1º ESO

CAPÍTULO 9: LONGITUDES Y ÁREAS

www.apuntesmareaverde.org.es

Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo

Revisor: Luis Carlos Vidal

Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Índice

Resumen

En este tema aprenderemos a hallar el perímetro y el área de las principales figuras: triángulos, cuadrados, rectángulos, trapecio, circunferencia, círculo, …

Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

1. PERÍMETROS Y ÁREAS DE POLÍGONOS

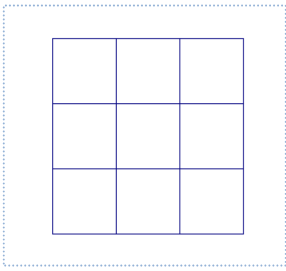
1.1. Concepto de perímetro y de área de una figura plana

El **perímetro** de una figura plana es la suma de las longitudes de sus lados.

El **área** de una figura plana es lo que mide la región limitada por los lados de la figura.

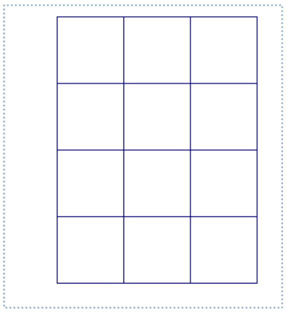
Las unidades para el perímetro son centímetros (*cm*), decímetros (*dm*), metros (*m*)…

Las unidades para el área son cm^2, dm^2, m^2, …



Ejemplo:

Si tenemos un cuadrado de lado 3 *cm*, su perímetro es 3 + 3 + 3 + 3 = 12 *cm* y su área es 9 cm^2 porque podemos meter en él 9 cuadraditos de lado 1 *cm*:



Ejemplo:

Si tenemos un rectángulo de base 3 *cm* y altura 4 *cm*, su perímetro es 3 + 4 + 3 + 4 = 14 *cm* y su área es 12 cm^2 porque podemos meter en él 12 cuadraditos de lado 1 *cm*:

Actividades resueltas

- Halla los siguientes perímetros y áreas:

El perímetro de un cuadrado de lado 4 *dm*: 4 + 4 + 4 + 4 = 16 *dm*

El área de un cuadrado de lado 4 *km*: $4 \cdot 4 = 16\ km^2$

El perímetro de un rectángulo de base 4 *m* y altura 5 *dm* en *m*: 4 + 0.5 + 4 + 0.5 = 9 *m*

El área de un rectángulo de base 4 *m* y altura 5 *dm* en m^2: $4 \cdot 0.5 = 2\ m^2$

Actividades propuestas

1. Indica la respuesta correcta: El perímetro y el área de un cuadrado de lado 5 *cm* son:

a) 10 *cm* y 25 cm^2 b) 20 *cm* y 25 cm^2

c) 20 *cm* y 5 cm^2 d) 20 *cm* y 20 cm^2

2. Indica la respuesta correcta: El perímetro y el área de un rectángulo de base 7 *dm* y altura 3 *cm* son:

a) 146 *cm* y 210 cm^2 b) 20 *cm* y 49 cm^2

c) 20 *cm* y 21 cm^2 d) 21 *cm* y 21 cm^2

video https://youtu.be/6qViobuDhio

Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

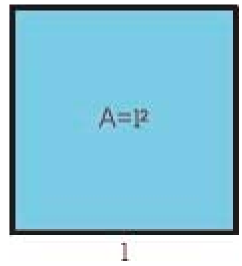
1.2. Área del cuadrado y del rectángulo

El **área de un cuadrado** es el cuadrado de uno de sus lados:

***Área** $_{cuadrado}$ **= lado**^{2}*

El **área de un rectángulo** es el producto de su base por su altura:

Área** $_{rectángulo}$ **= base · altura



Ejemplo:

- Si tenemos un cuadrado de 13 *dm* de lado, el área de dicho cuadrado es 169 *dm*^{2} ya que:

$$Área_{\ cuadrado} = lado^2 = 13^2 = 169 \text{ dm}^2.$$

Actividades resueltas

- Calcula el área de la baldosa de la figura de 7 *cm* de lado

Baldosa cuadrada

Solución: La baldosa de la figura es cuadrada. Por lo tanto:

$$Área_{\ cuadrado} = lado^2 = 7^2 = 49 \ cm^2.$$

- Calcula el área de un rectángulo de 9 cm de base y 4 cm de altura

Solución: Por tratarse de un rectángulo:

$$Área_{\ rectángulo} = base \cdot altura = 9 \cdot 4 = 36 \text{ cm}^2.$$

Actividades propuestas

3. Las baldosas de la figura miden 12 *cm* de largo y 6 *cm* de ancho. ¿Qué área ocupa cada una de las baldosas?

Baldosas rectangulares

4. Mide la base y la altura de tu mesa. ¿De qué figura se trata? ¿Cuánto mide su área?

5. Estas molduras miden 175 cm de ancho y 284 cm de alto. ¿Cuál es el área encerrada?

video

https://youtu.be/bM8dM84jecY

Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

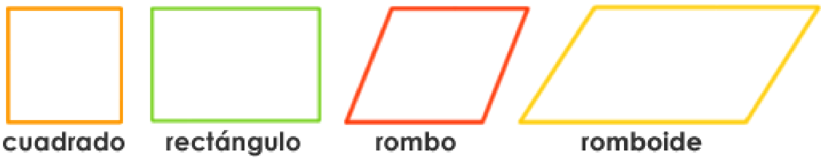
1.3. Área de paralelogramo y del triángulo

Recuerda que:

Un **paralelogramo** es un cuadrilátero (cuatro lados) cuyos lados opuestos son paralelos.

Los cuadrados, los rectángulos y los rombos son paralelogramos.

Los que no son de ninguno de esos tipos se llaman **romboides.**

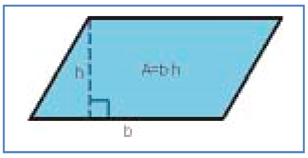


Los paralelogramos tienen las siguientes propiedades:

- Los lados opuestos son iguales
- Sus diagonales se cortan en sus puntos medios
- Tienen un centro de simetría
- Los romboides no tienen eje de simetría

El área de un **paralelogramo** es el producto de su base por su altura, igual que el área de un rectángulo:

Área $_{\textit{Paralelogramo}}$ ***= base · altura***

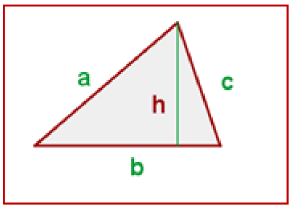


Mira el paralelogramo de la figura. Puedes convertirlo en un rectángulo cortando un triángulo y colocándolo al otro lado.

