta que 1 cm del mapa representa 20 000 cm en la realidad.

Ejemplo:

✚ Hemos fotografiado la catedral de Santiago de Compostela. El tamaño de la foto nos da una escala:

$$1 : 600.$$

Las dos torres de la fachada tienen en la foto una altura de 3.5 cm. La altura real de las torres será:

$$3.5 \cdot 600 = 2\,100 \text{ cm} = 21 \text{ m}.$$



CATEDRAL DE SANTIAGO DE
COMPOSTELA

Las escalas nos permiten observar que la imagen real y la del dibujo son **semejantes**.

Ideas claras

La **escala** utiliza el cm como unidad de referencia y se expresa en comparación a la unidad.
Por ejemplo: 1 : 70 000

Dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma y sus lados son proporcionales.

Actividades propuestas

32. Escribe cuatro ejemplos en los que se utilicen escalas.

33. La distancia entre Madrid y Burgos es 243 km. En el mapa, la distancia entre ambas ciudades es 8,1 cm, ¿a qué escala está dibujado el mapa?

34. Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta que la escala aplicada es 1 : 5 000

Dibujo	Medida real
18 cm	
	3 km
0.008 m	

35. Calcula la escala correspondiente en cada ejemplo de la tabla:

Dibujo	Medida real	Escala
2.5 cm	800 m	
4 cm	6.4 hm	
5 cm	9 km	

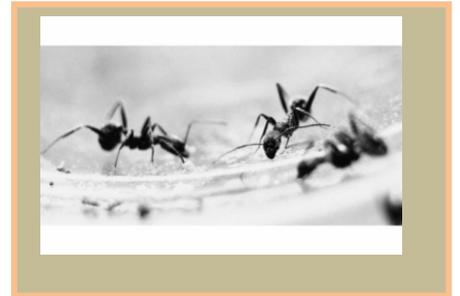
CURIOSIDADES. REVISTA

Si el planeta Tierra fuera una canica de 1 cm de diámetro, Júpiter sería una bola de 11.20 cm de diámetro, ya que sus diámetros son 12 756 km y 142 984 km

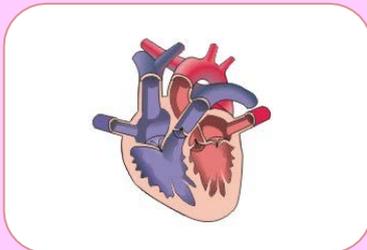


El perezoso de tres dedos se mueve a una velocidad de 2.2 metros por hora.
El caracol tarda una hora en caminar medio metro.

PROPORCIONALMENTE UNA HORMIGA COMÚN ES MÁS FUERTE QUE UN ELEFANTE, porque es capaz de levantar, gracias a sus músculos, 50 veces su propio peso y 30 veces el volumen de su cuerpo. Algunos tipos más de 80 veces. Es el animal con el cerebro más grande respecto a su tamaño



El corazón impulsa 80 ml de sangre por latido, alrededor de 5 litros de sangre por minuto. Late entre 60 y 80 veces por minuto, lo que supone más de 30 millones de veces al año y 2 000 millones de veces en toda la vida.



Si por alguna razón el sol dejara de emitir luz, en la tierra tardaríamos 8 minutos en darnos cuenta ya que estamos a 149 600 000 km de distancia



La velocidad como objetivo

En el mundo moderno, la gestión del tiempo ha primado frente a otros objetivos.

Esto se refleja en la incorporación masiva de la alta velocidad en nuestros trenes. El AVE puede alcanzar los 300 km por hora.



Un ascensor de alta velocidad es capaz de subir, sin realizar paradas, hasta la planta 80 en 48 segundos



TORTILLA RECORD

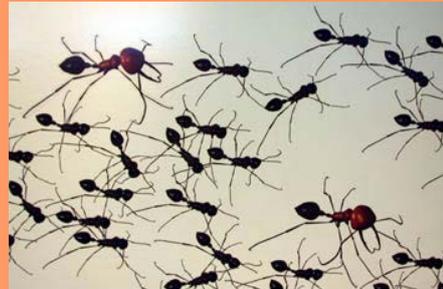


16 000 huevos, 1 600 kg de patatas, 26 kg de cebolla, 150 litros de aceite y 15 kg de sal han permitido conseguir el record de la tortilla de patatas más grande cocinada. Esta súper tortilla midió 5.20 metros de diámetro, 7 cm de grosor y una tonelada y media de peso

Este record se consiguió el 2 de agosto en Vitoria-Gasteiz.