Si cortas a un paralelogramo por una de sus diagonales obtienes dos triángulos iguales, con la misma base y la misma altura que el paralelogramo. Por tanto su área es la mitad que la del paralelogramo.

El **área de un triángulo** es la mitad del área de un paralelogramo:

$$Área_{triángulo} = \frac{base \cdot altura}{2}$$



Ejemplo:

- El área de un triángulo de base b = 5 cm y altura h = 8 cm es 20 cm^2 ya que:

$$Área_{triángulo} = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{5 \cdot 8}{2} = 20\ cm^2.$$

Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Actividades resueltas

- La vela de un barco tiene forma triangular. La base de la vela mide 3 metros y su altura son 6 metros, ¿qué superficie ocupa dicha vela?

Solución: Como la vela tiene forma triangular:

$$\text{Área}_{\text{triángulo}} = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9\ m^2.$$

- Halla los siguientes perímetros y áreas:

a) Un cuadrado de 4 metros de lado:

Perímetro: La suma de sus cuatro lados: 4 + 4 + 4 + 4 = 16 *m*.

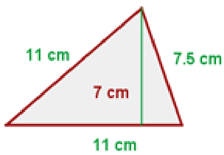
Área: lado · lado = 4 · 4 = 16 m^2.

b) Un rectángulo de 5 metros de ancho y 3 *m* de largo:

Perímetro: Suma de sus lados: 5 + 5 + 3 + 3 = 16 *m*.

Área: Largo por ancho = 5 · 3 = 15 m^2.

c)



Área: $$A = \frac{11 \cdot 7}{2} = 38.5\ cm^2$$

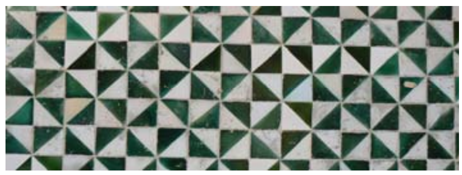
Perímetro: $$P = 11 + 11 + 7.5 = 29.5\ cm$$

Recuerda que:

Un **triángulo** es **rectángulo**, si tiene un ángulo recto.

Actividades propuestas

6. Cada uno de los triángulos de la figura tienen una base de 10 *mm* y una altura de 6 *mm*. ¿Cuánto vale el área de cada triángulo? Si en total hay 180 triángulos, ¿qué área ocupan en total?



https://youtu.be/CMhynxgWZws

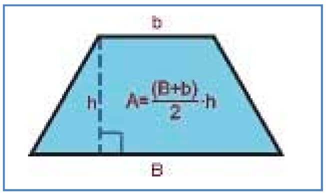
Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

1.4. Área del trapecio, rombo y romboide

Recuerda que:

- Un **trapecio** es un cuadrilátero con dos lados paralelos y dos lados no.
- Un trapecio con dos ángulos rectos se llama **rectángulo.**
- Un trapecio con los dos lados no paralelos iguales se llama **isósceles.**
- Un trapecio con los tres lados desiguales se llama **escaleno.**

Imagina un trapecio. Gíralo 180º. Une el primer trapecio con el trapecio que acabas de girar por un lado. ¿Qué obtienes? ¿Es un paralelogramo? Tiene de base, la suma de las bases menor y mayor del trapecio, y de altura, la misma que el trapecio, luego su área es la suma de las bases por la altura. Por tanto el área del trapecio, que es la mitad es la semisuma de las bases por la altura.

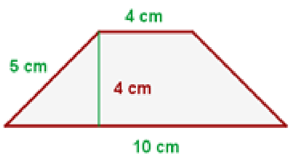


El **área de un trapecio** es igual a la mitad de la suma de sus bases multiplicada por su altura:

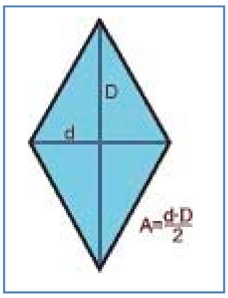
$$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$$

Ejemplo:

- Tenemos el siguiente trapecio cuyas medidas son: B = 10 *cm*, b = 4 *cm*, h = 4 *cm*, su área es:



$$A = \frac{(10+4)\cdot 4}{2} = 28\ cm^2$$



Piensa en un rombo. Está formado por dos triángulos iguales.

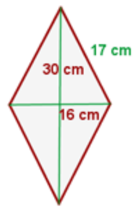
El **área de un rombo** es el producto de sus diagonales divididas entre 2:

$$A = \frac{D\cdot d}{2}$$

Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Ejemplo:

- Si tenemos un rombo cuyas diagonales miden D = 30 *cm* y d = 16 *cm* respectivamente y un lado mide 17 *cm*, el área será



$$A = \frac{30 \cdot 16}{2} = 240\ cm^2$$

Y el perímetro $P = 17 \cdot 4 = 68\ cm$ al ser todos los lados iguales.

Otra manera de hallar el área de un rombo sería considerar que el rombo con sus dos diagonales forma cuatro triángulos rectángulos iguales de lados: 15 *cm*, (la mitad de la diagonal D), 8 *cm* (la mitad de la diagonal d), pues ambas diagonales se cruzan en el centro del rombo, y de hipotenusa 17 *cm*, el lado del rombo.

El área es: Área de un triángulo multiplicado por 4 triángulos.

Comprobamos que el valor coincide con el anterior:

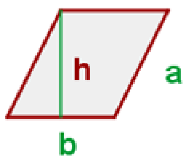
$$(8 \cdot 15 : 2) \cdot 4 = 60 \cdot 4 = 240\ cm^2.$$

Ya sabes que el romboide es un caso particular de paralelogramo.

El **área de un romboide** es el producto de su base y su altura:

$$Área_{\text{romboide}} = base \cdot altura = b \cdot h$$

Ejemplo:



- Si tenemos un romboide de 5 *cm* de base y 4 *cm* de altura su área es 5 · 4 = 20 cm^2.

Si el lado vale 4, el perímetro es 5 + 5 + 4 + 4 = 18 *cm*.

Actividades resueltas

- Calcula el área de las siguientes figuras planas:

  a) Un trapecio de bases 10 y 4 cm y de altura 3 cm

  b) Un rombo de diagonales 16 y 12 cm

Solución:

$$Área_{\text{trapecio}} = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{(10+4)\cdot 3}{2} = 21\ cm^2.$$

$$Área_{\text{rombo}} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{16 \cdot 12}{2} = 96\ cm^2.$$

Actividades propuestas

7. En una cometa con forma de rombo, sus diagonales miden 84 y 35 *cm*. ¿Cuánto mide el área de la cometa?

https://youtu.be/bylpvamFWrY

video

8. Un trapecista está realizando acrobacias sobre un trapecio de bases 1.2 y 0.8 *m* y altura 0.5 *m*. ¿Cuánto mide el área del trapecio que usa el trapecista?

https://youtu.be/Fk0lxb6USXE

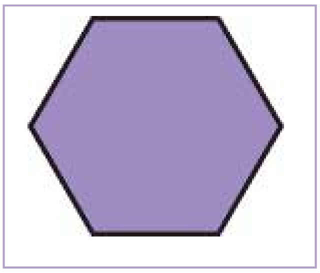
video

9. Calcula el área de un romboide de 15 *cm* de base y 12 *cm* de altura. Si doblamos las medidas de la base y la altura, ¿cuál es el área del nuevo romboide?

1.5. Área de polígonos regulares

Un polígono regular podemos dividirlo en tantos triángulos iguales como lados tiene el polígono. Cada triángulo tiene de área: (base · altura)/2. La base del triángulo es el lado del polígono, y su altura, el apotema del polígono.

Ejemplo



- El hexágono regular de lado 4 *cm* y apotema 3.5 *cm* lo descomponemos en 6 triángulos de base 4 *cm* y altura 3.5 *cm*, por lo que su área es:

$$Área_{\text{triángulo}} = \frac{4 \cdot 3.5}{2} = 7\ cm^2.$$

El área del hexágono es por tanto:

$$Área_{\text{hexágono}} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 3.5}{2} = \left(\frac{6 \cdot 4}{2}\right) \cdot 3.5 = 42\ cm^2.$$

Al ser $\left(\frac{6 \cdot 4}{2}\right)$ el semiperímetro del hexágono, es decir, la mitad de su perímetro, se puede decir que:

El **área de un polígono regular** es igual al semiperímetro por la apotema.

$$Área = semiperimetro \cdot apotema$$

Actividades resueltas

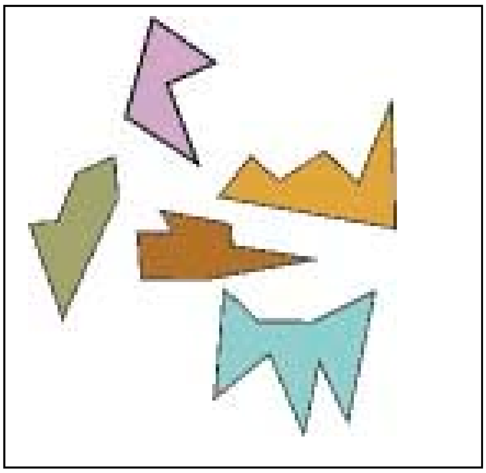
- Calcula las áreas de un triángulo y un hexágono regular de lado 6 *cm*.

Solución: El semiperímetro del triángulo es 9 *cm* y el del hexágono es 18 *cm*. Las apotemas las puedes calcular utilizando el teorema de Pitágoras y valen, para el triángulo y para el hexágono aproximadamente 5.2 *cm*, luego las áreas valen:

$$A_{\text{triángulo}} = 9 \cdot 5.2 = 46.8\ cm^2.$$

$$A_{\text{hexágono}} = 18 \cdot 5.2 = 93.6\ cm^2.$$

1.6. Área de polígonos irregulares



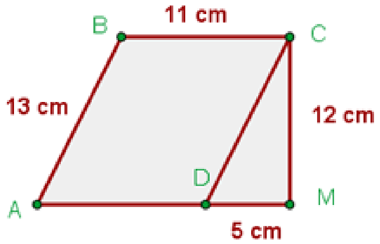
Los polígonos irregulares son aquellos que no tienen una forma conocida determinada.

Para calcular el área de un polígono irregular, dividimos la figura en triángulos y cuadriláteros conocidos para poder aplicar las fórmulas aprendidas anteriormente.

$A = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$

Ejemplo:

- Hallar el perímetro y el área de la figura:



$AD = BC; AB = DC \longrightarrow$ Romboide

$P = 13 + 11 + 12 + 5 + 11 = 52\ cm$

$A = A_R + A_T$

A_R = área del romboide A_T = área del triángulo

$A = 11 \cdot 12 + (12 \cdot 5) : 2 = 162\ cm^2$

Ejemplo:

- El área de esta figura irregular es 84 cm^2. ¿Qué hemos hecho para calcularla?

Dividimos la figura en dos triángulos y un rectángulo y calculamos el área de cada una de las figuras. Previamente utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura de los triángulos y obtenemos que mide 6 cm.

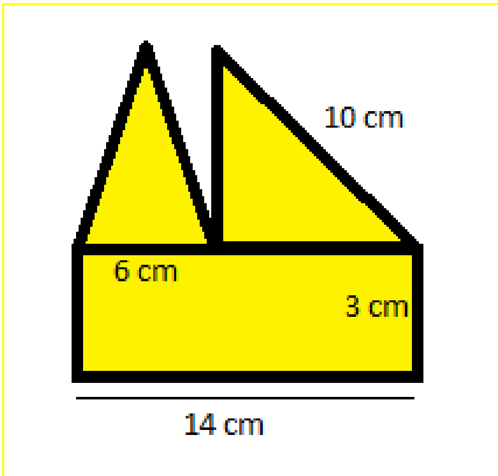
$$Área_{triángulo\ 1} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18\ cm^2.$$

$$Área_{triángulo\ 2} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24\ cm^2.$$

$$Área_{rectángulo} = b \cdot h = 14 \cdot 3 = 42\ cm^2.$$

Para calcular el área total, sumamos las tres áreas obtenidas:

$$A_{total} = 18 + 24 + 42 = 84\ cm^2.$$

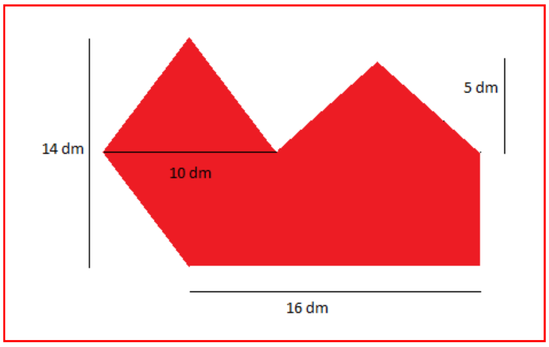


Actividades resueltas

Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

- Para calcular el área de la figura de la derecha, la dividimos primero en cuadriláteros conocidos.