EL PESO DE LAS HORMIGAS

Estudios recientes afirman que el 10 % de la biomasa animal está formada por hormigas. La biomasa, el peso total de todos los individuos del planeta. Se estima que hay unos 7 000 billones de hormigas, es decir un millón por cada humano.



Teniendo en cuenta que el peso medio de una hormiga es de 0.000065 kg y que el peso de las personas vivas se estima en 455 gigatoneladas, se puede concluir que las hormigas llegan a igualar el peso de los humanos a pesar de su pequeño tamaño.

Suponiendo un **peso medio unitario de 65 kilos, todos los humanos vivos juntos pesamos 455 gigatoneladas**, un peso parecido, según Wilson, al de todas las hormigas pero con un pequeño matiz: **ellas son 7 000 billones, a razón de un millón por cada uno de nosotros**. Y no pienses que son todas iguales, pues la mayor de todas, la hormiga gigante (*formicium giganteum*) podría albergar en su cabeza una colonia entera de la más pequeña (*pheidole*).

Si nos ceñimos a la biomasa, es decir, al peso total de todos los individuos, **las hormigas ganan de calle la competición por ser el animal más abundante del planeta**, igualando el peso de todos los hombres (y mujeres) juntos. Lo cual tiene mucho mérito, teniendo en cuenta que la hormiga media pesa una millonésima parte del humano medio, es decir 0,000065 kilos.

Según los cálculos de Bert Hölldobler y Edward Osborne Wilson en su maravilloso compendio "**Las hormigas**" (1990), **las hormigas y sus lejanos parientes las termitas acapararían "un tercio de toda la biomasa animal terrestre"**. Un estudio realizado en Finlandia concluyó que **el 10 % de la biomasa animal estaba formada por hormigas**, una cifra que se elevaba hasta el **15 % en el caso de la selva de Brasil**. En el Amazonas, nos cuenta Wilson, "las hormigas tienen más de cuatro veces la biomasa de todos los vertebrados terrestres juntos: aves reptiles, anfibios y mamíferos".

RESUMEN

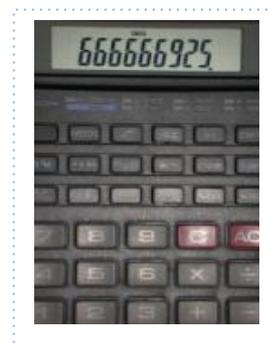
CONCEPTO	DEFINICIÓN	EJEMPLO
Razón	Comparación entre los valores de dos variables	Precio y cantidad
Proporción	Igualdad entre dos razones	A es a B como C es a D
Magnitudes directamente proporcionales	Si se multiplica o divide una de las magnitudes por un número, la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número	24 es a 10 como 240 es a 100
Razón de Proporcionalidad directa	Cociente entre los valores de dos magnitudes	$\frac{300}{50}$
Porcentajes	Razón con denominador 100	$\frac{23}{100}$
Escalas y planos	Comparación entre tamaño real y tamaño representado	1 : 20 000

PORCENTAJE CON CALCULADORA

En la calculadora puedes encontrar una función que te permite calcular el % de manera directa.

Para ello debes seguir los siguientes pasos:

1. Escribe la cantidad
2. Multiplica por el tanto
3. Pulsa SHIFT y %. El resultado que aparece en la pantalla es la solución.



Ejemplo:

650	*	16	SHIF	%	=	104
-----	---	----	------	---	---	-----

Una forma fácil de añadir o restar el importe del tanto por ciento a la cantidad final puede hacerse de la siguiente forma:

- Sigue los pasos 1, 2 y 3 anteriores
- Pulsa la tecla + si lo que quieres es un aumento porcentual
- Pulsa la tecla – para una disminución porcentual

Ejemplo:

1 370	*	12	SHIFT	%	164.4	+	1 534.4
-------	---	----	-------	---	-------	---	---------

1 370	*	12	SHIFT	%	164.4	–	1 205.6
-------	---	----	-------	---	-------	---	---------

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Expresa la razón entre las edades de Jorge, 26 años, y Andrés, 32 años.
2. Expresa la razón entre las 20 personas que acuden a comer un restaurante y los 440 € que se recaudan.
3. En un examen de 30 preguntas un estudiante ha contestado 21 bien y 9 mal. Expresa las razones entre estos resultados y el total de las preguntas.
4. Copia en tu cuaderno y relaciona las magnitudes de ambas columnas para que cada ejemplo responda a pares de magnitudes directamente proporcionales:

Número de kilos de patatas y	Litros de gasolina necesarios,
Cantidad de agua necesaria y	Personas que viven en un edificio
Dinero disponible y	Vestidos confeccionados
Kilómetros a recorrer y	Número de personas que vienen a comer
Metros de tela y	Prendas que podemos comprar

5. Con estas seis magnitudes debes elaborar tres razones:

Número de personas, horas, cantidad de leche, litros de refresco, distancia entre dos ciudades, número de vacas

6. Calcula el cuarto término de las siguientes proporciones:

$$a) \frac{36}{20} = \frac{45}{x}$$

$$b) \frac{12.6}{x} = \frac{0.2}{0.5}$$

$$c) \frac{1}{0.25} = \frac{x}{3}$$

$$d) \frac{x}{2} = \frac{35}{5}$$

7. Esta receta es para 4 personas. Elabora dos recetas similares para 6 personas y para 15 personas

ARROZ CON VERDURAS

380 g de arroz
 1 kg de tomate triturado
 800 g de calabacín
 3 dientes de ajo
 120 cl de aceite
 1 kg champiñón
 1/2 kg pimientos rojos y verdes





8. Completa la tabla de proporcionalidad directa:

Distancia	100	240		360	
Litros	6.5		52		2.6

9. Una lata de mejillones de 200 g vale 2.40 €. Otra lata de 700 g se vende a 7.20 €, ¿cuál de las dos es proporcionalmente más barata?
10. ¿Cuánto dinero nos costarán 6 ordenadores sabiendo que 56 ordenadores han costado 28 000 €?

11. Cálculo Mental

3 % de 40
25 % de 300

20 % de 800
15 % de 60

12 % de 70
150 % de 30

3 % de 120
200 % de 2

12. Completa mentalmente:

a) El% de 30 es 3

b) El% de 500 es 250

c) El% de 400 es 4

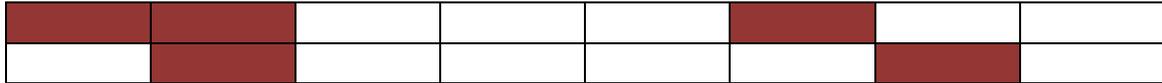
d) El 20 % de es 8

e) El 75 % de es 30

f) El 150 % de es 60

13. Calcula el 300 % del 10 % de 480.

14. ¿Qué porcentaje ocupan los cuadros oscuros?



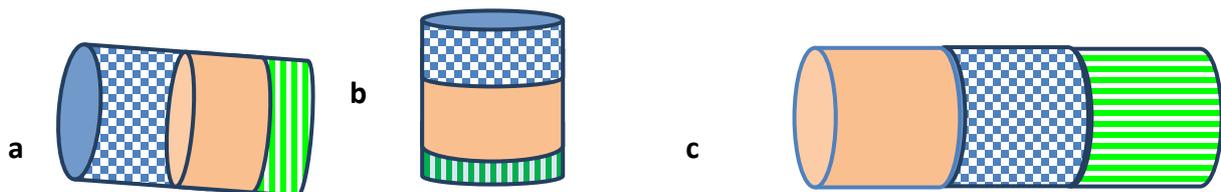
15. Copia esta tabla en tu cuaderno y colorea un porcentaje que represente el 40 %.

16. Rosana gasta el 15 % de su dinero y Marta gasta el 50 % del suyo. Sin embargo Marta ha gastado menos dinero que Rosana, ¿cómo es posible?

17. Completa la tabla:

%	Cantidad	Resultado
45	1 024	
	23	115
18		162

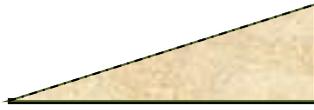
18. ¿Cuál de estos dibujos contiene mayor proporción de color naranja en relación a su tamaño? ¿Y de rayas? ¿y de cuadros?



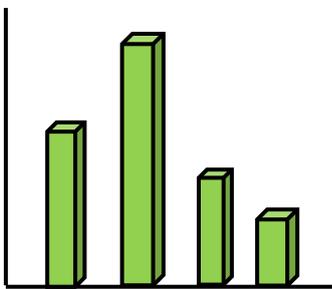
Haz una estimación en tantos por ciento para cada cilindro y cada parte.

19. En la oficina de mi madre, el 18 % de sus compañeros juegan a la BONOLOTO, el 56 % juegan al EUROMILLÓN, el 20 % juegan a la PRIMITIVA, y los 3 trabajadores restantes no juegan a nada. ¿Cuántas personas trabajan en esa oficina?