Tenemos un rombo, un trapecio y un triángulo:



Calculamos el área del rombo, el trapecio y el triángulo:

$$\acute{A}rea_{\ rombo} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{14 \cdot 10}{2} = 70\ dm^2.$$

El trapecio tiene de base mayor 16 dm, de base menor 16 – 5 = 11 dm, y de altura 7 dm, luego:

$$\acute{A}rea_{\ trapecio} = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{(16+11)\cdot 7}{2} = \frac{189}{2}\ dm^2.$$

La base del triángulo mide 11 *dm* y su altura 5 *dm*, luego su área mide:

$$\acute{A}rea_{\ tri\acute{a}ngulo} = \frac{B \cdot h}{2} = \frac{11 \cdot 5}{2} = \frac{55}{2}\ dm^2.$$

Sumando todas las áreas obtenidas:

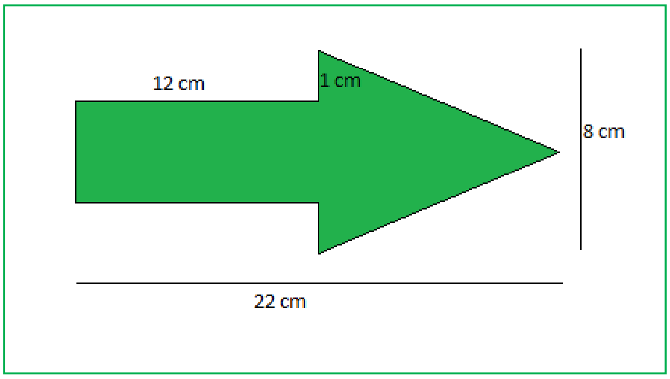
$$\acute{A}rea_{\ TOTAL} = 70 + \frac{189}{2} + \frac{55}{2} = 192\ dm^2.$$

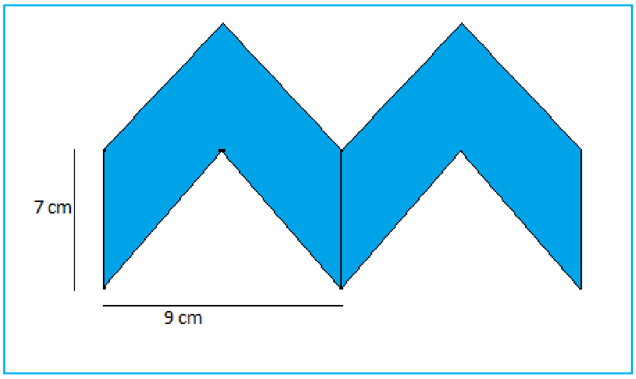
Área de polígonos regulares y del círculo | Demostrando Pi. Para celebrar el día de Pi, vamos a continuar demostrando las fórmulas de las áreas de los polígonos regulares y del círculo. Aprovechando que nos va a hacer falta, también vamos a definir el número Pi. Todas las demostraciones las haremos utilizando métodos geométricos muy visuales para que sean más fáciles de entender y recordar. Pondremos además algunos enlaces a aplicaciones de Geogebra para aquellos que quieran ir un poco más allá y experimentar un poco.

https://www.youtube.com/watch?v=0paJ1ciCsoQ

Actividades propuestas

10. Estima el área de los siguientes polígonos irregulares:



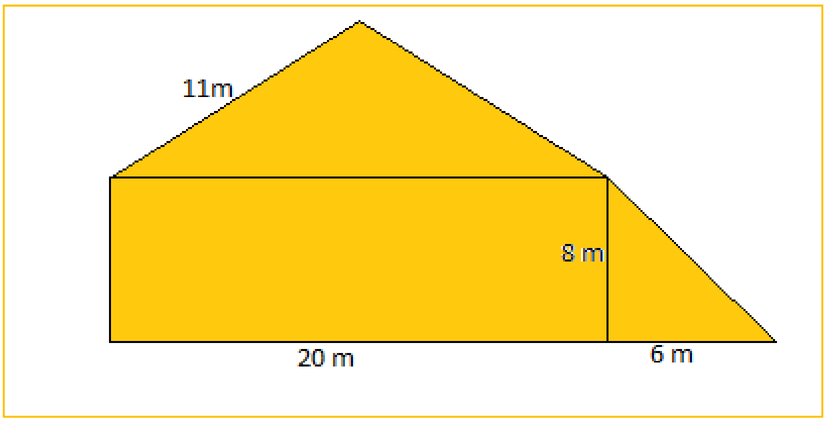


1.7. Perímetros de polígonos

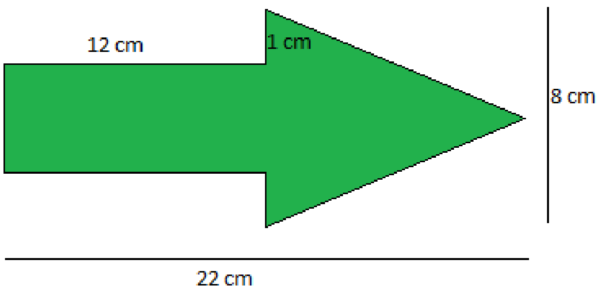
El **perímetro** de un polígono es la suma de las longitudes de todos sus lados.