20. Un adulto respira unos 5 litros de aire por minuto. ¿Cuántos litros respira en una semana?
21. En 2 km ascendemos 40 m, respecto a la horizontal, ¿qué % hemos ascendido?



22. El guepardo es el animal terrestre más rápido, ya que es capaz de alcanzar una velocidad máxima de 130 km hora. ¿Cuántas horas tardaría un guepardo, sin parar, en viajar desde Valencia hasta Barcelona? ¿Y de Palencia hasta Cádiz?
23. Haz un informe sobre el animal que más corre, el que más vive, el que más come, el que más tiempo puede pasar sin comer o sin beber.
24. Si el dólar se cotiza a 1.12 €, ¿Cuántos dólares obtendremos al cambiar 360 €?
25. En estadística se utilizan los gráficos para expresar la evolución de los valores de una variable respecto a otra.



Si asignamos a la barra más alta el valor 100, calcula de forma aproximada la altura de las demás.

Si la barra más pequeña pesa 0.5 kg. ¿Cuánto pesarán cada una de las otras barras?

26. En un plano de carreteras la distancia entre dos ciudades es de 6 cm. Si la escala es 1 : 40 000, calcula la distancia real.
27. En el antiguo Egipto, para definir la proporción de las diferentes partes del cuerpo, se usaba la longitud de los dedos y para el canon, los puños. Una cabeza debía medir dos puños. Los griegos utilizaban, al igual que los egipcios, la proporción para valorar los distintos cánones de belleza. Un cuerpo bien proporcionado debía tener una longitud proporcional a la cabeza. Alguno de los más conocidos corresponden a famosos escultores:

	Canon de Praxíteles	Canon de Policleto	Canon egipcio
Medida del cuerpo	Ocho cabezas	Siete cabezas	16 puños

Con estos datos puedes investigar sobre qué proporción es la más frecuente entre tus amigos

28. Hay otras maneras de estudiar la proporción en la figura humana. La proporción áurea, conocida por los griegos y desarrollada de manera brillante por Leonardo de Vinci nos ha dejado imágenes como el famoso “Hombre de Vitrubio”. Busca información sobre esta figura.



AUTOEVALUACIÓN

1. El valor de x en la proporción $\frac{2.4}{x} = \frac{0.8}{3}$ es:
a) 0.9 b) 1.2 c) 9 d) 0.9
2. En una caja por cada tres bolas blancas hay cinco bolas rojas. Si hay 108 bolas blancas, las bolas rojas son:
a) 200 b) 180 c) 220 d) 210
3. Para una excursión un grupo de 28 personas contrató un autobús. Cada una debe pagar 45 €. Como quedaban plazas libres, a última hora se han apuntado 7 personas más. ¿Cuánto deben pagar finalmente cada una?
a) 36 € b) 30 € c) 38 € d) 40 €
4. Una bicicleta se vende por 225 €. Si hacen un descuento del 14 % ¿Cuánto tendremos que pagar?
a) 201.50 € b) 198.50 € c) 214 € d) 193.50 €
5. En un mapa 16 cm equivalen a 208 km. La escala es:
a) 1: 320 000 b) 1: 2 100 000 c) 1: 20 800 000 d) 1: 1 300 000
6. Los valores que completan la tabla de proporcionalidad directa son:
- | | | | | |
|---------------------|----|----|----|----|
| Personas | 8 | 11 | 46 | |
| Kg de comida | 12 | | | 72 |
- a) 24, 69,48 b) 16, 49, 68 c) 16.5, 69, 48
7. Los valores que completan la tabla de proporcionalidad inversa son:
- | | | | | | |
|---------------------------|----|---|----|---|----|
| Nº de trabajadores | 12 | 7 | | | 21 |
| Horas diarias | 35 | | 10 | 7 | |
- a) 60, 60, 42, 20 b) 60, 42, 42, 20 c) 60, 21, 42, 20
8. Los valores que completan las operaciones siguientes son:
El 25 % de 0.28 es El de 630 es 63 El 150 % de es 120
a) 0.07, 10, 80 b) 0.7, 10, 90 c) 0.7, 3, 80
9. Al efectuar un incremento porcentual del 18 % sobre estas tres cantidades, 350, 99 y 6 obtenemos:
a) 413; 116.82; 7.08 b) 630; 116.82; 7.08 c) 403; 112; 7.08
10. Cuatro personas gastan 200 litros de agua diariamente. ¿Cuál es la razón entre las personas y los litros consumidos diariamente?
a) $4/200 = 1/50$; b) $200/4 = 50$ c) $200 \cdot 4 = 800$; d) $1/(200 \cdot 4)$