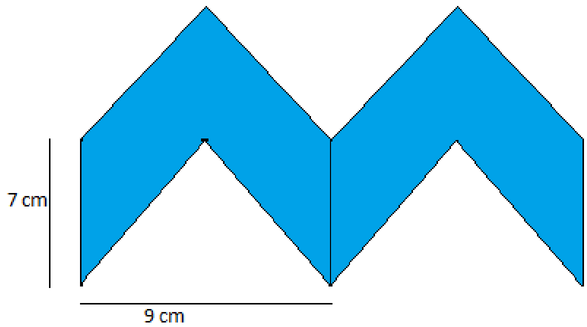
Actividades propuestas

11. Estima el perímetro del polígono de la figura:

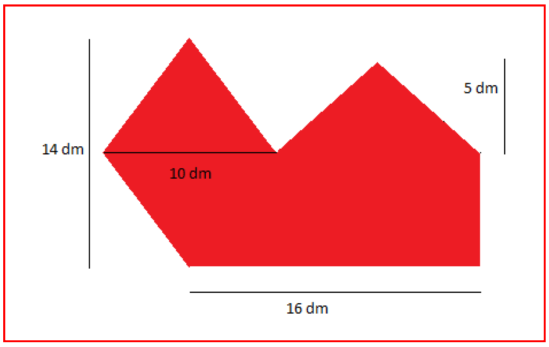


12. Estima el perímetro de los polígonos de la actividad 10:





13. Estima el perímetro del polígono de la figura:



Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

2. PERÍMETROS Y ÁREAS DE FIGURAS CIRCULARES

2.1. Longitud de una circunferencia

El **número π** (pi) se define como el cociente entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.

π = Longitud de la circunferencia / Diámetro

Es un número irracional, con infinitas cifras decimales no periódicas. Una aproximación de **π** es 3.14, otra 3.1416, y otra 3.141592.

Desde la antigüedad más lejana hasta hoy en día los matemáticos siguen investigando sobre él.

Si una circunferencia tiene un radio *r*, entonces su diámetro mide 2*r*, y su longitud, por la definición de π, mide 2·π·*r*.

Longitud de la circunferencia = 2·π·*r*.

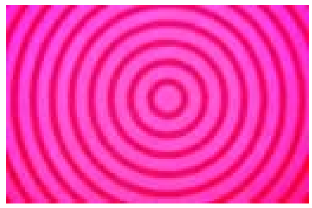
Actividades resueltas

- La circunferencia de radio 3 *cm* tiene una longitud $L = 2\cdot\pi\cdot r = 2\cdot\pi\cdot 3 = 6\cdot\pi \approx 18.84$.

CÓMO HALLAR LA LONGITUD DE UNA CIRCUNFERENCIA (dado el radio o el diámetro). Para hallar la longitud de la circunferencia, conociendo el radio o el diámetro, hay que saber dos cosas: a) la fórmula de la longitud de la circunferencia que es dos pi por erre, es decir, l=2πr b) la fórmula que relaciona el radio con el diámetro: r=d/2 o también d=2r. Matemáticas con Juan.

https://www.youtube.com/watch?v=eLxb6RoBg34

Actividades propuestas



14. Las circunferencias de tamaño real de la ilustración del margen tienen como radio, la menor 2 *cm*, la un poco más oscura siguiente 2.5 *cm*, la clara siguiente 3.5 *cm*, y así, aumenta unas veces medio centímetro y otras, un centímetro. Calcula las longitudes de las 10 primeras circunferencias.

15. Busca 3 objetos redondos, por ejemplo un vaso, una taza, un plato, una botella… y utiliza una cinta métrica para medir su longitud. Mide también su diámetro. Calcula su cociente. Anota las aproximaciones de π que hayas obtenido.

16. La Tierra es aproximadamente una esfera de radio 6 379 *km*. ¿Cuánto mide el Ecuador?

Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

2.2. Longitud de un arco de circunferencia

Para calcular la longitud de un arco de circunferencia que abarca un ángulo de α grados, debemos tener en cuenta que la circunferencia completa abarca un ángulo de 360°. Por tanto:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha / 360.$$

Actividades resueltas

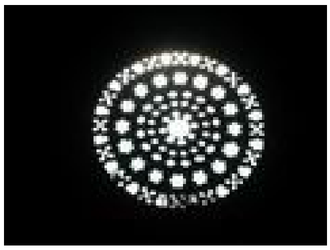
- Las ruedas de un carro miden 60 *cm* de diámetro, y tienen 16 radios. La longitud del arco entre cada radio es $L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha / 360 = 60 \cdot \pi / 16 \approx 11.78$ *cm*.

Actividades propuestas

17. Antiguamente se definía un metro como: *"la diez millonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre que pasa por París"*. Según esta definición, ¿cuánto mide (en metros) el diámetro terrestre?

18. Hemos medido la distancia entre los pilares del arco de la figura que es de 8.4 *m*. ¿Cuál es la longitud del arco?

19. Un faro gira describiendo un arco de 170°. A una distancia de 5 *km*, ¿cuál es la longitud del arco de circunferencia en el que se ve la luz?



20. El radio de la circunferencia exterior del rosetón de la figura es de 3 *m*, y la de la siguiente figura es de 2.5 *m*.

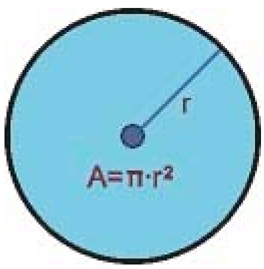
a) Calcula la longitud del arco que hay en la greca exterior entre dos figuras consecutivas.

b) Calcula la longitud de arco que hay en la siguiente greca entre dos figuras consecutivas

2.3. Área del círculo

El **área del círculo** es igual al producto del número π por el cuadrado del radio.

$$A = \pi \cdot r^2.$$



Se puede imaginar el área del círculo como a la que se acercan polígonos regulares inscritos en una misma circunferencia de radio *r*, con cada vez más lados. Entonces:

i) La apotema del polígono se aproxima al radio.

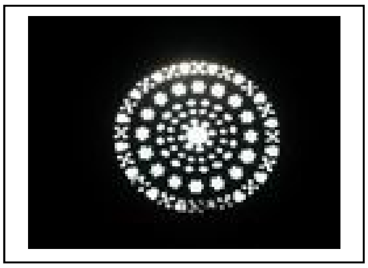
ii) El perímetro del polígono se aproxima a la longitud de la circunferencia.

Por lo tanto, el área de ese polígono, que es igual al semiperímetro por la apotema, es igual a:

$$(2 \cdot \pi \cdot r/2) \cdot r = \pi \cdot r^2.$$

Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Actividades resueltas



- El área de un círculo de radio 7 *cm* es $A = 49\pi \approx 153.86\ cm^2$. Y el de un círculo de 1 *cm* de radio es $A = \pi \approx 3.14\ cm^2$.
- El área de un círculo de diámetro 4 m es $A = 2^2\pi = 4\pi \approx 12.56\ m^2$. Y el de un círculo de 2 *m* de diámetro es $A = 1^2\pi = \pi \approx 3.14\ m^2$.

Actividades propuestas

21. Calcula el área encerrada por la circunferencia exterior del rosetón de 3 *m* de radio.

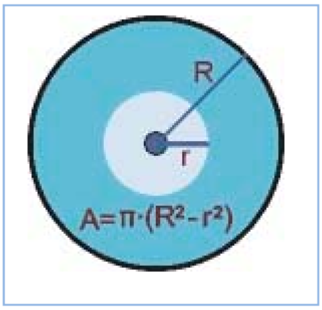
22. Calcula el área encerrada por la circunferencia que rodea a la figura interior sabiendo que su radio es de 1.3 *m*.

23. Dibuja un esquema en tu cuaderno de dicho rosetón y calcula áreas y longitudes.

2.4. Área de la corona circular

El **área de una corona circular** es igual al área del círculo mayor menos el área del círculo menor.

$$A = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$



Actividades resueltas

- El área de la corona circular formada por las circunferencias concéntricas de radios 97.5 *cm* y 53.2 *cm* es igual a: $A = \pi\cdot(R^2 - r^2) = \pi\cdot(97.5^2 - 53.2^2) = \pi\cdot(9\,506.25 - 2\,830.24) = \pi\cdot 6\,676.01 \approx 20\,962.6714\ cm^2$.

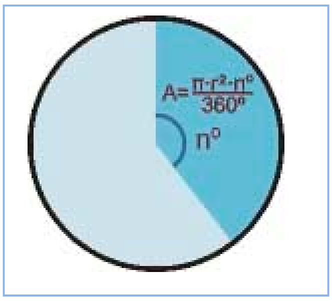
Actividades propuestas

24. Calcula el área de la corona circular de radios 7 y 3 *cm*.

2.5. Área del sector circular

El **área de un sector circular** que abarca un ángulo de *n* grados es igual a:

$$A = \pi \cdot r^2 \cdot n/360.$$



Para hallar el **área del segmento circular** restamos al área del sector circular el área del triángulo construido sobre los radios.

Actividades resueltas

- Para hallar el área del *sector* circular de radio 7 m que abarca un ángulo de 90°, calculamos el área del círculo completo: $\pi \cdot 7^2 = 49\pi$, y hallamos la proporción:

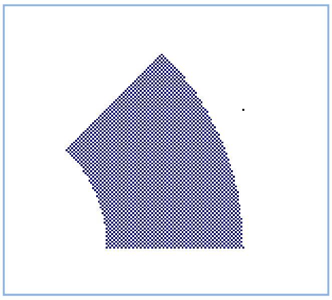
$$A_S = 49\pi \cdot 90/360 = 12.25\,\pi \approx 38.465\ m^2.$$

Para hallar el área del *segmento* circular, restamos al área anterior el área del triángulo rectángulo de base 7 *m* y altura 7 *m*, $A_T = 7 \cdot 7/2 = 24.5\ m^2$. Luego el área del segmento es:

$$A = A_S - A_T = 38.465 - 24.5 = 13.965\ m^2.$$

2.6. Otras áreas

Para hallar el **área de un sector de corona circular** restamos al área del sector circular de mayor radio el área del sector circular de menor radio.



El **área de un sector de corona circular** formada por las circunferencias concéntricas de radios *r* y *R* que abarca un ángulo de *n* grados es igual a:

$$\boldsymbol{A = \pi \cdot R^2 \cdot (n/360) - \pi \cdot r^2 \cdot (n/360) = \pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot n/360.}$$

Actividades resueltas

- Para hallar el área del *sector* de corona circular de radios 7 m y 8 m que abarca un ángulo de 90°, calculamos el área de la corona circular completa: $\pi \cdot (8^2 - 7^2) = 15\pi$, y hallamos la proporción:

$$A_C = 15\,\pi \cdot 90/360 = 3.75\,\pi \approx 11.78\ m^2.$$

También se puede hallar con la fórmula anterior:

$$A_C = \pi \cdot (8^2 - 7^2) \cdot 90/360 \approx 11.78\ m^2.$$

Actividades propuestas

25. Calcula el área del sector de corona circular de radios 10 *cm* y 12 *cm* y que forma un ángulo de 60 º.

CURIOSIDADES. REVISTA

Medida del radio de la Tierra.

Eratóstenes de Cirene estimó, de forma muy precisa para su época, el radio de la Tierra. Para ello debió medir con cuidado longitudes (entre la ciudad de *Syena* cerca de *Assuan* y *Alejandría*), ángulos (del Sol en el solsticio de verano). Como ese ángulo era 1/50 de la circunferencia determinó que el radio de la Tierra era 50 veces la distancia calculada.

El número π (PI)

Es un número sorprendente con infinitas cifras decimales no periódicas.

Su rastro más antiguo se encuentra en el Papiro de Ahmes donde se le da un valor de 3.16.

Arquímedes lo valoró como 22/7 que es 3.1429.

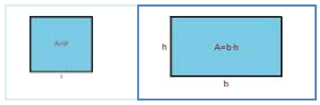
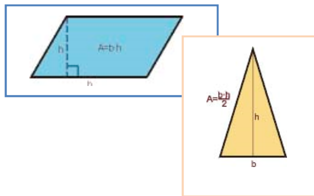
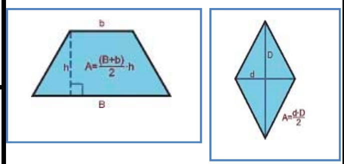
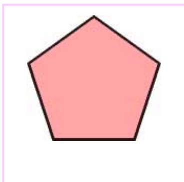
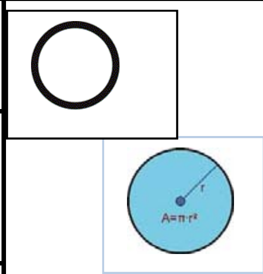
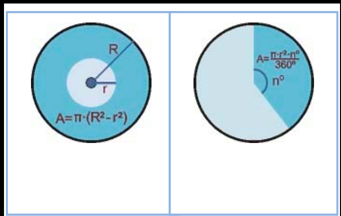
Actualmente, con ayuda del ordenador, se calculan más y más de sus cifras decimales. En 2009 se hallaron más de dos billones y medio de decimales

Algunas cifras de π:

3.1415926535897932384626433832795028849862803482534211706798214808651328230
684102701938521105559644622948954930381712019091456485669234603486104543266
488152092096282925409171536436789259036057270365759591953092186117381932611
793279381830119491298336733624406566430861717629317675238467481846766940513
200078721468440901224953430146549585371050181598136297747713099605187072113
499995534690830264252230825334468503526193177669147303598253490428755468731
159562130019278766111959092164201989380952573530185296899577362259941389124
972177561727855889075098381754637464939319255076601047101819429555961989467
678374496949129331367702898915210475216205696673263914199272604269922796782
354781636498385054945885869269956909272107975098183479775356636980742654252
786255181892173217214772350141441973568548161361345477624168625189835694855
620992192222723279178608578438382796797668145410084128488626945604241965285
022210661186719172874677646575739624138908658326455259570982582262052248940
772671947826852451749399651431429809190659250937221617539284681382686838689
427741559918554865383673622262609912460805124388439089441694868555848406353
422072225828488385225499546667278239864565961163548867945109659609402522887
971089314566913617824938589009714909675985261365549781775551323796414515237
462343645428584443596953623144295248493718711014576540378489683321445713868
751943506430218453614196634287544406437451237181921799983196156794520809514
655022523160388193046722182562599661501421503068038447734324340881907104863
317346496514539057965910289706414011097120628043903975951573125147120532928
191826186125867321579722910981690915280173506712748583222870675103346711031
412671113699086585163909998985998238734552833163550...

Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

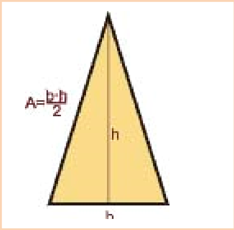
RESUMEN

NOCIÓN	*DESCRIPCIÓN*		*Ejemplos*
Área del cuadrado	A = lado^2 = l^2		Si $l = 4$ *cm* $\Rightarrow A = 16$ *cm*^{2}
Área del rectángulo	A = base por altura = $a \cdot b$		Si $a = 3$ *cm*, $b = 5$ *cm* $\Rightarrow$ $A = 15$ *cm*^{2}.
Área del paralelogramo	A = base por altura = $a \cdot b$		$a = 7$ *m*, $b = 9$ *m* $\Rightarrow A = 63$ *m*^{2}
Área del triángulo	A = (base por altura)/2 = $a \cdot b/2$		$a = 5$ m, $b = 6$ m $\Rightarrow A = 15$ m^2
Área del trapecio	Área igual a la semisuma de las bases por la altura		$B = 7$; $b = 3$; $h = 5 \Rightarrow A = 25$
Área del rombo	Área igual al producto de las diagonales partido por 2		$d = 4$, $D = 9 \Rightarrow A = 36/2 = 18$
Perímetro de un polígono	Perímetro es igual a la suma de los lados		Lado = 6 *cm*, apotema = 5 *cm*, número de lados = 5 $\Rightarrow$ Perímetro = 6 · 5 = 30 *cm*; Área = 15 · 5 = 75 *cm*^{2}.
Área de un polígono regular	Área es igual al semiperímetro por la apotema		
Longitud de la circunferencia	Si el radio es r, la longitud es igual a $2 \cdot \pi \cdot r$.		Radio = 3 *cm* $\Rightarrow$ Longitud = $6\pi \approx 18.84$ *cm*. Área = $9\pi \approx 28.26$ *cm*^{2}. Si $\alpha = 30°$ y r = 3 *cm* $\Rightarrow$ Longitud del arco = $2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 30/360 = 0.5\pi \approx 1.57$ *cm*
Longitud de un arco de circunferencia	Si abarca un arco α º, longitud es igual a $2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha/360$		
Área del círculo	Si el radio es r, el área es igual a $\pi \cdot r^2$.		
Área de la corona circular	Es la diferencia entre el área del círculo mayor menos la del círculo menor.		$R = 7$, $r = 3 \Rightarrow A = \pi(7^2 - 3^2) = \pi(49 - 9) = 40\pi \approx 125.6$ u^2
Área del sector circular	Si abarca un arco nº, el área es igual a $\pi \cdot r^2 \cdot n/360$.		$R = 4$ *cm*, $n = 60º$ $\Rightarrow$ $A = \pi \cdot 16 \cdot 60/360 \approx 8.373$ *cm*^{2}

Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

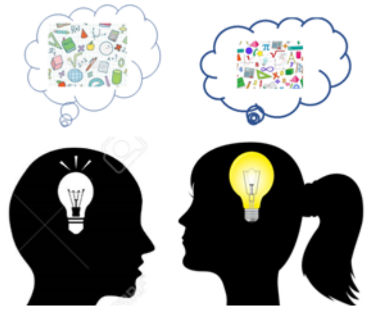
Longitudes y áreas de polígonos



1. Una señal de tráfico tiene forma triangular. Su base mide 23 cm y su altura 36 cm. ¿Cuál es el área de la señal de tráfico?

2. La pizarra de una clase tiene 150 cm de altura y 210 cm de base. ¿Cuál es la superficie de la pizarra?

3. El tejado de una casa tiene forma de trapecio. La base pegada al techo de la vivienda mide 53 m y la otra base mide 27 m. Sabiendo que la altura del tejado son 8 m, ¿Cuánto mide su área?

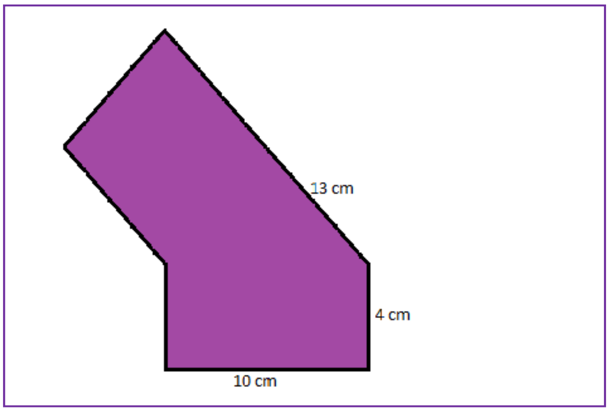


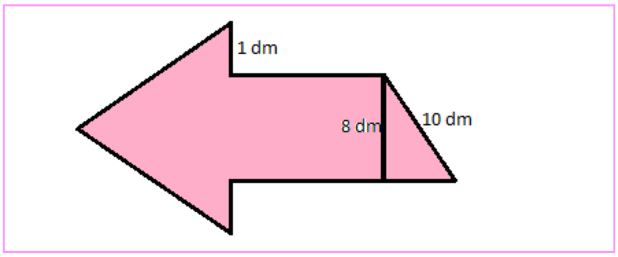
ESCOGE UNA BUENA NOTACIÓN

4. Se quiere diseñar un posavasos. Puede ser cuadrado de 12 cm de lado o circular de 7 cm de radio. Calcula ambas superficies. A los posavasos se les quiere poner un reborde. ¿Qué longitud de reborde se necesita en cada caso? ¿Cuál es menor? Sólo tenemos 50 cm de reborde, ¿qué cuadrado podemos diseñar y qué posavasos circular? Calcula el área de cada uno.

5. ¿Cuál es el área de un rectángulo cuya diagonal mide 13 *cm* y su altura 5 *cm*?

6. Estima el área de los siguientes polígonos irregulares:





Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

Longitudes y áreas de figuras circulares

7. Calcula la longitud de una circunferencia de radio 7 cm.

8. Una circunferencia de 98.27 cm de longitud, ¿qué radio tiene? ¿y qué diámetro?

9. ¿Cuál es la longitud de un arco de circunferencia de 270° si el radio mide 17 cm?

10. Calcula la longitud de una circunferencia inscrita en un hexágono de lado 5 cm.

11. Calcula la longitud de una circunferencia inscrita en un cuadrado de lado 5 cm.

12. Calcula la longitud de una circunferencia circunscrita en un cuadrado de lado 5 cm.

13. Calcula el área en m^2 de los círculos de radio r igual a:

a) $r = 53\ cm$ b) $r = 9\ m$ c) $r = 8.2\ dam$ d) $r = 6.2\ dm$

14. Calcula el radio de un círculo de área 28.26 m^2.

15. Calcula el área de un círculo de diámetro 73.6 cm.

16. Calcula el área de las coronas circulares de radios, respectivamente:

a) $R = 8\ m$; $r = 3\ m$. b) $R = 72\ cm$; $r = 41\ cm$. c) $R = 9\ m$; $r = 32\ cm$. d) $R = 5\ dm$; $r = 4\ cm$.

17. Calcula el área, en cm^2, de los sectores circulares de radio r y ángulo α siguientes:

a) $r = 6$ m; $\alpha = 30°$ b) $r = 3.7$ cm; $\alpha = 45°$ c) $r = 2.7$ dm; $\alpha = 60°$ d) $r = 4$ m; $\alpha = 90°$

18. En una habitación rectangular de lados 3 y 5 m, cubrimos un trozo con una alfombra circular de radio 2 m, ¿qué parte de suelo queda sin cubrir?

19. Dibuja en tu cuaderno el diseño de tapiz del margen de forma que el lado del cuadrado pequeño oscuro sea de 1 cm, el lado del cuadrado de borde amarillo, de 3 cm, y el borde del cuadrado de fondo rojo, de 6 cm. Estima el área del círculo rojo, del círculo oscuro, de la figura en rojo y de las líneas amarillas.

20. En una alfombra circular de 3 m de diámetro ha caído en el centro una mancha de medio metro de radio. a) ¿Qué área ocupa la parte limpia de la alfombra? b) Tapamos la mancha con otra alfombra cuadrada de 1.5 m de lado, ¿qué área de la alfombra circular queda sin tapar?

21. En un círculo cortamos dos círculos tangentes interiores de radios 5 y 2 cm, ¿qué área queda sin cortar?

22. Utiliza la calculadora o geogebra para resolver el siguiente problema: Tenemos un círculo de diámetro 10 cm, y dentro de él, recortamos otros dos círculos. ¿Cuánto deben medir sus diámetros para que el área restante coincida con la recortada?

Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

AUTOEVALUACIÓN

1. El lado de un hexágono regular mide 7 *m*, entonces su perímetro mide:

a) 4.2 *dam* b) 42 m^2 c) 42 *m* d) 42 000 *cm*

2. El rombo de diagonales 12 *dm* y 10 *dm* tiene como área:

a) 62 dm^2 b) 11 dm^2 c) 60 dm^2 d) 67 dm^2

3. El trapecio de bases 7 *cm* y 5 *cm* y altura 8 *cm*, tiene como área:

a) 60 cm^2 b) 48 cm^2 c) 50 cm^2 d) 40 cm^2

4. La longitud de la circunferencia de radio 4.6 *cm* mide aproximadamente:

a) 0.2 *m* b) 30 *cm* c) 28.9 *cm* d) 25.7 *cm*

5. La longitud del arco de circunferencia de radio 27.4 *m* que abarca un arco de 30° mide aproximadamente:

a) 28.6 *m* b) 100 *cm* c) 28.9 *cm* d) 14.34 *m*

6. El área del círculo de radio 83.6 *m* mide aproximadamente:

a) 2.19 hm^2 b) 234 dam^2 c) 295 413 344 cm^2 d) 0.2 km^2

7. El área de la corona circular de radios 10 y 5 *m* mide aproximadamente:

a) 23 550 cm^2 b) 235.5 m^2 c) 235 *m* d) 0.2 km^2

8. La longitud de la semicircunferencia de radio 7.3 *cm* mide aproximadamente:

a) 0.3 *m* b) 45.8 *cm* c) 22.922 *cm* d) 25.7 *cm*

9. La longitud del arco de circunferencia de radio 9.2 *m* que abarca un arco de 60° mide aproximadamente:

a) 9.3421 *m* b) 10 *m* c) 976 *cm* d) 9.6 *m*

10. El área del sector circular de radio 83.6 *m* que abarca un arco de 45° mide aproximadamente:

a) 2.172 hm^2 b) 231 dam^2 c) 2 744 5581 cm^2 d) 273 m^2

Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF