

1º de ESO

Soluciones de ejercicios y problemas

ÍNDICE:

1. Resolución de problemas	2
2. Números naturales. Divisibilidad	10
3. Potencias y raíces	17
4. Números enteros	23
5. Fracciones	28
6. Expresiones decimales	33
7. Sistemas de medida	38
8. Figuras planas. Polígono, círculo y circunferencia	46
9. Longitudes y áreas	53
10. Magnitudes proporcionales. Porcentajes	58
11. Álgebra	64
12. Tablas y gráficas. El plano cartesiano. Funciones	72
13. Estadística y probabilidad	79

TOTAL: 86

www.apuntesmareaverde.org.es

Autores de Libros Marea Verde.



Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-044030

Fecha y hora de registro: 2014-05-28 17:53:18.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa




Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Max información en <http://www.dnrights.com>

CAPÍTULO 1: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. FASES EN LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA

1. ¡Inventa problemas similares! Al problema: "La madre de María observa que el cuentakilómetros de su coche marca 24.312 km. ¿Cuántos kilómetros le faltan para la próxima revisión, que debe ser cada 5.000 km?"

Solución abierta:

2. Estima cuánto mide tu aula de largo y cuánto de ancho. Se desea poner un zócalo que vale a 6 € el metro. ¿Cuántos euros costará ponerlo?

Solución abierta: *Por ejemplo, si tu aula mide 10 m de ancho y 15 de largo, el perímetro mide 50 m, y el zócalo costaría 300 €.*

3. El cuentakilómetros del padre de Juan marca 64.731 km. Si las revisiones son cada 5.000 km, ¿cuántos kilómetros le faltan para la próxima revisión?

Solución: *Al padre de Juan le faltan $65\ 000 - 64\ 731 = 269$ km, pues $5000 \times 12 = 60\ 000$ y $5000 \times 13 = 65\ 000$.*

4. La piscina de Inés tiene forma de rectángulo. Sus lados miden 10 m de largo y 7 m de ancho. Desea rodear la piscina con una valla. El metro de valla vale 12 €. ¿Cuánto costará hacer la valla?

Solución: $(10 + 7) \times 2 \times 12 = 408$ €.

2. ESTRATEGIAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Intenta ahora tú estimar las soluciones de estos problemas:

5. Si tu paga semanal es de ocho euros, y ahorras toda la paga de un mes ¿Podrías comprarte un móvil (que estimas que vale unos 300 euros)? ¿Y con todas las pagas de un año?

Solución: *En un mes hay 4 o 5 semanas, luego puedes ahorrar como mucho $8 \times 5 = 40$ euros, mucho menos que 300 euros. En un año hay 52 semanas por lo que podrías ahorrar $52 \times 8 = 416$ euros. ¡Ahora sí tienes bastante!*

6. Un ascensor sólo puede elevar 500 kg, ¿cuántos de tus amigos piensas que podrían subirse?

Solución abierta: *Se suele estimar el peso de un adulto en 80 kg y entonces podrían subir 6, pues $6 \times 80 = 480$, y $7 \times 80 = 560$ kg, y el ascensor ya se estropearía. ¡Pero tus amigos pueden pesar menos!*

7. Informan que a una manifestación han ido 40.000 personas, ¿cómo crees que las han contado?

Solución abierta: *Se te pueden ocurrir distintas formas. Una, por ejemplo, es pensar en un metro cuadrado, y contar las personas que hay ahí, y luego estimar el número de metros cuadrados que cubre la manifestación.*

8. Si toda la población mundial se diera la mano, ¿qué longitud se formaría?

Solución estimativa y abierta: *Debes estimar la longitud de una persona con los brazos abiertos dándose la mano, por ejemplo, un metro, y debes estimar la población mundial, que la última vez que lo miré era de 7470717720, pero que puedes redondear a 7 mil millones. La longitud sería entonces de 7000 millones de metros, es decir, 7 millones de km. Como la longitud del ecuador de la Tierra es aproximadamente de 40 075 km daría unas 175 vueltas a la Tierra.*

9. ¿Cuánta gente cabe de pie en tu aula?

Solución abierta: *Puedes estimar que cabe una persona por metro cuadrado, o más apretadas, 4.*

10. ¿Cuántos kilómetros andas al año?

Solución abierta: *Estima los kilómetros que andas al día y multiplica por los días de un año. Yo estimo que ando 10 km al día, luego en un año ando 3650 km.*

11. ¿Cuántos granos de arroz hay en un kilo?

Solución abierta y estimativa: *Contarlos sería terrible, pero puedes estimarlos pesando una cantidad pequeña y contando los gramos que tiene. He pesado 100 granos de arroz y me han salido que pesan 2,7 gramos, luego en un kilo habrá unos 37 mil granos.*

Experimenta, juega con el problema

12. a) Piensa un número de tres cifras.

b) Escríbelo al revés y resta el menor del mayor.

c) Escribe el resultado al revés y súmalo al resultado de la resta.

d) Escribe la solución final.

e) Prueba con varios números, ¿qué observas? ¿Hay algún caso en el que no se obtenga la misma solución?

f) Prueba con cuatro cifras. ¿Obtienes resultados del mismo tipo que las anteriores?

g) ¿Te atreves con cinco cifras?

Solución: *a) El número es $abc = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$; b) $cba = c \cdot 100 + b \cdot 10 + a$; Suponemos que el mayor es abc , entonces: $abc - cba = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c - (c \cdot 100 + b \cdot 10 + a) = (a - c) \cdot 100 + (c - a)$;*

c) $(c - a) \cdot 100 + (a - c) + (a - c) \cdot 100 + (c - a) = 0$. Ahora investiga con varios números.

Hazlo más fácil para empezar

13. "Las torres de Hanoi": Cuenta la leyenda que en tres agujas de oro hay sesenta y cuatro discos todos de distinto tamaño, colocados de mayor a menor. Unos monjes cambian continuamente de sitio estos discos, uno cada segundo con las siguientes reglas: En cada movimiento sólo se puede mover un disco. Y no podemos colocar nunca un disco encima de otro de menor tamaño. Cuando hayan pasado todos los discos de una de las agujas a otra se acabará el mundo. ¿Cuánto falta para que termine el mundo?

Solución: Con sólo 2 discos, necesitas 3 movimientos. Con 3: $3 + 3 + 1 = 7 = 8 - 1$ movimientos. Con 4: $7 + 1 + 7 = 15 = 16 - 1$. En general, para n discos: $2^n - 1$. Para 64 discos tenemos $2^{64} - 1 = 4\ 611\ 686\ 018\ 427\ 387\ 903$ segundos. Un año tiene $60 \times 60 \times 24 \times 365$ segundos. Dividiendo puedes calcular el número de años que tardarían. **Muchísimos.**

14. Cuadrado Mágico

Con los números del 10 al 18 completa en tu cuaderno el cuadro de forma que obtengas la misma suma en todas direcciones, en horizontal, en vertical, e incluso en las dos diagonales.

Solución: Observa que la suma de los 9 números es 126 por lo que las sumas constantes tienen que ser 42 y el número central debe ser 14. Observa también que hay muchas soluciones, pero permanecen constantes las parejas que están en las esquinas: 11 y 17; 13 y 15; y los que se combinan con 14 para obtener 42: 12 y 16; 18 y 10.

11	18	13
16	14	12
15	10	17

17	10	15
12	14	16
13	18	11

15	10	17
12	14	16
11	18	13

Haz un diagrama, un esquema...

15. "Color del pelo": Tres amigas A, B, C, una rubia, otra morena y otra pelirroja, están jugando a las cartas sentadas en una mesa circular, cada una pasa una carta a la que está a su derecha. La amiga B ha pasado una carta a la rubia. La amiga A ha pasado una carta a la que ha pasado una carta a la pelirroja. ¿Cuál es el color del pelo de A, B y C?

Solución: A es rubia, B pelirroja y C morena

16. Una persona es 80 cm más alta que la mitad de su altura. ¿Qué estatura tiene?

Solución: $(x/2) + 80 = x$; $x/2 = 80$; la persona mide 160 cm

17. Quieren cruzar un río en una barca tres mujeres y tres maridos celosos, si sólo caben dos personas en la barca, y nunca pueden quedar solos una mujer y un marido que no sean pareja, ¿cómo pueden hacerlo?

Solución: Viaje 1: Va una pareja y vuelve uno. Viaje 2: Va otra pareja y vuelve el que se había quedado de la primera pareja. Viaje 3: Viaja la tercera pareja, y vuelve uno de esa pareja, por ejemplo, el marido. Viaje 4: Viaja la primera pareja, y vuelve la mujer de la tercera pareja. Viaje 5: Viaja la tercera pareja.

Mira si tu problema se parece a alguno que ya conozcas

18. Observa las ofertas de una tienda:

	Precio anterior	Oferta
Camisetas	15 euros	12 euros
Chaquetas	40 euros	30 euros
Pantalones	32 euros	28 euros
Camisas	25 euros	21 euros

Una persona aprovecha estas ofertas y compra cinco camisas, una chaqueta, dos pantalones y tres camisetas. Averigua cuánto se gasta y cuánto se ahorra por comprar esa ropa en ofertas.

Solución: Se gasta $5(21) + 30 + 2(28) + 3(12) = 227$. Sin rebajas hubiera gastado $5(25) + 40 + 2(32) + 3(15) = 274$. Luego se ha ahorrado 47 €.

19. Se han apuntado 25 estudiantes a un viaje. Al pagar el billete 5 de ellos se dan cuenta que no han traído dinero. El resto decide pagárselo, y abonan cada uno 3 €. ¿Cuánto cuesta cada billete?

Solución: Si 20 estudiantes han pagado 3 € cada uno, han pagado 60 € para pagar 5 viajes, cada viaje costaba 12 €.

Escoge una buena notación

20. Calcula mentalmente el producto de dos números y luego suma un tercero:

a) $5 \times 9 + 26 =$ b) $200 \times 7 + 128 =$ c) $60 \times 8 + 321 =$

Ahora al revés: nos dan el resultado y buscamos, de la forma anterior, con qué números puede obtenerse. Por ejemplo, nos dan 1000 y decimos $1000 = 100 \times 7 + 300$.

Sigue ese modelo para expresar los números siguientes: 2000, 4000 y 5500.

Solución: Hay muchas posibilidades. ¡Busca las tuyas! Por ejemplo: $100 \times 14 + 600 = 2000$;
 $400 \times 9 + 400 = 4000$; $100 \times 50 + 500 = 5500$.

21. **Emmy Noether**, una ilustre mujer matemática, nació el 23 de marzo de 1882 y murió el 14 de abril de 1935.

a) ¿Cuántos años tenía al morir?

b) ¿Cuántos años han pasado desde el año de su muerte?

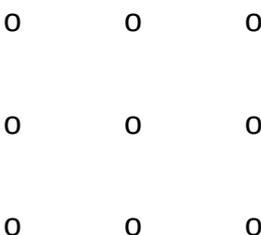
c) ¿Cuántos años faltan para celebrar el centenario de su muerte? ¿Cuántos meses? ¿Cuántos días?

Solución: a) 53 años; b) 81 años; c) 18 años, 10 meses y 8 días (a día 6 de junio de 2016)



3. EMOCIONES Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

22. Sin levantar el lápiz une con 4 trazos rectos estos nueve puntos.



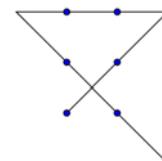
Dibuja en tu cuaderno nueve puntos como los de la figura y intenta unirlos, con 4 trazos sin levantar el lápiz.

Recuerda, lo primero es comprender el enunciado. Prueba a hacerlo. ¿Lo has conseguido? Estupendo. No lo consigues, inténtalo un poco más.

Solución:

Para unirlos sin levantar el lápiz hay que comenzar por uno de los dos vértices en los que concurren un número impar de segmentos.

El bloqueo en este problema es que no se contempla la posibilidad de salir del espacio marcado por los puntos.



23. Con 3 palillos, todos iguales, puedes construir un triángulo equilátero. Con 5 palillos puedes construir 2 triángulos equiláteros, ¿cómo podemos construir cuatro triángulos equiláteros iguales con seis palillos con la condición de que el lado de cada triángulo sea la longitud del palillo?

Solución: En el enunciado te estamos dirigiendo a que pienses que no puedes salir del plano. Es una suposición oculta. Pero si puedes. Un tetraedro regular tiene 6 aristas todas iguales.

4. JUEGOS Y PROBLEMAS

24. ¡Y ahora un juego! Las tres en raya

Se juega de dos en dos. Copia en el cuaderno la tabla siguiente:

497	315	69	77
115	33	90	22
225	161	46	55
355	142	135	213

Una persona escoge dos números, uno del conjunto $A = \{2, 3, 5, 7\}$ y otro del conjunto $B = \{11, 45, 71, 23\}$. Los multiplica mentalmente, y pone su marca (o una ficha, o una bolita de papel) sobre el número resultante. La otra persona hace lo mismo cuando le toque el turno. Gana quien pone tres marcas en línea recta. Ahora ¡a jugar!

Solución: Actividad manipulativa. Juega.

25. Realiza el mismo juego de la actividad anterior con este otro tablero, y con los grupos de números: A = {2, 5, 7, 4} y B = {3, 11, 9, 1}.

63	7	21	6
22	4	15	5
45	2	55	44
12	36	18	77

- Inventa con otros números tu propio tablero de juegos.

Solución: Actividad manipulativa. Juega.

26. Otro juego

Es un juego de calculadora y puede ser un juego cooperativo; un juego en el que se ponen en común las diferentes estrategias y se discute sobre el mejor procedimiento, el más sencillo o el más original.

Consta de cuatro fichas como las de la figura, donde se indican las teclas que está permitido pulsar, y el resultado, en rojo, al que hay que llegar.

2	4	5	6	1	0	3	7
+	-	x	/	+	-	+	-
/	=	+	=	x	=	x	=
34		147		123		93	

- El juego consiste, en primer lugar, en obtener el resultado en la calculadora.
 ➤ Debes anotar todos los métodos encontrados. Piensa y anota en tu cuaderno cuál es el procedimiento que te ha resultado más eficaz.
 ➤ Escribe, utilizando paréntesis, las expresiones que ha utilizado la calculadora.
 ➤ Modifica el juego confeccionando nuevas fichas, modificando éstas con otras teclas y con otros resultados.

Solución: Actividad manipulativa. Juega.

27. ¡Hagamos magia!

Dile a una persona que piense un número de tres cifras, que escriba ese número y, de nuevo, las tres cifras, para formar un número de seis cifras. Pídele que lo divida entre 7, luego entre 11 y luego entre 13. Se quedará sorprendida al comprobar que el resultado es el número que escribió. ¿Sabes por qué?

Solución: Si abc es el número $abc = 100a + 10b + c$; $abcabc = 100100a + 10010b + 1001c$. Como $7 \times 11 \times 13 = 1001$, al dividir $abcabc$ entre 1001 se obtiene $100a + 10b + c = abc$.

28. **Resuelve el crucigrama:** Cópialo en tu cuaderno y resuélvelo.

	x		x		=	24
x		x		x		
	x		x		=	35
x		x		x		
	x		x		=	30
=		=		=		
6		50		84		

Solución:

2	x	2	x	6	=	24
x		x		x		
1	x	5	x	7	=	35
x		x		x		
3	x	5	x	2	=	30
=		=		=		
6		50		84		

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. La Jefe de Estudios de un colegio ha anotado en un cuadro el número de alumnos y alumnas que han faltado a clase. En ese colegio hay ocho clases de Secundaria.

	L	M	X	J	V	TOTAL
1º A	2	3	5	1	3	
1º B	3	4	1	3	2	
2º A	2	6	3	4	3	
2º B	5	1	0	2	1	
3º A	4	2	3	1	0	
3º B	6	3	1	2	3	
4º A	2	3	1	4	0	
4º B	4	2	2	2	0	
TOTAL						

Copia la tabla en tu cuaderno y resuelve allí el ejercicio. a) Completa las últimas fila y columna del cuadro. b) Sabiendo que el número total de alumnos y alumnas de ese colegio en Secundaria es de 205, averigua cuántos había en el colegio el jueves.

Solución:

	L	M	X	J	V	TOTAL
1º A	2	3	5	1	3	14
1º B	3	4	1	3	2	13
2º A	2	6	3	4	3	18
2º B	5	1	0	2	1	9
3º A	4	2	3	1	0	10
3º B	6	3	1	2	3	15
4º A	2	3	1	4	0	10
4º B	4	2	2	2	0	10
TOTAL	28	24	16	19	12	99

El jueves faltaron 19 estudiantes, luego había $205 - 19 = 186$ estudiantes.

2. "El extraordinario 37"

$$37 \times 3 = 111$$

$$37 \times 6 = 222$$

$$37 \times 9 = 333$$

Consigue tú ahora 444, 555, 666...

Solución:

$$37 \times 12 = 444;$$

$$37 \times 15 = 555;$$

$$37 \times 18 = 666$$

y así con los múltiplos de 3.

3. En una cuadrícula de cuatro por cuatro, coloca los números del 1 al 16 en los cuadrados, cada uno en uno. Multiplica los números de cada dos cuadrados adyacentes y escribe el producto en cada arista. Suma los números que hay en cada arista. Queremos que la suma sea lo menor posible, ¿Cómo debemos colocar los números del 1 al 16?

Solución: *Intenta entender bien el problema. Experimenta. Juega con el problema. Al menos busca tres posiciones posibles y encuentra cuál de ellas hace la suma menor.*

4. Triángulos

$$\begin{aligned}1 \times 9 + 2 &= 11 \\12 \times 9 + 3 &= 111 \\123 \times 9 + 4 &= 1111 \\1234 \times 9 + 5 &= 11111\end{aligned}$$

Comprueba que el triángulo sigue hasta llegar a +10.

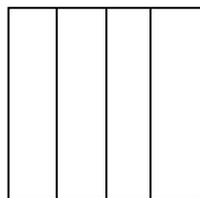
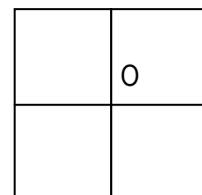
Solución:

$$\begin{aligned}1 \times 9 + 2 &= 11 \\12 \times 9 + 3 &= 111 \\123 \times 9 + 4 &= 1111 \\1234 \times 9 + 5 &= 11111 \\12345 \times 9 + 6 &= 111111 \\123456 \times 9 + 7 &= 1111111 \\1234567 \times 9 + 8 &= 11111111 \\12345678 \times 9 + 9 &= 111111111 \\123456789 \times 9 + 10 &= 1111111111\end{aligned}$$

5. Estudia las maneras de dividir un cuadrado en cuatro partes iguales en forma y en área.

Solución gráfica y abierta: Hay infinitas maneras. Una posibilidad es fijarse en hacer pasar la división por el centro del cuadrado. Modificar la arista OA y de igual modo las otras tres que pasan por O

A



Otra familia de soluciones parte de dividir al cuadrado en 4 rectángulos que luego puedes modificar de infinitas maneras

6. Números en fuga: Estas operaciones se han quedado sin resolver por falta de algunos números. ¿Puedes completarlas? Cópialo en tu cuaderno y resuélvelo.

$$\begin{array}{r}a) \quad 3 \square 8 9 \square \\+ \quad 4 6 4 1 0 \\ \hline \square 2 5 \square 6 \\1 \square 9 \square 5 3\end{array}$$

$$b) 4 \quad 2 : \quad 5 = 17 \text{ resto } 07$$

$$c) 2 \quad 3 \quad \times 75 = 2 \quad 0050$$

Solución: a) Hay siete soluciones posibles

$$\begin{array}{r}3 \quad 0 \quad 8 \quad 9 \quad 7 \\+ 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \quad 0 \\ \hline 3 \quad 2 \quad 5 \quad 4 \quad 6 \\1 \quad 0 \quad 9 \quad 8 \quad 5 \quad 3\end{array} \quad \begin{array}{r}3 \quad 0 \quad 8 \quad 9 \quad 7 \\+ 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \quad 0 \\ \hline 4 \quad 2 \quad 5 \quad 4 \quad 6 \\1 \quad 1 \quad 9 \quad 8 \quad 5 \quad 3\end{array} \quad \begin{array}{r}3 \quad 0 \quad 8 \quad 9 \quad 7 \\+ 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \quad 0 \\ \hline 5 \quad 2 \quad 5 \quad 4 \quad 6 \\1 \quad 2 \quad 9 \quad 8 \quad 5 \quad 3\end{array} \quad \begin{array}{r}3 \quad 0 \quad 8 \quad 9 \quad 7 \\+ 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \quad 0 \\ \hline 6 \quad 2 \quad 5 \quad 4 \quad 6 \\1 \quad 3 \quad 9 \quad 8 \quad 5 \quad 3\end{array} \quad \dots \quad \begin{array}{r}3 \quad 0 \quad 8 \quad 9 \quad 7 \\+ 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \quad 0 \\ \hline 9 \quad 2 \quad 5 \quad 4 \quad 6 \\1 \quad 6 \quad 9 \quad 8 \quad 5 \quad 3\end{array}$$

$$b) \quad 432 : 25 = 17 \text{ resto } 07$$

$$c) \quad 2934 \times 75 = 220050$$

7. Dos mujeres habían ido al mercado a vender 30 manzanas cada una. La primera tenía la intención de vender cada dos manzanas por un €. ¿Cuánto pensaba ganar? La segunda quería vender cada tres manzanas por dos €. ¿Cuánto ganaría? Pero no querían hacerse la competencia por lo que llegaron al siguiente acuerdo: vender ambas cada cinco (2 + 3) manzanas por tres (1 + 2) €. Lo habían vendido todo. ¿Han ganado 36 €? ¡Les sobra un €! Con la venta anterior iban a ganar 35 €, y han ganado 36 €. ¿Puedes explicarles qué ha ocurrido?

Solución: La primera pensaba ganar 15 € vendiendo cada manzana a 0,5 €, la segunda pensaba ganar 20 € vendiendo cada manzana a 0,666 € el precio medio de una manzana entre ambas ventas es 0,58333 €. Cuando acuerdan un precio único, el de una manzana es de 0,6 € superior al precio medio de las ventas iniciales por esa razón ganan 1 € más.

8. Sofía, que es muy sabia, se lo ha explicado, y se han puesto tan contentas que han decidido ir a comer las tres juntas. Pagaron la comida con 30 €, y el camarero les devolvió 5 €. Cada una se quedó con un €, pero sobraban 2 que dejaron de propina. ¡De nuevo tenían un problema! ¡Ahora faltaba un €! Han pagado 10 – 1 = 9 € cada una, que por 3 son 27 €, más 2 de propina son 27 + 2 = 29. Y en un principio tenían 30. ¡Les falta uno! Explica lo sucedido.

Solución: A cada una la comida le costó 8,33 € y cada una dio de propina 0,66 €, luego el gasto total fue de 9 € por persona.

9. Letras y números: Si sigues el orden alfabético estas cuatro

operaciones dan como resultado

letras con las que podrás formar una palabra:

$$(8 + 10): 3 + 7 \times 1 - 5 =$$

$$(23 - 15) + 2 \times 4 =$$

$$1 \times 4 + 6 : 2 + 5 \times 1 =$$

$$45 \times (1 + 0) - 45 + 1 =$$

Cópialo en tu cuaderno y resuélvelo.

Solución:

HOLA.

10. "El lobo, la cabra y el repollo": Un hombre tiene que cruzar un río en una barca con un lobo una cabra y un repollo, en la que sólo puede ir él y una de las tres cosas, teniendo en cuenta que si no está el hombre delante, el lobo se come la cabra y la cabra se come el repollo. ¿Cómo consigue transportarlos al otro lado del río?

Solución: *Viaje 1: Hombre y cabra. Viaje 2: Hombre y lobo. Vuelve con la cabra. Viaje 3: Hombre y repollo. Viaje 4: Hombre y cabra.*

11. Juan, Jaime y Jorge tienen cada uno dos oficios. Hay un barbero, un chofer, un tabernero, un músico, un pintor y un jardinero. ¿A qué se dedica cada uno de ellos? Sabiendo que:

1: El chófer se burló del músico porque tenía el pelo largo

2: El músico y el jardinero pescan con Juan

3: El pintor compró al tabernero vino

4: El chófer cortejaba a la hermana del pintor

5: Jaime debía 5 dólares al jardinero

6: Jorge vio a lo lejos a Jaime y al pintor.

Solución: *Juan: barbero y pintor. Jaime: músico y tabernero. Jorge: chofer y jardinero.*

12. Sorpresas del 8 y el 9:

$$0 \cdot 9 + 8 = 8$$

$$9 \cdot 9 + 7 = 88$$

$$98 \cdot 9 + 6 = 888$$

$$987 \cdot 9 + 5 = 8888$$

$$9876 \cdot 9 + 4 = 88888$$

$$98765 \cdot 9 + 3 = 888888$$

¿Te animas a continuar la pirámide?

Solución:

$$0 \cdot 9 + 8 = 8$$

$$9 \cdot 9 + 7 = 88$$

$$98 \cdot 9 + 6 = 888$$

$$987 \cdot 9 + 5 = 8888$$

$$9876 \cdot 9 + 4 = 88888$$

$$98765 \cdot 9 + 3 = 888888$$

$$987654 \cdot 9 + 2 = 8888888$$

$$9876543 \cdot 9 + 1 = 88888888$$

$$98765432 \cdot 9 + 0 = 888888888$$

13. Nos dan 16 bolas del mismo tamaño, pero una de ellas pesa un poco menos que las otras. Para averiguar cuál es disponemos de una balanza de dos platos. ¿Cuál es el mínimo número de pesadas que necesitas efectuar para, sin tener en cuenta la buena suerte, determinar la bola? ¿Y si son 32 bolas? ¿Y si son 27? ¿Y si 13? Generaliza el problema a cualquier número de bolas.

Solución: *3, 4, 3, 3 pesadas.*

Generalización: *Con 3 bolas necesitamos 1 pesada. Ponemos una bola en cada plato. Si pesan distinto, es la que pesa menos de las dos. Si pesan lo mismo, la que pesa menos es la que no hemos pesado. Con 9 bolas necesitamos 2 pesadas. Repartimos las bolas en tres grupos de 3 bolas. Y ponemos en los platos dos de esos grupos, y ahora se reduce al problema de 3 bolas. Con 27 bolas necesitamos 3 pesadas. Dividimos las bolas en 3 grupos de 9 bolas. Volvemos a pesar dos de los grupos y el problema se reduce al caso de 9 bolas. Con un número de bolas mayor que 3 y menor o igual a 9, necesitamos 3 pesadas. Con un número de bolas mayor que 9 y menor o igual a 27, 4, y así. En general si el número de bolas es k , y $3^{n-1} < k \leq 3^n$, necesitamos n pesadas. Repartimos las bolas en tres grupos de a , a y c bolas, con $c \leq a$, y $a + a + c = k$. Pesamos los grupos de igual número de bolas, si pesan lo mismo, la de menos peso está en el grupo de c bolas, y si pesan distinto ya tenemos un grupo de a bolas donde está la que pesa menos.*

14. Un rajá dejó a sus hijas cierto número de perlas y determinó que se hiciera del siguiente modo: La hija mayor tomaría una perla y un séptimo de lo que quedara. La segunda hija recibiría

dos perlas y un séptimo de lo que

restante. La tercera joven recibiría tres perlas y un séptimo de lo que quedara. Y así sucesivamente. Hecha la división cada una de las hermanas recibió el mismo número de perlas. ¿Cuántas perlas había? ¿Cuántas hijas tenía el rajá?

Solución: El rajá tenía 6 hijas y a cada una le dejó 6 perlas.

Para resolverlo empezamos por el final la menor recibió n perlas la penúltima $n - 1 + (1/7)x$, como todas recibieron el mismo número de perlas $x = 7$; antes de coger esta hija había $7 + n - 1$ cantidad para dos hijas por lo tanto $7 + n - 1 = 2n$ y $n = 6$.

15. ¿Cuál es el máximo número de ángulos rectos interiores que puede haber en un polígono convexo de n lados?

Solución: Grados de un polígono de n lados = $(n-2)*180$. Sea x el número de ángulos rectos. $A = 180(n-2) - 90x$

Si $n = 3$ y $x = 2 \Rightarrow A = 0$ NO.

$x = 1 \Rightarrow A = 1$. Un triángulo, ya sabes que puede tener un ángulo recto.

Si $n = 4 \Rightarrow A = 180(4-2) - 90x = 360 - 90x \Rightarrow x = 4$. Un cuadrilátero puede tener 4 ángulos rectos.

Si $n = 5 \Rightarrow x = 3$. Un pentágono convexo puede tener 3 ángulos rectos.

....

El máximo número de ángulos restos interiores de un polígono convexo de 5 o más lados es 3.

CAPÍTULO 2: NÚMEROS NATURALES. DIVISIBILIDAD

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. REPASO DE NÚMEROS NATURALES

1. Escribe mediante potencias de 10 los siguientes números:

- a) 7653 b) 30500 c) 275643 d) 200543

Solución: a) $7 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 3$; b) $3 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^2$;

c) $2 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 3$; d) $2 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 3$.

2. ¿Qué lugar ocupa la cifra 5 en los siguientes números? ¿En cuál de los números tiene mayor valor? ¿Y menor?

- a) 508744 b) 65339001 c) 7092157 d) 9745

Solución: a) *centenas de millar*; b) *unidades de millón*; c) *decenas*; d) *unidades*.

El mayor valor lo tiene en el b) y el menor en el d)

3. Razona por qué en un número natural con dos cifras repetidas, éstas no tienen el mismo valor.

Solución: *Porque al no ocupar el mismo lugar no tienen igual valor.*

4. ¿Podrías escribir los números del 1 al 10 en el sistema binario?

Solución: **1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010.**

5. Sacar factor común y calcular mentalmente:

- a) $23 \cdot 4 - 23 \cdot 3$ b) $540 \cdot 8 + 540 \cdot 2$ c) $55 \cdot 13 - 55 \cdot 3$ d) $600 \cdot 33 - 600 \cdot 3$

Solución:

a) $23 \cdot 4 - 23 \cdot 3 = 23 \cdot (4 - 3) = 23$;

b) $540 \cdot 8 + 540 \cdot 2 = 540 \cdot (8 + 2) = 5400$;

c) $55 \cdot 13 - 55 \cdot 3 = 55 \cdot (13 - 3) = 55 \cdot 10 = 550$

d) $600 \cdot 33 - 600 \cdot 3 = 600 \cdot (33 - 3) = 600 \cdot 30 = 18000$.

6. Construye dos números con las cifras 4, 5 y 6 tal que su producto sea lo más grande posible.

Solución: **$54 \cdot 6 = 324$**

7. Realiza las siguientes divisiones y comprueba con cada una de ellas la propiedad $D = d \cdot c + r$

- a) $6738 : 456$ b) $34540 : 30$ c) $240035 : 981$ d) $397 : 45$

Solución:

a) $6738 = 456 \cdot 14 + 354$

c) $240035 = 981 \cdot 244 + 671$

b) $34540 = 30 \cdot 1151 + 10$

d) $397 = 45 \cdot 8 + 37$

8. ¿Recuerdas la definición de división exacta? ¿Qué ocurre en la igualdad anterior si la división es exacta?

Solución: *Una división es exacta cuando el resto es cero. Que el dividendo es igual al divisor por el cociente $D = d \cdot c$*

9. El equipo de fútbol del instituto decide celebrar su victoria de liga yendo de viaje con su entrenador. Sabiendo que el equipo lo componen 20 alumnos, que el viaje les cuesta a cada uno 150 €, la noche en habitación individual 50 € y que han pagado 7350 € en total, ¿cuántos días han estado de viaje?

Solución: *El viaje costará en total $21 \cdot 150 = 3150$ € cada día, contando aparte las habitaciones individuales. Si la solución fuese un día, tendríamos $7350 - 3150 = 4200$ € como coste de las habitaciones individuales, que correspondería a $4200/50 = 84$ alumnos, pero solo han ido 20, por tanto, la solución no puede ser una única habitación. Si fuesen 3 días el viaje costarían $3150 \cdot 3 = 9450$ €, que sobrepasa el total pagado. Por tanto, la opción debe ser 2 días. ($3150 \cdot 2 = 6300$; $7350 - 6300 = 1050$; $1050/50 = 21$, que se corresponde con el número de alumnos.)*

2. DIVISIBILIDAD

10. Calcula los siete primeros múltiplos de 8 y de 9

Solución: *Múltiplos de 8: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56*

Múltiplos de 9: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63

11. ¿Cuáles de los siguientes números son múltiplos de 12?

- 12, 13, 22, 24, 25, 100, 112, 142, 144

Solución: **12, 24 y 144**

12. Halla los múltiplos de 11 comprendidos entre 12 y 90.

Solución: **22, 33, 44, 55, 66, 77, 88**

13. A partir de la igualdad: $6 \cdot 4 = 24$, escribe las relaciones que existen entre estos tres números.

Solución: **$24/6 = 4$; $24/4 = 6$**

14. Escribe frases usando las expresiones: "ser múltiplo de", "ser divisor de" y "ser divisible por" y los números 10, 5 y 35.

Solución: **35 es un múltiplo de 5 35 es divisible por 5**

5 es un divisor de 35 10 es divisible por 5

5 es un divisor de 10 35 no es divisible por 10

10 es un múltiplo de 5

15. Di cuales de los siguientes números son múltiplos de 2:

23, 24, 56, 77, 89, 90, 234, 621, 400, 4520, 3411, 46295, 16392, 385500

Los números elegidos, ¿coinciden con los divisores de 2? ¿Y con los que son divisibles por 2?

Solución: - Múltiplos de 2: 24, 56, 90, 234, 400, 4520, 16392, 385500

- No coinciden con los divisores de 2 (sólo 1 y 2)

- Estos si coinciden con los divisibles por 2.

16. Escribe cuatro números que sean divisibles por 10 y por 3 a la vez.

Solución: 30, 60, 90, 120,...

17. Sustituye A por un valor apropiado para que:

24A75 sea múltiplo de 3.

1107A sea múltiplo de 6.

5A439 sea múltiplo de 11.

Solución: a) A = 0, 3, 6, 9 b) A = 6 c) A = 4

18. ¿Todos los números divisibles por 3 los son por 9? ¿Y al revés? Razona la respuesta.

Solución: No. Ejemplo: 6 es divisible por 3 pero no lo es por 9.

Sí. Dado que el 3 es un factor de 9, si un número es divisible por 9, lo será por todos sus factores.

19. ¿Sabrías deducir un criterio de divisibilidad por 15? Pon un ejemplo.

Solución: Para que un número sea divisible por quince, tendrá que serlo por todos sus factores (3 y 5), por tanto: un número será múltiplo de 15 si acaba en 0 o en 5 y la suma de sus cifras es un múltiplo de 3.

20. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla escribiendo verdadero o falso:

Número	¿Es...?	Verdadero/Falso
2567	Divisible por 2	Falso
498650	Divisible por 5	Verdadero
98370034	Divisible por 3	Falso
78337650	Divisible por 6	Verdadero
984486728	Divisible por 4	Verdadero
23009845	Divisible por 11	Falso

21. Calcula los múltiplos de 25 comprendidos entre 1 y 200.

Solución: 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200

22. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) 40 es múltiplo de 10. b) 2 es divisor de 10. c) 4 es múltiplo de 8.

d) 55 es divisible por 11. e) 90 es divisor de 9. f) 3 es divisible por 45.

Solución: a) Verdadero b) Verdadero c) Falso d) Verdadero e) Falso f) Falso

23. Sustituye x e y por valores apropiados para el siguiente número sea divisible por 9 y por 10 a la vez: 256x81y

Solución: y = 0; x = 5

24. ¿Qué único número con tres cifras iguales es divisible por 2 y por 9 a la vez?

Solución: 666

25. Calcula todos los divisores de los siguientes números:

a) 65 b) 33 c) 60 d) 75 e) 100 f) 150

Solución: a) Divisores de 65: 1, 5, 13, 65

b) Divisores de 33: 1, 3, 11, 33

e) Divisores de 100: 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100

c) Divisores de 60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

d) Divisores de 75: 1, 3, 5, 15, 25, 75

f) Divisores de 150: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75, 150

3. NÚMEROS PRIMOS

26. Continúa la lista de números primos del ejemplo con 10 más.

Solución: 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79...

27. ¿Cuánto números primos crees que hay? ¿Crees que se acaban en un momento dado o que son infinitos?

Solución: Hay un número infinito de números primos.

28. ¿Te atreverías a repetir la criba de Eratóstenes, pero hasta el 150?

Solución: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149

29. Busca los distintos significados de las palabras "criba" y "algoritmo", ¿en qué más contextos los puedes utilizar?

Solución: La criba es un utensilio que se emplea para limpiar el grano (principalmente del trigo) de la paja, el polvo y otros sólidos no deseados con que se haya mezclado. En el contexto matemático se utiliza como sinónimo de separación. En nuestro caso hablamos de la criba de Eratóstenes, que nos ayuda a separar los números primos de los compuestos. Una algoritmo es un conjunto prescrito de instrucciones o reglas bien definidas, ordenadas y finitas que permite realizar una actividad mediante pasos sucesivos. Este se usa tanto en contextos matemáticos como informáticos.

30. Descompón en factores primos los siguientes números:

- a) 40 b) 56 c) 75 d) 90

Solución: a) $40 = 2^3 \cdot 5$; b) $56 = 2^3 \cdot 7$; c) $75 = 5^2 \cdot 3$; d) $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$;

31. Descompón en factores primos los siguientes números:

- a) 110 b) 124 c) 290 d) 366

Solución: a) $110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$; b) $124 = 2^2 \cdot 31$; c) $290 = 2 \cdot 5 \cdot 29$; d) $366 = 2 \cdot 3 \cdot 61$

32. Descompón en factores primos los siguientes números:

- a) 1290 b) 3855 c) 4520 d) 5342

Solución: a) $1290 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 43$ b) $3855 = 3 \cdot 5 \cdot 257$ c) $4520 = 2^3 \cdot 5 \cdot 113$ d) $5342 = 2 \cdot 2671$

33. Si descomponemos en factores primos los números: 10, 100, 1000, 10000 y 100000, ¿qué es lo que observas? ¿Lo podrías hacer de forma más rápida sin necesidad de usar el método general?

Solución: *Todos ellos tienen como factores 2 y 5 con la misma potencia, la cual coincide con el número de ceros que tienen.*

34. ¿Qué ocurre al descomponer en factores primos los números 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256? ¿Podrías continuar tú la serie con 5 números más?

Solución: *Todos son potencias de dos. 512, 1024, 2048, 4096, 8192*

35. Calcula el M.C.D. de los siguientes pares de números:

- a) 60 y 45 b) 120 y 55 c) 34 y 66 d) 320 y 80

Solución: a) $M.C.D.(60, 45) = 3 \cdot 5 = 15$ b) $M.C.D.(120, 55) = 5$ c) $M.C.D.(34, 66) = 2$ d) $M.C.D.(320, 80) = 2^4 \cdot 5 = 80$

36. Calcula el M.C.D. de los siguientes números:

- a) 30, 12 y 22 b) 66, 45 y 10 c) 75, 15 y 20 d) 82, 44 y 16

Solución: a) $M.C.D.(30, 12, 22) = 2$
 b) $M.C.D.(66, 45, 10) = 3$
 c) $M.C.D.(75, 15, 20) = 5$
 d) $M.C.D.(82, 44, 16) = 2$

37. Calcula el m.c.m. de los siguientes pares de números:

- a) 60 y 45 b) 120 y 55 c) 34 y 66 d) 320 y 80

Solución: a) $m.c.m.(60, 45) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$
 b) $m.c.m.(120, 55) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$
 c) $m.c.m.(34, 66) = 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 17$
 d) $m.c.m.(320, 80) = 2^6 \cdot 5$

38. Calcula el m.c.m. de los siguientes números:

- a) 30, 12 y 22 b) 66, 45 y 10 c) 75, 15 y 20 d) 82, 44 y 16

Solución: a) $m.c.m.(30, 12, 22) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$. b) $m.c.m.(66, 45, 10) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$. c) $m.c.m.(75, 15, 20) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$
 d) $m.c.m.(82, 44, 16) = 2^4 \cdot 11 \cdot 41$

39. María y Paula tienen 25 cuentas blancas, 15 cuentas azules y 90 cuentas rojas. Quieren hacer el mayor número de collares iguales sin que sobre ninguna cuenta.

- a) ¿Cuántos collares iguales pueden hacer?
 b) ¿Qué número de cuentas de cada color tendrá cada collar?

Solución: a) $M.C.D.(25, 15, 90) = 5$ collares. b) $(25 + 15 + 90)/5 = 26$ cuentas en cada collar

40. Un autobús pasa por una parada cada 18 minutos, otro cada 25 minutos y un tercer autobús cada 36 minutos. Si a las 9 de la mañana han pasado en ese lugar los tres autobuses a la vez. ¿A qué hora vuelven a coincidir?

Solución: $m.c.m.(18, 25, 36) = 900$. *Coincidirán cada 900 minutos que son 15 horas.*

Por tanto volverán a coincidir a las 24:00 h, es decir, a las 12 de la noche.

41. Se compran en una florería 24 rosas y 36 claveles. ¿Cuántos centros de mesa se pueden elaborar si se coloca la máxima cantidad de flores sin que sobre ninguna? ¿Cuántas rosas y claveles se colocan en cada centro de mesa?

Solución: $M.C.D.(24, 36) = 12$ centros de mesa. $24/12 = 2$ rosas y $36/12 = 3$ claveles

42. Raúl tiene varios avisos en su móvil: uno que da una señal cada 60 minutos, otro que da una señal cada 150 minutos y un tercero que da una señal cada 360 minutos. Si a las 10 de la mañana las 3 señales de aviso han coincidido.

- a) ¿Cuántas horas como mínimo han de pasar para que vuelvan a coincidir?
 b) ¿A qué hora volverán a dar la señal otra vez juntos?

Solución: a) $m.c.m.(60, 150, 360) = 1800$ minutos = 30 horas. b) 30 horas = 1 día y 6 horas. *Si contamos un día 6 horas a partir de las 10 de la mañana, tendremos que coincidirán a las 16 horas.*

43. ¿Cuál será la menor cantidad de caramelos que se puede repartir en partes iguales entre grupos de 20, 30, o 60 niños? Determina en cada caso cuántos caramelos les toca a cada niño.

Solución: $m.c.m.(20, 30, 60) = 60$ caramelos será la menor cantidad que se puede repartir. A cada niño le corresponderían respectivamente 3, 2 o 1 caramelo.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Repaso números naturales

1. Escribe mediante potencias de 10 los siguientes números:

- a) 84300 b) 3333 c) 119345 d) 903711

Solución: a) $8 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2$
 b) $3 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 3$
 c) $1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5$
 d) $9 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 1$

2. ¿Qué lugar ocupa la cifra 4 en los siguientes números? ¿En cuál de los números tiene mayor valor? ¿Y menor?

- a) 508744 b) 53349001 c) 47092157 d) 9745

Solución: a) *unidades y decenas*; b) *decenas de millar*; c) *decenas de millón*; d) *decenas*
El mayor valor lo tienen en el c) y el menor en el a)

3. Sacar factor común y calcular mentalmente:

- a) $28 \cdot 4 - 28 \cdot 3$ b) $30 \cdot 4 + 30 \cdot 2$ c) $66 \cdot 23 - 66 \cdot 13$ d) $700 \cdot 44 - 700 \cdot 4$

Solución: a) $28 \cdot (4 - 3) = 28$, b) $30 \cdot 4 + 30 \cdot 2 = 30(4 + 2) = 30(6) = 180$
 c) $66 \cdot (23 - 13) = 66 \cdot 10 = 660$ d) $700 \cdot (44 - 4) = 700 \cdot 40 = 28000$

4. Construye dos números con las cifras 6, 7 y 8 tal que su producto sea lo más grande posible.

Solución: $76 \cdot 8$

5. Realiza las siguientes divisiones y comprueba con cada una de ellas la propiedad: $D = d \cdot c + r$

- a) $3844 : 45$ b) $74840 : 30$ c) $983035 : 981$ d) $847 : 45$

Solución: a) $3844 = 45 \cdot 85 + 19$ b) $74840 = 30 \cdot 2494 + 20$
 c) $983035 = 981 \cdot 1002 + 73$ d) $847 = 45 \cdot 18 + 37$

6. Halla, utilizando solo la calculadora, los cocientes y los restos de las siguientes divisiones:

- a) $654 : 77$ b) $543 : 7$ c) $8374 : 85$ d) $9485 : 11$ e) $6590 : 41$

Solución: a) $654 = 77 \cdot 8 + 38$ b) $543 = 7 \cdot 77 + 4$ c) $8374 = 85 \cdot 98 + 44$ d) $9485 = 11 \cdot 862 + 3$ e) $6590 = 41 \cdot 160 + 30$

7. Realiza las siguientes operaciones:

- a) $(55 + 12) \cdot 4$ b) $66 \cdot 2 + 10$ c) $55 + 70 \cdot 3 + 11$ d) $330 - 10 \cdot 2 + 82$

Solución: a) 268 b) 142 c) 276 d) 392

8. Di cuales de las siguientes operaciones tienen el mismo resultado:

- a) $2 \cdot (46 - 16)$ b) $2 \cdot 46 - 16$ c) $2 \cdot 46 - 2 \cdot 16$ d) $2 \cdot (46 + 16)$ e) $2 \cdot 46 + 16$

Solución: La a y la c.

9. Realiza las operaciones del ejercicio anterior en la calculadora y comprueba la importancia de añadir los paréntesis.

Solución: A realizar con calculadora. a) 60 b) 76 c) 60 d) 124 e) 108

10. Realiza las siguientes operaciones:

- a) $4 \cdot (44 + 5) - 6 \cdot 2 + 9$ b) $2 \cdot (3 + 11) - (4 + 12)$ c) $(18 - 4) \cdot 5 + 3 \cdot 7 - 13$ d) $5 \cdot 12 + (3 - 2) \cdot 4 - 3 + 4 \cdot 5 - 5$

Solución: a) $4 \cdot (44 + 5) - 6 \cdot 2 + 9 = 4 \cdot 49 - 12 + 9 = 193$ b) $2 \cdot (3 + 11) - (4 + 12) = 2 \cdot 14 - 16 = 12$
 c) $(18 - 4) \cdot 5 + 3 \cdot 7 - 13 = 14 \cdot 5 + 21 - 13 = 78$
 d) $5 \cdot 12 + (3 - 2) \cdot 4 - 3 + 4 \cdot 5 - 5 = 60 + 4 - 3 + 20 - 5 = 76$

11. Inventa un problema en el que tengas que realizar la siguiente operación: $5 + 4(6 - 2)$

Solución abierta.

12. Halla, utilizando solo la calculadora, los cocientes y los restos de las siguientes divisiones:

- a) $376 : 37$ b) $299 : 7$ c) $3524 : 65$ d) $585 : 22$ e) $2060 : 51$

Solución: a) $c = 10; r = 6$ b) $c = 42; r = 5$ c) $c = 54; r = 14$ d) $c = 26; r = 13$ e) $c = 40; r = 20$

13. Realiza las siguientes operaciones:

- a) $(34 + 23) \cdot 5$ b) $87 \cdot 2 + 10$ c) $55 + 65 \cdot 3 + 11$ d) $230 - 100 \cdot 2 + 90$

Solución: a) 285 b) 184 c) 261 d) 120

14. Di cuales de las siguientes operaciones tienen el mismo resultado:

- a) $8 \cdot (22 - 12)$ b) $8 \cdot 22 - 12$ c) $8 \cdot 22 - 8 \cdot 12$ d) $8 \cdot (22 + 12)$ e) $8 \cdot 22 + 12$

Solución: a) y c)

15. Realiza las operaciones del ejercicio anterior en la calculadora y comprueba la importancia de añadir los paréntesis.

Solución con calculadora: a) 80 b) 164 c) 80 d) 272 e) 188

16. Realiza las siguientes operaciones:

- a) $4 \cdot (65 + 7) - 5 \cdot 2 + 4$ b) $2 \cdot (3 + 9) - (4 + 8)$ c) $(22 - 4) \cdot 5 + 3 \cdot 2 - 1$ d) $5 \cdot 4 + (4 - 2) \cdot 5 - 3 + 4 \cdot 6 - 5$

Solución: a) 264 b) 12 c) 95 d) 46

16. Inventa un problema en el que tengas que realizar la siguiente operación: $(34 + 7) \cdot 8$

Solución abierta:

17. Sabemos que para el viaje de fin de curso son necesarios 3 autobuses, ya que viajarán 103 alumnos. En los dos primeros autobuses viajan el mismo número de estudiantes y en el tercero un alumno más que en los

otros dos. ¿Cuántas personas viajan en cada autobús?

Solución: Si hacemos la división, $(103/3)$ obtenemos $103 = 3 \cdot 34 + 1$ por tanto las dos primeras tendrían 34 y el tercero 35

18. ¡MAGIA!

Sigue los siguientes pasos:

- 1) Piensa en dos números naturales de una cifra. 2) Multiplica el primero por 2 y súmale 8. 3) Multiplica el resultado anterior por 5. 4) Suma el segundo número que habías pensado al resultado anterior. 5) Resta 40 al último resultado

¿Qué ocurre? ¿Es casualidad? ¿Pasará siempre lo mismo? ¿Puedes explicarlo?

Solución: Si los números son x e y , $(2 \cdot x + 8) \cdot 5 + y - 40 = 10 \cdot x + y$. Por tanto quedará siempre en la primera cifra del resultado el primer número pensado, y en la segunda cifra el segundo. A los alumnos se les puede ilustrar mediante ejemplos dando valores a x e y .

Divisibilidad

19. Escribe los diez primeros múltiplos de 6 y los diez primeros múltiplos de 9. ¿Cuáles son comunes a ambos?

Solución: Múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60. Múltiplos de 9: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90.
Los comunes son el 18, 36 y 54

20. Escribe cuatro números que cumplan que la cifra de las unidades sea el triple que la de las decenas de manera que dos de ellos sean divisibles por 2 y los otros dos no lo sean.

Solución: 13 y 39; 26 y 100

21. Indica cuales de los siguientes números son múltiplos de 15: 1, 30, 50, 60, 70, 75, 100, 125, 150

Solución: 30, 60, 75, 150

22. Di cuales de los siguientes números son múltiplos de 5. ¿Y de 10? ¿Cuáles coinciden? ¿Por qué?

23, 24, 56, 77, 89, 90, 234, 621, 400, 4520, 3411, 46295, 16392, 385500

Solución: Múltiplos de 5: 90, 400, 4520, 46295, 385500; Múltiplos de 10: 90, 400, 4520, 385500
Coinciden todos los múltiplos de 10. Sólo coinciden estos últimos, ya que todos los múltiplos de 10 son múltiplos de 5.

23. Escribe cuatro números de cuatro cifras que cumplan que la cifra de las decenas sea el doble que la de las unidades de manera que uno de ellos sean divisible por 3, otro por 11, otro por 2 y otro por 4.

Solución: 2121, 3784, 4242, 8484 y 4884 que es divisible por 3, 11, 2 y 4.

24. Copia en tu cuaderno y completa la siguiente tabla escribiendo verdadero o falso:

Número	¿Es...?	Verdadero/Falso
327	Divisible por 11	Falso
494530	Divisible por 4	Falso
39470034	Divisible por 6	Verdadero
7855650	Divisible por 3	Verdadero
985555328	Divisible por 2	Verdadero
20000045	Divisible por 10	Falso

25. Haz una lista con los valores de las monedas y billetes del sistema monetario euro.

¿Figura entre ellos algún número primo? ¿Por qué crees que es así?

Solución: Monedas 0'01 €, 0'02 €, 0'05 €, 0'10 €, 0'20 €, 0'50 €, 1 €, 2 €. Billetes: 5 €, 10 €, 20 €, 50 €, 100 €, 200 €, 500 €. Tan solo son primos las más pequeñas que son números naturales: 2 € y 5 €. El resto son números decimales o son múltiplos de estas cantidades. 2 y 5 son los factores de 10.

26. Pedro tiene una forma muy peculiar de dar el teléfono a sus amigos: les dice que consta de nueve cifras, que no se repite ninguna y que leyéndolo de izquierda a derecha se cumple:

- La primera cifra es un múltiplo de 3 mayor que 6.
- Las dos primeras cifras forman un múltiplo de 2 y de 5.
- Las tres primeras cifras forman un número par múltiplo de 3
- Las cuatro primeras cifras forman un número que es múltiplo de 5 pero no de 2.
- Las cinco primeras cifras forman un número múltiplo de 2 y de 3.
- Las seis primeras cifras forman un número múltiplo de 11.
- La séptima cifra es un múltiplo de 7.
- Las ocho primeras cifras forman un número impar.
- Las cuatro últimas cifras forman un múltiplo de 11.

¿Sabrías averiguar cuál es su teléfono?

Solución: 906 543 718

27. Calcula cuántos cuadrados puedes contar en la siguiente figura:

Solución: 9 de 1x1, 4 de 2x2, 1 de 3x3, en total 14 cuadrados

28. Sustituye x e y por valores apropiados para el siguiente número sea divisible por 2 y por 11 a la vez: 256x81y

Solución: 2561812, 2563814, 2565816, 2567818

29. Sabemos que el número 1452 es múltiplo de 11. Calcula otro múltiplo de 11 solo cambiando de lugar las cifras de este número.

Solución: 5412, 5214, 4125, 4521, 2145, 2541, 1254.

30. Completa en tu cuaderno con las expresiones: "ser múltiplo de", "ser divisor de" o "ser divisible por":

- a) 40 es **múltiplo de** 10.
- b) 2 es **divisor de** 10.
- c) 4 es **divisor de** 8.
- d) 935 es **múltiplo de** 11.
- e) 90 es (**múltiplo de / divisible por**) 45.
- f) 3 es **divisor de** 15.

Números primos

31. Descompón en factores primos los siguientes números: 1530, 2457 y 7440.

Solución: $1530 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 17$; $2457 = 3^3 \cdot 7 \cdot 13$; $7440 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 31$.

32. Observa la descomposición factorial de los siguientes números a, b, c, d y contesta:

$$a = 2 \cdot 3^2 \quad b = 2 \cdot 3 \quad c = 5 \cdot 7 \quad d = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

- a) ¿Cuál de ellos es múltiplo de a?
- b) ¿Cuáles son divisores de d?
- c) ¿Cuáles son primos entre sí?

Solución: a) d b) a, b c) b y c; a y c

33. Averigua cuáles son los números cuyas descomposiciones factoriales son:

$$a) x = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 \quad b) y = 5^2 \cdot 2^2 \cdot 11 \quad c) z = 2 \cdot 5^2 \cdot 7$$

Solución: a) 504 b) 1100 c) 350

34. Calcula el M.C.D. de los siguientes pares de números:

$$a) 9 \text{ y } 12 \quad b) 18 \text{ y } 42 \quad c) 8 \text{ y } 15 \quad d) 108 \text{ y } 630$$

Solución: a) 3 b) 6 c) 1 d) 18

35. Calcula el m.c.m. de los siguientes pares de números:

$$a) 140 \text{ y } 300 \quad b) 693 \text{ y } 1485 \quad c) 365 \text{ y } 600 \quad d) 315 \text{ y } 1845$$

Solución: a) $m.c.m.(120, 300) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 2100$

$$b) m.c.m.(693, 1485) = 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 10395$$

$$c) m.c.m.(365, 600) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 73 = 43800$$

$$d) m.c.m.(315, 1845) = 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 41 = 12915$$

36. Calcula el m.c.m. y M.C.D. de los siguientes números:

$$a) 24, 60 \text{ y } 80 \quad b) 60, 84 \text{ y } 132 \quad c) 270, 315 \text{ y } 360 \quad d) 240, 270 \text{ y } 360$$

Solución:

$$a) m.c.m.(24, 60, 80) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240; \quad M.C.D.(24, 60, 80) = 4$$

$$b) m.c.m.(60, 84, 132) = 4620; \quad M.C.D.(60, 84, 132) = 12$$

$$c) m.c.m.(270, 315, 360) = 7560; \quad M.C.D.(270, 315, 360) = 45$$

$$d) m.c.m.(240, 270, 36) = 2160; \quad M.C.D.(240, 270, 36) = 6.$$

AUTOEVALUACIÓN

1. ¿Cuál es el resultado de $20 \cdot 15 + 3$?
 a) 105 b) 65 c) 303 d) 900

Solución: c)

2. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera ?
 a) En una división exacta el cociente siempre es cero.
 b) En el sistema de numeración decimal el valor de una cifra es independiente del lugar que ocupa.
 c) Si multiplicamos dividendo y divisor por el mismo número distinto de cero, el cociente no varía.
 d) El producto y la división de números naturales cumplen la propiedad conmutativa.

Solución: c)

3. ¿Cuál de las soluciones es la correcta para el conjunto de los divisores de 40?
 a) $D(40) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$ c) $D(40) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 12, 20, 40\}$
 b) $D(40) = \{1, 2, 4, 6, 5, 8, 10, 20, 40\}$ d) $D(40) = \{0, 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$

Solución: a)

4. El número de divisores naturales de 12 es:
 a) 3 b) 6 c) 4 d) 1

Solución: b) Tiene 6 divisores: 1, 2, 3, 4, 6, 12

5. El número 315A es múltiplo de 9 para los siguientes valores de A:
 a) $A = 9$ y $A = 3$ b) $A = 9$ y $A = 1$ c) $A = 3$ y $A = 6$ d) $A = 9$ y $A = 0$

Solución: d)

6. ¿Cuál de estos números cumple que es un número de tres cifras par, divisible por 5 y por 17 y la suma de sus cifras es 7?
 a) 70 b) 510 c) 610 d) 340

Solución: d)

7. Sabiendo que a es divisible por b. Indica cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:
 a) El número a es divisor de b.
 b) El número a es múltiplo de b.
 c) El número b es un múltiplo de a.
 d) Los números a y b son primos entre sí.

Solución: b)

8. El M.C.D.(54, 360, 45) es:
 a) 18 b) 27 c) 45 d) 9

Solución: d)

9. María compra en el supermercado los zumos en paquetes de 2 y los refrescos en paquetes de 3. Hoy quería comprar el mismo número de zumos que de refrescos, pero el menor número posible para no llevar mucho peso en el camino a su casa. ¿Cuántos compró de cada tipo?
 a) 3 b) 2 c) 6 d) 12

Solución: c)

10. Paula quiere hacer un juego de cartas cortando una cartulina de 16 cm de largo y 12 cm de ancho en cuadrados iguales de forma que sean lo más grandes posible y no sobre cartulina. ¿Cuánto medirá el lado de cada carta?
 a) 4 cm b) 2 cm c) 8 cm d) 6 cm

Solución: a)

CAPÍTULO 3: POTENCIAS Y RAÍCES

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. POTENCIAS

1. Calcula mentalmente las siguientes potencias y escribe el resultado en tu cuaderno:

a) 4^2 b) 2^4 c) 10^5 d) 3^3 e) 1^4 f) 1000^2

Solución: a) 16; b) 16; c) 100 000; d) 27; e) 1; f) 1 000 000.

2. Calcula en tu cuaderno las siguientes potencias:

a) 3^5 b) 7^4 c) 4^5 d) 9^4 e) 25^2 f) 16^3

Solución: a) 243; b) 2401; c) 1024; d) 6561; e) 625; f) 4096

3. Escribe en tu cuaderno el cuadrado y el cubo de los ocho primeros números naturales.

Solución: Cuadrados: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64. Cubos: 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512.

4. Indica cuáles de las siguientes potencias son cuadrados y cuáles son cubos:

a) 2^2 b) 3^2 c) 4^3 d) 5^4 e) 8^2 f) 16^3 g) 10^2

Solución: Cuadrados: a) 2^2 , b) 3^2 , e) 8^2 y g) 10^2 . Cubos: c) 4^3 y f) 16^3 .

5. Lee de dos maneras distintas las siguientes potencias:

a) 5^3 b) 7^2 c) 25^4 d) 30^2 e) 7^5 f) 7^6

Solución: a) Cinco elevado al cubo. Cinco elevado a tres. b) Siete elevado al cuadrado. Siete elevado a dos. c) Veinticinco elevado a la cuarta. Veinticinco elevado a cuatro. d) Treinta elevado al cuadrado. Treinta elevado a dos. e) Siete elevado a la quinta. Siete elevado a cinco. f) Siete elevado a la sexta. Siete elevado a seis.

6. Calcula mentalmente:

a) 1^{2689} ; b) 0^{9826} c) 1927^0 d) 0^{1382} ; e) 1^{1000} ; f) 1961^0

Solución: a) 1; b) 0; c) 1; d) 0; e) 1; f) 1.

7. Completa la tabla siguiente en tu cuaderno:

a	a^2	a^3	a^4	a^5
5	25	125	625	3125
2	4	8	16	32
3	9	27	81	243
1	1	1	1	1
0	0	0	0	0

8. Busca los exponentes de las potencias siguientes:

a) $10^? = 10.000$. b) $10^? = 10.000.000$. c) $10^? = 100$

Solución: a) 4; b) 7; c) 2.

9. Expresa en forma polinómica usando potencias de 10: a) 12.345; b) 6.780.912; c) 500.391; d) 9.078.280

Solución: a) $12.345 = 1 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 5$; b) $6.780.912 = 6 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 2$;

c) $500.391 = 5 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 1$; d) $9.078.280 = 9 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10$

10. Utiliza la calculadora para obtener potencias sucesivas de un número. Si marcas un número, a continuación dos veces seguidas la tecla de multiplicar y después la tecla igual obtienes el cuadrado del número.

a) Compruébalo. Marca **7 * * =**, ¿qué obtienes?

b) Continúa pulsando la tecla igual y obtendrás las potencias sucesivas: **7 * * = = = ...**

c) Utiliza tu calculadora para obtener las potencias sucesivas de 2.

d) Vuelve a utilizarla para obtener las potencias sucesivas de 31 y anótalas en tu cuaderno.

Solución manipulativa:

2. OPERACIONES CON POTENCIAS Y PROPIEDADES

11. Calcula: a) $4 \cdot 10^5$; b) $6 \cdot 10^7$; c) $9 \cdot 10^3$; d) $56 \cdot 10^4$.

Solución:

a) 400 000; b) 60 000 000; c) 9 000; d) 560 000.

12. Aplica las propiedades de las potencias en tu cuaderno:

$$\begin{array}{llll} \text{a. } 7^{10} \cdot 7^2 = 7^{12}; & \text{b. } 8^{23} \cdot 8^3 = 8^{26}; & \text{c. } 5^5 \cdot 5^3 \cdot 5^6 = 5^{14}; & \text{d. } 10^3 \cdot 10^5 \cdot 10^4 = 10^{12}; \\ \text{e. } (8^3)^2 = 8^6; & \text{f. } (7^2)^4 = 7^8; & \text{g. } (9^0)^6 = 9^0; & \text{h. } (4^3)^2 = 4^6; \\ \text{i. } 6^{10} : 6^2 = 6^8; & \text{j. } 2^{23} : 2^3 = 2^{20}; & \text{k. } 9^8 : 9^3 = 9^5; & \text{l. } 3^{30} : 3^9 = 3^{21}; \\ \text{m. } 12^4 : 12^4 = 12^0 = 1; & \text{n. } 1^{25} : 1^{25} = 1^0 = 1; & \text{o. } 5^3 : 5^0 = 5^3; & \text{p. } 7^4 \cdot 7^0 = 7^4. \end{array}$$

13. Te has preguntado por qué un número elevado a 0 es igual a 1. Analiza la siguiente operación:

$$= 1 \text{ y también } = \frac{5^2}{5^2} = 5^{2-2} = 5^0.$$

Por ese motivo se dice que **todo número distinto de cero elevado a cero es igual a uno.**

14. Calcula:

$$\text{a. } (2 \cdot 5)^4 = 10\,000 \quad \text{b. } (32 : 4)^3 = 512.$$

15. Calcula mentalmente

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 2^2 \cdot 2^3 & \text{b) } 4^2 \cdot 4^2; & \text{c) } 3^2 \cdot 3^2; \\ \text{d) } 10^6 \cdot 10^3 \cdot 10^4 \cdot 10^2; & \text{e) } 1^4 \cdot 1^5 \cdot 1^{15}; & \text{f) } 0^{25} \cdot 0^5. \end{array}$$

Solución: a) 32; b) 256; c) 81; d) $10^{15} = 1000000000000000$; e) 1; f) 0.

16. Escribe en forma de una única potencia

$$\text{a) } 7^5 \cdot 7^6 \cdot 7^4; \quad \text{b) } 4^4 \cdot 4^6 \cdot 4^7; \quad \text{c) } 2^{20} \cdot 2^{17}; \quad \text{d) } 3^6 \cdot 3^7 \cdot 3^3.$$

Solución: a) 7^{15} ; b) 4^{17} ; c) 2^{37} ; d) 3^{16} .

17. Calcula mentalmente

$$\text{a) } 2^3 \cdot 2^2 \cdot 2; \quad \text{b) } 1^4 \cdot 1^6 \cdot 1^7; \quad \text{c) } 10^{15} \cdot 10^5; \quad \text{d) } 0^2 \cdot 0^6 \cdot 0^{12}.$$

Solución: a) 64; b) 1; c) $10^{20} = 100\,000\,000\,000\,000\,000$; d) 0.

18. Calcula mentalmente

$$\text{a) } 10^8 \cdot 10^3 \cdot 10^2; \quad \text{b) } 0^3 \cdot 0^7 \cdot 0^8; \quad \text{c) } 1^{46} \cdot 1^{200}; \quad \text{d) } 5^5 \cdot 2^5.$$

Solución: a) $10^{13} = 10\,000\,000\,000\,000$; b) 0; c) 1; d) 100 000.

19. Escribe en forma de una única potencia y calcula:

$$\text{a) } 2^5 \cdot 5^5; \quad \text{b) } 10^4 \cdot 3^4; \quad \text{c) } 2^{20} \cdot 5^{20}; \quad \text{d) } 10^{10} \cdot 5^{10}.$$

Solución: a) $10^5 = 100\,000$; b) $30^4 = 810\,000$; c) $10^{20} = 100\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$; d) 50^{10}

20. Calcula utilizando la calculadora

$$\text{a) } 53^3 \cdot 53^2 \cdot 53; \quad \text{b) } 71^3 \cdot 71^2; \quad \text{c) } 3,2^2 \cdot 3,2; \quad \text{d) } 82^3 \cdot 82.$$

Solución: a) 53^4 ; b) 71^5 ; c) $3,2^3$; d) 82^4

21. Calcula utilizando la calculadora

$$\text{a) } 49^2 \cdot 49^3 \cdot 49; \quad \text{b) } 35^4 \cdot 35^2; \quad \text{c) } 0,5^3 \cdot 0,5^5; \quad \text{d) } 147^2 \cdot 147.$$

Solución: a) 49^6 ; b) 35^6 ; c) $0,5^8$; d) 147^3

3. RAÍCES

22. Calcula mentalmente en tu cuaderno las siguientes raíces:

a) $\sqrt{100}$ b) $\sqrt{64}$; c) $\sqrt{81}$; d) $\sqrt{49}$; e) $\sqrt{25}$; f) $\sqrt{1}$; g) $\sqrt{0}$.

Solución: a) 10; b) 8; c) 9; d) 7; e) 5; f) 1; g) 0

23. Calcula mentalmente en tu cuaderno las siguientes raíces:

a) $\sqrt[3]{1000}$ b) $\sqrt[3]{8}$ c) $\sqrt[4]{16}$ d) $\sqrt[4]{81}$ e) $\sqrt[3]{64}$ f) $\sqrt[5]{1}$ g) $\sqrt[3]{0}$.

Solución: a) 10; b) 2; c) 2; d) 3; e) 8; f) 1; g) 0

24. Introducir los siguientes factores en el radical:

a) $2 \cdot \sqrt[3]{4}$ b) $3 \cdot \sqrt[3]{2}$ c) $5 \cdot \sqrt[5]{4}$ d) $10 \cdot \sqrt[3]{2}$ e) $2 \cdot \sqrt[4]{5}$.

Solución: a) $\sqrt[3]{32}$; b) $\sqrt[3]{54}$; c) $\sqrt[5]{12500}$ d) $\sqrt[3]{2000}$ e) $\sqrt[4]{80}$

25. Extraer los factores que se pueda del radical:

a) $\sqrt[3]{1000a^6b^3}$ b) $\sqrt[5]{100000000}$ c) $\sqrt[4]{81a^6b^5c^4}$ d) $\sqrt[3]{10000a^5b^3}$

Solución: a) $a^2 \cdot b \cdot 10$ b) $10 \cdot \sqrt[5]{1000}$ c) $3abc \cdot \sqrt[4]{a^2b}$ d) $10ab \sqrt[3]{10a^2}$

26. Calcula:

a) $2\sqrt{8} + 3\sqrt{32} - 5\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$ b) $5\sqrt{27} + 2\sqrt{3} - \sqrt{81} = 17\sqrt{3} - 27$.

Solución: a) $11\sqrt{2}$ b) $17\sqrt{3} - 27$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Potencias

1. Calcula en tu cuaderno las siguientes potencias:

Solución: a. $7^3 = 343$; b. $8^4 = 4096$; c. $5^5 = 3125$; d. $3^5 = 243$; e. $5^2 = 25$;

f. $5^3 = 125$; g. $3^4 = 81$; h. $1^{47} = 1$; i. $9^0 = 1$; j. $10^8 = 100000000$

2. Calcula mentalmente en tu cuaderno las 5 primeras potencias de 10.

Solución: 10, 100, 1000, 10000, 100000

3. Expresa en forma de potencia en tu cuaderno:

Solución: a. $100000 = 10^5$ b. $1000000 = 10^6$ c. $10000000 = 10^7$

4. Expresa como una única potencia y calcula el resultado:

Solución: a) $(4^3)^2 = 4^6$ b) $(2^2)^2 = 2^4$ c) $(9^0)^5 = 1$ d) $(5^3)^2 = 5^6$

5. Calcula mentalmente en tu cuaderno las 5 primeras potencias de 2.

Solución: 2, 4, 8, 16, 32

6. Escribe en tu cuaderno en forma de potencia el resultado de estas operaciones:

Solución: a) $6^{10} \cdot 6^2 = 6^{12}$ b) $8^{14} \cdot 8^3 = 8^{17}$ c) $3^5 \cdot 3^3 \cdot 3^6 = 3^{14}$ d) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^4$

e) $7 \cdot 7^4 \cdot 7^2 = 7^7$ f) $3^3 \cdot 3 \cdot 3^6 = 3^{10}$ g) $10^5 \cdot 10^3 \cdot 10^4 = 10^{12}$ h) $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$.

7. Escribe en forma de una única potencia el resultado de estas operaciones:

Solución: a) $7^{10} : 7^2 = 7^8$ b) $9^{14} : 9^3 = 9^{11}$ c) $3^8 : 3^3 = 3^5$

d) $5^7 : 5^3 = 5^4$ e) $6^4 : 6^4 = 1$ f) $10^7 : 10^5 = 10^2$.

8. Simplifica y calcula en tu cuaderno:

Solución: a) $(3 \cdot 2^4 \cdot 5^3) : (3 \cdot 2^2 \cdot 5^2) = 20$; b) $(6^3 \cdot 4^5 \cdot 11^3) : (2^4 \cdot 3 \cdot 11^2) = 11 \cdot 2^4 \cdot 3^2 = 1584$

9. Escribe en tu cuaderno en forma de una única potencia:

Solución: a) $4 \cdot 2^5 \cdot 2^{10} = 2^{23}$ b) $5 \cdot 25^6 \cdot 5^8 = 5^{25}$ c) $10^{12} \cdot 100^8 = 10^{28}$ d) $3^2 \cdot 9^5 \cdot 3^3 = 3^{15}$

10. Escribe en forma de potencias:

Solución: a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^6$ b) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^4$ c) $11 \cdot 11 \cdot 11 = 11^3$ d) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$

11. Dibuja en un papel cuadriculado un cuadrado de lado igual a 2 cuadrados pequeños. ¿Cuántos cuadrados pequeños tiene? Dibuja también cuadrados de lados 3, 4 y 5 cuadrados pequeños e indica cuántos cuadrados pequeños tienen. Exprésalo en forma de potencias.

Solución: 4 cuadrados pequeños; 9, 16, 25 cuadrados pequeños respectivamente; 3^2 , 4^2 , 5^2 .

12. Con cubitos se forman cubos mayores de lado 2, 3,

4 y 5. ¿Cuántos cubitos son

necesarios en cada caso? Exprésalo en forma de potencias.

Solución: $2^3, 3^3, 4^3, 5^3$.

13. Efectúa las siguientes operaciones con potencias dando el resultado en forma de potencia de una sola base, la que creas más adecuada en cada caso:

Solución: a. $(4^5 \cdot 4^2)^3 = 4^{19}$ b. $1^3 \cdot 3^3 = 3^3$ c. $(16^4 : 8^3)^4 = 2^{28}$

d. $(5^3 : 5^2)^3 = 5^3$ e. $((7^5 \cdot 7^2)^2)^3 = 9$ f. $(27^2 \cdot 9^2)^3 = 3^{30}$

14. Efectúa las siguientes operaciones dando el resultado como una única potencia:

Solución: a. $2^{10} \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^{14}$ b. $(5^{10} \cdot 25^2)^4 = 5^{56}$ c. $4^3 \cdot 4^5 \cdot (4^2)^5 = 4^{18}$

d. $16^7 : 8^2 = 2^{22}$ e. $(16^7)^3 : (8^2)^2 = 2^{72}$ f. $3^4 \cdot (3^2 : 3^5) = 3$

15. Escribe los cuadrados de diez números mayores que 10 y menores que 100.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $11^2 = 1331$; $12^2 = 1728$; $13^2 = 2197$; $14^2 = 2744$; $15^2 = 3375$; $16^2 = 4096$; $17^2 = 4913$; $18^2 = 5832$; $19^2 = 6859$; $20^2 = 8000$.

16. En un envase de un supermercado hay 16 cajas de batidos de chocolate, y cada caja tiene 8 batidos de 200 centímetros cúbicos. Expresa el número total de batidos de cada envase en forma de potencia de 2.

Solución: $2^4 \cdot 2^3 = 2^7$.

17. Calculadora: Algunas calculadoras tienen la tecla x^2 que calcula cuadrados. Por ejemplo: Para calcular 23^2 se pulsa:

23 x^2

y se obtiene 529. Usa la calculadora para obtener:

a) 13^2 ; b) 43^2 ; c) 75^2 ; d) 82^2 .

Solución: a) 169 b) 1849 c) 5625 d) 6724

18. Escribe los cubos de los diez números mayores que 10 y menores que 100.

Respuesta abierta.

19. Indica cuáles de los siguientes números son cuadrados y cuáles son cubos:

a) 1, Cuadrado y Cubo b) 2, Nada c) 4, Cuadrado
d) 8, Cubo e) 16, Nada f) 27, Cubo g) 1000, Cubo

Raíces

20. Halla en tu cuaderno:

Solución: a) $\sqrt{4} = 2$ b) $\sqrt{25} = 5$ c) $\sqrt{81} = 9$ d) $\sqrt{9} = 3$

e) $\sqrt{64} = 8$ f) $\sqrt{16} = 4$ g) $\sqrt{225} = 15$ h) $\sqrt{100} = 10$

21. Calcula en tu cuaderno las siguientes raíces: 102

Solución: a) $\sqrt{121} = 11$ b) $\sqrt[3]{125} = 5$ c) $\sqrt[3]{8} = 2$ d) $\sqrt[3]{1} = 1$ e) $\sqrt[4]{16} = 2$ f) $\sqrt{289} = 17$

22. Introduce en tu cuaderno los siguientes factores en el radical:

Solución: a) $3\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{729}$ b) $8\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2048}$ c) $9\sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{177147}$ d) $5\sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{875}$

e) $4\sqrt[5]{4} = \sqrt[5]{4096}$ f) $5\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{250}$ g) $2\sqrt{7} = \sqrt{28}$ h) $5\sqrt{7} = \sqrt{175}$

23. Extrae en tu cuaderno factores de los radicales siguientes:

Solución: a) $\sqrt[3]{729} = 9$ b) $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ c) $\sqrt{175} = 5\sqrt{7}$ d) $\sqrt{1200} = 20\sqrt{3}$

e) $\sqrt{180} = 6\sqrt{5}$ f) $\sqrt[4]{50000} = 100\sqrt[4]{5}$ g) $\sqrt[3]{64} = 8$ h) $\sqrt[4]{100000} = 10\sqrt{10}$

i) $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ j) $\sqrt{360} = 6\sqrt{10}$ k) $\sqrt[3]{80} = 2\sqrt[3]{10}$ l) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

24. Usa la calculadora para obtener las raíces cuadradas de 121, 144, 625, 2025.

Solución: 11, 12, 25, 45.

25. En la pastelería quieren colocar en una caja cuadrada 196 bombones formando el mayor cuadrado posible, ¿cuántos bombones tendrá de lado? 14 ¿Cuántos bombones se necesitan para formar el cuadrado que tenga un bombón más por lado?

Solución: $15^2 = 225$.

26. Halla en tu cuaderno:

Solución: a) $3\sqrt{5} + 5\sqrt{20} - 7\sqrt{45} = -8\sqrt{5}$ b) $4\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + 6\sqrt{300} = 53\sqrt{3}$
 c) $5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 0$ d) $8\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

27. Calcula mentalmente las raíces cuadradas de 100; 10.000; 1.000.000.

Solución: 10, 100, 1000

28. Calcula en tu cuaderno:

Solución: a. $2 + 5^2 + (14 : 2) + (1)^7 = 35$ b. $3 + 4^2 + (12 : 6) + (1)^{14} = 22$
 c. $3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^0 = 118$ d. $4^3 + 7 \cdot 3^2 = 127$

29. Escribe en tu cuaderno las frases siguientes y complétalas:

a) La raíz cuadrada de 1000 es 10.

b) La raíz cuadrada de 36 es 6

c) El número al que se le halla la raíz cuadrada se llama **radicando**

d) El cubo de 2 es 8

e) El cuadrado de 9 es 81.

f) La raíz cuadrada aproximada de 5 es 2'2. Observa con 5 cuadraditos podemos formar un cuadrado de lado 2 y nos sobra un cuadradito.

30. Se quieren plantar árboles en un jardín de forma que llenen un cuadrado. Hay 26 árboles. ¿Cuántos árboles habrá en cada lado del cuadrado? ¿Sobrarán algún árbol?

Solución: 5; si, sobra 1

31. Escribe al número 111 entre los cuadrados de dos números consecutivos.

Solución: $10^2 < 111 < 11^2$

32. Con 9 cuadrados hemos formado un cuadrado mayor de lado 3. ¿Cuántos cuadraditos debemos añadir para formar el siguiente cuadrado de lado 4? 7 ¿Es $3 + 3 + 1$? Sí. Y si ya tenemos el cuadrado de lado 4, cuántos para formar el cuadrado de lado 5?

Solución: 7; Si; $4 + 4 + 1 = 9$.

Problemas

33. Una finca tiene forma cuadrada y mide 36 m de lado. Si el metro cuadrado se paga a 500 €, ¿cuánto vale la finca?

Solución: $36 \cdot 36 \cdot 500 = 648000$ €.

34. El suelo de una cocina es cuadrado y está formado por 121 losas cuadradas de 40 cm x 40 cm. Halla la medida del lado de la cocina y su área.

Solución: $\sqrt{121} = 11$ losas en cada lado. Por tanto $11 \times 40 = 440$ cm es cada lado de la cocina, y en total el área será $440 \cdot 440 = 193600$ cm² = 19,36 m²

35. Preguntan la edad a una profesora de Matemáticas y contesta "Mi edad se obtiene si del cubo de 3 se suma el cuadrado de 2". ¿Qué edad tiene?

Solución: $3^3 + 2^2 = 27 + 4 = 31$.

36. Nieves y Ana juegan tres partidas. Nieves tenía 10 cromos y Ana 80. En la primera partida ganó Nieves y elevó sus cromos al cuadrado, en la segunda perdió el cubo de 3, y en la tercera perdió el cuadrado de 4. ¿Cuántos cromos les quedan a Nieves? ¿Quién ha ganado?

Solución: $10 + 10^2 - 3^3 - 4^2 = 10 + 100 - 27 - 16 = 67$ cromos tendrá Nieves.

37. Luis y Miriam tienen canicas. Luis tiene 8 elevado al cuadrado. Miriam tiene 2 elevado a la sexta potencia. ¿Quién tiene más canicas?

Solución: Luis: $8^2 = 64$ Miriam: $2^6 = 64$. Por tanto tienen el mismo número de canicas.

38. En un restaurante se puede elegir entre cuatro primeros platos, cuatro segundos y cuatro postres. ¿Cuántos menús distintos pueden hacerse?

Solución: $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ menús distintos.

AUTOEVALUACIÓN

1. ¿Cuál es el resultado de las tres potencias siguientes 2^4 , 4^3 y 5^2 ?
- a) 16, 12, 25 b) 16, 64, 25 c) 32, 64, 10 d) 64, 32, 26

Solución: b).

2. ¿Cuál es el resultado de la operación $4^2 + 5^2$?
- a) 41 b) 64 c) 34 d) 16

Solución: a).

3. Escribe = (igual) o \neq (distinto) según corresponda:

a) $5^6 \neq 15625$ b) $1^8 \neq 8$ c) $14^0 \neq 14$ d) $10^4 \neq 40$

Solución: a).

4. ¿Cuál de las respuestas corresponde a la multiplicación $3^3 \cdot 3^2 \cdot 3^5$?
- a) 3^{30} b) 9^{10} c) 3^{10} d) 19683

Solución: c).

28. 5. ¿Cuál de las respuestas corresponde a la división $7^6 : 7^4$?
- a) 7^{24} b) 7^2 c) 7^{10} d) $3/2$

Solución: b).

6. ¿Cuál de las soluciones es la correcta para la operación $(5 \cdot 2 \cdot 1)^3$?
- a) 1000 b) 30 c) 100 d) 60

Solución: a).

7. Elige la respuesta que corresponda al resultado de $((2)^2)^4$
- a) 2^8 b) 2^6 c) 32 d) 16

Solución: a).

8. ¿Cuál es el resultado de la operación $(18 : 2)^3$?
- a) 81 b) 316 c) 401 d) 729

Solución: d).

9. Señala el número que no es cuadrado perfecto:

a) 49 b) 36 c) 25 d) 1000

Solución: d).

10. El lado de una superficie cuadrada de 64 centímetros cuadrados mide:
- a) 6 cm b) 8 cm c) 7 cm d) 7,5 cm

Solución: b).

CAPÍTULO 4: NÚMEROS ENTEROS

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. NÚMEROS ENTEROS

1. Escribe el número que mejor representa la situación que se plantea:

- a) Un avión vuela a 1 292 m de altura
 b) El lunes el termómetro marcaba 6° C bajo cero
 c) El coche estaba en el sótano 2
 d) Sócrates nació en el año 470 antes de Cristo

Solución: a) 1292 b) -6 c) -2 d) -470

2. Expresa estos enunciados con un número positivo, negativo o cero:

- a) Me he gastado toda la paga.
 b) Mi ciudad está a 700 m sobre el nivel del mar.
 c) El garaje está en el segundo sótano.

Solución: a) 0 b) 700 c) -2

3. Indica el significado de los números -5, 0 y +3 en cada una de las situaciones siguientes:

- a) En un ascensor b) En un termómetro c) En una cuenta

Solución:

	ASCENSOR	TERMÓMETRO	CUENTA
5	SÓTANO 5	5 GRADOS BAJO CERO	DEBO 5 €
0	PLANTA BAJA	CERO GRADOS	NO TENGO NADA
3	TERCERA PLANTA	3 GRADOS	TENGO 3 €

4. Calcula el valor absoluto de los siguientes números:

- a) $|+9|$ b) $|-11|$ c) $|0|$ d) $|-6|$

Solución: a) 9 b) 11 c) 0 d) 6

5. Escribe en tu cuaderno:

- a) $|-5|$ b) $|+7|$ c) $Op(+6)$ d) $Op(-4)$

Solución: a) 5 b) 7 c) -6 d) 4

6. Escribe dos números que disten 4 de cero. ¿Cuánto dista de cero -3? ¿Y +3?

Solución: a) 4 y -4 b) 3 c) 3

2. REPRESENTACIÓN GRÁFICA

7. Representa en una recta numérica en tu cuaderno los siguientes números y ordénalos de menor a mayor:

-7, 3, 1, -4, 6, -5, -2 y 0.

Solución: $-7 < -5 < -4 < -2 < 0 < 1 < 3 < 6$

8. Completa en tu cuaderno con el signo < (menor) o > (mayor) según corresponda:

- a) -11 -6 b) -8 +4 c) +2 +10 d) +3 -9 e) -2 |-6|

Solución: a) $-11 < -6$ b) $-8 < -4$ c) $2 < 10$ d) $-9 < +3$ e) $-2 < |-6|$

9. Ordena de menor a mayor

- a) +12, -4, -15, +13 b) +3, -25, -9, -6

Solución: a) $-15 < -4 < +12 < +3$ b) $-25 < -9 < -6 < +3$

10. Tales de Mileto vivió hacia el año 600 a. C. y Newton durante el siglo XVII, ¿qué diferencia de siglos hay entre ambas fechas?

Ayuda: Representa ambas fechas en una recta numérica.

Solución: $17 - (-6) = 23$

3. OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

11. Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas de números enteros

- a) $+9 + 5$ b) $(-6) + (-3)$ c) $+7 + (-4)$ d) $(-8) + 10$

Solución: a) +14 b) -9 c) +3 d) 2

12. Halla el resultado de las siguientes sumas:

- a) $(+12) + (+5) + (-4)$ b) $(-8) + (-2) + (-10)$ c) $(-15) + (-4) + (+9)$ d) $(-3) + (+11)$

Solución: a) 13 b) -20 c) -10 d) +8

13. Efectúa estas operaciones

- a) $(+8) + (+2) + (-2)$ b) $(-14) + (-7) + (-11)$ c) $(-7) + (-2) + (+6)$ d) $(-5) + (+2)$

Solución: a) +8 b) -32 c) -3 d) -3

14. Un autobús comienza el viaje con 45 pasajeros. En la primera parada se bajan 7 y se suben 12. En la segunda se bajan 10

y se suben 8, y en la tercera se bajan 4. ¿Cuántos pasajeros hay en el autobús?

Solución: En el autobús quedan 44 pasajeros.

15. Un avión vuela a 4000 m y un submarino está sumergido a 60 m, ¿qué distancia en metros les separa?

Solución: Les separan 4060 m de distancia.

16. El emperador romano Augusto nació el 23 de septiembre del año 63 a. C. y murió el 19 de agosto del año 14 d. C. ¿Cuántos años vivió?

Solución: Vivió 77 años.

17. Expresa al número 10 como suma y resta de 3 números enteros.

Solución: $-12 + 15 + 7$

18. Expresa al número cero como suma y resta de cuatro números enteros.

Solución: $-20 + 16 + 8 - 4$

19. Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas de números enteros

a) $+8 + 3$ b) $(-7) + (-9)$ c) $+10 + (-4)$ d) $(-7) + 7$

Solución: a) 11 b) -16 c) 6 d) 0

20. Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas de números enteros usando el método de agrupar:

a) $-6 + 7 - 5$ b) $+5 - 7 + 9$ c) $-5 + 7 - 1$ d) $+6 - 9 - 2$

Solución: a) -4 b) 7 c) 1 d) -5

21. Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas de números enteros usando el método de tener y deber:

a) $-3 + 6 - 4$ b) $+4 - 6 + 8$ c) $-4 + 6 - 9$ d) $+5 - 8 - 9$

Solución: a) -1 b) 6 c) -7 d) -12

22. Escribe en tu cuaderno el resultado:

a) $+(+5)$ b) $- (+6)$ c) $- (-7)$ d) $+ (-42)$

Solución: a) 5 b) -6 c) +7 d) -42

23. Realiza en tu cuaderno las siguientes sumas y diferencias de números enteros

a) $+(+4) + (-6)$ b) $- (+5) - (+7)$ c) $- (-6) + (+8)$ d) $- (+4) + (+2) - (-5)$

e) $- (+3) - (+2) - (+7)$ f) $- (+3) + (-2) + (-5) - (-6)$ g) $- (+2) - (+4) - (-5) - (-6)$

Solución: a) -2 b) -12 c) +14 d) +3 e) -12 f) -4 g) +5

24. Realiza en tu cuaderno las siguientes operaciones:

a) $+(+6) + (-8) + (+2)$ b) $- (+7) - (+9) + (+1)$ c) $- (-8) + (+1)$ d) $- (+6) + (+4) - (-7)$

e) $- (+5) - (+4) - (+9)$ f) $- (+5) + (-4) + (-7) - (-8)$ g) $- (+4) - (+6) - (-7) - (-8)$

Solución: a) 0 b) -15 c) 9 d) +5 e) -27 f) -8 g) +5

25. Realiza los siguientes productos y divisiones de números enteros:

a) $(+3) \cdot (+2)$ b) $(+4) \cdot (-7)$ c) $(-8) \cdot (-9)$ d) $(-5) \cdot (+6)$

e) $(+20) : (+2)$ f) $(+21) : (-3)$ g) $(-30) : (-2)$ h) $(-54) : (+6)$

Solución: a) 6 b) -28 c) 72 d) -30 e) 10 f) -7 g) 15 h) -9

26. Calcula en tu cuaderno los siguientes productos y divisiones de números enteros:

a) $(+7) \cdot (+3)$ b) $(+5) \cdot (-3)$ c) $(-9) \cdot (-2)$ d) $(-6) \cdot (+7)$

e) $(+30) : (+3)$ f) $(+50) : (-5)$ g) $(-16) : (-4)$ h) $(-70) : (+2)$

Solución: a) 21 b) -15 c) 18 d) -42 e) 10 f) -10 g) 4 h) -35

27. Efectúa mentalmente y anota los resultados en tu cuaderno:

a) $(+2) \cdot (+4)$ b) $(+3) \cdot (-2)$ c) $(-6) \cdot (-3)$ d) $(-5) \cdot (+8)$

e) $(+8) : (+4)$ f) $(+15) : (-3)$ g) $(-10) : (-5)$ h) $(-60) : (+6)$

Solución: a) 8 b) -6 c) 18 d) -40 e) 2 f) -5 g) 2 h) -10

28. Realiza las siguientes operaciones:

a) $+4 - (+5) \cdot (-3)$ b) $+6 + (-9) : (+2 - 5)$ c) $-3 + [-4 - (-26) : (+2)]$

Solución: a) 19 b) 9 c) 6

29. Realiza las siguientes operaciones:

a) $+8 + (-1) \cdot (+6)$ b) $-6 + (-7) : (+7)$ c) $+28 - (-36) : (-9 - 9)$

d) $+11 + (+7) \cdot (+6 - 8)$ e) $-7 - [+4 - (-6) : (+6)]$ f) $+9 + [+5 + (-8) \cdot (-1)]$

Solución: a) 2 b) -7 c) 30 d) 25 e) -12 f) 22

30. Halla:

a) $(+1)^{2374}$ b) $(-1)^{2375}$ c) $(-3)^2$ d) $(-3)^3$

Solución: a) 1 b) -1 c) 9 d) -27

31. Utiliza la calculadora para realizar las siguientes operaciones:

a) $+2 - (+6) \cdot (-4)$ b) $+9 + (-6) : (+3 - 6)$

c) $-1 + [-5 - (-27) : (+2)]$

Solución: a) 26**b) 11****c) 7,5**

32. Utiliza la calculadora para realizar las siguientes operaciones:

a) $+3 + (-2) \cdot (+7)$

b) $-4 + (-11) : (+11)$

c) $+14 - (-27) : (-9 - 9)$

d) $+5 + (+2) \cdot (+9 - 4)$

e) $-3 - [+5 - (-7) : (+7)]$

f) $+8 + [+3 + (-5) \cdot (-2)]$

Solución: a) -11**b) -5****c) 12,5****d) 15****e) -9****f) 21**

33. Utiliza la calculadora para realizar las siguientes operaciones:

(a) $(+3)^{16}$

(b) $(-2)^{15}$

(c) $(-3)^{11}$

(d) $(-2)^{20}$

Solución: a) 43046721**b) -32768****c) -177147****d) 1048576****CURIOSIDADES. REVISTA****Pacto con el diablo**

Una persona protestaba por su mala suerte. Había perdido su trabajo y sólo le quedaban unos euros en el bolsillo.

El diablo se le acercó y le hizo una extraña proposición:

-Yo puedo hacer que tu dinero se duplique cada vez que cruces el puente que atraviesa el río. La única condición es que yo te esperaré al otro lado y debes entregarme 24 €.

El trato parecía ventajoso. Sin embargo, cuando cruzó por tercera vez, al dar al diablo los 24 € se quedó sin nada. Había sido engañado.

¿Cuánto dinero tenía en un principio?

Solución: Tenía 21 euros.**Un juego**

Rellena con números enteros las casillas en blanco de tal manera que la suma de todas las filas y columnas sea siempre 3.

-6		+6
	+2	
		0

Rellena con números enteros las casillas en blanco de tal manera que el producto de todas las filas y columnas sea siempre -70.

		+7
	-7	
-7		+2

Rellena con los números -7, -5, -3, 1, 3, 5, 9, 11 y 13 de forma que todas las filas y columnas sumen lo mismo.

Rellena con los números -8, -7, -6, -4, -3, 0, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10 y 11 de forma que todas las filas y columnas sumen lo mismo. Dos números pueden repetirse.

-6	3	+6
4	+2	-3
5	-2	0

-5	2	+7
-2	-7	-5
-7	5	+2

-5	13	1
9	3	-3
5	-7	11

-4	-6	5	10
8	3	-6	0
-8	11	0	2
9	-3	6	-7

SUBIR Y BAJAR

El Empire State Building, uno de los rascacielos más emblemáticos de Nueva York, necesitó para la construcción de sus 103 plantas, unos diez millones de ladrillos. En su construcción, 3000 obreros invirtieron, en 410 días, más de siete millones de horas de trabajo. Para ascender casi sus 414 m de altura, hay que superar los 1860 escalones que llegan hasta la planta 102. Si quisiéramos llegar hasta el centro de la Tierra bajando por una escalera semejante, el número de escalones que bajaríamos sería..... (el radio de la Tierra mide aproximadamente 6371 km)

Solución: 28623333 escalones aproximadamente.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Calcula en tu cuaderno:
- a. $(+7) - (-5) - (+2) + (-6)$ b. $-(-9) - (+7) + (-8) + (+6)$
 c. $+(-1) - (+15) - (-13) + (+7)$ d. $- (+2) + (-5) - (-17) - (+8) - (+4)$
- Solución:** a) +4 b) 0 c) 4 d) -6
2. Calcula mentalmente:
- a. $7 - 3$ b. $6 - 14$ c. $12 - 8$ d. $25 - 32$
 e. $31 - 43$ f. $56 - 63$ g. $-10 - 16$ h. $-31 - 18$
 i. $-44 - 11$ j. $-18 + 18$ k. $-27 + 9$ l. $-42 + 32$
- Solución:** a) 4 b) -8 c) 4 d) -7 e) -12 f) -7 g) -26 h) -49 i) -55 j) 0 k) -18 l) -10
3. Efectúa en tu cuaderno aplicando la regla de los signos:
- a. $(-6) \cdot (-7)$ b. $(-24) : (+4)$ c. $(-5) \cdot (+8)$ d. $(+49) : (-7)$ e. $(-7) \cdot (-9)$
 f. $(+48) : (+6)$ g. $(+11) \cdot (+6)$ h. $(-60) : (-10)$ i. $(-12) \cdot (-6)$ j. $(+75) : (-15)$
- Solución:** a) 42 b) -6 c) -40 d) -7 e) 63 f) 8 g) 66 h) 6 i) 72 j) -5
4. Halla y escribe el resultado en tu cuaderno:
- a. $6 - 9 - 5 + 4 - 7 + 1$ b. $11 - 12 + 8 - 14 + 16 - 7$
 c. $1 - 3 - 8 - 12 + 4 + 19 - 2$ d. $-8 - 16 + 9 + 2 - 8 - 7 + 12$
- Solución:** a) -10 b) 2 c) -1 d) -16
5. Utiliza la jerarquía de operaciones para calcular en tu cuaderno:
- a. $4 \cdot (10 - 12)$ b. $-6 \cdot (5 - 1)$ c. $6 \cdot (1 - 5) - 10$
 d. $10 + 5 \cdot (8 - 12)$ e. $7 \cdot (9 - 2) - 4 \cdot (6 - 12)$ f. $5 \cdot (12 - 9) + 4 \cdot (2 - 17)$
- Solución:** a) -8 b) -24 c) -34 d) -10 e) 73 f) -45
6. Efectúa en tu cuaderno aplicando la regla de los signos:
- a. $(+16) \cdot (+3)$ b. $(-4) \cdot (+9)$ c. $(+5) \cdot (-6)$ d. $(-8) \cdot (-3)$ e. $(-2) \cdot (+5)$
 f. $(+150) : (+15)$ g. $(-75) : (+25)$ h. $(+63) : (-21)$ i. $(-40) \cdot (+5)$ j. $(-80) \cdot (-10)$
- Solución:** a) 48 b) -36 c) -30 d) 24 e) -10 f) 10 g) -3 h) -3 i) -200 j) 800
7. Utiliza la jerarquía de operaciones para calcular en tu cuaderno:
- a. $7 - 5 \cdot 4$ b. $3 \cdot 8 - 6$ c. $5 \cdot 6 - 7 \cdot 4$
 d. $3 \cdot 9 - 5 \cdot 4$ e. $25 - 5 \cdot 8 + 2 \cdot 6 - 33$ f. $6 \cdot 7 - 40 - 4 \cdot 8 + 57$
- Solución:** a) -13 b) 18 c) 2 d) 7 e) 36 f) 23
8. Efectúa en tu cuaderno y explica qué conclusiones obtienes:
- a. $(-3)^4$ b. $(+3)^4$ c. -3^4 d. $+3^4$ e. $(-3)^3$ f. -3^3
- Solución:** a) 81 b) 81 c) -81 d) 81 e) -27 f) -27
9. Utiliza la jerarquía de operaciones para calcular en tu cuaderno:
- a. $6 \cdot (-5) - 3 \cdot (-7) + 20$ b. $-8 \cdot (+5) + (-4) \cdot 9 + 50$
 c. $(-3) \cdot (+9) - (-6) \cdot (-7) + (-2) \cdot (+5)$ d. $-(-1) \cdot (+6) \cdot (-9) \cdot (+8) - (+5) \cdot (-7)$
- Solución:** a) 11 b) -26 c) -79 d) -397
10. Representa gráficamente y ordena en sentido creciente, calcula los opuestos y los valores absolutos de los siguientes números enteros: 9, -5, -6, 4, -3, 5, -6, 0, 8
- Solución:** $-6 = -6 < -5 < -3 < 0 < 4 < 5 < 8 < 9$

Problemas

11. En un campo de extracción de petróleo una bomba lo extrae de un pozo a 1528 m de profundidad y lo eleva a un depósito situado a 34 m de altura. ¿Qué nivel ha tenido que superar el petróleo?
- Solución:** El petróleo se eleva un total de 1562 m.
12. La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera, a razón de 9 °C cada 300 metros. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de -90 °C, si la temperatura al nivel del mar en ese punto es de 15 °C?
- Solución:** El avión vuela a $(75 \cdot 300) / 9 = 2500$ m. de altura.
13. Nieves vive en la planta 8 de un edificio y su plaza de garaje está en el sótano 3. ¿Cuántas plantas separan su vivienda de su plaza de garaje?
- Solución:** La plaza de garaje está a 11 plantas de su casa.
14. La fosa de Filipinas está aproximadamente a 10 mil metros bajo el nivel del mar, y el monte Everest está a una altura de 8848 metros, ¿qué diferencia de altura hay entre el monte más alto y la sima más profunda en la Tierra?
- Solución:** La diferencia entre el pico del Everest y la fosa de Filipinas es de 18848 metros aproximadamente.
15. Hay oscuridad absoluta en los océanos a 500 metros de profundidad, y su profundidad media es de 4 km. Expresa con

números enteros esas cifras.

Solución: *Oscuridad absoluta: -500 m. Profundidad media: -4000 m.*

16. El saldo de la cartilla de ahorros de Manuel es hoy 289 €, pero le cargan una factura de 412 €. ¿Cuál es el saldo ahora?

Solución: *El saldo será de -123 €.*

17. Cuando Manuel fue a la Sierra a las 7 de la mañana el termómetro marcaba -7°C , aunque a la hora de comer el termómetro había subido 9°C , y a la hora de volver había vuelto a bajar 5°C , ¿qué temperatura hacía a esa hora?

Solución: *A esa hora el termómetro marcaba -3°C .*

18. ¿Cuál era la temperatura inicial de un termómetro que ahora marca ahora 12°C después de haber subido 9°C ?

Solución: *El termómetro marcaba inicialmente 3°C .*

19. Lourdes tenía ayer en su cartilla -169 euros y hoy tiene 56 euros. ¿Ha ingresado o ha gastado dinero? ¿Qué cantidad?

Solución: *Ha ingresado dinero, concretamente 225 €.*

20. ¿Cuál es la diferencia de temperatura que debe soportar una persona que pasa de la cámara de conservación de las frutas, que se encuentra a 4°C , a la de la carne congelada, que está a -18°C ? ¿Y si pasara de la cámara de la carne a la de la fruta?

Solución: *22 grados y si fuese al revés, -22 grados.*

21. Hace 5 semanas Ana tenía dinero ahorrado, si cada semana se gasta 7 euros, ¿cuánto dinero tenía más del que tiene ahora?

Solución: *Tenía 35 euros más que ahora.*

22. Roma fue fundada en el año 73 antes de Cristo, y el acueducto de Segovia se construyó hacia el año 160 d. C. ¿Cuántos años habían pasado desde la fundación de Roma?

Solución: *Desde la fundación de Roma a la construcción del acueducto de Segovia pasaron 233 años.*

AUTOEVALUACIÓN

1. El resultado de la operación: $\{(-1 + 3) \cdot (-2 - 3) + (-5 + 1) : (+3 - 2)\}$ es:

- a) -10 b) $+14$ c) -14 d) $+16$

Solución: *c*

2. El producto $(-2) \cdot (-6) \cdot (-5)$ es:

- a) menor que -100 b) mayor que 0 c) menor que -4 d) mayor que 50

Solución: *a*

3. El resultado de la operación $(+4) \cdot (-2) \cdot (-5) \cdot (-1)$ es:

- a) -12 b) $+40$ c) -40 d) $+20$

Solución: *c*

4. Desde el año 63 a. C. hasta el 77 d. C. transcurren:

- a) 140 años b) 14 años c) -14 años d) -40 años

Solución: *a*

5. ¿Cuál de las siguientes potencias es positiva?

- a) $(-2)^5$ b) $(-3)^2$ c) $(-4)^3$ d) $(-1)^7$

Solución: *b*

6. Un termómetro ha subido 10°C , luego ha bajado 8°C y, por último, marca -5°C . La temperatura inicial era:

- a) -7°C b) -13°C c) $+3^{\circ}\text{C}$ d) -3°C

Solución: *a*

7. Al viajar desde una latitud de 6° Sur hasta otra de 40° Norte, la variación de latitud es:

- a) 46° Norte b) 34° Sur c) 34° Norte d) 50° Sur

Solución: *a*

8. La temperatura es de 15°C bajo cero y, a lo largo del día, el termómetro sube 20°C y después desciende 8°C . Por tanto la temperatura final es:

- a) -2°C b) -3°C c) 2°C d) 3°C

Solución: *b*

9. Si estás situada en el punto -9 de la recta numérica de los números enteros, ¿qué movimientos te llevan hasta $+5$?

- a) $+13 - 3 + 4$ b) $-1 + 14$ c) $+18 - 5$

Solución: *a*

10. El resultado de la operación $(+3) - (+5) + (-4) - (-7) + (-6)$ es:

- a) -2 b) -3 c) -4 d) -5

Solución: *d*

CAPÍTULO 5: FRACCIONES. MATEMÁTICAS 1º DE ESO

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. INTERPRETACIÓN DE UNA FRACCIÓN

1. En cada una de las siguientes imágenes escribe en tu cuaderno la fracción que representan los quesitos de la caja:



a)



b)



c)

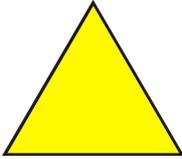


d)

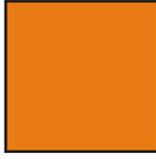
Solución: a) $\frac{8}{8}$; b) $\frac{3}{8}$; c) $\frac{5}{8}$; d) $\frac{1}{8}$.

2. Copia en tu cuaderno y divide adecuadamente cada una de las siguientes figuras para poder destacar, en cada caso, la fracción indicada:

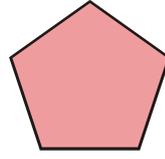
a) $\frac{1}{2}$



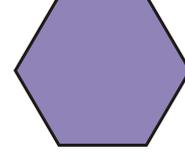
b) $\frac{3}{4}$



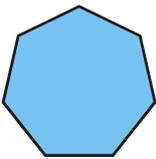
c) $\frac{2}{5}$



d) $\frac{3}{6}$



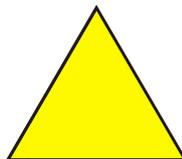
e) $\frac{7}{7}$



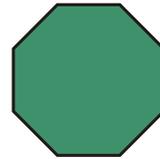
f) $\frac{1}{4}$



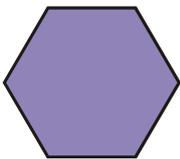
g) $\frac{2}{3}$



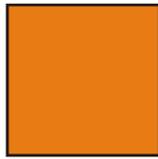
h) $\frac{3}{4}$



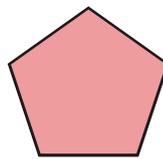
i) $\frac{4}{9}$



j) $\frac{1}{4}$



k) $\frac{7}{10}$



l) $\frac{5}{8}$



Solución gráfica:

3. Señala diferentes acciones que obliguen a repartir, o subdividir, cierto objeto, ente o actividad.

Solución abierta: Por ejemplo, repartir una pizza, una herencia...

4. Encuentra situaciones de la vida cotidiana en las que aparezcan fracciones.

Solución abierta:

2. SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

5. Calcula: a) $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$ b) $\frac{4}{13} + \frac{6}{13}$ c) $\frac{3}{5} + \frac{6}{5}$ d) $\frac{7}{1} + \frac{2}{1}$ e) $4 + \frac{8}{1}$ f) $1 + \frac{2}{5}$

Solución: a) $\frac{7}{9}$; b) $\frac{10}{13}$; c) $\frac{9}{5}$; d) $9/1 = 0$; e) $12/1 = 12$; f) $\frac{7}{5}$;

6. Halla: a) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$ b) $\frac{15}{11} - \frac{7}{11}$ c) $1 - \frac{4}{7}$ d) $\frac{8}{3} - 1$

Solución: a) $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$; b) $\frac{8}{11}$; c) $\frac{3}{7}$; d) $\frac{5}{3}$;

7. Obtén tres fracciones equivalentes a cada una de las que figuran a continuación: a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{7}{4}$ c) $\frac{24}{9}$

Solución Abierta. Por ejemplo: a) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$; b) $\frac{7}{4} = \frac{14}{8} = \frac{21}{12} = \frac{28}{16} \dots$; c) $\frac{24}{9} = \frac{8}{3} = \frac{16}{6} = \frac{32}{12} \dots$

8. Decide si las siguientes parejas de fracciones son o no equivalentes: a) $\frac{4}{3}$ y $\frac{12}{9}$ b) $\frac{2}{5}$ y $\frac{10}{15}$ c) $\frac{4}{8}$ y $\frac{3}{6}$

Solución: a) Si; b) No; c) Si.

9. Realiza las siguientes sumas de fracciones: a) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$ b) $\frac{5}{6} + \frac{2}{9}$ c) $\frac{7}{8} + \frac{3}{2}$ d) $\frac{13}{100} + \frac{17}{24}$

Solución: a) $\frac{22}{15}$; b) $\frac{19}{18}$; c) $\frac{19}{8}$; d) $\frac{503}{600}$.

10. Calcula: a) $\frac{3}{14} - \frac{1}{6}$ b) $\frac{5}{6} - \frac{3}{5}$ c) $\frac{11}{10} - \frac{11}{24}$ d) $\frac{10}{21} - \frac{1}{3}$

Solución: a) $\frac{1}{21}$; b) $\frac{7}{30}$; c) $\frac{77}{120}$; d) $\frac{1}{7}$.

11. Halla: a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ b) $\frac{3}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{3}$ c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ d) $\frac{7}{6} + \frac{3}{10} + \frac{1}{4}$

Solución: a) $\frac{13}{12}$; b) $\frac{24}{6} = 4$; c) $\frac{6}{6} = 1$; d) $\frac{103}{60}$.

12. Calcula: a) $\frac{11}{8} + \frac{5}{6} - \frac{4}{3}$ b) $\frac{11}{3} - \frac{5}{12} + \frac{13}{18}$ c) $\frac{15}{6} - \frac{4}{9} - \frac{1}{2}$

Solución: a) $\frac{7}{8}$; b) $\frac{143}{36}$; c) $\frac{14}{9}$.

3. PRODUCTO Y COCIENTE DE FRACCIONES

13. Reduce las siguientes fracciones a su expresión irreducible: a) $\frac{48}{18}$ b) $\frac{14}{49}$ c) $\frac{8}{8}$ d) $\frac{60}{148}$

Solución: a) $\frac{8}{3}$; b) $\frac{2}{7}$; c) 1; d) $\frac{15}{37}$.

14. Determina si las siguientes parejas de fracciones son o no equivalentes: a) $\frac{4}{8}$ y $\frac{3}{6}$ b) $\frac{3}{7}$ y $\frac{4}{9}$ c) $\frac{5}{8}$ y $\frac{105}{168}$

Solución: a) Si; b) No; c) Si.

15. Calcula: a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$ b) $7 \cdot \frac{5}{9}$ c) $8 \cdot \frac{1}{7}$ d) $\frac{6}{10} \cdot \frac{11}{2}$

Solución: a) $\frac{8}{15}$; b) $\frac{35}{9}$; c) $\frac{8}{7}$; d) $\frac{33}{10}$.

16. Multiplica las siguientes fracciones y reduce, simplifica, el resultado:

a) $\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8}$ b) $\frac{9}{12} \cdot \frac{4}{3}$ c) $\frac{14}{6} \cdot \frac{5}{21}$ d) $\frac{6}{5} \cdot \frac{10}{3}$

Solución: a) $\frac{1}{12}$; b) 1; c) $\frac{5}{9}$; d) 4.

17. Realiza los productos indicados: a) $\frac{8}{3} \cdot \left(\frac{6}{5} \cdot \frac{1}{4}\right)$ b) $\left(\frac{8}{3} \cdot \frac{6}{5}\right) \cdot \frac{1}{4}$ c) $\frac{8}{3} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{4}$

Solución: a) $\frac{4}{5}$; b) $\frac{4}{5}$; c) $\frac{4}{5}$.

18. Efectúa las siguientes operaciones: a) $\frac{7}{2} + \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{9}{8}\right)$ b) $\left(\frac{7}{2} + \frac{5}{3}\right) \cdot \frac{9}{8}$ c) $\frac{7}{2} \cdot \left(\frac{5}{3} + \frac{9}{8}\right)$

Solución: a) $\frac{43}{8}$; b) $\frac{93}{16}$; c) $\frac{469}{48}$

19. Calcula: a) $\frac{7}{2} : \frac{3}{4}$ b) $\frac{11}{6} : \frac{2}{5}$ c) $\frac{5}{7} : \frac{5}{7}$ d) $\frac{6}{4} : \frac{12}{8}$ e) $\frac{16}{5} : 3$

Solución: a) $\frac{14}{3}$; b) $\frac{55}{12}$; c) 1; d) 1; e) $\frac{16}{15}$.

20. Realiza las siguientes divisiones y reduce, simplifica, el resultado:

a) $\frac{15}{2} : \frac{5}{4}$ b) $\frac{6}{5} : \frac{1}{5}$ c) $\frac{4}{3} : \frac{4}{7}$ d) $15 : \frac{3}{5}$

Solución: a) 6; b) 6; c) $\frac{7}{3}$; d) 25.

21. Realiza las siguientes operaciones con GeoGebra y completa la tabla:

Operación	Resultado con 	Resultado con 
$\left(\frac{2}{5} + \frac{7}{5}\right) \cdot \frac{1}{4} - \frac{4}{3}$	$-\frac{53}{60}$	-0.88
$\frac{2}{5} + \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{4} - \frac{4}{3}$	$-\frac{7}{12}$	-0.58
$\frac{2}{5} + \frac{7}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{4}{3}\right)$	$-\frac{67}{60}$	-1.12
$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{4} - \frac{4}{3}$	$-\frac{53}{60}$	-0.88

Compara los resultados de la primera y la última. ¿Son iguales? ¿Por qué? **Si, por la propiedad distributiva.**

¿Para qué crees que sirve ? *Da el resultado en forma decimal, siendo una aproximación por redondeo, en este caso a las centésimas. Si se quiere aumentar el n° de cifras decimales se hace clic en Opciones-Redondeo.*

4. OTROS ASPECTOS DE LAS FRACCIONES

22. En cada uno de los siguientes pares de fracciones, indica cuál es la mayor:

a) $\frac{7}{8}$ y $\frac{3}{2}$ b) $\frac{7}{8}$ y $\frac{10}{11}$ c) $\frac{2}{3}$ y $\frac{14}{21}$ d) $\frac{11}{18}$ y $\frac{14}{21}$

Solución: a) $\frac{7}{8} < \frac{3}{2}$; b) $\frac{7}{8} < \frac{10}{11}$; c) $\frac{2}{3} < \frac{14}{21}$; d) $\frac{11}{18} > \frac{14}{21}$

23. Ordena las siguientes fracciones de menor a mayor: $\frac{12}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{6}{11}$

Solución, $\frac{6}{11} < \frac{4}{7} < \frac{8}{5} < \frac{12}{7}$

24. Escribe como número mixto las fracciones: a) $\frac{11}{6}$; b) $\frac{34}{5}$

Solución: a) $1\frac{5}{6}$; b) $6\frac{4}{5}$.

25. Efectúa las siguientes operaciones: a) $-\frac{5}{3} - \frac{7}{2}$ b) $\frac{4}{7} + \frac{(-7)}{9}$ c) $\frac{(-9)}{5} + \frac{(-1)}{8}$

Solución: a) $-\frac{31}{6}$; b) $-\frac{13}{63}$; c) $-\frac{77}{40}$.

Crucigrama

	1	2	3	4	5	6
1	1		4	8	7	5
2	0		2	5	3	
3		1		4		4
4	7	2	0		2	3

HORIZONTALES

- Numerador de un cuarto. Los $\frac{3}{4}$ de 6500.
- Diferencia entre $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{8}$. Los $\frac{11}{3}$ de 69.
- Producto de $\frac{2}{5}$ por $\frac{5}{2}$. Cociente entre $\frac{8}{3}$ y $\frac{2}{3}$. Parte entera del número mixto de $\frac{22}{5}$.
- Denominador de una fracción equivalente a $\frac{7}{240}$ de numerador 21. Parte entera de $\frac{71}{3}$ como número mixto.

VERTICALES

- Denominador de una décima. Parte entera de $\frac{39}{5}$ expresado como número mixto.
- Denominador que resulta al simplificar $\frac{130}{120}$.
- Numerador del cociente entre $\frac{6}{5}$ y $\frac{11}{7}$. Diferencia entre $\frac{3}{2}$ y $\frac{6}{4}$.
- Los $\frac{7}{4}$ de 488.
- Numerador de simplificar $\frac{146}{22}$. Las $\frac{3}{4}$ partes de $\frac{8}{3}$.
- Producto entre $\frac{15}{2}$ y $\frac{2}{3}$. Numerador de la suma de $\frac{7}{5}$ y $\frac{3}{4}$.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

- Razona si son ciertas o no las siguientes afirmaciones:
 - Si el denominador de una fracción es un número primo entonces la fracción es irreducible.
 - Si el denominador de una fracción no es un número primo entonces la fracción no es irreducible.
 - Hay fracciones irreducibles cuyo denominador no es un número primo.
 - Cualquier fracción puede ser reducida a una fracción irreducible.

Solución: a) Si; b) No; c) Si; d) Si

- Ana ha recibido de sus padres 36 euros y su hermano menor, Ernesto, la tercera parte de lo que ha percibido Ana. ¿Qué cantidad recibió Ernesto?

Solución: 12 €.

- A una fiesta de cumpleaños asisten 6 personas. La tarta ya ha sido dividida en seis porciones iguales cuando, sin esperarlo, llegan 2 personas más. Describe qué se ha de hacer con la tarta para que todas las personas coman la misma cantidad de tarta.

Solución: Cada porción se divide en cuatro partes iguales. Se reparten tres de estas partes a cada persona.

- Si en la fiesta anterior en lugar de llegar repentinamente 2 personas se marchan 2, antes de distribuir la tarta ya cortada en 6 porciones iguales, comenta lo que se puede hacer con la tarta para que las 4 personas que se han quedado reciban la misma fracción de tarta, y no quede nada de ella.

Solución: Se dividen dos de las porciones por la mitad. A cada persona se le reparte una porción y media.

- Una persona dispone de 1172 euros y ha decidido invertir tres cuartas partes de esa cantidad en cierto producto bancario. ¿Cuál es el importe de lo invertido?

Solución: 879 €

- Una figura maciza pesa ocho kilos y medio. ¿Cuánto pesará una figura y media?

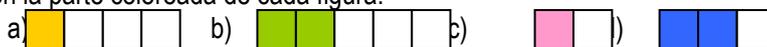
Solución: Doce kilos y tres cuartos.

- Dibuja en tu cuaderno para cada caso un rectángulo, que será la unidad, y colorea en él la fracción correspondiente a:

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{8}$ d) $\frac{5}{6}$ e) $\frac{7}{9}$

Solución gráfica:

- Expresa mediante una fracción la parte coloreada de cada figura:



Solución: a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{2}{5}$; c) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{2}{3}$.

- Calcula: a) $\frac{1}{13}$ de 39 b) $\frac{1}{10}$ de 50 c) $\frac{1}{7}$ de 35 d) $\frac{1}{3}$ de 21

Solución: a) 3; b) 5; c) 5; d) 7.

10. Convierte en fracción los siguientes números mixtos: a) $4\frac{1}{3}$ b) $5\frac{2}{9}$ c) $3\frac{4}{7}$ d) $2\frac{1}{4}$ e) $7\frac{3}{11}$

Solución: a) $\frac{13}{3}$; b) $\frac{47}{9}$; c) $\frac{25}{7}$; d) $\frac{9}{4}$; e) $\frac{80}{11}$.

11. Pilar ha leído las $\frac{3}{4}$ partes de un libro de 300 hojas. Javier ha leído los $\frac{6}{8}$ del mismo libro. ¿Cuántas páginas han leído cada uno? ¿Cómo son las fracciones utilizadas?

Solución: Ambos han leído 225 hojas. Las fracciones son equivalentes.

12. Decide calculando mentalmente cuáles de las siguientes fracciones son equivalentes a $\frac{1}{3}$:

a) $\frac{2}{6}$ b) $\frac{-1}{-3}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{7}{21}$ e) $\frac{5}{15}$

Solución: a), b), d) y e)

13. Si se congela el agua aumenta su volumen en $\frac{1}{10}$. Metes en el congelador una botella de un litro y medio, ¿cuánto debes dejar vacío para que no explote?

Solución: Siempre $\frac{1}{11}$ de la botella. En este caso, se llena con $\frac{19}{22}$ de litro y caben $\frac{3}{22}$.

14. Escribe en tu cuaderno las siguientes operaciones y luego calcula el resultado:

a) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}$ c) $\frac{7}{3} \cdot \frac{4}{2}$ d) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}$

Solución: a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{2}{5}$; c) $\frac{14}{3}$; d) $\frac{1}{5}$.

15. En una obra de teatro han trabajado los $\frac{3}{8}$ del alumnado de 1º A, $\frac{1}{2}$ del de 1º B y $\frac{4}{5}$ del de 1º C. ¿En qué clase han trabajado más estudiantes? Ordena las clases según que hayan trabajado más o menos estudiantes.

Solución: $\frac{3}{8} < \frac{1}{2} < \frac{4}{5}$. Han trabajado más en 1º C.

16. Copia en tu cuaderno y completa los siguientes pares de fracciones para que resulten equivalentes:

a) $\frac{5}{3}$ y $\frac{\quad}{60}$ b) $\frac{6}{8}$ y $\frac{21}{\quad}$

Solución: a) $\frac{5}{3} = \frac{100}{60}$; b) $\frac{6}{8} = \frac{21}{28}$

17. Expresa de forma numérica y calcula el resultado:

a) Un cuarto de tres tercios; b) Dos séptimos de la mitad; c) La mitad de la quinta parte

Solución: a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{1}{7}$; c) $\frac{1}{10}$.

18. En un almacén quieren envasar tres mil litros con botellas de $\frac{1}{3}$, ¿cuántas botellas necesitan?

Solución: 9 000 botellas

19. Copia en tu cuaderno y rellena los lugares vacíos: a) $\frac{13}{6} + \frac{1}{6} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{3}$; b) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{\quad}{8} = \frac{\quad}{4}$; c) $\frac{14}{9} + \frac{\quad}{9} = \frac{10}{3}$; d) $\frac{\quad}{10} - \frac{7}{10} = \frac{2}{5}$

Solución: a) $\frac{13}{6} + \frac{1}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$; b) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$; c) $\frac{14}{9} + \frac{16}{9} = \frac{10}{3}$; d) $\frac{11}{10} - \frac{7}{10} = \frac{2}{5}$.

20. Escribe en forma de fracción irreducible las cantidades:

a) 30 minutos de una hora; b) 45 minutos de una hora; c) 4 meses de un año;
d) 6 meses de un año; e) 3 días de una semana; f) 6 horas de un día.

Solución: a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{1}{3}$; d) $\frac{1}{2}$; e) $\frac{3}{7}$; f) $\frac{1}{4}$.

21. Copia en tu cuaderno y completa las siguientes fracciones de forma que resulten impropias:

a) $\frac{\quad}{5}$ b) $\frac{34}{\quad}$ c) $\frac{\quad}{2}$

Solución abierta: a) Cualquier número mayor que 5; b) Cualquier número menor que 34; c) Cualquier número mayor que 2.

22. Finaliza las siguientes frases para dos fracciones con numerador y denominador positivos:

a. si tienen el mismo numerador entonces es mayor la que tiene el denominador
b. si tienen el mismo denominador entonces es mayor la que tiene el numerador

Solución: a) menor; b) mayor.

AUTOEVALUACIÓN

1. Señala la fracción que no sea impropia: a) $\frac{16}{9}$ b) $\frac{15}{4}$ c) $\frac{5}{9}$ d) $\frac{9}{7}$

Solución c):

2. Indica cuál de las fracciones siguientes es equivalente $\frac{7}{9}$: a) $\frac{21}{28}$ b) $\frac{63}{81}$ c) $\frac{15}{18}$ d) $\frac{28}{35}$

Solución b):

3. La suma $\frac{2}{3} + \frac{7}{2} + \frac{5}{6}$ es: a) 5 b) $\frac{29}{6}$ c) $\frac{14}{3}$ d) $\frac{11}{2}$

Solución a):

4. El lugar vacío que falta es: $\frac{13}{6} + \frac{1}{6} = \frac{\quad}{6} = \frac{2}{3}$: a) 14 y 8 b) 13 y 7 c) 12 y 6 d) 14 y 7

Solución d):

5. Con 6 kilos de azúcar, ¿cuántos azucareros de $\frac{2}{3}$ kg podemos rellenar? a) 18 b) 4 c) 9 d) 12

Solución c):

6. Se sabe que un refresco con gas al congelarlo aumentará su volumen $\frac{1}{9}$ respecto al que tiene a temperatura ambiente. Para congelar 2 litros de esa bebida, el envase debe tener una capacidad al menos de:

a) 2,12 litros, b) 2,22 litros, c) 2,23 litros d) 1,95 litros

Solución c):

7. Elige la fracción que sea el resultado de la división $\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$: a) $\frac{8}{9}$ b) $\frac{6}{12}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{7}{8}$

Solución a):

8. En cada hoja de un álbum caben seis fotografías. He llenado ya con fotos 7 hojas y me quedan los $\frac{2}{3}$ de mis fotografías por colocar, en total quiero pegar: a) 81 fotos b) 42 fotos c) 147 fotos d) 126 fotos

Solución d):

9. La cuarta parte de los $\frac{2}{3}$ de 600 equivale a: a) 120 b) 100 c) 150 d) 400

Solución b):

10. Indica cuál de las siguientes fracciones es mayor que $\frac{6}{8}$: a) $\frac{7}{9}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{5}{9}$ d) $\frac{4}{7}$

Solución a):

CAPÍTULO 6: EXPRESIONES DECIMALES

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. PRIMERAS EXPRESIONES DECIMALES

1. Busca otras situaciones de la vida real donde aparezcan números decimales.

Solución: Cuando nos subimos a una báscula esta nos muestra nuestro peso en kilogramos. Hay veces en las que nos puede mostrar un número decimal, por ejemplo, 55'200 kilogramos. Este número es superior a 55 kilogramos e inferior a 56 kilogramos. Al ver el número decimal 55'200 se pueden observar dos números, a la izquierda de la coma un 55 y a la derecha de la coma un 200. Con esto, la báscula nos informa de que nuestro peso es de 55 kilogramos con 200 gramos. Un gramo resulta de dividir un kilogramo en mil partes iguales.

2. Transforma en fracciones los siguientes números decimales:

a) 0'87 b) 0'0701 c) 30'56 d) 17'03 e) 10'050

Solución: a) $\frac{87}{100}$; b) $\frac{701}{10000}$; c) $\frac{3056}{100}$; d) $\frac{1703}{10}$; e) $\frac{1005}{100}$.

3. Sitúa en la siguiente recta los números 8'43, 8'48, 8'51 y 8'38



Solución gráfica.

4. Señala qué número es el mayor para cada una de las siguientes parejas:

a) 0'87 y 0'789 b) 3'58 y 4'1 c) 7'005 y 7'1 d) 32'4 y 27'9

Solución: a) 0'87; b) 4'1; c) 7'1; d) 32'4.

5. Escribe dos números decimales que sean, simultáneamente, mayores que 6'147 y menores que 6'2.

Solución: Todos los números cuyas tres primeras cifras decimales estén entre 147 y 200 a la vez. Por ejemplo: 6'178 y 6'1623.

6. Realiza las operaciones:

a) $1703 + 5'46$ b) $2684 + 1557$ c) $6'64 - 5'47$ d) $3521 - 2357$

Solución: a) 22'49; b) 42'41; c) 1'17; d) 11'64.

7. Efectúa los siguientes cálculos:

a) $273 + 5'87$ b) $2'553 + 6'7$ c) $1351 - 4'7$ d) $9'1 - 8'57$

Solución: a) 33'17; b) 9'253; c) 8'81; d) 0'53.

8. Halla:

a) $5'57 + 32'6 + 9'115$ b) $4677 - 156 + 2'3$ c) $332 - 1653 - 124$

Solución: a) 47'285; b) 28'87; c) 4'27.

9. Calcula:

a) $4'6 \cdot 7'5$ b) $1'16 \cdot 3'52$ c) $3'2 \cdot 5'1 \cdot 1'4$ d) $2'3 \cdot 4'11 \cdot 3'5$

Solución: a) 34'5; b) 4'0832; c) 22'848; d) 33'0855.

10. Efectúa:

a) $4 \cdot (3'01 + 2'4)$ b) $5'3 \cdot (12 + 3'14)$ c) $3'9 \cdot (25'8 - 21'97)$

Solución: a) 21'64; b) 80'242; c) 14'937.

11. Transforma en fracción las siguientes divisiones entre números decimales:

a) $\frac{111}{3'7}$ b) $\frac{31'54}{2'7}$ c) $\frac{25'6}{1'39}$ d) $\frac{5}{3'5}$

Solución: a) $\frac{111}{37}$; b) $\frac{3154}{270}$; c) $\frac{2560}{139}$; d) $\frac{50}{35}$.

12. Convierte en número decimal las fracciones siguientes:

a) $\frac{9}{2}$ b) $\frac{31}{4}$

Solución: a) 4'5; b) 7'75.

13. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $\frac{42'78}{6}$ b) $\frac{15'2}{3'8}$ c) $\frac{12'505}{4'1}$ d) $\frac{6'42}{1'3}$

Solución: a) 7'13; b) 4; c) 3'05; d) 4'938461538....

2. EXPRESIONES DECIMALES PERIÓDICAS

14. Transforma las siguientes fracciones en número decimal:

a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{7}{11}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{4}{7}$ e) $\frac{25}{9}$ f) $\frac{17}{12}$ g) $\frac{50}{13}$

Solución: a) 0'111...; b) 0'6363...; c) 0'8333...; d) 0'5714285714...; e) 2'777...; f) 1'41666; g) 3'8461538...

15. Expresa mediante una fracción cada uno de los siguientes números decimales:

a) 0'13 b) 14'5 c) 0'26 d) 24'018 e) 5'1101 f) 3'540

Solución: a) 13/99; b) 131/9; c) 4/15; d) 1321/55; e) 5105/999; f) 701/198.

3. APROXIMACIONES, TRUNCAMIENTOS Y REDONDEOS

16. Señala varias circunstancias de la vida cotidiana donde se realicen aproximaciones.

Solución: Cuando decimos una hora muchas veces aproximamos los minutos. Hay veces en las que se dice que son las cinco menos veinte cuando en realidad son las cinco menos veintitrés.

17. Aproxima por truncamiento los siguientes números decimales de forma que aparezca un desarrollo decimal hasta las milésimas:

a) 11'1234 b) 6'6 c) 9'350 d) 8'71 e) 8'3348 f) 2'6408

Solución: a) 11'123; b) 6'666; c) 9'350; d) 8'717; e) 8'334; f) 2'640.

18. Aproxima por redondeo hasta la milésima los siguientes números decimales:

a) 11'1234 b) 6'6 c) 9'350 d) 8'71 e) 8'3348 f) 2'6408 g) 3'9996

Solución: a) 11'123; b) 6'667; c) 9'351; d) 8'717; e) 8'335; f) 2'641; g) 4'000 = 4.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Escribe con palabras la expresión de los números siguientes:

a) 2'5 b) 32'05 c) 45'50 d) 72'050

Solución: a) Dos con cinco; b) Treinta y dos con cero cinco; c) Cuarenta y cinco con cinco; d) Setenta y dos con cero cinco.

2. Multiplica mentalmente por a) 10, b) 100, c) 1000, d) 1000000 el número 3'761937

Solución: a) 37'61937; b) 376'1937; c) 3761'937; d) 3761937.

3. Ordena de menor a mayor los números: 5'67; 5'68; 5'6666; 5'63; 5'5; 5'8; 5'6070.

Solución: 5'5 < 5'607 < 5'63 < 5'6666 < 5'67 < 5'68 < 5'8

4. Ordena de mayor a menor los números: 7'45; 6'9999; 7'3456; 7'4378; 7'44444; 7'4501; 7'45012.

Solución: 7'45012 > 7'4501 > 7'45 > 7'44444 > 7'4378 > 7'3456 > 6'9999

5. Indica entre qué dos números enteros se encuentran los siguientes números: 5,6666; 7,999; 1'0001; 3'099.

Solución: Entre 1 y 8.

6. Redondea a las décimas los números siguientes: 5'67; 5'68; 5,6666; 7'45; 6'9999; 7'3456; 7'4378.

Solución: a) 5'7; b) 5'7; c) 5'7; d) 7'5; e) 7'0; f) 7'3; g) 7'4.

7. Redondea a las centésimas los números siguientes: 5'676767; 5'688989; 5,6666; 7'459; 6'9999; 7'3456; 7'4378.

Solución: a) 5'68; b) 5'69; c) 5'67; d) 7'46; e) 7'00; f) 7'35; g) 7'44.

8. Redondea a las milésimas los números siguientes: 5'676767; 5'688989; 5,6666; 7'45911; 6'9999; 7'3456; 7'4378.

Solución: a) 5'677; b) 5'689; c) 5'667; d) 7'459; e) 7'000; f) 7'346; g) 7'438.

9. Ordena de menor a mayor los siguientes números: 1/2; 0'45; 0,999; 2/3; 0,75; 5/4; 0,3939; 1/5.

Solución: 1/5 < 0,3939 < 0'45 < 1/2 < 2/3 < 0'75 < 0'999 < 5/4

10. Trunca por las centésimas los siguientes números: 5'676767; 5'688989; 5,6666; 7'459; 6'9999; 7'3456; 7'4378.

Solución: a) 5'67; b) 5'68; c) 5,66; d) 7'45; e) 6'99; f) 7'34; g) 7'43.

11. Completa las siguientes igualdades:

a) $38'532 = 38 + \frac{\quad}{10} + \frac{\quad}{100} + \frac{\quad}{1000}$ b) $0'078 = \frac{\quad}{10} + \frac{\quad}{100} + \frac{\quad}{1000}$

c) $6'36 = \frac{\quad}{100}$ d) $5'149 = \frac{\quad}{10} + \frac{\quad}{1000}$

Solución: a) $38'532 = 38 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100} + \frac{2}{1000}$; b) $0'078 = \frac{0}{10} + \frac{7}{100} + \frac{8}{1000}$; c) $6'36 = \frac{636}{100}$; d) $5'149 = \frac{51}{10} + \frac{49}{1000}$

12. Convierte en fracción los siguientes números decimales:

a) 0'124 b) 5'23 c) 49'350 d) 0'013

Solución: a) $\frac{124}{1000} = \frac{31}{250}$; b) $\frac{523}{100}$; c) $\frac{49350}{100} = \frac{987}{20}$; d) $\frac{13}{1000}$

13. Efectúa las operaciones:

a) $1'34 + 5'17$ b) $5'34 - 3'72$ c) $4'83 + 9'77 - 5'9$ d) $1'42 - 9'77$

Solución: a) $6'51 = 53'04$; b) $49'68$; c) $8'7$; d) $-8'35$.

14. Rellena adecuadamente los lugares vacíos:

a) $6'36 + \quad = 10$

b) $36'76 - \quad = 10$

c) $6'54 - \quad = 1'38$

d) $2'7 + \quad = 15'29$

Solución: a) 3'64; b) 26'76; c) 5'16; d) 12'59.

15. Realiza las siguientes operaciones:

a) $4376 \cdot 10$

b) $4376 \cdot 1000$

c) $0'017 \cdot 10$

d) $3'76 : 10$

e) $5'67 : 100$

Solución: a) 437'6;

b) 43760;

c) 0'17;

d) 0'376;

e) 0'0567.

16. Halla:

a) $36 \cdot 0'2$

b) $1001 \cdot 3'5$

c) $06 \cdot 06$

d) $5'6 \cdot 3'2 \cdot \frac{2}{5}$

Solución: a) 0'72;

b) 35'035;

c) 0'36;

d) 7'168.

17. Calcula:

a) $\frac{15'6}{3'23}$

b) $\frac{1'1 \cdot (5'8 + 2'6)}{3'23 - 2'9}$

c) $\frac{2'5 \cdot (3'1 - 2'6)}{2'23 - 2'9}$

d)

$\frac{(1'1 + 2'9) \cdot 2'53}{2'2 \cdot 0'1}$

Solución: a) $1560/323 = 4'829721362...$;

b) 28;

c) $-125/67 = -1'86567164...$;

d) 46.

18. Determina el desarrollo decimal de las fracciones siguientes:

a) $\frac{13}{50}$

b) $\frac{110}{9}$

c) $\frac{22}{12}$

d) $\frac{170}{125}$

e) $\frac{53}{22}$

Solución: a) 0'26;

b) 12'22...;

c) 1'8333...;

d) 1'36;

e) 2'40909....

19. Transforma en fracción los números decimales que siguen:

a) $0'5$

b) $0'7\overline{0}$

c) $21'4\overline{5}$

d) $3'0\overline{02}$

e) $1'5\overline{00}$

Solución: a) 5/9;

b) 70/99;

c) 1931/90;

d) 1486/495;

e) 1499/999.

20. Realiza los siguientes cálculos:

a) $\frac{4}{7} + 1'4\overline{6}$

b) $3'7 \cdot \frac{2}{5}$

c) $\frac{6'4\overline{1} - 4}{3 - 2'3}$

d) $1'0\overline{7} \cdot 2'5$

Solución: a) 2'036075036;

b) 1'5111...;

c) 3'621212...;

d) 2'736251403; .

21. Razona si son ciertas o no las siguientes afirmaciones:

a) Toda fracción posee una representación decimal.

b) Si el denominador de una fracción es un número primo entonces su representación decimal es periódica.

c) Si el denominador de una fracción no es un número primo entonces su representación decimal es finita.

d) Dos fracciones equivalentes tienen la misma representación decimal.

Solución: a) Verdadero; b) Falso. Ejemplo: 4/2; c) Falso. Ejemplo: 20/18; d) Verdadero.

22. Hemos visto que los números decimales exactos se pueden transformar en una fracción cuyo denominador es una potencia del número 10. Escribe una fracción cuya representación decimal sea finita y cuyo denominador no sea el número 10.

Solución: 3/2.

23. Después de lo que hemos razonado en el problema anterior, elabora una regla que nos sirva para distinguir las fracciones cuya representación decimal es finita.

Solución: La representación decimal de una fracción es finita si, siendo irreducible, al descomponer en factores primos el denominador, los factores son 2 o 5.

24. Determina cuáles de las siguientes fracciones tienen representación decimal finita (decídelo sin calcularlas):

a) $\frac{12}{20}$

b) $\frac{5}{7}$

c) $\frac{12}{5}$

d) $\frac{12}{45}$

e) $\frac{9}{48}$

Solución: a) Sí;

b) No;

c) Sí;

d) No;

e) No.

25. Si se reparten equitativamente 270 euros entre 120 personas ¿qué cantidad recibe cada persona?

Solución: 2'25 €.

26. Escribe un número decimal que sumado a 763 origine un número natural.

Solución: Cualquier número decimal cuya parte entera sea natural y la parte decimal sea 37. Ejemplo: 2'37

27. Señala otro número decimal que restado a $20'09$ nos dé un

número natural.

Solución: Cualquier número decimal cuya parte entera sea natural y menor que 20 y la parte decimal sea 09.

Ejemplo: 5'09

28. Halla una fracción tal que al multiplicarla por el número $2'5\bar{7}$ dé como resultado un número natural.

Solución abierta: Por ejemplo $90/2$, pero puedes utilizar cualquier múltiplo de 45.

29. Aproxima por truncamiento, de diferentes maneras, los siguientes números decimales:

a) $7'123$ b) $15'001$ c) $7'\bar{7}$ d) $0'218\bar{7}$ e) $3'999\bar{6}$

Solución: a) $7'12$; b) 15 ; c) $7'777$; d) $0'218$; e) $3'99969$.

30. Redondea los siguientes números decimales hasta la cifra que te parezca adecuada o significativa:

a) $7'391$ b) $6'19\bar{0}$ c) $24'\bar{74}$ d) $13'99$ e) $33'\bar{01}$

Solución: a) $7'39$; b) $6'19$; c) $24'75$; d) 14 ; e) 33 .

31. En cada uno de los redondeos que has realizado en el ejercicio anterior, distingue si se trata de una aproximación al alza o a la baja.

Solución: a) Baja; b) Baja; c) Alza; d) Alza; e) Baja.

32. Manuel compró en la papelería 4 bolígrafos y 3 lapiceros. Si cada bolígrafo costaba 0'78 euros y cada lapicero 0'63 euros ¿cuánto se gastó Manuel?

Solución: 5'01 €.

33. Claudia se ha comprado tres bolígrafos iguales que, en total, le han costado 2'46 euros. También compró un cuaderno que costaba el cuádruple que cada bolígrafo. Calcula el precio del cuaderno.

Solución: 3'28 €.

34. Un depósito contiene 46'22 litros de agua que vamos a traspasar a botellas de litro y medio. Halla cuántas botellas llenaremos e indica la cantidad de agua sobrante.

Solución: 30 botellas se llenan y sobran 1'22 litros.

35. Escribe un número decimal que satisfaga la siguiente condición: sus truncamientos coinciden con sus redondeos.

Solución: 31'4312 (Para que un truncamiento coincida con un redondeo solo es necesario que la cifra decimal que precede a la cifra que se va a aproximar sea menor o igual que cuatro).

36. Construye un número decimal que cumpla este requisito: ninguno de sus truncamientos coincide con los redondeos.

Solución: 68'798 (Para que un truncamiento no coincida con un redondeo solo es necesario que la cifra decimal que precede a la cifra que se va a aproximar sea mayor o igual que cinco).

37. Muestra un número decimal que verifique la siguiente condición: alguno de sus truncamientos coincide con los redondeos, pero no todos.

Solución: 45'3487.

38. El examen de Matemáticas constaba de cuatro ejercicios. En ellos Jaime obtuvo las siguientes calificaciones: 5, 7, 8 y 7. Calcula la nota media del examen de Jaime y aproxímalas tanto por truncamiento como por redondeo hasta las décimas.

Solución: Nota media: 6'75; Aproximación por redondeo: 6'8; Aproximación por truncamiento: 6'7.

39. Los padres de Alicia están comprando varias macetas y plantas. El importe de todo ello es de 135'80 euros. El comercio realiza un descuento del 2'5 % si se paga en metálico y no con tarjeta de crédito. Si los padres de Alicia optan por el pago en metálico, ¿qué cantidad deberán abonar?

Solución: 132'405 euros. Como esta cifra no se puede abonar en metálico la cifra que deberán abonar es la aproximada por redondeo a las centésimas, o sea: 132'41 euros.

40. Si nos fijamos en los precios del litro de combustible que suelen exhibir las gasolineras en grandes postes o paneles observaremos que figuran hasta la milésima de euro, pese a que las monedas solo "llegan" al céntimo de euro. El importe de cada carga de combustible se realiza, en general, a través de una aproximación. Si, en una estación de servicio concreta, el precio del litro de gasolina es de 1'412 euros y el depósito de nuestro vehículo tiene una capacidad de 53 litros, analiza con cuántos litros de repostaje el importe no requiere ser aproximado.

Solución: Es necesario que las milésimas sean cero para que no haya que aproximar a las centésimas. En el caso del número 1'412 las milésimas se hacen cero si multiplicas el número por un múltiplo de 5, por tanto la solución es 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50...

41. Usa la calculadora o una hoja de cálculo y analiza el uso de paréntesis:

a) $2.34186 / 987.6543 + 8.981342 * 654.9234 - 25.98 = 5856.11341$

b) $2.34186 / (987.6543 + 8.981342) * (654.9234 - 25.98) = 1.477869473$

c) $(2.34186 / 987.6543) + (8.981342 * 654.9234) - 25.98 = 5856.11341$

d) $(2.34186 / 987.6543) + 8.981342 * (654.9234 - 25.98) = 5648.758145$

Observa como la calculadora o el ordenador usa la jerarquía de operaciones como en c)

AUTOEVALUACIÓN

1. Señala la fracción cuyo desarrollo decimal es $8\overline{37}$
- a) $\frac{837}{1000}$ b) $\frac{800}{37}$ c) $\frac{837}{100}$ d) $\frac{83737}{100}$

Solución: c).

2. El resultado del producto $1506 \cdot 1000$ es:
- a) 1506 b) 15060 c) 156 d) 15006

Solución: b).

3. El valor de la suma $2'5 + 4'83$ es
- a) $7\overline{33}$ b) $7\overline{3}$ c) $6'33$ d) $7'33$

Solución: d).

4. El periodo y el anteperiodo del número $18'9\overline{03}$ son, respectivamente,
- a) 18 y 9 b) 9 y 3 c) 3 y 9 d) 03 y 9 e) 18 y 3

Solución: d).

5. La expresión decimal de la fracción $\frac{5}{9}$ es:
- a) $0'59$ b) 59 c) $0\overline{5}$ d) $0\overline{59}$

Solución: c).

6. ¿Cuál es la solución correcta para el paso a fracción del número decimal $13\overline{57}$?
- a) $\frac{1357}{9900}$ b) $\frac{1357}{99}$ c) $\frac{1344}{99}$ d) $\frac{1357}{9999}$

Solución: c).

7. Finaliza las siguientes frases:
- Las fracciones impropias son aquellas cuya representación decimal presenta una parte entera **superior al denominador**.
 - Cualquier número decimal, exacto o periódico, puede transformarse en una fracción cuyo denominador es **múltiplo de 10, o 9, 99, 999... o estos números multiplicados por un múltiplo de 10**.
8. Clasifica los siguientes números según sean aproximaciones al alza o a la baja del número $375432'45$
- a) $375432'5$ b) 375432 c) 375400 d) 375430 e) $375432'4$

Solución: Al alza: a); A la baja: b), c), d) y e)

9. Si redondeamos el número $2'9\overline{36}$ hasta la centésima nos queda:
- a) $2'93$ b) $2'94$ c) $2'96$ d) $2'95$ e) $2'9\overline{4}$

Solución: b).

10. Si la nota de un examen se muestra con una cifra decimal, ¿cómo escogerías que se obtuviese?
- a) por truncamiento b) por redondeo

Solución: b).

5856,11341

1,477869473

5856,11341

5648,758145

CAPÍTULO 7: SISTEMAS DE MEDIDA

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

1. Clasifica como magnitudes o unidades de medida:

- a) Litro b) Tiempo c) Hora d) Memoria de un ordenador
e) Gramo f) Altitud g) Presión h) Kilómetros por hora

Solución: *Magnitudes:* b) d) f) g) *Unidades de medida:* a) c) e) h)

2. Indica a qué magnitud corresponde cada unidad de medida:

- a) Euro b) Milímetro c) km² d) Grado centígrado

Solución: a) *Dinero* b) *Longitud* c) *Superficie* d) *Temperatura*

3. Investiga a qué magnitudes corresponden las siguientes unidades poco corrientes:

- a) Onza b) Herzio c) Yuan d) Grado Fahrenheit e) Año luz

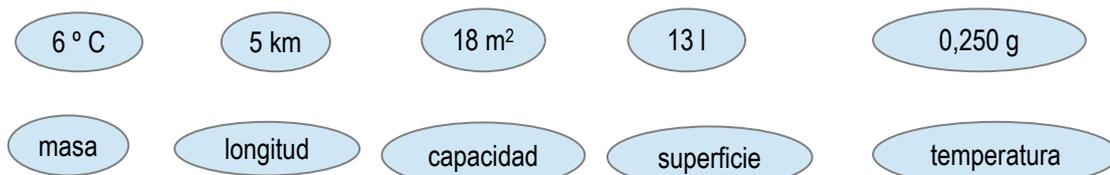
Solución: a) *Masa* b) *Frecuencia* c) *Dinero* d) *Temperatura* e) *Longitud*

4. Indica al menos una unidad del Sistema Internacional de Unidades adecuada para expresar las siguientes magnitudes:

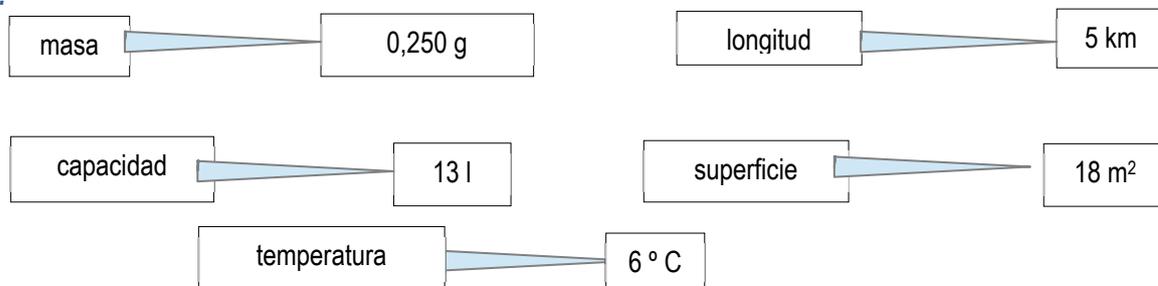
- a) La edad de una persona b) El tamaño de un huerto
c) La capacidad de una botella d) La distancia entre Segovia y Albacete
f) La masa de un camión

Solución: a) *Año* b) *Hectárea* c) *litro* d) *kilómetro* e) *Tonelada*

5. Copia en tu cuaderno y relaciona cada magnitud con su posible medida:



Solución:



2. EL METRO

6. Si Iker mide 1,35 metros y Laura mide 134 centímetros: ¿Quién es más alto?

Solución: *Iker*

7. Contesta con una regla graduada:

- a) Dibuja un segmento: ¿cuánto mide el segmento que has dibujado?
b) ¿Cuánto mide el borde de tu pupitre?
c) ¿Cuántos metros de cinta aislante necesitas para cubrir los bordes del pupitre?

Solución ABIERTA

8. Averigua cuánto mide tu cama.

Solución ABIERTA

9. Expresa las siguientes longitudes en decímetros:

- a) 54 cm b) 21,08 m c) 8,7 hm d) 327 mm

Solución: a) *5,4 dm* b) *210,8 dm* c) *870 dm* d) *3,27 dm*

10. Realiza los cambios de unidades que se indican:

- a) 15,2 hm = ___ dm b) 257 cm = ___ dam c) 3.500 dam = ___ km d) 345 mm = ___ m
 e) 0,234 km = ___ dm f) 23.000 cm = ___ hm g) 7,31 dm = ___ dm h) 2,5 km = ___ dam

Solución: a) 15,2 hm = 15200 dm b) 257 cm = 0,257 dam c) 3.500 dam = 35 km
 d) 345 mm = 0,345 m e) 0,234 km = 23,4 dm f) 23.000 cm = 2,3 hm
 g) 7,31 dm = 7,31 dm h) 2,5 km = 250 dam

11. Expresa las siguientes longitudes en las unidades que se indican en cada caso:

- a) 8 m 1 mm en decímetros b) 3,5 km 27 dam en decímetros c) 13 km 21 mm en milímetros
 d) 7 hm 15 cm en decímetros e) 2 dam 5 dm en metros f) 0,6 m 340 mm en centímetros

Solución: a) 80,01 dm b) 37700 dm c) 13 000 021 mm d) 7001,5 dm e) 20,5 m f) 94 cm

12. Observa la tabla anterior y calcula:

- a) 18 dam² = ___ m² b) 5 m² = ___ mm² c) 02 km² = ___ m²

- d) 87 m² = ___ hm²

Solución: a) 18 dam² = 1800 m² b) 5 m² = 5 000 000 mm² c) 0,2 km² = 200 000 m² d) 87 m² = 0,0087 hm²

13. Pasa 38 hm² 17 dam² a metros cuadrados.

Solución: 380 000 + 1700 = 381 700 m²

14. Calcula los metros cuadrados de estas superficies:

- a) 4,59 dm² b) 10,2 hm² c) 4.391 mm² d) 501 dam²

Solución: a) 0,0459 m² b) 102 000 m² c) 0,004391 m² d) 50 100 m²

15. Expresa las siguientes superficies a las unidades que se indican en cada caso:

- a) 8 m² 1 cm² en decímetros cuadrados b) 2 dam² 15 dm² en metros cuadrados

- c) 3 hm² 21 mm² en decámetros cuadrados d) 7 hm² 65 m² en milímetros cuadrados

Solución: a) 800,01 dm² b) 200,15 m² c) 300,000 000 21 dam² d) 70 065 000 000 mm²

16. Expresa las siguientes superficies en áreas:

- a) 1.678 ha b) 5 ha c) 8 ha 20 a d) 28.100 ca

Solución: a) 167800 a; b) 500 a; c) 820 a; d) 281 a.

17. La superficie de un campo de fútbol es de 7.140 metros cuadrados. Expresa esta medida en cada una de estas unidades:

- a) Centímetros cuadrados b) Decámetros cuadrados c) Hectáreas d) Áreas.

Solución: a) 71400000 cm²; b) 71,40 dam²; c) 0,714 ha; d) 71,4 a.

18. Resuelve:

- a) 23 km³ = ___ m³ b) 25 m³ = ___ cm³ c) 302 hm³ = ___ m³ d) 80 m³ = ___ dam³

Solución: a) 23·10⁹ m³ b) 25·10⁶ m³ c) 3,02·10⁸ m³ d) 0,08 m³

19. Expresa en metros cúbicos 4,6 dam³ 2.800 dm³.

Solución: 4600 + 2,8 = 4602,8 m³

20. Expresa estos volúmenes en decámetros cúbicos:

- a) 0,76 m³ b) 65 dm³ c) 7,89 hm³ d) 93 m³

Solución: a) 0,00076 dam³ b) 0,000065 dam³ c) 7890 dam³ d) 0,093 dam³

21. Completa estas igualdades con las unidades que faltan:

- a) 18 m³ = 18.000 ___ b) 23,99 dm³ = 23990 ___ c) 100,12 cm³ = 0,10012 ___

Solución: 18 m³ = 18.000 dm³ b) 23,99 dm³ = 23990 cm³ c) 100,12 cm³ = 0,10012 m³

3. EL LITRO. MÚLTIPLOS Y DIVISORES

22. Si un decilitro son 0,1 litros, ¿cuántos decilitros tiene un litro?

Solución: 10 dl

23. Expresa en kilolitros:

- a) 34 L b) 1.232 cL c) 57 daL d) 107 hL

Solución: a) 0,034 kL b) 0,01232 kL c) 0,57 kL d) 10,7 kL

24. Añade la medida necesaria para que sume 5 litros:

- a) 500 cL + ___ cL b) 25 dL + ___ dL c) 500 mL + ___ mL d) 225 mL + _____

Solución: a) 500 cL + 0 cL b) 25 dL + 25 dL c) 500 mL + 4500 mL d) 25 mL + 4775 mL

25. Ordena de menor a mayor estas medidas:

- a) 7,0001 hm³ b) 23.000 L c) 8 mL d) 4 mm³

Solución: d < c < a < b

26. Calcula esta resta: 8 mL – 8 mm³=

Solución: 8 mL – 8 mm³ = 8mL – 0,008 mL = 7,992 mL

27. Calcula el volumen (en litros y en cm³ de una caja que mide 10 cm de ancho, 20 cm de largo y 5 cm de alto.

Solución: 1 litro; 1000 cm³

4. UNIDADES DE MASA

28. Expresa las siguientes cantidades en decagramos:

- a) 16 g b) 29 hg c) 23,5 kg d) 150 g

Solución: a) 1,6 dag b) 290 dag c) 2350 dag d) 15 dag

29. Expresa en gramos las siguientes masas:

- a) 1,6 dag b) 49 kg c) 240,5 kg 7,5 dag d) 2 dag 15,10 dg

Solución: a) 16 g b) 49000 g c) 24050 + 75 = 24125 g d) 20 + 1,51 = 21,51 g

30. Expresa en kilogramos:

- a) 3 t 5 q 2,5mag b) 2,35 t 750 dag c) 312 q 459 hg d) 52 t 3 mag 8 kg

Solución: a) 3000 + 500 + 25 = 3525 kg b) 2350 + 7,5 = 2357,5 kg
c) 31200 + 45,9 = 31245,9 kg d) 52000 + 30 + 8 = 52038 kg

31. Una furgoneta puede cargar 1,2 t. Debe transportar 72 cajas que contienen 25 envases de paquetes de jabón, con un peso de 750 g cada uno. ¿Puede transportarlos de un sólo viaje?

Solución: NO (72 x 25 x 750 = 1350 000 g = 1,35 t.)

32. Estima la masa de:

- a) tu cuaderno b) tu bolígrafo c) tu cartera d) tu mesa

Solución abierta

33. Utiliza la calculadora para resolver el siguiente problema: Un camión puede cargar 3.5 tm. Debe transportar 88 cajas que contienen 120 envases de paquetes de jabón, con un peso de 328 g cada uno. ¿Puede hacer el porte de un sólo viaje?

Solución: 88*120*328 = 3463680 g = 3.463680 tm < 3.5 tm, luego puede hacer el porte en un solo viaje.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Sistema Internacional de Unidades

1. Clasifica como magnitudes o unidades de medida lo siguiente:

- a) Milla b) Tiempo c) Semana d) mm
e) Área f) Segundo g) Presión h) Litro

Solución: *Magnitudes:* **b) e) g)**
Unidades de medida: **a) c) d) f) h)**

2. Indica a qué magnitud corresponde cada unidad de medida:

- a) Año luz b) cm c) kg d) dL

Solución: **a) Longitud b) Longitud c) Peso d) Capacidad**

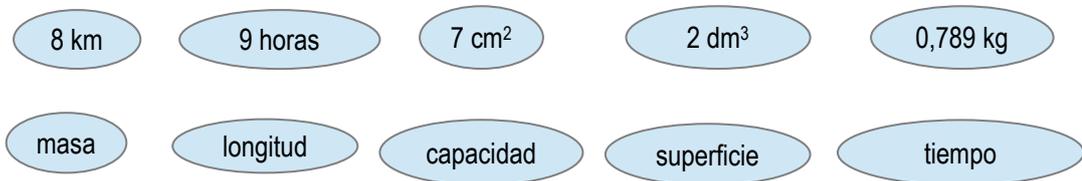
3. Mide, o estima, la medida de:

- a) Longitud de tu mano; b) Longitud de tu pié; c) Longitud de tu brazo; d) Longitud de tu pierna.
¿Qué unidades has utilizado? ¿Usarías el km o el mm? ¿Por qué?

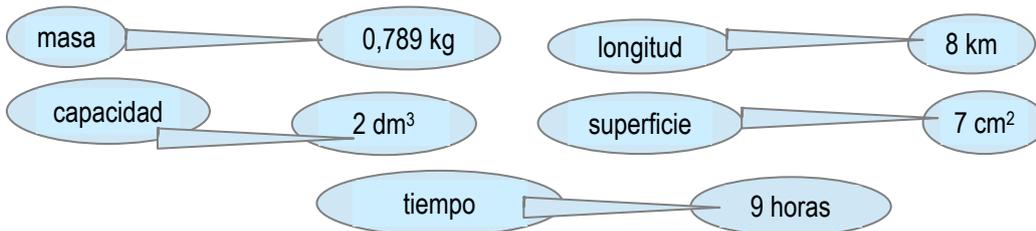
Solución: *¿Qué unidades has utilizado? El cm. ¿Usarías el km o el mm? El mm*

¿Por qué? Unidad apropiada para que la medida sea un número entero de valor absoluto razonable.

4. Copia en tu cuaderno y relaciona cada magnitud con su posible medida:



Solución:



Unidades de longitud

5. Si la mano de Javier mide 0,25 metros y la de Miriam mide 24 centímetros: ¿Cuál mide más?

Solución: *La de Javier*

6. Calcula utilizando una regla graduada:

- a) ¿Cuál es la longitud de tu bolígrafo?
b) ¿Cuánto miden los lados de tu cuaderno?
c) ¿Cuál es la altura de tu mesa?
d) ¿Y la altura de tu silla?

Solución abierta

7. Expresa las siguientes longitudes en metros:

- a) 78 cm b) 35,7 dm c) 9,72 dam d) 825 km

Solución: **a) 0,78 m b) 3,57 m c) 97,2 m d) 825 000 m**

8. Expresa en micras:

- a) 0,00067 mm b) 25,7 m c) 0,0768 dm d) 0,000002 cm

Solución: **a) 0,67 micras b) 25 700 000 micras c) 7680 micras d) 0,02 micras**

Unidades de superficie

9. Expresa en centímetros cuadrados:

- a) 8,3 km²; b) 4912 mm²; c) 72,1 hm²; d) 32 m²; e) 28 dm²;
f) 6 km² 3 hm² 5 m² 1 dm² 4 cm²; g) 8 dam² 9 m² 2 dm² 7 cm²

Solución: a) $8,3 \cdot 10^{10} \text{ cm}^2$ b) 49,12 cm² c) $7,21 \cdot 10^9 \text{ cm}^2$ d) 320000 cm²
e) 2800 cm² f) 60 300 050 104 cm² g) 8 090 207 cm²

10. Calcula los kilómetros cuadrados de estas superficies:

- a) 34,5 dm² b) 8,26 hm² c) 999 mm² d) 8,35 dam² e) 7 m² f) 666 cm².

Solución: a) $3,45 \cdot 10^{-7} \text{ km}^2$ b) 0,0826 km² c) $9,99 \cdot 10^{-10} \text{ km}^2$ d) 0,000835 km² e) $7 \cdot 10^{-6} \text{ km}^2$ f) $6,66 \cdot 10^{-8} \text{ km}^2$

11. La superficie de un campo de fútbol es de 8.378 metros cuadrados. Expresa esta medida en cada una de estas unidades:

- a) Centímetros cuadrados b) Decámetros cuadrados c) Hectáreas d) Áreas.

Solución: a) 83 780 000 cm² b) 83,78 dam² c) 0,8378 ha d) 83,78 a

12. Escribe la unidad que utilizarías para medir la superficie de los siguientes objetos:

- a) Una habitación b) Un país c) La sección de un tubo d) Una mesa

Solución: a) m² b) km² c) mm² d) cm²

13. Quieres embaldosar tu habitación que mide 3,5 m de largo por 2,5 m de ancho. No quieres tener que cortar ninguna baldosa, pues entonces, muchas se rompen. Al ir a comprarlas hay baldosas de: a) 40 cm por 20 cm; b) 50 cm por 35 cm; c) 25 cm por 18 cm. ¿Te sirve alguna? ¿Cuántas baldosas comprarías? Indica en m² cuánto mide tu habitación.

Solución: Si las de 50 x 35; 50 baldosas; 8,75 m²

14. Busca en Internet o en un diccionario la superficie de tu comunidad y exprésala en m².

Solución abierta

15. Un terreno rústico de 6 ha cuesta 144.000 euros. ¿A cuánto sale el metro cuadrado? Compáralo con el precio del terreno urbanizable, que cuesta unos 350 euros el metro cuadrado. ¿A qué se debe la diferencia?

Solución: 2,4 €/m²

16. Copia en tu cuaderno y completa la tabla

mm ²	cm ²	dm ²	m ²	dam ²	hm ²	km ²
4850000						
	83,29					
						2

Solución:

mm ²	cm ²	dm ²	m ²	dam ²	hm ²	km ²
4850000	48500	485	4,85	0,0485	0,000485	0,00000485
8329	83,29	0,8329	0,008329	0,00008329	0,0000008329	0,000000008329
$2 \cdot 10^{12}$	$2 \cdot 10^{10}$	$2 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^6$	20000	200	2

Unidades de volumen

17. Estima en cm³ el volumen de:

- a) Un cuaderno; b) Un lápiz; c) Una goma; d) El aula; e) Una televisión; f) Una caja de zapatos.

Indica en cada caso si su volumen es menor que un cm³, está entre un cm³ y un dam³, o es mayor que un dam³.

Solución: a) 600 cm³ b) 25 cm³ c) 9 cm³ d) 120 000 000 cm³ (0,12 dam³) e) 14 400 cm³ f) 6480 cm³

18. Una caja tiene un volumen de 18 cm³, ¿cuáles pueden ser sus dimensiones?

Solución: 3 x 3 x 2 cm; 6 x 3 x 1 cm; 9 x 2 x 1 cm; etc...

19. Expresa en centímetros cúbicos:

- a) 65,2 hm³ b) 222 mm³ c) 6,24 km³ d) 34 m³ e) 93 km³
f) 5 km³ 4 hm³ 6dam³ 8 m³ g) 5 dam³ 6 m³ 7 dm³

Solución: a) $6,52 \cdot 10^{13} \text{ cm}^3$ b) 0,222 cm³ c) $6,24 \cdot 10^{15} \text{ cm}^3$ d) $3,4 \cdot 10^7 \text{ cm}^3$
e) $9,3 \cdot 10^6 \text{ cm}^3$ f) $5 \cdot 10^{15} + 4 \cdot 10^{12} + 6 \cdot 10^9 + 8 \cdot 10^6 \text{ cm}^3$ g) $5 \cdot 10^9 + 6 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$

20. Expresa estos volúmenes en hectómetros cúbicos:

- a) 777 m³ b) 652 dm³ c) 926 km³ d) 312,2 m³ e) 712 dam³ f) 893 cm³.

Solución: a) $7,77 \cdot 10^{-4} \text{ hm}^3$ b) 0,652 hm³ c) 926 000 hm³ d) $3,122 \cdot 10^{-4} \text{ hm}^3$ e) 0,712 hm³ f) $8,93 \cdot 10^{-10}$

21. Estima cuál es la respuesta correcta a estas medidas:

1) Juan mide:

- a) 7 mm b) 300 km c) 1,7 m d) 1,7 cm

2) La longitud de este tenedor que está sobre mi mesa mide:

- a) 5,8 mm b) 3,9 km c) 1,7 m d) 24 cm

3) En la botella de agua que está en mi nevera cabe:

- a) 2,7 m³ b) 7 ml c) 1,5 l d) 9,4 cm³

4) Elena pesa:

- a) 47 g b) 470 g c) 470 kg d) 47 kg

5) Ese autobús parado en la esquina mide:

- a) 12,5 cm b) 12,5 mm c) 12,5 m d) 12,5 km

6) El suelo de este aula mide:

- a) 1 m² b) 30 m² c) 30 cm² d) 30 km²

22. Completa las siguientes igualdades:

- a) ___ hl = 4000 L b) 0,025 L = ___ cL c) 1,2 daL = ___ mL d) 32 mL = ___ hL

Solución: 40 hl = 4000 L b) 0,025 L = 2,5 cL c) 1,2 daL = 12000 mL d) 32 mL = 0,00032 hL

23. Indica qué medida se aproxima más a la realidad en cada caso:

- a) Un envase de natillas: 12 cL 12 L 12000 mL

- b) Una cucharilla de café: 100 mL 1 L 8 mL

- c) Una bañera: 85 L 850 daL 850 hL

24. Expresa en litros:

- a) 5,8 dm³ b) 39 m³ c) 931 cm³ d) 8.425 mm³ e) 3 dam³.

Solución: a) 5,8 L b) 39 000 L c) 0,931 L d) 0,008425 L e) 3 000 000 L

25. Si un centilitro son 0,1 decilitros, ¿cuántos centilitros tiene un decilitro?

Solución: 10 cL

26. Expresa en centímetros cúbicos:

- a) 2,75 hL b) 72,8 cL c) 6,24 kL d) 3,75 dL e) 45 L f) 895 mL

Solución: a) 275000 cm³ b) 728 cm³ c) 6240000 cm³ d) 375 cm³ e) 45000 cm³ f) 895 cm³

27. Ordena de menor a mayor estas medidas:

- a) 3,92 hm³ b) 673 L c) 8.951.295 mL d) 4.000 mm³

Solución: d < b < c < a

28. Expresa en cL las siguientes fracciones de litro:

- a) 1/2 litro b) 1/5 litro c) 1/3 litro d) 3/4 litro e) 5/2 litro

Solución: a) 50 cL b) 20 cL c) 33 cL d) 75 cL e) 250 cL

29. Estima la cantidad de cuadernos como el tuyo que cabrían en un metro cúbico

Solución: 1600 unidades (Razonamiento: volumen de un cuaderno 21x30x1= 630 cm³)

30. Un grifo gotea 25 mm³ cada 4 s. ¿Cuánto agua se pierde en una hora? ¿Y en un mes?

Solución: En una hora: 25 · 3600/4 = 22500 cm³ = 22,5 L.

En un mes: 30 x 24 x 22,5 = 16 200 L = 16,2 m³

31. Expresa en kilolitros:

- a) 7,29 L b) 3.891 cL c) 0,56 daL d) 3000 hL e) 982 dL f) 9.827 mL

Solución: a) 0,00729 kL b) 0,03891 kL c) 0,0056 kL d) 300 kL e) 0,0982 kL f) 0,009827 kL

32. Añade la medida necesaria para que sume 10 litros:

- a) 500 cL + ___ cL b) 25 dL + ___ dL c) 500 mL + ___ mL d) 2 L + ___ dL

Solución: a) 500 cL + 500 cL b) 25 dL + 75 dL c) 500 mL + 9500 mL d) 2 L + 80 dL

33. Corta la parte de arriba de un tetrabrick de 1 litro vacío. Coge un botellín de agua, también vacío, apunta su capacidad.

Llena sucesivamente el botellín y vierte su contenido en el tetrabrick hasta llenarlo. ¿Cuántos botellines necesito para llenarlo? Haz lo mismo con un vaso de agua en lugar del botellín.

Solución abierta

34. Javier desea echar 5 L de agua en un recipiente, pero sólo tiene un cacharro de 13 L y otro de 8 L, ¿qué debe hacer?

Solución: Lleno el cacharro de 13 L. Con este cacharro lleno el de 8L. Me quedaran en el primero 5L, que podré pasar al recipiente.

35. Calcula esta resta: 5 cL – 5 cm³.

Solución: 5cL – 5 cm³ = 50 mL – 5 mL = 45 mL = 45 cm³ = 4,5 cL

36. Haz una estimación, y discute el resultado con tus compañeros y compañeras, de las siguientes cantidades

- a) ¿Cuántos litros de agua gastas al ducharte? ¿Y al bañarte?
 b) ¿Cuántas cucharadas de café caben en un vaso de agua? ¿Y cucharadas soperas?
 c) ¿Cuánto líquido bebes al cabo de un día?

Solución abierta

37. En la comunidad de Madrid el agua se paga cada dos meses. Las tarifas van por tramos: Primeros 25 m³ a 0,30 €/ m³. Entre 25 y 50 m³ a 0,5291 €/m³. De 50 m³ en adelante a 0,55 €/m³. Si la media de consumo de agua por persona y día es 170 L, ¿Cuánto pagará una persona que viva sola? ¿Cuánto pagará una familia de 6 miembros?

Solución: Una persona: $170 \times 60 = 10\,200\text{ L} = 10,2\text{ m}^3$. El consumo es menor de 25 m³. $10,2 \times 0,30 = 3,06\text{ €}$

Familia de 6 miembros: $170 \times 60 \times 6 = 61\,200\text{ L} = 61,2\text{ m}^3$. $25 \cdot 0,30 + 25 \cdot 0,5291 + 11,2 \cdot 0,55 = 26,8875\text{ €} \approx 26,89\text{ €}$.

Unidades de masa

38. Expresa en kilogramos:

- a) 4,6 tm b) 851 g c) 6,5 qm d) 53,1 mag e) 359,2 hg f) 235 dag

Solución: a) 4600 kg b) 0,851 kg c) 650kg d) 531 kg e) 35,92 kg f) 2,35 kg

39. Expresa las siguientes cantidades en decagramos:

- a) 16 g b) 29 hg c) 23,5 kg d) 150 g

Solución: a) 1,6 dag b) 290 dag c) 2350 dag d) 15 dag

40. Expresa en kilogramos:

- a) 4 tm 6 qm 3,7 mag b) 3,46 tm 869 dag c) 424 qm 561 hg d) 6,3 tm 4,1 mag 8,92 kg

Solución: a) 4637 kg b) 3468,69 kg c) 42456,1 kg d) 6349,92 kg

41. Indica, en cada caso, la medida más aproximada:

- a) Masa de un autobús: 3 tm 4 qm 7000 g

- b) Masa de un gorrión: 2 kg 150 g 30 mg

- c) Masa de un gato: 350 g 1 qm 25 kg

- d) Masa de una lenteja: 4 dag 2 g 5 dg

Solución: a) 3 tm b) 150 g c) 350 g d) 5 dg

42. Una caravana con su remolque pesan juntos 2,5 qm. La caravana pesa 1.005 kg más que el remolque. ¿Cuánto pesa cada uno por separado?

Solución: caravana 1752,5 kg (1005+747,5) remolque 747,5 kg

43. Una caja llena de libros pesa 25 kg, 7 hg y 4 dag y vacía pesa 200 g y 5 dg. Halla el peso de los libros en gramos.

Solución: caja llena : 25740 g. caja vacía: 200,5 g Libros: 25740 – 200,5 = 25539,5 g.

44. ¿Cuántos gramos pesa, aproximadamente, 1 daL de agua?

Solución: 10 kg

45. Un camión puede cargar 3 tm. Debe transportar 90 cajas que contienen cada una 30 envases de tetrabrik de leche, con un peso de 1005 g cada uno. ¿Puede transportarlos de un sólo viaje?

Solución: Si $90 \times 30 \times 1,005 = 2713,5\text{ kg} < 3000\text{ kg}$

46. La balanza de una tienda redondea las medidas a los 10 gramos. ¿Cómo quedarán los siguientes pesos?

- a) 368 g b) 35,79 g c) 3 kg d) 2,7 kg

Solución: a) 370 b) 40 c) 3000 d) 2700

47. Clasifica las siguientes masas en i) menos de un gramo, ii) entre un gramo y un kg, iii) entre un kg y 20 kg, iv) más de 20 kg:

- a) un garbanzo b) un camión c) la Torre Eiffel d) un libro e) la mesa

Solución: a) menos de un gramo b) más de 20 kg c) más de 20 kg d) entre un gramo y un kg e) entre un kg y 20 kg

48. Expresa en gramos:

- a) 0,0005 kg b) 7.500 mg c) 2,98 hg d) 400 cg e) 0,085 tm

- f) 44 kg 2 hg 6 g g) 36 dag 78 g 9 dg 4 mg h) 5 qm

Solución: a) 0,5 g b) 7,5g c) 298 g d) 4g e) 85000 g f) 44206 g g) 438,904g h) 500 000 g

AUTOEVALUACIÓN

1. Un rectángulo mide de base 3,2 m y de altura 1,3 dm. Recuerda que su área se calcula multiplicando base por altura. ¿Cuál de las respuestas corresponde al área del rectángulo?
a) 3,1 m² b) 41,6 dm² c) 3 km² d) 0,5 m².

Solución: b).

2. Un cubo de 54 cm de lado, ¿qué volumen tiene?
a) 1574 dm³ b) 157,464 dm³ c) 0,001 m³ d) 1.000.176 cm³.

Solución: b).

3. De las siguientes medidas de masa, ¿cuál es la mayor?
a) 7,91 dag b) 791 g c) 7,91 kg d) 0,791 hg.

Solución: c).

4. El resultado de sumar 0,07 kL + 0,62 daL + 9,3 hL es:
a) 1000 l b) 1 kL 62 L c) 10 hL 62 L d) 1006,2 L.

Solución: d).

5. Una caja contiene 7 paquetes de 37 gramos, ¿cuál es su masa?
a) 2 kg b) 259 g c) 2,5 hg d) 2590 mg

Solución: b).

6. La medida más adecuada para expresar la masa de un paquete de arroz es:
a) 1 kg b) 2 cg c) 20 g d) 2000 mg

Solución: a).

7. Una botella de 2 litros de agua pesa vacía 30 g. Si se llena las 4/5 partes de la botella, ¿cuánto pesa?
a) 1.600.000 mg b) 1,7 kg c) 1600 hg d) 1630 g

Solución: d).

8. El número de segundos de un día es:
a) 1440 s b) 85931 s c) 86400 s d) 10080 s

Solución: c).

9. Transforma a segundos: 2 días, 45 horas y 3 minutos.
a) 334980 s b) 1945821000 s c) 93487214 s d) 18901180 s

Solución: a)

10. Juan ha cambiado mil euros a dólares, estando el cambio a 1,31 dólar el euro, ¿cuántos dólares le han dado?
a) 131 \$ b) 1310 \$ c) 763 \$ d) 1257 \$

Solución: b).

CAPÍTULO 8: FIGURAS PLANAS

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. ELEMENTOS DEL PLANO

Copia en tu cuaderno el siguiente dibujo y realiza las siguientes actividades.

1. Dibuja tres segmentos que tengan sus extremos fuera de las rectas r y s .

Solución gráfica y abierta:

2. ¿El punto B pertenece a la recta s ? ¿Y a la recta r ?

Solución: El punto B pertenece a la recta s y no pertenece a la recta r .

3. Dibuja un segmento que tenga como extremos A y un punto que esté en las rectas r y s .

Solución gráfica: Los extremos han de ser A, E.

4. Dibuja una semirrecta de origen C y que pase por B.

Solución gráfica:

5. ¿Es posible dibujar una recta que pase a la vez por M, F y G? ¿Y por N, A y E?

Solución: En el primer caso sí. En el segundo no.

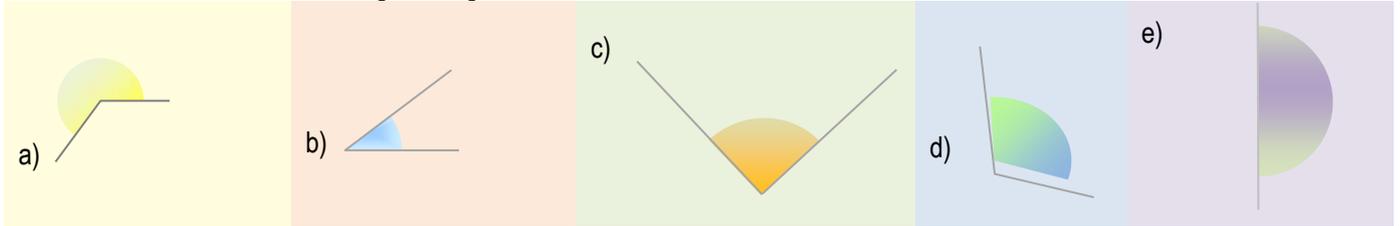
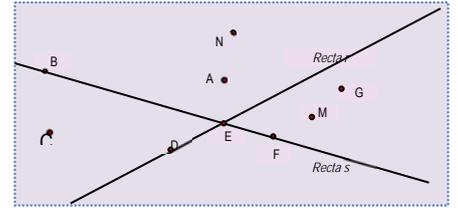
6. Dibuja cuatro rectas de modo que haya dos paralelas, dos perpendiculares y dos secantes no perpendiculares.

Solución gráfica: Solución abierta.

7. Observa el dibujo de la izquierda e indica qué rectas son paralelas a r y qué rectas son secantes a r .

Solución: Paralelas son 4, 7, 8 y 9. Secantes son las demás.

8. Nombra cada uno de estos ángulos según su abertura:



Solución: a) cóncavo; b) agudo; c) recto; d) obtuso

9. Dibuja tres rectas secantes dos a dos (aunque cualquier pareja que elijas entre ellas sea una pareja de rectas secantes, no pasan las tres por un mismo punto) e indica todas las parejas de ángulos adyacentes, consecutivos y opuestos por el vértice que se encuentran tu dibujo.

Solución: Adyacentes: A y B, B y C, C y D, D y A; E y F, F y G, G y H, H y E; I y J, J y K, K y L, L y I.

Consecutivos: Los mismos.

Opuestos por el vértice: A y C, B y D, E y G, F y H, I y K, J y L.

10. Pasa a forma compleja los siguientes ángulos

a) $12500''$ b) $83'$ c) $230''$ d) $17600''$

Solución: a) $3^\circ 28' 20''$; b) $1^\circ 23'$; c) $3' 50''$; d) $4^\circ 53' 20''$.

11. Pasa de forma compleja a forma incompleja

a) $12^\circ 34' 40''$ b) $13^\circ 23' 7''$ c) $49^\circ 56' 32''$ d) $1^\circ 25' 27''$

Solución: a) $45\ 250''$; b) $48\ 187''$; c) $179\ 792''$; d) $5\ 127''$.

12. Completa la tabla:

EXPRESIÓN EN SEGUNDOS	EXPRESIÓN EN MINUTOS Y SEGUNDOS	EXPRESIÓN EN GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS
8465"		
	245' 32''	
		31° 3' 55''

Solución:

EXPRESIÓN EN SEGUNDOS	EXPRESIÓN EN MINUTOS Y SEGUNDOS	EXPRESIÓN EN GRADOS, MINUTOS Y SEGUNDOS
8465"	141' 5"	2° 21' 5"
14 732"	245' 32''	4° 5' 32"
111 835"	1 863' 55"	31° 3' 55''

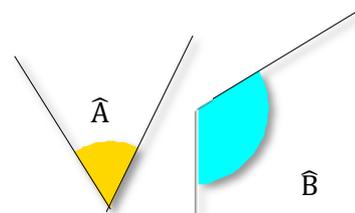
13. Calcula:

a) $34^\circ 45' 30'' + 12^\circ 27' 15''$ b) $16^\circ 30' 1'' + 12^\circ 13' 12'' + 2^\circ 1'$
 c) $16^\circ 45' + 23^\circ 13'' + 30^\circ 20' 30''$ d) $65^\circ 48' 56'' - 12^\circ 33' 25''$
 e) $35^\circ 54' 23'' - 15^\circ 1' 35''$ f) $43^\circ 32' 1'' - 15^\circ 50' 50''$

Solución: a) $47^\circ 12' 45''$; b) $30^\circ 14' 14''$; c) $70^\circ 5' 43''$; d) $53^\circ 15' 31''$; e) $20^\circ 52' 48''$; f) $27^\circ 41' 11''$.

14. Copia en tu cuaderno y dibuja el complementario del ángulo \hat{A} y el suplementario del ángulo \hat{B} .

Solución gráfica:



15. Calcula los ángulos complementario y suplementario de:

- a) $35^\circ 54' 23''$ b) $65^\circ 48' 56''$
c) $43^\circ 32' 1''$ d) $30^\circ 20' 30''$

Solución: Complementarios: a) $54^\circ 5' 37''$; b) $24^\circ 11' 4''$; c) $46^\circ 27' 59''$; d) $59^\circ 39' 30''$.

Suplementarios: a) $144^\circ 5' 37''$; b) $114^\circ 11' 4''$; c) $136^\circ 27' 59''$; d) $149^\circ 39' 30''$.

16. Indica si las siguientes parejas de ángulos son complementarios, suplementarios o ninguna de las dos cosas:

- a) $15^\circ 34' 20''$ y $164^\circ 25' 40''$ b) $65^\circ 48' 56''$ y $24^\circ 12' 4''$ c) $43^\circ 32' 1''$ y $30^\circ 26' 59''$

Solución: a) *Suman 180° luego son suplementarios.* b) *Ninguna de las dos cosas, pues suman $90^\circ 1'$.* c) *Suman $73^\circ 59'$, luego ninguna de las dos cosas*

17. Un ángulo inscrito en la circunferencia que abarca un diámetro es un ángulo recto. ¿Por qué? Razona la respuesta.

Solución: *El ángulo inscrito en una circunferencia abarca la mitad del central del mismo arco, y un diámetro es un ángulo llano que mide 180° .*

18. ¿En qué posiciones tiene un futbolista el mismo ángulo de tiro que desde el punto de penalti?

Solución: *Desde cualquier punto de la circunferencia que pasa por el punto de penalti y las bases de los postes de la portería.*

19. ¿Es posible dibujar tres rectas, secantes dos a dos de modo que haya exactamente: a) Una pareja de rectas perpendiculares? b) ¿Dos parejas de rectas perpendiculares? c) ¿Las tres parejas de rectas sean perpendiculares?

Solución: a) *Si, forman un triángulo rectángulo;* b) *si, son tres lados cualesquiera de un rectángulo;* c) *en un plano no se puede, en el espacio de dimensión tres, sí.*

20. Dibuja la mediatriz de un segmento de 6 cm de longitud.

Solución gráfica.

21. Dibuja un segmento de longitud 8 cm, su mediatriz y una recta perpendicular al segmento de partida que esté a una distancia de 5 cm del segmento inicial. ¿Qué posición ocupa esta recta con respecto al segmento de partida?

Solución gráfica.

22. Utilizando un transportador de ángulos, una regla y un compás, dibuja los ángulos que se indican y la bisectriz de cada uno de ellos:

- a) 45° b) 130° c) 70° d) 45°

Solución gráfica.

23. Repite la actividad resuelta de elementos geométricos con Geogebra. Colócate encima del segmento a , aprieta el botón derecho, entra en Propiedades y modifica el color, haz que sea rojo. Lo mismo con la recta b , pero ahora coloréala en azul. Mueve el punto B para observar cómo se modifican las longitudes y el ángulo.

Solución manipulativa:

24. Dibuja con Geogebra cuatro rectas de modo que haya dos paralelas, dos perpendiculares y dos secantes no perpendiculares.

Solución manipulativa:

25. Dibuja con Geogebra dos rectas paralelas cortadas por una secante y mide todos los ángulos que se formen.

Solución manipulativa:

26. Dibuja con Geogebra dos ángulos con lados paralelos y comprueba que miden lo mismo.

Solución manipulativa:

27. Dibuja con Geogebra dos ángulos con lados perpendiculares y comprueba que miden lo mismo.

Solución manipulativa:

28. Dibuja con Geogebra dos ángulos que sean complementarios y dos que sean suplementarios.

Solución manipulativa:

29. Dibuja con Geogebra un ángulo inscrito en la circunferencia y el central que abarca el mismo arco. Comprueba que el ángulo inscrito mide la mitad del central. Mueve uno de los puntos sobre la circunferencia y comprueba que esa relación permanece.

Solución manipulativa:

2. POLÍGONOS

30. Copia los dibujos siguientes y traza todas las diagonales de cada polígono:



Solución gráfica.

31. Dibuja los polígonos siguientes y traza todas sus diagonales:

- a) Hexágono b) Pentágono c) Octógono d) Trapezoide

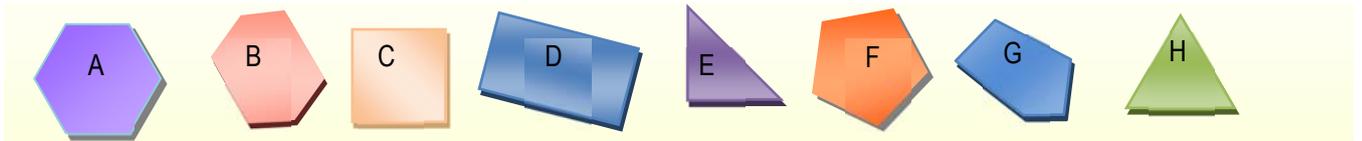
Solución gráfica.

32. Dibuja, si es posible, un ejemplo de polígono que sea:

- a) triángulo cóncavo b) pentágono convexo c) hexágono cóncavo d) cuadrilátero convexo regular.

Solución gráfica. a) No es posible.

33. Observa las figuras e indica qué polígonos son equiángulos, equiláteros, regulares e irregulares. Puedes copiar la tabla inferior en tu cuaderno y completarla



	A	B	C	D	E	F	G	H
EQUIÁNGULO								
EQUILÁTERO								
REGULAR								
IRREGULAR								

Solución:

	A	B	C	D	E	F	G	H
EQUIÁNGULO	SI	SI	SI	SI	NO	SI	NO	SI
EQUILÁTERO	SI	NO	SI	NO	NO	SI	NO	SI
REGULAR	SI	NO	SI	NO	NO	SI	NO	SI
IRREGULAR	NO	SI	NO	SI	SI	NO	SI	NO

34. Dibuja en tu cuaderno la apotema de:

- a) un triángulo equilátero, b) un cuadrado, c) un hexágono regular.

Solución gráfica.

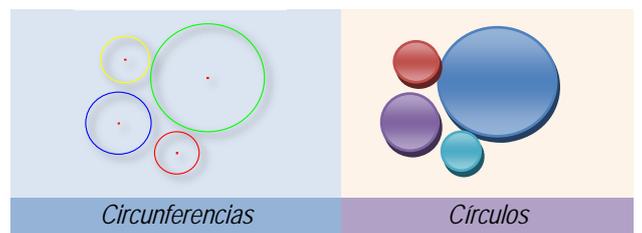
3. CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

35. Dibuja una circunferencia de radio 4 cm y en ella un sector circular de 30° de amplitud.

Solución gráfica.

36. En la circunferencia anterior, indica si es posible trazar una cuerda en cada uno de los casos siguientes y hazlo en caso afirmativo: a) de 4 cm de longitud, b) de 8 cm, c) mayor de 8 cm.

Solución gráfica: a) Existen infinitas formas; b) todos los diámetros son soluciones; c) no es posible.



37. Dibuja tres puntos que no estén en línea recta de modo que el primero esté a 2 cm de distancia del segundo y el segundo a 3 cm del tercero. Finalmente traza la circunferencia que pase por los tres.

Solución gráfica.

4. TRIÁNGULOS

38. Dibuja en un papel un triángulo, divídelo en tres partes y coloréalas con tres colores diferentes. Después recórtalas y forma con ellas un ángulo llano. De esta forma, habrás demostrado que la suma de sus ángulos es 180° .

Solución gráfica.

39. Calcula el valor del tercer ángulo de un triángulo si dos de ellos miden respectivamente:

- a) 30° y 80° b) 20° y 50° c) 15° y 75° d) $40^\circ 30'$ y $63^\circ 45'$.

Solución: a) 70° ; b) 110° ; c) 90° ; d) $75^\circ 45'$.

40. Clasifica, según sus ángulos, los triángulos del ejercicio anterior.

Solución: a) *Acutángulo*; b) *obtusángulo*; c) *rectángulo*; d) *acutángulo*.

41. Construye un triángulo rectángulo isósceles.

Solución gráfica.

42. Indica razonadamente si es posible construir un triángulo cuyos lados midan:

- a) 5 cm, 4 cm y 3 cm b) 10 cm, 2 cm y 5 cm c) 2 dm, 2 dm 4 dm d) 13 m, 12 m y 5 m

Solución: Son imposibles b porque $10 > 2 + 5$ y c porque $4 = 2 + 2$.

43. Dibuja un triángulo equilátero de 10 cm de lado y comprueba que todos los puntos notables coinciden.

Solución gráfica.

44. Calcula el circuncentro de un triángulo rectángulo. ¿Dónde se encuentra?

Solución: Se encuentra en la hipotenusa.

45. Calcula el ortocentro de un triángulo obtusángulo.

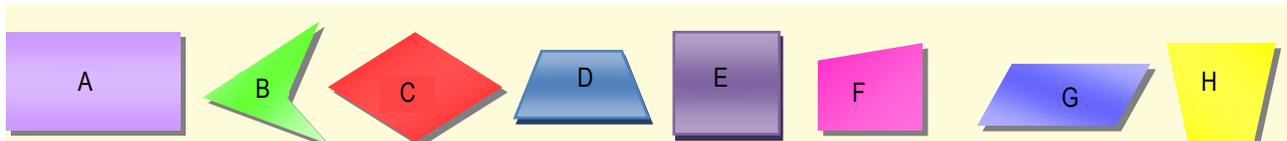
Solución: Es el vértice del ángulo recto.

46. Dibuja un triángulo en los siguientes casos:

- a) Sus lados miden 12 cm, 10 cm y 8 cm
 b) Un lado mide 10 cm y sus ángulos adyacentes 30° y 65° .
 c) Dos lados miden 10 cm y 8 cm y el ángulo comprendido entre ellos 50° .

Solución gráfica.

6. CUADRILÁTEROS



47. Fíjate en el dibujo e indica qué cuadriláteros son:

- a) cóncavos b) paralelogramos c) isósceles d) trapecios e) trapezoides f) regulares

Solución: a) *Cóncavo es B.* b) *Paralelogramos son A, C, E y G.* c) *D y H son trapecios isósceles. Los paralelogramos también se pueden considerar isósceles porque sus lados son iguales dos a dos.* d) *Trapecios son D, F y H.* e) *Trapezoide es B.* f) *Regular es E.*

48. Averigua qué tipo de paralelogramo aparece si se unen los puntos medios de:

- a) un cuadrado b) un rombo c) un rectángulo d) un trapecio e) un trapezoide.

Solución: a) *un cuadrado*; b) *un rectángulo*; c) *un rombo*, d) *en un trapecio isósceles aparece un rombo; en otros trapecios, un trapezoide*; e) *en general, un trapezoide; en un trapezoide de diagonales perpendiculares aparece un rectángulo.*

49. Los dos ángulos agudos de un romboide miden 32° . ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos obtusos?

Solución: 148° .

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Dibuja una recta horizontal y otra que forme un ángulo de 60° con ella.

Solución gráfica.

2. Dibuja cuatro rectas de modo que tres de ellas pasen por un mismo punto y la cuarta sea paralela a una de ellas.

Solución gráfica.

3. Dibuja dos rectas secantes y un segmento que tenga un extremo en cada una de ellas.

Solución gráfica.

4. Si dos rectas r y s son perpendiculares y trazas una tercera recta p paralela a una de ellas, por ejemplo a r , ¿cómo son las rectas s y p ? Haz un dibujo.

Solución gráfica. Las rectas s y p son perpendiculares.

5. Un ángulo mide $\frac{3}{4}$ de recto. Expresa esta medida en grados, minutos y segundos.

Solución: $67^\circ 30'$.

6. Calcula :

- a) $54^\circ 25' 10'' + 32^\circ 17' 14''$ b) $14^\circ 30' 15'' + 62^\circ 1' 16'' + 42^\circ 1'$
 c) $15^\circ 23' + 73^\circ 10'' + 70^\circ 28' 38''$ d) $45^\circ 45' 45'' - 12^\circ 48' 85''$
 e) $67^\circ 4' 23'' - 15^\circ 4' 37''$ f) $33^\circ 32' 1'' - 15^\circ 35' 20''$

Solución: a) $86^\circ 42' 24''$; b) $118^\circ 31' 32''$; c) $158^\circ 51' 48''$; d) $32^\circ 56' 20''$; e) $51^\circ 59' 46''$; f) $17^\circ 56' 41''$.

7. La suma de dos ángulos es $125^\circ 46' 35''$. Si uno de ellos mide $57^\circ 55' 47''$, ¿cuánto mide el otro?

Solución: $67^\circ 50' 48''$.

8. Cinco guardas de seguridad deben repartirse por igual un servicio de vigilancia de 24 horas. Expresa en horas y minutos el tiempo que debe permanecer vigilando cada uno de ellos

Solución: 4 horas 48 minutos.

9. En un tablero de 3×3 , ¿cuál es el mayor número de lados que puede tener un polígono? ¿Y en uno de 4×4 ?



Solución: 7 lados y 14 lados.

10. La fotografía representa un mosaico de La Alhambra de Granada. Observa que está constituido por motivos geométricos.

- a. Este mosaico tiene dos tipos de polígonos regulares: ¿Cuáles son?
 b. Describe el polígono blanco. ¿Es cóncavo o convexo?
 c. El mosaico de la fotografía no es un mosaico regular. Si lo fuera estaría formado únicamente por polígono regulares todos iguales.
 d. Describe un octógono regular: número de lados, cuánto mide su ángulo central, cuánto mide sus ángulos interiores...



Solución: a) Los únicos polígonos regulares son los cuadrados.

b) Es un decágono cóncavo. Tiene los lados paralelos dos a dos. También tiene dos pares de lados en la misma recta.

d) Un octógono regular tiene ocho lados iguales. Su ángulo central mide 45° y sus ángulos interiores 135° .

11. Calcula el número de diagonales que tienen los siguientes polígonos:

- a) Rombo b) trapecio c) trapecoide d) cuadrado e) rectángulo f) hexágono.

Solución: El hexágono tiene 9 diagonales. Los cuadriláteros tienen 2.

12. Dibuja un hexágono regular y un cuadrado. Marca el centro y sitúa en cada uno de ellos dos apotemas y dos radios.

Solución gráfica.

13. Dibuja un decágono y todas sus diagonales.

Solución gráfica.

14. Completa:

- a. Un triángulo rectángulo tiene un ángulo
 b. Un triángulo..... tiene un ángulo obtuso.
 c. Un triángulo..... tiene los tres ángulos agudos.

Solución: a) Un triángulo rectángulo tiene un ángulo recto

b) Un triángulo obtusángulo tiene un ángulo obtuso.

c) Un triángulo acutángulo tiene los tres ángulos agudos.

15. Construye un triángulo sabiendo que $a = 9 \text{ cm}$, $b = 7$

cm y el ángulo $C = 50^\circ$.

Solución gráfica.

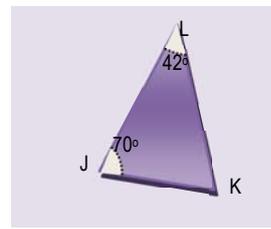
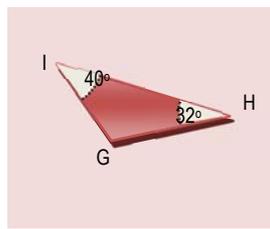
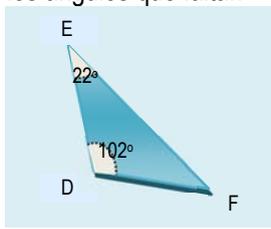
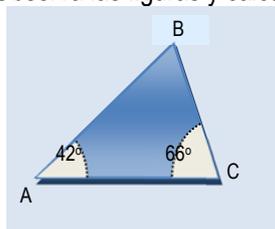
16. ¿Se puede construir un triángulo de modo que sus ángulos midan 105° , 45° y 35° . Razona tu respuesta.

Solución: $105^\circ + 45^\circ + 35^\circ > 180^\circ$. Por lo tanto, no es posible.

17. Dibuja un triángulo obtusángulo. ¿Crees que las tres alturas son iguales?

Solución gráfica. Las tres alturas son distintas si el triángulo es escaleno. Si es isósceles hay dos alturas iguales.

18. Observa las figuras y calcula los ángulos que faltan



Solución: $B = 72^\circ$, $F = 56^\circ$, $G = 108^\circ$, $K = 68^\circ$.

19. Dados tres segmentos de cualquier medida, ¿es siempre posible construir un triángulo?. ¿Por qué?. Recorta tiritas de papel de longitudes de 10 cm, 8 cm y 6 cm, ¿puedes construir un triángulo con ellas?.

Solución: No siempre es posible. Cada uno de los tres lados ha de ser menor que la suma de los otros dos.

20. ¿Puedes asegurar que son iguales los triángulos de la figura derecha?

Solución: Si porque sus lados tienen la misma medida

21. Si uno de los ángulos de un triángulo rectángulo es de 50° , indica el valor de los demás. Dibuja un triángulo rectángulo con estos ángulos y un cateto de 5 cm.

Solución gráfica. Los ángulos restantes miden 90° y 40° .

22. Si dos de los ángulos de un triángulo miden 30° y 70° , ¿cuánto mide el menor de los ángulos que forman las bisectrices correspondientes?

Solución: 50° .

23. Construye un triángulo sabiendo que $a = 10$ cm, los ángulos $B = 45^\circ$ $C = 50^\circ$

Solución gráfica.

24. Calcula el incentro del triángulo anterior y dibuja la circunferencia inscrita al triángulo.

Solución gráfica.

25. ¿En qué punto colocarías un pozo para que tres casas de campo no alineadas, estén a la misma distancia del mismo? Haz un gráfico esquemático en tu cuaderno y calcula el punto en tu dibujo.

Solución: En el circuncentro del triángulo cuyos vértices son las casas.

26. Desde uno de los vértices de un hexágono se trazan tres diagonales que dividen al polígono en cuatro triángulos.

- Calcula la suma de los ángulos del hexágono.
- Si el hexágono es regular, calcula el valor de cada uno de sus ángulos interiores.
- En el mismo supuesto, calcula el valor del ángulo central.

Solución: a) 720° ; b) 120° ; c) 60° .

27. Dibuja un polígono de 9 lados. ¿Cómo se llama?

- ¿Cuántos triángulos puedes formar al trazar todas las diagonales que parten de un vértice?
- ¿Cuánto vale la suma de los ángulos del polígono inicial?

Solución: El polígono se llama eneágono; a) se pueden formar 7 triángulos; b) 1260° .

28. Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas:

"Si las diagonales de un cuadrilátero son perpendiculares, se trata de un rombo"

"Los trapecios rectángulos tienen todos sus ángulos iguales"

"Los rectángulos son polígonos equiángulos".

"Las diagonales de un paralelogramo se cortan en el punto medio"

Justifica tus respuestas y haz un dibujo que acompañe a cada una.

Solución: Solo es un rombo si se cortan en su punto medio.

Falso. Tienen dos ángulos rectos, uno agudo y otro obtuso.

Verdadero.

Verdadero.

29. Consigue un hilo grueso y un trozo de papel de color. Recorta el hilo o el trozo de papel, según proceda y construye:

- Una circunferencia, b) un círculo, c) un radio, d) un segmento circular, e) un sector circular.

Solución: $B = 72^\circ$, $F = 56^\circ$, $G = 108^\circ$, $K = 68^\circ$.

30. Dibuja una circunferencia de 3 cm de radio y dos arcos iguales así como las cuerdas que tienen sus mismos extremos. Comprueba que las cuerdas también son iguales.

Solución gráfica.

31. En el dibujo hecho para dar respuesta al ejercicio anterior, traza dos diámetros perpendiculares a las cuerdas. Mide después la distancia de cada cuerda al centro. ¿Qué observas?

Solución gráfica. Las distancias son iguales.

32. Dibuja dos rectas paralelas de modo que la distancia entre ellas sea de 5 cm. Dibuja después una circunferencia tangente a ambas.

Solución gráfica.**AUTOEVALUACIÓN**

- Dibuja tres puntos A, B, C que no estén alineados y :
 - Las rectas r que pasa por A y B y s que pasa por B y C.
 - La recta perpendicular a r y que pasa por el punto C.
 - La recta perpendicular a s que pasa por B.
 - La recta paralela a s que pasa por A.

Solución gráfica.

- Calcula el complementario y suplementario de los ángulos siguientes:
 - 54°
 - $73^\circ 40' 56''$

Solución: a) 36° y 126° ; b) $16^\circ 19' 4''$ y $106^\circ 19' 4''$.

- ¿Cuánto valen los ángulos interior y exterior de un pentágono regular?

Solución: El interior mide 108° . El exterior, 72° .

- Dibuja un hexágono y todas sus diagonales.

Solución gráfica.

- Clasifica los siguiente polígonos, completando la tabla:

POLÍGONO	CÓNCAVO	REGULAR	EQUIÁNGULO	EQUILÁTERO	POR EL NÚMERO DE LADOS ES UN
a)	NO	SÍ	SI	SI	ENEÁGONO
b)	NO	SI	SI	SI	PENTÁGONO
c)	NO	NO	NO	SI	CUADRILÁTERO
d)	NO	NO	NO	NO	PENTÁGONO
e)	NO	NO	SI	NO	CUADRILÁTERO

Solución gráfica.

- Dibuja un triángulo cuyos lados miden 3 cm, 6 cm y 5 cm y traza sus tres alturas.

Solución gráfica.

- Dibuja un sector circular de radio 4 cm de modo que su amplitud sea de 82° .
 - Dibuja una corona circular definida por dos círculos de radios 4 cm y 2 cm.

Solución gráfica.

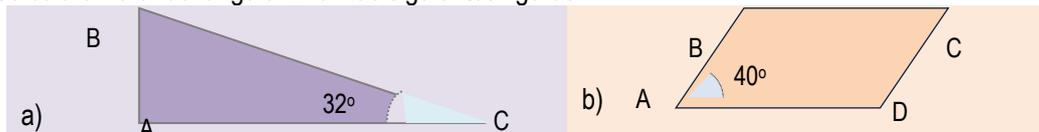
- Dibuja un triángulo en el que $a = 6$ cm, $\hat{B} = 30^\circ$ y $\hat{C} = 45^\circ$. Calcula después su circuncentro.

Solución gráfica.

- Dibuja un trapecio isósceles, un trapecio rectángulo, un romboide, traza sus diagonales y estudia si se cortan en el punto medio.

Solución gráfica. Solo se cortan en el punto medio en el romboide (porque es el único paralelogramo de los tres).

- Calcula el valor del ángulo \hat{B} en las siguientes figuras:

**Solución: a) 58° ; b) 140° .**

CAPÍTULO 9: LONGITUDES Y ÁREAS

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. PERÍMETROS Y ÁREAS DE POLÍGONOS

1. Indica la respuesta correcta: El perímetro y el área de un cuadrado de lado 5 cm son:

- a) 10 cm y 25 cm² b) 20 cm y 25 cm²
 c) 20 cm y 5 cm² d) 20 cm y 20 cm²

Solución: a)

2. Indica la respuesta correcta: El perímetro y el área de un rectángulo de base 7 dm y altura 3 cm son:

- a) 146 cm y 210 cm² b) 20 cm y 49 cm²
 c) 20 cm y 21 cm² d) 21 cm y 21 cm²

Solución: c)

3. Las baldosas de la figura miden 12 cm de largo y 6 cm de ancho. ¿Qué área ocupa cada una de las baldosas?



Baldosas rectangulares

Solución: 72 cm².

4. Mide la base y la altura de tu mesa. ¿De qué figura se trata? ¿Cuánto mide su área?

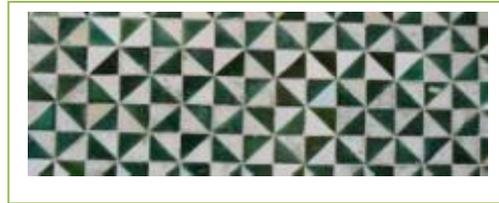
Solución manipulativa y abierta:



5. Estas molduras miden 175 cm de ancho y 284 cm de alto. ¿Cuál es el área encerrada?

Solución: 49 700 cm² = 497 dm² = 4,97 m².

6. Cada uno de los tienen una base de 10 mm. ¿Cuánto vale el área



triángulos de la figura mm y una altura de 6 de cada triángulo? Si en total?

5 400 mm² = 54 cm².

diagonales miden 84 y

total hay 180 triángulos, ¿qué área ocupan en

Solución: Cada uno mide 30 mm². En total miden

7. En una cometa con forma de rombo, sus 35 cm. ¿Cuánto mide el área de la cometa?

Solución: 84 · 35/2 = 1 470 cm² = 14,7 dm².

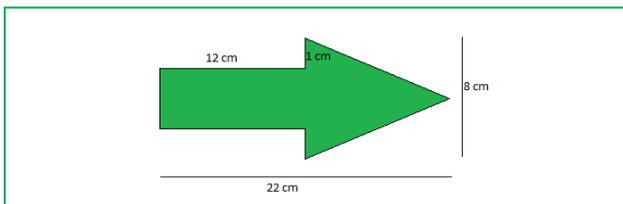
8. Un trapecista está realizando acrobacias sobre un trapecio de bases 1,2 y 0,8 m y altura 0,5 m. ¿Cuánto mide el área del trapecio que usa el trapecista?

Solución: 0,5 m² = 50 dm².

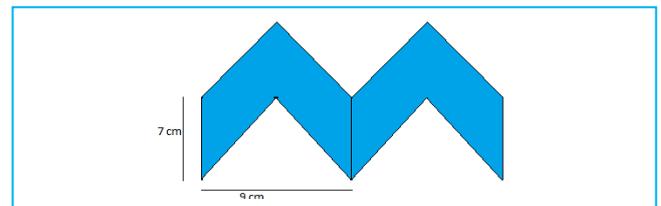
9. Calcula el área de un romboide de 15 cm de base y 12 cm de altura. Si doblamos las medidas de la base y la altura, ¿cuál es el área del nuevo romboide?

Solución: 180 cm². Si doblamos las longitudes, el área se cuadruplica: 720 cm².

10. Estima el área de los siguientes polígonos irregulares:

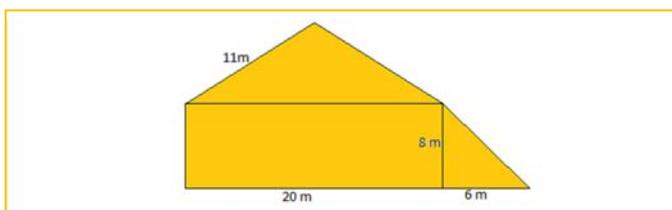


Solución: a) 100 cm² = 1 m².



b) 126 cm².

11. Estima el perímetro del polígono de la figura 1ª:



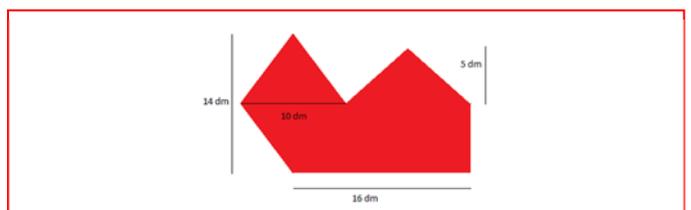
Solución: 66 m.

12. Estima el perímetro de los polígonos de la actividad 11.

Solución: a) 41,17 cm; b) 80,57 cm.

13. Estima el perímetro del polígono de la figura 2ª:

Solución: 63,67 dm².



2. PERÍMETROS Y ÁREAS DE FIGURAS CIRCULARES

14. Las circunferencias de tamaño real de la ilustración del margen tienen como radio, la menor 2 cm , la un poco más oscura siguiente $2,5\text{ cm}$, la clara siguiente $3,5\text{ cm}$, y así, aumenta unas veces medio centímetro y otras, un centímetro. Calcula las longitudes de las 10 primeras circunferencias.

Solución: $12,56\text{ cm}$, $15,71\text{ cm}$, $21,99\text{ cm}$, $25,13\text{ cm}$, $31,42\text{ cm}$, $34,56\text{ cm}$, $40,84\text{ cm}$, $43,98\text{ cm}$, $50,27\text{ cm}$, $53,41\text{ cm}$.

15. Busca 3 objetos redondos, por ejemplo, un vaso, una taza, un plato, una botella... y utiliza una cinta métrica para medir su longitud. Mide también su diámetro. Calcula su cociente. Anota las aproximaciones de π que hayas obtenido.

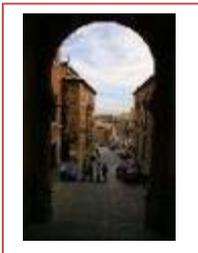
Solución abierta y manipulativa:

16. La Tierra es aproximadamente una esfera de radio 6.379 km . ¿Cuánto mide el Ecuador?

Solución: $40\ 080\text{ km}$.

17. Antiguamente se definía un metro como: "la diez millonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre que pasa por París". Según esta definición, ¿cuánto mide (en metros) el diámetro terrestre?

Solución: $6\ 366\text{ km}$.



18. Hemos medido la distancia entre los pilares del arco de la figura que es de $8'4\text{ m}$. ¿Cuál es la longitud del arco?

Solución: $26,39\text{ m}$.

19. Un faro gira describiendo un arco de 170° . A una distancia de 5 km , ¿cuál es la longitud del arco de circunferencia en el que se ve la luz?

Solución: $14,8\text{ km}$.

20. El radio de la circunferencia exterior del rosetón de la figura es de 3 m , y la de la siguiente figura es de $2,5\text{ m}$.

- Calcula la longitud del arco que hay en la greca exterior entre dos figuras consecutivas.
- Calcula la longitud de arco que hay en la siguiente greca entre dos figuras consecutivas

Solución: a) Hay 32 figuras, si son iguales, cada una ocupa un arco de $11^\circ 15'$.

Su longitud aproximada es $0,589\text{ m} = 58,9\text{ cm}$.

b) Hay 16 figuras. Cada una ocupa un arco de $22^\circ 30'$. Su longitud aproximada es $0,982\text{ m} = 98,2\text{ cm}$.

21. Calcula el área encerrada por la circunferencia exterior del rosetón de 3 m de radio.

Solución: $28,2743\text{ m}^2$.

22. Calcula el área encerrada por la circunferencia que rodea a la figura interior sabiendo que su radio es de $1,3\text{ m}$.

Solución: $5,3093\text{ m}^2$.

23. Dibuja un esquema en tu cuaderno de dicho rosetón y calcula áreas y longitudes.

Solución abierta y manipulativa:

24. Calcula el área de la corona circular de radios 7 y 3 cm .

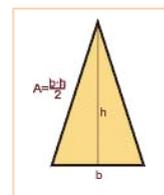
Solución: $125,66\text{ cm}^2$.

25. Calcula el área del sector de corona circular de radios 10 cm y 12 cm y que forma un ángulo de 60° .

Solución: $23,04\text{ cm}^2$.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Longitudes y áreas de polígonos



NOTA: Es importante distinguir, desde un principio, entre resultados exactos y aproximados. En los resultados siguientes las aproximaciones se hacen hasta los milímetros en longitud y los milímetros cuadrados en superficie.

- Una señal de tráfico tiene forma triangular. Su base mide 23 cm y su altura 36 cm. ¿Cuál es el área de la señal de tráfico?

Solución: 414 cm^2 .

- La pizarra de una clase tiene 150 cm de altura y 210 cm de base. ¿Cuál es la superficie de la pizarra?

Solución: $31\,500 \text{ cm}^2 = 3,15 \text{ m}^2$.

- El tejado de una casa tiene forma de trapecio. La base pegada al techo de la vivienda mide 53 m y la otra base mide 27 m. Sabiendo que la altura del tejado son 8 m, ¿Cuánto mide su área?

Solución: *El área de un trapecio de bases 53 y 27 m con altura 8 m es 320 m^2 .*

- Se quiere diseñar un posavasos. Puede ser cuadrado de 12 cm de lado o circular de 7 cm de radio. Calcula ambas superficies. A los posavasos se les quiere poner un reborde. ¿Qué longitud de reborde se necesita en cada caso? ¿Cuál es menor? Sólo tenemos 50 cm de reborde, ¿qué cuadrado podemos diseñar y qué posavasos circular? Calcula el área de cada uno.

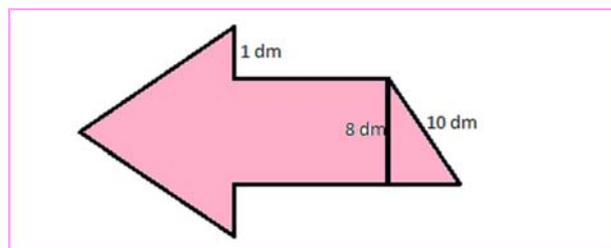
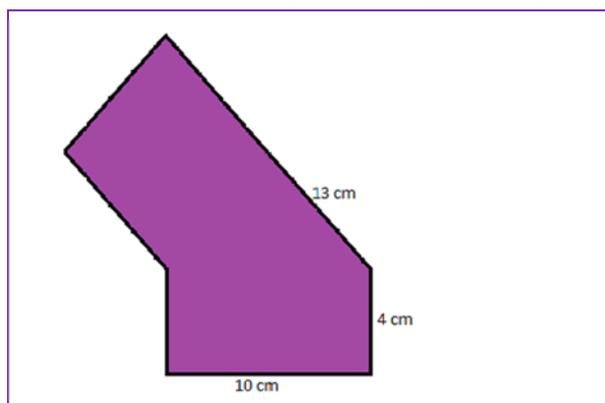
Solución: *El cuadrado de lado 12 cm tiene 144 cm^2 de área y 48 cm de perímetro (reborde). El círculo de 7 cm de radio tiene un área aproximada de $153,94 \text{ cm}^2$ mientras que la circunferencia correspondiente (reborde) tiene una longitud aproximada de 43,98 cm. Este segundo es menor que el primero, aunque la superficie del posavasos es mayor.*

Con 50 cm de reborde se pueden hacer ambos posavasos. Si se quieren emplear los 50 cm, el cuadrado tendrá $156,25 \text{ cm}^2$ y el círculo aproximadamente $198,94 \text{ cm}^2$.

- ¿Cuál es el área de un rectángulo cuya diagonal mide 13 cm y su altura 5 cm?

Solución: 60 cm^2 .

- Estima el área de los siguientes polígonos irregulares:



Solución: *Figura morada: La medida de la prolongación del lado vertical de la izquierda es $\sqrt{69}$ cm (supongo que el vértice superior está en dicha vertical). Falta la distancia de esta prolongación al vértice izquierdo. Si esta medida es d , el área es $\sqrt{69} \left(5 + \frac{d}{2} \right) + 40 \text{ cm}^2$. Si, por ejemplo, $d = 6$, resulta aproximadamente $106,45 \text{ cm}^2$.*

Figura rosa:

Aquí supongo que el triángulo isósceles que forma la punta de la flecha tiene como altura correspondiente al lado desigual a dm. También supongo que la base del rectángulo es b dm.

De esta manera, el área es $5a + 8b + 24 \text{ dm}^2$. Si, por ejemplo, $a = b = 12 \text{ dm}$, resulta un área de 132 dm^2 .

Puede ser interesante discutir en clase sobre las medidas que faltan.

Longitudes y áreas de figuras circulares

7. Calcula la longitud de una circunferencia de radio 7 cm.

Solución: $14\pi \approx 43,98$ cm.

8. Una circunferencia de 98,27 cm de longitud, ¿qué radio tiene? ¿y qué diámetro?

Solución: Aproximadamente 15,64 cm de radio y 31,28 cm de diámetro.

9. ¿Cuál es la longitud de un arco de circunferencia de 270° si el radio mide 17 cm?

Solución: Aproximadamente 80,11 cm.

10. Calcula la longitud de una circunferencia inscrita en un hexágono de lado 5 cm.

Solución: Aproximadamente 27,21 cm

11. Calcula la longitud de una circunferencia inscrita en un cuadrado de lado 5 cm.

Solución: 5π cm \approx 15,71 cm.

12. Calcula la longitud de una circunferencia circunscrita en un cuadrado de lado 5 cm.

Solución: Aproximadamente 22,21 cm.

13. Calcula el área en m^2 de los círculos de radio r igual a:

a) $r = 53$ cm b) $r = 9$ m c) $r = 8,2$ dam d) $r = 6,2$ dm

Solución: Aproximadamente en todos los casos:

a) 0,882 473 m^2 b) 254,469 005 m^2 c) 21 124,069 003 m^2 d) 1,207 628 m^2 .

14. Calcula el radio de un círculo de área 28,26 m^2 .

Solución: Aproximadamente 2,999 m

15. Calcula el área de un círculo de diámetro 73,6 cm.

Solución: Aproximadamente 4 254,47 cm^2 .

16. Calcula el área de las coronas circulares de radios, respectivamente:

a) $R = 8$ m, $r = 3$ m. b) $R = 72$ cm, $r = 41$ cm. c) $R = 9$ m, $r = 32$ cm. d) $R = 5$ dm, $r = 4$ cm.

Solución: Aproximadamente en todos los casos:

a) 172,787 596 m^2 b) 11 005,00 cm^2 c) 254,147 306 m^2 d) 7 803,72 cm^2 .

17. Calcula el área, en cm^2 , de los sectores circulares de radio r y ángulo α siguientes:

a) $r = 6$ m; $\alpha = 30^\circ$ b) $r = 3,7$ cm; $\alpha = 45^\circ$ c) $r = 2,7$ dm; $\alpha = 60^\circ$ d) $r = 4$ m; $\alpha = 90^\circ$

Solución: Aproximadamente en todos los casos:

a) 94 247,78 cm^2 b) 5,38 cm^2 c) 381,70 cm^2 d) 125 663,71 cm^2 .

18. En una habitación rectangular de lados 3 y 5 m, cubrimos un trozo con una alfombra circular de radio 2 m, ¿qué parte de suelo queda sin cubrir?

Solución: Aproximadamente 2,433 629 m^2 .

19. Dibuja en tu cuaderno el diseño de tapiz del margen de forma que el lado del cuadrado pequeño oscuro sea de 1 cm, el lado del cuadrado de borde amarillo, de 3 cm, y el borde del cuadrado de fondo rojo, de 6 cm. Estima el área del círculo rojo, del círculo oscuro, de la figura en rojo y de las líneas amarillas.

Solución abierta y manipulativa: Se puede pedir al alumnado que dibuje el tapiz en papel milimetrado y estime las áreas, o que sobre su dibujo mida los diámetros de los círculos y entonces estime las áreas...



20. En una alfombra circular de 3 m de diámetro ha caído en el centro una mancha de medio metro de radio. a) ¿Qué área ocupa la parte limpia de la alfombra? b) Tapamos la mancha con otra alfombra cuadrada de 1,5 m de lado, ¿qué área de la alfombra circular queda sin tapar?

Solución: Aproximadamente en todos los casos:

a) 6,283 165 m^2 b) 4,818 583 m^2

21. En un círculo cortamos dos círculos tangentes interiores de radios 5 y 2 cm, ¿qué área queda sin cortar?

Solución: Aproximadamente 62,83 cm^2 .

22. Utiliza la calculadora o geogebra para resolver el siguiente problema: Tenemos un círculo de diámetro 10 cm, y dentro de él, recortamos otros dos círculos. ¿Cuánto deben medir sus diámetros para que el área restante coincida con la recortada?

Solución: Utilizando la calculadora, una hoja de cálculo, o geogebra puedes hacer varias pruebas y comprobar que en caso en el que el círculo grande tiene de diámetro 10 cm, su área es aproximadamente 78.5398163 cm^2 . Si los dos círculos pequeños tienen de diámetro 5 cm, entonces las áreas son aproximadamente 39.2699082 cm^2 , que coincide por el área restante.

AUTOEVALUACIÓN

1. El lado de un hexágono regular mide 7 m , entonces su perímetro mide:

- a) $4,2\text{ dam}$ b) 42 m^2 c) 42 m d) 42000 cm

Solución: c)

2. El rombo de diagonales 12 dm y 10 dm tiene como área:

- a) 62 dm^2 b) 11 dm^2 c) 60 dm^2 d) 67 dm^2

Solución: c)

3. El trapecio de bases 7 cm y 5 cm y altura 8 cm , tiene como área:

- a) 60 cm^2 b) 48 cm^2 c) 50 cm^2 d) 40 cm^2

Solución: b)

4. La longitud de la circunferencia de radio $4,6\text{ cm}$ mide aproximadamente:

- a) $0,2\text{ m}$ b) 30 cm c) $28,9\text{ cm}$ d) $25,7\text{ cm}$

Solución: c)

5. La longitud del arco de circunferencia de radio $27,4\text{ m}$ que abarca un arco de 30° mide aproximadamente:

- a) $28,6\text{ m}$ b) 100 cm c) $28,9\text{ cm}$ d) $14,34\text{ m}$

Solución: d)

6. El área del círculo de radio $83,6\text{ m}$ mide aproximadamente:

- a) $2,19\text{ hm}^2$ b) 234 dam^2 c) 295413344 cm^2 d) $0,2\text{ km}^2$

Solución: a)

7. El área de la corona circular de radios 10 y 5 m mide aproximadamente:

- a) 23550 cm^2 b) $235,5\text{ m}^2$ c) 235 m d) $0,2\text{ km}^2$

Solución: b)

8. La longitud de la semicircunferencia de radio $7,3\text{ cm}$ mide aproximadamente:

- a) $0,3\text{ m}$ b) $45,8\text{ cm}$ c) $22,922\text{ cm}$ d) $25,7\text{ cm}$

Solución: c)

9. La longitud del arco de circunferencia de radio $9,2\text{ m}$ que abarca un arco de 60° mide aproximadamente:

- a) $9,3421\text{ m}$ b) 10 m c) 976 cm d) $9,6\text{ m}$

Solución: d)

10. El área del sector circular de radio $83,6\text{ m}$ que abarca un arco de 45° mide aproximadamente:

- a) $2,172\text{ hm}^2$ b) 231 dam^2 c) 27445581 cm^2 d) 273 m^2

Solución: c)

CAPÍTULO 10: MAGNITUDES PROPORCIONALES. PORCENTAJES

ACTIVIDADES PROPUESTAS

RAZÓN Y PROPORCIÓN

1. Tres personas gastan 150 litros de agua diariamente. ¿Cuál es la razón entre los litros consumidos y el número de personas?
¿Cuál es la razón entre las personas y los litros consumidos?

Solución: a) $150:3 = 50$ litros por persona. b) $3/150 = 1/50$, lo que indica que cada persona utiliza 50 litros.

2. Seis kilos de naranjas costaron 6,90 €. Expresa la razón entre kilos y euros.

Solución: $20/23$ kg/€. 1,15 € cada kilo.

3. La razón entre dos magnitudes es 56. Escribe un ejemplo de los valores que pueden tener estas dos magnitudes

Solución abierta: Por ejemplo: 56 y 1, 112 y 2, etc.

4. Completa las siguientes proporciones:

a) $\frac{18}{12} = \frac{30}{x}$

b) $\frac{0,4}{x} = \frac{6}{9}$

c) $\frac{x}{7,5} = \frac{3,6}{2,4}$

d) $\frac{0,05}{10} = \frac{x}{300}$

Solución: a) 20;

b) 0.6;

c) 11,25;

d) 1,5.

5. Ordena estos datos para componer una proporción: a) 12, 3, 40, 10 b) 24, 40, 50, 30 c) 0,36; 0,06; 0,3; 1,8

Solución: Hay ocho soluciones válidas para cada caso. Una solución es la siguiente:

a) $12/3 = 40/10$; b) $50/30 = 40/24$; c) $0.36/0.06 = 1.8/0.3$.

El resto de las soluciones se obtienen respectivamente cambiando extremos, cambiando medios, cambiando ambos e invirtiendo las cuatro anteriores.

6. Copia en tu cuaderno y completa la tabla sabiendo que la razón de proporcionalidad es 4,5:

0,5	7	3		20			3,6
		13,5	36		45	18	

Solución:

0,5	7	3	8	20	10	4	3,6
2.25	31.5	13,5	36	90	45	18	16.2

2. MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

7. Señala de estos pares de magnitudes, las que son directamente proporcionales:

- El tamaño de un recipiente y el número de litros que puede contener
- La edad de una persona y su altura
- El número de pisos que sube un ascensor y las personas que caben en él
- Los kilos de pienso y el número de animales que podemos alimentar
- Las entradas vendidas para un concierto y el dinero recaudado
- El número de calzado y la edad de la persona

Solución: Son directamente proporcionales la cuarta y la quinta. Si por tamaño entendemos capacidad, la primera también.

8. Calcula los términos que faltan para completar las proporciones:

a) $\frac{18}{24} = \frac{30}{x}$

b) $\frac{25}{100} = \frac{40}{x}$

c) $\frac{3,6}{21,6} = \frac{x}{3}$

Solución: a) 40;

b) 160;

c) 0,5.

9. Ordena estos valores de manera que formen una proporción directa:

a) 3,9 0,3 1,3 0,1

b) 5, 12, 6,10

c) 18 4 0,4 1.8.

¿Hay más de una solución?

Solución: a) $3,9/0,3 = 1,3/0,1$; b) $6/12 = 5/10$; c) $4/0,4 = 18/1,8$.

10. Un coche gasta 7 litros de gasolina cada 100 km, ¿cuántos litros gastará en un viaje de 825 km?

Solución: 57,75 L.

11. En una rifa se han vendido 320 papeletas y se han recaudado 640 euros. ¿A cuánto se vendía cada papeleta? ¿Cuánto habrían recaudado si hubieran vendido 1000 papeletas?

Solución: Cada papeleta se vendía a 2 €. Con 1 000 papeletas se habrían recaudado 2 000 €.

12. Una paella para 6 personas necesita 750 g de arroz, ¿cuántas personas pueden comer paella si utilizamos 9 kg de arroz?

Solución: Podrán comer 72 personas con 750 g. de arroz.

13. Tres camisetas nos costaron 24,90 €, ¿cuánto pagaremos por 11 camisetas iguales?

Solución: Pagaremos 91,3 €.

14. Calcula mentalmente:

a) El 50 % de 190 b) el 1 % 360 c) el 10 % de 200 d) el 300 % de 7

Solución: a) 95;

b) 3,6;

c) 20;

d) 21.

15. Completa la tabla:

Cantidad inicial	%	Resultado
280	16	
720		108
60	140	
	60	294

Solución:

Cantidad inicial	%	Resultado
280	16	44,8
720	15	108
60	140	84
490	60	294

16. En un hotel están alojadas 320 personas. De ellas, 40 son italianas, 120 francesas, 100 son alemanas y el resto rusas. Calcula el % que representa cada grupo sobre el total.

Solución: Italianas: 12,5%; francesas: 37,5%; alemanas: 31,25%; rusas: 18,75%.

3. ESCALAS: PLANOS Y MAPAS

17. Escribe cuatro ejemplos en los que se utilicen escalas.

Solución abierta: Por ejemplo en los mapas

18. La distancia entre Madrid y Burgos es 243 km. En el mapa, la distancia entre ambas ciudades es 8,1 cm, ¿a qué escala está dibujado el mapa?

Solución: 1: 3 000 000.

19. Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta que la escala aplicada es 1 : 5000

Dibujo	Medida real
18 cm	
	3 km
0,008 m	

Solución:

Dibujo	Medida real
18 cm	900 m
60 cm	3 km
0,008 m	40 m

20. Calcula la escala correspondiente en cada ejemplo de la tabla:

Dibujo	Medida real	Escala
2,5 cm	800 m	
4 cm	6,4 hm	
5 cm	9 km	

Solución:

Dibujo	Medida real	Escala
2,5 cm	800 m	1: 32 000
4 cm	6,4 hm	1: 16 000
5 cm	9 km	1: 180 000

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

- Expresa la razón entre las edades de Jorge, 26 años, y Andrés, 32 años
Solución: $26:32 = 13:16 = 0,8125$
- Expresa la razón entre las 20 personas que acuden a comer un restaurante y los 440 € que se recaudan.
Solución: $440/20 = 22$. **Recaudan 22 € por persona.** $20/440 = 0,04545$
- En un examen de 30 preguntas un estudiante ha contestado 21 bien y 9 mal. Expresa las razones entre estos resultados y el total de las preguntas
Solución: **Bien:** $21/30 = 7/10 = 0,7$ **Mal:** $9/30 = 3/10 = 0,3$
- Copia en tu cuaderno y relaciona las magnitudes de ambas columnas para que cada ejemplo responda a pares de magnitudes directamente proporcionales:

Número de kilos de patatas y	Litros de gasolina necesarios,
Cantidad de agua necesaria y	Personas que viven en un edificio
Dinero disponible y	Vestidos confeccionados
Kilómetros a recorrer y	Número de personas que vienen a comer
Metros de tela y	Prendas que podemos comprar

Solución:

Número de kilos de patatas y	Número de personas que vienen a comer
Cantidad de agua necesaria y	Personas que viven en un edificio
Dinero disponible y	Prendas que podemos comprar
Kilómetros a recorrer y	Litros de gasolina necesarios,
Metros de tela y	Vestidos confeccionados

- Con estas seis magnitudes debes elaborar tres razones:
Número de personas, horas, cantidad de leche, litros de refresco, distancia entre dos ciudades, número de vacas
Solución abierta: **Número de personas/litros de refresco; cantidad de leche/número de vacas; distancia entre dos ciudades/horas.**
- Calcula el cuarto término de las siguientes proporciones:

a) $\frac{36}{20} = \frac{45}{x}$	b) $\frac{12,6}{x} = \frac{0,2}{0,5}$	c) $\frac{1}{0,25} = \frac{x}{3}$	d) $\frac{x}{2} = \frac{35}{5}$
-----------------------------------	---------------------------------------	-----------------------------------	---------------------------------

Solución: a) $x = 25$; b) $x = 31,5$; c) $x = 12$; d) $x = 14$.
- Esta receta es para 4 personas. Elabora dos recetas similares para 6 personas y para 15 personas

ARROZ CON VERDURAS		
380 g de arroz	1 kg de tomate triturado	800 g de calabacín
3 dientes de ajo	120 cl de aceite	1 kg champiñón
1/2 kg pimientos rojos y verdes		



Solución:

	Para 4 personas	Para 6 personas	Para 15 personas
Arroz (g)	380	570	1 425
Tomate (g)	1 000	1 500	3 750
Calabacín (g)	800	1 200	3 000
Dientes de ajo	3	4,5	11,25
Aceite (cl)	120	180	450
Champiñón (g)	1 000	1 500	3 750
Pimientos (g)	500	750	1 875

- Completa la tabla de proporcionalidad directa:

Distancia	100	240		360	
Litros	6,5		52		2,6

Solución:

Distancia	100	240	800	360	40
Litros	6,5	15,6	52	23,4	2,6

- Una lata de mejillones de 200 g vale 2,40 €. Otra lata de 700

g se vende a 7,20 €, ¿cuál de las Matemáticas 1º de ESO. Soluciones de ejercicios y problemas www.apuntesmareaverde.org.es

dos es proporcionalmente más barata?

Solución: La primera sale aproximadamente a 0,012 €/g; la segunda a 0,010 €/g. Es más barata la segunda. 100 g. de la segunda salen a 1,03 € y en la primera salen a 1,2 €.

10. ¿Cuánto dinero nos costarán 6 ordenadores sabiendo que 56 ordenadores han costado 28 000 €?

Solución: 3 000 €.

11. Cálculo Mental

3 % de 40	20 % de 800	12 % de 70	3 % de 120
25 % de 300	15 % de 60	150 % de 30	200 % de 2

Solución:

3 % de 40 = 1,2	20 % de 800 = 160	12 % de 70 = 8,4	3 % de 120 = 3,6
25 % de 300 = 75	15 % de 60 = 9	150 % de 30 = 45	200 % de 2 = 4.

12. Completa mentalmente:

- a) El% de 30 es 3 b) El% de 500 es 250 c) El% de 400 es 4
d) El 20% de es 8 e) El 75% de es 30 f) El 150% de es 60

Solución:

- a) El **10** % de 30 es 3 b) El **50** % de 500 es 250 c) El **1** % de 400 es 4
d) El 20% de **40** es 8 e) El 75% de **40** es 30 f) El 150% de **40** es 60

13. Calcula el 300 % del 10 % de 480.

Solución: 144.

14. ¿Qué porcentaje ocupan los cuadros oscuros?



Solución: 31.25 %.

15. Copia esta tabla en tu cuaderno y colorea un porcentaje que represente el 40 %.

Solución:

16. Rosana gasta el 15 % de su dinero y Marta gasta el 50 % del suyo. Sin embargo Marta ha gastado menos dinero que Rosana, ¿cómo es posible?

Solución: Rosana tenía más dinero que Marta. Por ejemplo, Rosana tenía 100 € y gastó 15 € mientras que Marta tenía 10 € y gastó 5 €.

17. Completa la tabla:

%	Cantidad	Resultado
45	1024	
	23	115
18		162

Solución:

%	Cantidad	Resultado
45	1024	460,8
500	23	115
18	900	162

18. ¿Cuál de estos dibujos contiene mayor proporción de color naranja en relación a su tamaño? ¿Y de rayas? ¿y de cuadros?



Haz una estimación en tantos por ciento para cada cilindro y cada parte.

Solución: a) 40%; b) 50%; c) 33%. El mayor es b).

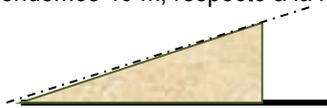
19. En la oficina de mi madre, el 18 % de sus compañeros juegan a la BONOLOTO, el 56 % juegan al EUROMILLÓN, el 20 % juegan a la PRIMITIVA, y los 3 trabajadores restantes no juegan a nada. ¿Cuántas personas trabajan en esa oficina?

Solución: 94% juegan. 6%, que son 3 no juegan. En total hay: 50 personas

20. Un adulto respira unos 5 litros de aire por minuto. ¿Cuántos litros respira en una semana?

Solución: 50 400 litros.

21. En 2 km ascendemos 40 m, respecto a la horizontal, ¿qué % hemos ascendido?



Solución: Hemos ascendido un 2 %

22. El guepardo es el animal terrestre más rápido, ya que es capaz de alcanzar una velocidad máxima de 130 km hora. ¿Cuántas horas tardaría un guepardo, sin parar, en viajar desde Valencia hasta Barcelona? ¿Y de Palencia hasta Cádiz?

Solución: a) Distancia 350 km; tiempo 2 h 41 min 32 s. b) Distancia 750 km; tiempo 5 h 46 min 9 s.

23. Haz un informe sobre el animal que más corre, el que más vive, el que más come, el que más tiempo puede pasar sin comer o sin beber.

Respuesta abierta.

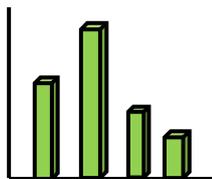
24. Si el dólar se cotiza a 1,12 €, ¿Cuántos dólares obtendremos al cambiar 360 €?

Solución: \$ 403,2.

25. En estadística se utilizan los gráficos para expresar la evolución de los valores de una variable respecto a otra.

Si asignamos a la barra más alta el valor 100, calcula de forma aproximada la altura de las demás.

Si la barra más pequeña pesa 0,5 kg. ¿Cuánto pesarán cada una de las otras barras?



Solución: Alturas: 60, 100, 40, 25; pesos: 1,2 kg, 2 kg, 0,8 kg, 0,5 kg.

26. En un plano de carreteras la distancia entre dos ciudades es de 6 cm. Si la escala es 1 : 40000, calcula la distancia real.

Solución: 2.4 km.

27. Calcula la escala a la que está dibujado un plano sabiendo que 15 cm del plano corresponden a 375 km.

Solución: 1: 2 500 000.

28. En el antiguo Egipto, para definir la proporción de las diferentes partes del cuerpo, se usaba la longitud de los dedos y para el canon, los puños. Una cabeza debía medir dos puños. Los griegos utilizaban, al igual que los egipcios, la proporción para valorar los distintos cánones de belleza. Un cuerpo bien proporcionado debía tener una longitud proporcional a la cabeza. Alguno de los más conocidos corresponden a famosos escultores:

	Canon de Praxíteles	Canon de Polikletos	Canon egipcio
Medida del cuerpo	Ocho cabezas	Siete cabezas	16 puños

Con estos datos puedes investigar sobre qué proporción es la más frecuente entre tus amigos

Respuesta abierta y manipulativa.

29. Hay otras maneras de estudiar la proporción en la figura humana. La proporción áurea, conocida por los griegos y desarrollada de manera brillante por Leonardo de Vinci nos ha dejado imágenes como el famoso "Hombre de Vitrubio". Busca información sobre esta figura.

Respuesta abierta y manipulativa.

AUTOEVALUACIÓN

1. El valor de x en la proporción $\frac{2,4}{x} = \frac{0,8}{3}$ es:

- a) 0,9 b) 1,2 c) 9 d) 0,9

Solución: c)

2. En una caja por cada tres bolas blancas hay cinco bolas rojas. Si hay 108 bolas blancas, las bolas rojas son:

- a) 200 b) 180 c) 220 d) 210

Solución: b)

3. Para una excursión un grupo de 28 personas contrató un autobús. Cada una debe pagar 45 €. Como quedaban plazas libres, a última hora se han apuntado 7 personas más. ¿Cuánto deben pagar finalmente cada una?

- a) 36 € b) 30 € c) 38 € d) 40 €

Solución: a)

4. Una bicicleta se vende por 225 €. Si hacen un descuento del 14 % ¿Cuánto tendremos que pagar?

- a) 201,50 € b) 198,50 € c) 214 € d) 193,50 €

Solución: d)

5. En un mapa 16 cm equivalen a 208 km. La escala es:

- a) 1: 320000 b) 1: 2100000 c) 1: 20800000 d) 1: 1 300 000

Solución: d)

6. Los valores que completan la tabla de proporcionalidad directa son:

- a) 24, 69, 48 b) 16, 49, 68 c) 16,5, 69, 48

Personas	8	11	46	
Kg de comida	12			72

Solución: c)

7. Los valores que completan la tabla de proporcionalidad directa son:

- a) 56, 2, 3, 168 b) 50, 3, 5, 78 c) 60, 21, 42, 20 d) 14, 4, 6, 120

Nº de trabajadores	1	7			21
Horas	8		16	24	

Solución: a)

8. Los valores que completan las operaciones siguientes son:

- El 25 % de 0,28 es ... El ... % de 630 es 63. El 150 % de ... es 120
 a) 0,07, 10, 80 b) 0,7, 10, 90 c) 0,7, 3, 80

Solución: a)

9. Al efectuar un incremento porcentual del 18% sobre estas tres cantidades, 350, 99 y 6 obtenemos:

- a) 413; 116,82; 7,08 b) 630; 116,82; 7,08 c) 403; 112; 7,08

Solución: a)

10. Cuatro personas gastan 200 litros de agua diariamente. ¿Cuál es la razón entre las personas y los litros consumidos diariamente?

- a) $4/200 = 1/50$; b) $200/4 = 50$ c) $200 \cdot 4 = 800$; d) $1/(200 \cdot 4)$

Solución: a)

CAPÍTULO 11: ÁLGEBRA

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. LENGUAJE ALGEBRAICO

1. Expresa las siguientes frases en lenguaje algebraico:

- a) El doble de un número más su triple
- b) La edad de una persona dentro de 7 años
- c) La quinta parte de un número
- d) La diferencia entre dos números

Solución: a) $2x+3x$; b) $a+7$; c) $y/5$; d) $x-y$.

2. Señala el coeficiente, la parte literal y el nº de términos o monomios de los polinomios siguientes:

- a) $2 - 7x$
- b) $a + 3b - 8c$
- c) $4x + 5$
- d) $7x + 9 - 5y$

Solución: a) 2 monomios (2: coeficiente 2; parte literal x^0 ; $-7x$: coeficiente -7 ; parte literal: x)

b) 3 monomios (a: coef. 1; p.l. a; 3b: coef. 3; p.l.: b; $-8c$: coef. -8 ; p.l. c)

c) 2 monomios (4x: coeficiente 4; parte literal x ; 5: coeficiente 5; parte literal: x^0)

d) 3 monomios (7x: coef. 7; p.l. x; 9: coef. 9; p.l.: x^0 ; $-5y$: coef. -5 ; p.l. y)

3. Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios:

- a) $2x + 3y$ para $x = 3, y = 2$.
- b) $6 - a$ para $a = -5$.
- c) $3a + 4b - c$ para $a = -1, b = -1$ y $c = +2$.

Solución: a) 12; b) 11; c) -9 .

2. ECUACIONES DE PRIMER GRADO

4. Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y complétala:

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Incógnitas
$7x - 3 = 4x - 5$			
	$6x + 2$	$x - 8$	
$4a + 9 = 23$			
	$x - y$	$5 + y$	

Solución:

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Incógnitas
$7x - 3 = 4x - 5$	$7x - 3$	$4x - 5$	x
$6x + 2 = x - 8$	$6x + 2$	$x - 8$	x
$4a + 9 = 23$	$4a + 9$	23	a
$x - y = 5 + y$	$x - y$	$5 + y$	x, y

5. Indica el número de incógnitas de las siguientes ecuaciones:

- a) $7x - 5y = x + 7$;
- b) $x + 3y^2 = 9$
- c) $a + 4a^2 = 7$
- d) $9x + 3x^2 = 5$

Solución: a) 2; b) 2; c) 1; d) 1.

6. Indica el grado de las siguientes ecuaciones:

- a) $2x - 6 = 3x + 8$;
- b) $5x + 2y^2 = 11$
- c) $x + 2x^2 = 3$
- d) $x + 6xy^2 = 1$

Solución: a) 1; b) 2; c) 2; d) 3.

7. Averigua cuál de los números es la solución de la ecuación y escríbelo en tu cuaderno:

Ecuación	Posibles soluciones	Ecuación	Posibles soluciones
a) $3x + 7 = x - 3$	2, -1, -5	c) $a^2 - 5 = -1$	-2, -10, 2
b) $x + 2 = 4x - 1$	1, -2, -3	d) $b - 3 = 7 - b$	2, 4, 6

Solución: a) -5 ; b) 1; c) -2 , 2; d) Ninguna.

8. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $3x - 5 = 2x - 7$
- b) $6x + 8 = 3x - 4$
- c) $5x + 2 = 12$
- d) $4x - 7 = 3x - 7$

Solución: a) -2 ; b) -4 ; c) 2; d) 0

9. Elige, entre las siguientes ecuaciones, todas las que sean equivalentes a la ecuación $3x - 6 = 2x + 9$.

a) $x + 10 = 5$ b) $10 - x = 3x - 5x$ c) $4x = 30$ d) $2x = 10 + 20$ e) $15 = x$

Solución: d) y e)

10. Escribe dos ecuaciones equivalentes a cada una de las ecuaciones siguientes:

a) $2x - 4 = 11$

b) $3x = 12$

c) $5x + 11 = 6$

d) $x = -3$

Solución abierta: a) $2x = 15$; $x = 7,5$; b) $3x - 2 = 10$; $x = 4$; c) $5x = -5$; $x = -1$; d) $x + 3 = 0$; $2x - 5 = x - 8$

3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIONES

11. La suma de tres números consecutivos es igual al doble del mayor más 1. Calcula dichos números.

Solución: 2, 3 y 4

12. La madre de Álvaro tiene el triple de la edad de su hijo, y éste tiene 30 años menos que su madre. ¿Cuántos años tienen cada uno?

Solución: Álvaro 15 años y su madre 45 años

13. El perímetro de un triángulo isósceles mide 30 centímetros. El lado desigual mide la mitad de uno de sus lados iguales. ¿Cuánto mide cada lado?

Solución: Lado desigual (base) 6 cm y lados iguales 12 cm

CURIOSIDADES Y REVISTA

Serpiente

- Me encontré con una serpiente muy, muy larga.
- Medía 20 metros más la mitad de su longitud.
- ¡Ah! ¡30 metros!
- ¡NO! La mitad de 30 metros son 15, y $20 + 15$ no son 30.

Para saber cuánto medía la serpiente utiliza la x .

Solución: 40 m

Haz magia

- Piensa un número.
- Súmale 10.
- Dobla el resultado.
- Réstale 6.
- Calcula la mitad.
- Quita el número del principio.
- ¿Cuál es el resultado?

¡El resultado es **7**!

Analiza como tú, el mago, has podido conocer el resultado

Solución: $((x + 10)2 - 6) : 2 - x = (2x + 20 - 6) : 2 - x = x + 7 - x = 7$

¡SIN TIEMPO PARA IR AL INSTITUTO!

Álvaro le cuenta a su amigo Jaime que, según sus cálculos, no le queda tiempo para ir al instituto porque:

- ✓ Dormimos ocho horas diarias que equivalen a 122 días al año
- ✓ No hay clase los sábados y domingos, que son 104 días al año
- ✓ Tenemos 60 días de vacaciones de verano
- ✓ Dedicamos tres horas diarias a comer, que son unos 45 días al año
- ✓ Dos horas diarias para otras actividades son 30 días al año

La suma de todas estos días $122 + 104 + 60 + 45 + 30 = 361$ días

Si me pongo enfermo alguno de los cuatro días que quedan, se demuestra que no tengo tiempo en todo el año para ir al instituto.

Esta no es la realidad, ¿puedes explicar dónde está el error de Álvaro?

Solución: Estamos contando varias cosas muchas veces, por ejemplo las horas de dormir y los sábados y domingos.

122
104
60
45
30
4
365

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Lenguaje algebraico

1. Expresa en tu cuaderno en lenguaje algebraico
 - a) El triple de un número es igual a 21.
 - b) A un cierto número se le suma 2, se multiplica el resultado por 3, y se divide entre 4.
 - c) El doble de un número más 6.
 - d) Un número más su anterior.

Solución: a) $3x=21$; b) $3(x+2)/4$; c) $2x+6$; d) $x+(x-1)$

2. Copia en tu cuaderno y relaciona:

a) El doble de un número	1) $x - 17$
b) La diferencia entre un número y 17	2) $x^2/3$
c) El producto de un número por -3	3) $2(x + 5)$
d) La quinta parte de un número	4) $2x^2$
e) El doble del cuadrado de un número	5) $x + y$
f) El número siguiente a x	6) $2x$
g) La suma de dos números	7) $x + 1$
h) El doble de la suma de un número y 5	8) $x/5$
i) La tercera parte del cuadrado de un número	9) $-3x$

Solución: a) 6; b) 1; c) 9; d) 8; e) 4; f) 7; g) 5; h) 3; i) 2

3. Si llamamos x a los ahorros que tiene Laura, expresa algebraicamente:

- a) A María le faltan 7 € para tener los mismos ahorros que Laura.
- b) Alfonso tiene 14 € más que Laura.
- c) Martín tiene 3 € menos que el doble de Laura.
- d) Fátima tiene igual que Laura y Rosa.

Solución: a) $x-7$; b) $x+14$; c) $2x-3$; d) $z = x = y$

4. He aquí lo que sabemos de las edades de un grupo de amigos:

- a) Juan tiene 3 años más que Antonio;
- b) Elena tiene el doble que Juan;
- c) Félix tiene 5 años menos que Elena
- d) Laura tiene la mitad que Antonio.
- e) Si la edad de Antonio es x , indica, mediante expresiones algebraicas, las edades de los otros amigos.

Solución: a) $x+3$; b) $2(x+3) = 2x+6$; c) $2x+6-5 = 2x+1$; d) $x/2$; e) x

5. Escribe en lenguaje algebraico las siguientes informaciones relativas a la base x y la altura y de un rectángulo:

- a) La base es doble que la altura
- b) La base excede en 5 unidades a la altura
- c) La altura es $3/7$ de la base
- d) El área del rectángulo vale 20 cm^2 .
- e) La diferencia entre la altura y la base es de 10 unidades.

Solución: a) $x = 2y$; b) $x = y+5$; c) $y = 3x/7$; d) $x \cdot y = 20$; e) $y - x = 10$

6. Escribe las siguientes operaciones en lenguaje ordinario

- a) $x + 5$
- b) $a - 4$
- c) $2x$
- d) y^2

Solución: a) *Un número incrementado en 5 unidades o mi edad dentro de cinco años...*

b) *Un número disminuido en 4 o la edad de alguien hace cuatro años...*

c) *El doble de algo*

d) *El cuadrado de algo*

7. Completa en tu cuaderno las frases siguientes:
- En una expresión _____ puede haber números, letras y signos de operación.
 - Un número cualquiera se indica en álgebra mediante una _____, por ejemplo, la x .
 - En la expresión $-3x$ el número -3 es el _____.
 - La ecuación $x^2 = 25$ es de _____ grado.
 - El primer miembro de la ecuación $3x + 1 = 2x - 7$ es _____.
 - Dos ecuaciones que tienen las mismas soluciones se llaman _____.
 - Una _____ es una igualdad entre dos expresiones algebraicas.
 - El número por el que se sustituye la incógnita de una ecuación de manera que la igualdad sea cierta se llama _____ de la ecuación.
 - _____ una ecuación es hallar el valor de la incógnita.
 - Si el mayor exponente de la incógnita de una ecuación es 1, entonces la ecuación es de _____ grado.

Solución: a) algebraica; b) letra o variable; c) coeficiente; d) segundo; e) $3x + 1$; f) equivalentes; g) ecuación; h) solución; i) Resolver; j) primer

8. El kilo de melocotones cuesta x euros. Indica en lenguaje algebraico el precio de:
- El cuarto de kilo de melocotones
 - Tres kilos de melocotones
 - El kilo de mandarinas sabiendo que es 75 céntimos más barato que el kilo de melocotones.

Solución: a) $x/4$; b) $3x$; c) $x - 0,75$

9. Llamamos x a una cantidad. Escribe en lenguaje algebraico:
- El doble de esa cantidad más 9.
 - Esa cantidad más 5.
 - 20 menos esa cantidad.
 - Cuatro veces esa cantidad menos 7.
 - La mitad de esa cantidad más 8.
 - Siete veces esa cantidad menos la tercera parte de la cantidad.

Solución: a) $2x+9$; b) $x+5$; c) $20-x$; d) $4x-7$; e) $x/2 + 8$; f) $7x - x/3$

10. Calcula el valor numérico de las expresiones siguientes para $x = 2$.
- $5x - 3$
 - $2(x + 5)$
 - $(x - 4)/2$
 - $7(2 - x^2)$

Solución: a) 7; b) 14; c) -1; d) -14

11. Simplifica las siguientes expresiones:
- $x + x + x - x$
 - $2x + 3x + 5x - x$
 - $x/2 + x/2$
 - $2(x + 3x - 2x)$

Solución: a) $2x$; b) $9x$; c) x ; d) $4x$

12. Escribe en tu cuaderno el valor numérico de cada expresión para el valor de x que se indica en cada caso:

	Expresión	Valor de x	Valor numérico
a)	$5x - 4 + x = 6x - 4$	-1	-10
b)	$x - 3 + 7x = 8x - 3$	-2	-19
c)	$x + 3 + 2x = 3x + 3$	-3	-6
d)	$3x - x = 2x$	-4	-8
e)	$2x - 3$	2	1

13. Realiza las operaciones siguientes
- $3x + 5x - 2y + 9y - 4x - 3y$
 - $(2x - 5x^2) - (3x^2 + 5x)$
 - $3(7x - 3) - 2(2x + 5)$
 - $2a - 5a + 7a - 8a + b$

Solución: a) $4x+4y = 4(x+y)$; b) $-8x^2-3x$; c) $17x-19$; d) $-4a + b$

Ecuaciones

14. Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y complétala:

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Incógnitas
$8x - 5 = 2x - 1$			
	$7x + 3$	$2x - 8$	
$4x + 3 = 6x + 9$			
$4a + 11 = 23$			
	$x - y$	$5 + y$	

Solución:

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Incógnitas
$8x - 5 = 2x - 1$	$8x - 5$	$2x - 1$	x
$7x + 3 = 2x - 8$	$7x + 3$	$2x - 8$	x
$4x + 3 = 6x + 9$	$4x + 3$	$6x + 9$	x
$4a + 11 = 23$	$4a + 11$	23	a
$x - y = 5 + y$	$x - y$	$5 + y$	x, y

15. Calcula mentalmente el valor que se debe asignar a cada círculo:

- a) $2 \cdot 0 = 30$ b) $10 = 0 : 5$ c) $3 \cdot 0 = 27$ d) $5 = 0 : 3$

Solución: a) 15; b) 50; c) 9; d) 15

16. Escribe dos ecuaciones equivalentes a cada una de las ecuaciones siguientes:

- a) $3x - 4 = 11$ b) $2x = 9$ c) $x + 11 = 6$ d) $x = -3$

Solución: a) $3x = 15$; $x = 5$; b) $2x - 9 = 0$; $x = 9/2$; c) $x + 5 = 0$; $x = -5$; d) $x + 3 = 0$; $2x + 6 = 0$

17. Resuelve las ecuaciones siguientes:

- a) $2x + 4 = 7$ b) $4x + 3 = 15$ c) $5x - 2 = 37$ d) $-2x - 3x = -55$

Solución: a) $3/2$; b) 3; c) $39/5$; d) 11

18. Relaciona cada ecuación con su solución:

- a) $x + 5 = 7x - 1$ b) $3x - 2 = 4 - x$ c) $x - 9 = 3 - 2x$ d) $5 = x + 9$ e) $8 - 2x = 5 - 3x$

- f) $9x - 2 = 5x$ g) $3 + 2x = 1$ h) $6 - x = 5 + 9x$ i) $x = 6 - 2x$ j) $2x + 4 = x + 7$

Soluciones:

- 1) $x = 4$ 2) $x = -4$ 3) $x = -3$ 4) $x = 1,5$ 5) $x = 0,5$

- 6) $x = 1$ 7) $x = 0,1$ 8) $x = -1$ 9) $x = 3$ 10) $x = 2$

Solución: a) 6); b) 4); c) 1); d) 2); e) 3); f) 5); g) 8); h) 7); i) 10); j) 9)

19. Di si las siguientes frases son verdaderas o falsas. Razona la respuesta.

a) La ecuación $x + 3 = 5$ es equivalente a $x + 5 = 3$.

b) La ecuación $2x + 3 = 7x - 1$ tiene dos incógnitas.

c) La ecuación $x^3 + 5 = 2x^2$ es de tercer grado.

d) El valor numérico de $5x - 2$ para $x = -1$ es -7 .

e) La solución de la ecuación $6x = 3$ es 2.

Solución: a) No porque la solución de la 1ª es 2 y de la 2ª -2

b) No porque la única incógnita que aparece es la x

c) Sí, porque el mayor grado de los monomios es 3

d) Sí, porque al sustituir la x por -1 la cuenta queda $-5 - 2 = -7$

e) No, porque al sustituir la x por 2 la igualdad resultante es falsa: $12 = 3$

20. Encuentra los números que faltan:

- a) $15 = 25 - 2 \cdot 0$ b) $100 = 25 - 0$ c) $200 = 0 - (-25)$ d) $40 = 0 - (-20)$

Solución: a) 5; b) -75; c) 175; d) 20

21. Resuelve en tu cuaderno las siguientes ecuaciones:

- a) $x + 3 = 9$ b) $x + 5 = 4$ c) $x + 1 = 78$ d) $x + 7 = 46$

Solución: a) 6; b) -1; c) 77; d) 39

22. En el tren se puede transportar un perrito siempre que su peso no exceda de 6 kg. Averigua a cuál de mis perritos podría llevarme de viaje en el tren sabiendo que Eder pesa 8 kilos y que el valor de x es el mismo en todos los casos:

Nombre	Peso en kg
Eder	$2x$
Peque	$-3(x - 7)$
Gosca	$3x - 5 + 6x$
Atila	$4x + 6 - 5x$
Clea	$1 - 2x + 9x$

Solución: Atila

23. Encuentra los números que faltan:

a) $0 + 3 = 8$ b) $0 + 7 = 3$ c) $0 - 6 = 10$ d) $0 - 8 = -2$

Solución: a) 5; b) -4; c) 16; d) 6

24. Resuelve las siguientes ecuaciones: (Sugerencia: ilustra las ecuaciones mediante balanzas equilibradas. Mantenlas equilibradas hasta conseguir la ecuación equivalente que nos dé el resultado).

a) $x + 5 = 10$ b) $x + 7 = 4$ c) $x + 3 = 8$ d) $x + 7 = 12$

Solución: a) 5; b) -3; c) 5; d) 5

25. Resuelve en tu cuaderno las siguientes ecuaciones:

a) $x - 4 = -7$ b) $x - 34 = 12$ c) $x - 21 = 84$ d) $x - 28 = 7$

Solución: a) $x = -3$; b) $x = 46$; c) $x = 105$; d) $x = 35$.

Problemas

26. Si el doble de un número menos 3 es igual a 7, ¿cuál es el número?

Solución: 5.

27. Un rectángulo tiene 7 cm de base y su área es de 21 cm^2 , ¿qué altura tiene?

Solución: 3 cm.

28. La suma de tres números consecutivos es 48. ¿Cuánto vale cada número?

Solución: 15, 16 y 17.

29. Si en una familia la suma de la edades de los tres hijos es de 37 años, Ana es 2 años menor que Antonio, y este es 3 años menor que Maite, ¿qué edad tiene cada hijo?

Solución: Ana tiene 10 años, Antonio 12 y Maite 15.

30. Si una parcela rectangular tiene 4 m menos de ancho que de largo, y la valla que lo rodea mide 88 m, ¿qué dimensiones tiene la parcela?

Solución: 20 metros de ancho y 24 de largo.

31. Para cada uno de los siguientes enunciados, dibuja la figura que corresponda, escribe una ecuación y resuélvela:

- Halla las dimensiones de un rectángulo si la base mide 3 cm más que la altura y el perímetro es 22 cm.
- El perímetro de un cuadrado es 28 mm. ¿Cuánto mide su lado?
- El lado desigual de un triángulo isósceles mide 7 cm y su perímetro mide 35 cm. ¿Cuánto mide cada uno de los lados iguales?
- El perímetro de un octógono regular es 28 cm mayor que el de un cuadrado de 36 cm^2 de área. Averigua el lado del octógono.
- Cada uno de los ángulos de un cuadrilátero irregular mide 30° más que el ángulo anterior. ¿Cuánto mide cada uno de los cuatro ángulos del cuadrilátero? (Ayuda: recuerda que la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360°).
- Las medidas de los lados de un triángulo escaleno son números consecutivos y el perímetro es 33 cm. ¿Cuánto mide cada lado?
- Dos ángulos son complementarios y se diferencian en 18° . ¿Cuánto miden?
- Dos ángulos suplementarios se diferencian en 25° . ¿Cuánto mide cada uno?

Solución: 7 cm de base y 4 de altura; b) 7 mm; c) 14 cm; d) 6.5 cm; e) $45^\circ, 75^\circ, 105^\circ$ y 135° ; f) 10, 11 y 12 cm; g) 36° y 54° ; h) $77^\circ 30'$ y $102^\circ 30'$.

32. Escribe en lenguaje algebraico: "La suma de los ángulos interiores de un polígono es tantas veces 180° , como lados tenga menos 2". ¿Cuántos lados tiene un polígono si la suma de sus ángulos interiores es 720° ?

Solución: a) $S = 180^\circ \cdot (n - 2)$; b) 6 lados.

33. Si un triángulo isósceles tiene un perímetro de 36 cm, y su lado desigual mide 5 cm menos que sus lados iguales, ¿cuánto miden sus lados?

Solución: *41/3 cm los lados iguales; 26/3 cm el lado desigual.*

34. Halla las edades de tres hermanos sabiendo que suman 52 años, que los dos pequeños se llevan dos años, y que el mayor tiene tantos años como los otros dos juntos.

Solución: *12, 14 y 26 años.*

35. Un montañero hace una ruta de 48 km en tres etapas. El segundo día recorre 10 km más que el primero y el tercer día recorre 7 km más que el segundo. ¿Cuánto recorre cada día?

Solución: *El primer día, 7 km; el segundo día, 17 km; el tercer día, 24 km.*

36. Tengo 26 monedas de 1 € y de 2 €, que valen en total 37 €. ¿Cuántas monedas tengo de cada clase?

Solución: *11 monedas de 2 € y 15 de 1 €.*

37. Alfonso quiere saber cuánto pesa la compota de moras que ha hecho, pero solo tiene pesas de 1 kg y de 200 gr. Comprueba que si pone los dos botes iguales de compota, junto con la pesa de 200 gr en un plato de la balanza, y en el otro plato la pesa de 1 kg, la balanza queda equilibrada. ¿Cuánto pesa cada bote?

Solución: *400 g.*

38. Si multiplicas a un número por 5 y luego le sumas 12, obtienes 62, ¿de qué número se trata?

Solución: *10.*

39. El patio de un colegio es rectangular, el doble de largo que de ancho, y su perímetro es de 600 m. Si se quiere poner una valla que cuesta a 3 € el metro en el lado más largo. ¿Cuánto habrá que pagar?

Solución: *600 €.*

40. Alberto ha sacado un 8 en un examen de 10 preguntas. En la primera pregunta sacó un punto, y en la última, que dejó en blanco por falta de tiempo, un cero. La profesora le ha dicho que en todas las preguntas centrales ha obtenido la misma puntuación. ¿Cuál ha sido esa nota?

Solución: *0,875 puntos.*

41. Mario estudia lo que más le gusta las $\frac{2}{5}$ partes del tiempo diario que dedica al estudio, y le sobran 72 minutos para el resto de materias. ¿Cuánto estudia cada día?

Solución: *2 horas.*

42. Si Cristina tiene 12 años y su madre, 36, ¿cuántos años deben pasar para que la edad de la madre sea el doble de la de su hija?

Solución: *12 años.*

43. Miriam le dice al mago, piensa un número, multiplícalo por 2, ahora súmale 10, divide el resultado entre 2 y resta el número que has pensado. ¿Tienes un 5?

a) Escribe en forma algebraica el juego de magia de Miriam, y descubre su truco.

b) Inventa un nuevo juego de magia.

Solución: *a) $(2x + 10) / 2 - x = x + 5 - x = 5$.*

44. Carlos ha comprado 25 cuadernos, los ha pagado con un billete de 20 €, y le han devuelto 12 €. Escribe una ecuación que permita calcular el precio de cada cuaderno.

Solución: *$25x = 8$.*

45. Un triángulo equilátero tiene un perímetro de 36 cm, ¿cuánto mide su lado?

Solución: *12 cm.*

46. Braulio, Rosa y Guillermo han ganado 1200 € en la lotería. Si Braulio había pagado la tercera parte del décimo, Rosa, la mitad, y Guillermo, el resto, ¿cómo deben repartir lo que han ganado.

Solución: *Braulio recibe 400 €; Rosa, 600 € y Guillermo, 200 €.*

AUTOEVALUACIÓN

1. Los coeficientes de la expresión algebraica $5x - 7 + y$, son:

- a) 5, 7 y 1 b) +5, -7 y +1 c) + 5 y - 7

Solución: b).

2. El valor numérico de la expresión algebraica $2a + 6b$, cuando $a = 2$ y $b = -1$, es:

- a) 2 b) -2 c) -4

Solución: b).

3. La solución de la ecuación $3 + x - 4x = 8 + 2x$ es:

- a) +5 b) +1 c) -1

Solución: c).

4. El doble de un número más 2, equivale a su triple menos 10. El número es:

- a) 5 b) 11 c) 12

Solución: c).

5. La suma de las edades de dos personas es de 48 años y su diferencia, 14 años. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones nos permite calcular sus edades?

- a) $x + x + 14 = 48$ b) $x - 14 = 48$ c) $48 + x = 14 - x$

Solución: a).

6. El perímetro de un rectángulo es 72 cm. Si la base es el doble de la altura menos 9 cm, las dimensiones del rectángulo son:

- a) 21 y 15 b) 20 y 16 c) 30 y 6

Solución: a).

7. Tres números suman 77. El mediano es el doble del menor, y el mayor es triple del menor menos 7. ¿Cuál de estas ecuaciones nos permite hallar los números?

- a) $2x + x + 3x = 77$ b) $x + 3x + 2x = 77 + 7$ c) $x + 2x + 3x = 77 - 7$

Solución: b).

8. Tenemos 12 monedas de 2 € y 1 €. Si en total tenemos 19 €, de cada clase de monedas, tenemos:

- a) 6 y 6 b) 7 y 5 c) 8 y 4

Solución: b).

9. La madre de Juan tiene el doble de la edad de éste más 5 años. La suma de sus edades es 38 años. La ecuación que planteamos para saber sus edades es:

- a) $x + 2x + 5 = 38$ b) $x + 5 = 2x$ c) $x + 2x = 38$

Solución: a).

10. Con 24 € hemos comprado 5 objetos iguales y nos han sobrado 6 €. El precio de cada objeto podemos conocerlo al resolver la ecuación:

- a) $5x = 24 + 6$ b) $x + 5 = 24$ c) $5x + 6 = 24$

Solución: c).

CAPÍTULO 12: TABLAS Y GRÁFICAS

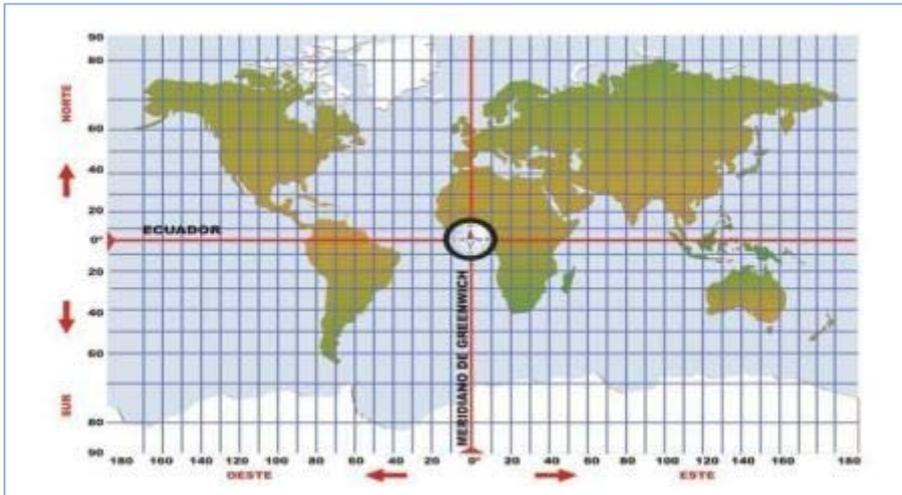
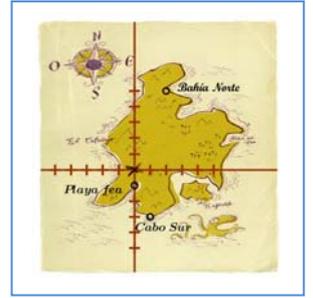
ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. EL PLANO CARTESIANO. COORDENADAS

1. Describe y marca en el plano adjunto como llegarías a:

- a. Cabo Sur
- b. Bahía Norte
- c. Playa Fea

Solución manipulativa y gráfica: Estamos en $(0, 0)$; a) Para ir a Cabo Sur avanzamos tres unidades hacia el sur y una al este; b) Para ir a bahía Norte avanzamos 5 unidades hacia el norte y 2 unidades hacia el este; c) Para ir a Playa Fea avanzamos una unidad hacia el sur.

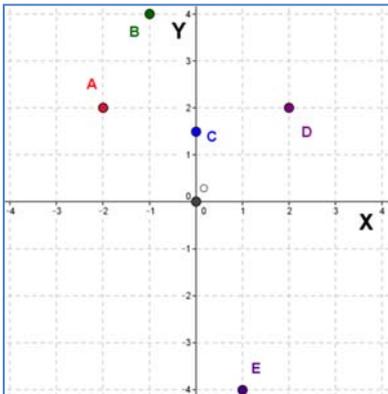


2. En el mapa indica en que cuadrante se encuentran los siguientes países:

- a) Africa del Sur
- b) Estados Unidos
- c) Argentina
- d) India

Solución:

- a) 4º cuadrante; b) 2º cuadrante;
c) 3º cuadrante; d) 1º cuadrante.



3. Indica cuales son las coordenadas de los puntos marcados en el gráfico adjunto:

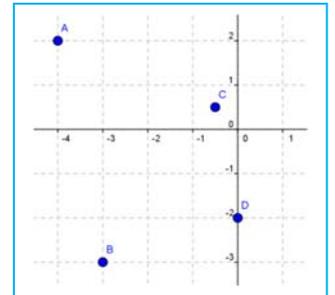
Solución:

$A = (-2, 2)$; $B = (-1, 4)$; $C = (0, 1,5)$; $D = (2, 2)$; $E = (1, -4)$; $O = (0, 0)$.

4. Dibuja un sistema de referencia cartesiano y en él marca los puntos siguientes:

$A = (-4, 2)$; $B = (-3, -3)$; $C = (-0,5, 0,5)$ y $D = (0, -2)$

Solución:



2. TABLAS Y GRÁFICAS

5. Construye una tabla de valores, con cinco cantidades diferentes, que relacione el consumo de un coche y los kilómetros que recorre sabiendo que su consumo medio es de 5 litros cada 100 kilómetros.

Solución abierta: Por ejemplo:

km:	0	100	200	300	400
litros	0	5	10	15	20

6. Construye una tabla de valores, con cinco cantidades diferentes, en que se relacione el lado de un cuadrado y su superficie.

Solución abierta: Por ejemplo:

Lado (cm)	0	1	2	3	4
Superficie (cm²)	0	1	4	9	16

7. Construye una tabla de valores, con seis cantidades diferentes, que represente la siguiente situación: "Una compañía de telefonía cobra 5 céntimos de euro por establecimiento de llamada y 4 céntimos por minuto hablado"

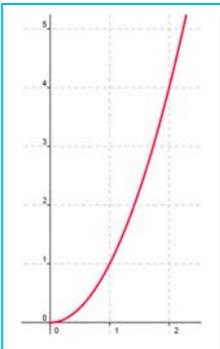
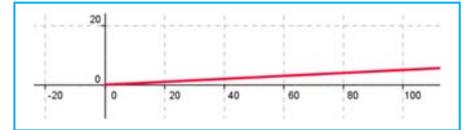
Solución abierta: Por ejemplo:

Minutos hablados	0	1	2	3	4	5
Precio (céntimos)	0	9	13	17	21	25

8. Construye una gráfica a partir de los datos de la tabla de valores de la actividad propuesta sobre el consumo de un coche y los kilómetros que recorre sabiendo que su consumo es de 5 litros cada 100 kilómetros. Si es posible, construye una gráfica uniéndolos sus puntos.

Solución:

Es posible unir los puntos pues el coche puede recorrer 130 km, por ejemplo; $y = 5x/100$.



9. Construye una gráfica a partir de los datos de la tabla de valores de la actividad propuesta sobre la relación entre el lado de un cuadrado y su superficie. Si es posible, construye una gráfica uniéndolos sus puntos.

Solución:

Es posible unir los puntos pues el cuadrado puede tener 2,3 cm de lado, por ejemplo. $y = x^2$.

10. Construye una gráfica a partir de los datos de la tabla de valores de la actividad propuesta 12 (compañía de telefonía). Si es posible, construye una gráfica uniéndolos sus puntos.

Solución:

11. En un recibo del gas de la vivienda de Juan viene la siguiente distribución de gasto:

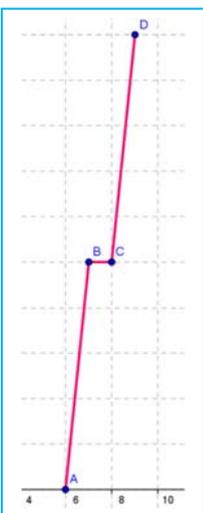
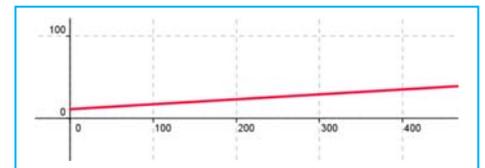
Consumo de gas:	0.058 € por kw/h
Impuesto especial:	0.002 € por kw/h
Término fijo:	4.30 € por mes
Alquiler de contador:....	2.55 €

La factura era de dos meses, había consumido 397 kw/h y el gasto ascendía a 34,97 €. Otra factura anterior el gasto era de 26,15 € con un consumo de 250 kw/h.

Construye una gráfica que relacione el consumo de gas y el gasto. ¿Tiene sentido unir los

puntos?

Solución: Fijo cada dos meses = 11,15; Por kw/h: 0,06; $y = 0,06x + 11,15$; $y(397) = 34,97$; $y(250) = 26,15$. Tiene sentido unir los puntos, pues se puede consumir cualquier cantidad.



12. La familia de Joaquín fue un día de excursión al campo en coche; después de pasar el día volvieron y a mitad de camino pararon durante un buen rato a echar gasolina y tomar unos refrescos. Al final llegaron a casa.

Construye una gráfica de esta situación.

Solución manipulativa, abierta y gráfica:

13. Vanesa salió a dar un paseo, primero fue a casa de su amiga Inés, que vive a 250 metros, y tardó 6 minutos en llegar. La tuvo que esperar otros 6 minutos en su portal y, después, tardaron 15 minutos en llegar al parque, que estaba a 600 m, donde merendaron y charlaron durante media hora. Por último Vanesa regresó a casa rápidamente, porque le había llamado su madre. Sólo tardó 5 minutos.

Construye una gráfica de esta situación y, a partir de ella, confecciona una tabla de valores.

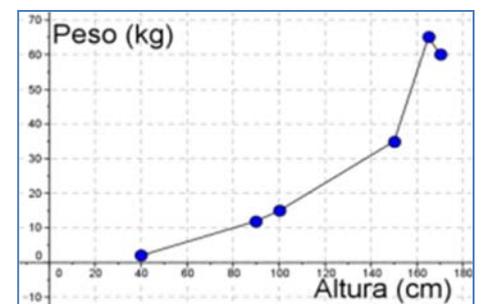
Solución manipulativa y gráfica:

14. La gráfica siguiente nos muestra la variación del peso de Laura con relación a su estatura a lo largo de su vida.

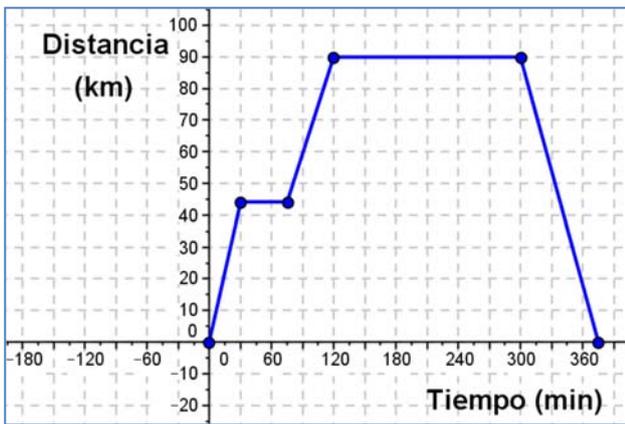
Analiza la gráfica, comenta la situación y responde a las siguientes preguntas:

- ¿Cuánto pesaba cuando medía un metro? ¿Y cuando medía 150 cm?
- ¿Cuánto medía cuando pesaba 55 kg?
- ¿A qué altura pesaba más? ¿Laura adelgazo en algún momento?

Solución: a) 15 kg; 35 kg; b) 160 cm; c) 165 cm; Cuando pesaba 65 kg y media 165 cm, adelgazó a 60 kg.



15. La siguiente gráfica representa una excursión en autobús de un grupo de 1º de E.S.O. a Toledo, pasando por Aranjuez. Sabiendo que Toledo está a 90 km del Instituto y Aranjuez a 45 km:



y cuarto.

- ¿Cuánto tiempo pararon en Aranjuez? ¿y en Toledo?
- ¿Cuánto tiempo tardaron en llegar a Toledo? ¿y en regresar al Instituto?
- Si salieron a las 9 h de la mañana ¿A qué hora regresaron? ¿A las diez y media dónde se encontraban?
- Haz una descripción verbal del viaje

Solución: a) En Aranjuez, 3/4 de hora; En Toledo, 3 horas; b) 2 horas, 1 hora y cuarto; c) A las 15 horas; Camino de Toledo; d) Salen de Toledo a las 9 h, a las 9:30 descansan en Aranjuez 45 minutos, a las 10:15 reanudan el viaje a Toledo, donde llegan a las 11 horas. Están en Toledo hasta las 14 horas, cuando inicia el viaje de regreso, llegando al instituto a las 15 horas

16. María quiere comprar una cinta que vale a 2 euros el metro. Representa gráficamente lo que deberá pagar según los metros de cinta que compre.

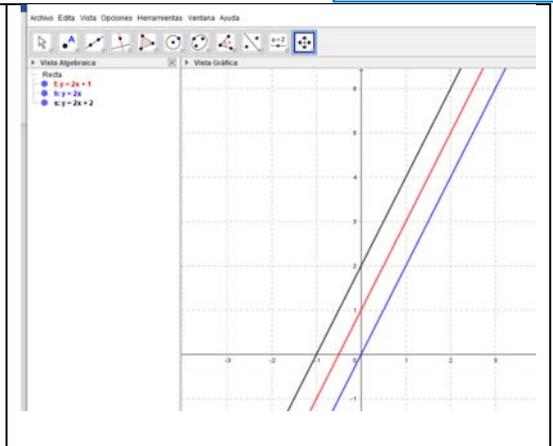
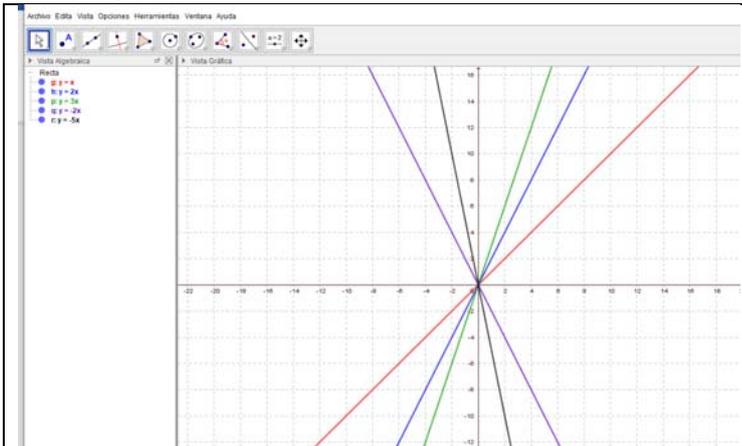
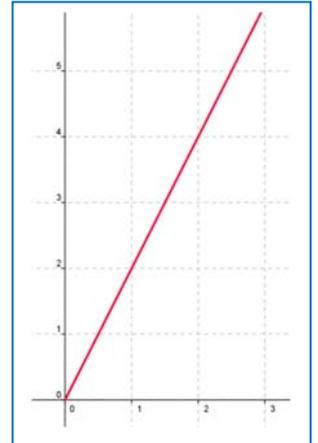
Solución gráfica:

17. Representa gráficamente la función $y = 2x$.

Solución gráfica: Es la misma función de la gráfica anterior. Es una función lineal (pasa por $(0, 0)$ y tiene de pendiente $m = 2$).

18. Utiliza geogebra para dibujar las rectas: a) $y = x$; $y = 2x$, $y = 3x$, $y = -2x$, $y = -5x$. b) $y = 2x + 2$, $y = 2x + 1$. Analiza el resultado

Solución gráfica:



En las rectas $y = mx$, m proporciona la inclinación de la recta; En las rectas $y = mx + b$, b proporciona el punto de intersección con el eje de ordenadas

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

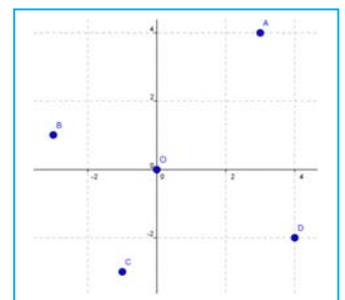
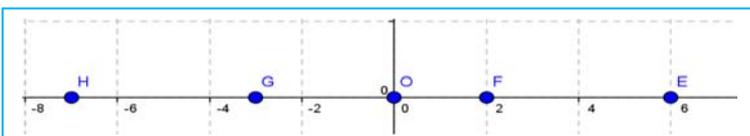
El plano cartesiano. Coordenadas

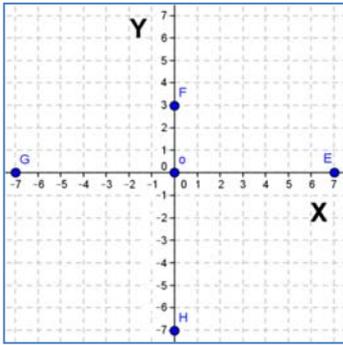
1. Representa en tu cuaderno los puntos siguientes en un sistema de referencia cartesiano:
 $A = (3, 4)$ $B = (-3, 1)$ $C = (-1, -3)$ $D = (4, -2)$ $O = (0, 0)$

Solución gráfica:

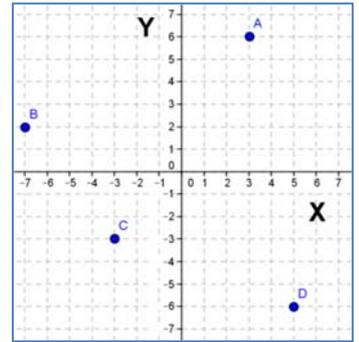
2. Representa en tu cuaderno, en otro sistema éstos otros puntos:
 $E = (6, 0)$ $F = (2, 0)$ $G = (-3, 0)$ $H = (-7, 0)$

Solución: Todos ellos están en el eje de abscisas.





3. Escribe en tu cuaderno las coordenadas de los siguientes puntos:



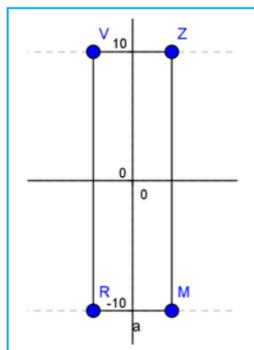
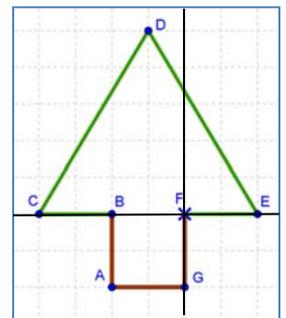
Analiza las coordenadas de cada punto, sus signos, sus valores, etc. ¿Tienen algo especial las coordenadas de los puntos E, F, G y H? ¿Y el punto O tiene coordenadas? ¿Cómo se llama éste punto?

Solución: $A = (3, 6)$, $B = (-7, 2)$, $C = (-3, -3)$, $D = (5, -6)$, $E = (7, 0)$, $F = (0, 3)$, $G = (-7, 0)$, $H = (0, -7)$, $O = (0, 0)$. Los puntos E y G están en el eje de abscisas, y F y H en el de ordenadas. El punto O (0, 0), el origen.

4. Dibuja, en el árbol del gráfico, un sistema de referencia cartesiano, con el origen en el punto F.

- Indica las coordenadas de los puntos marcados en el gráfico.
- Indica en que cuadrante, o eje, está cada punto.

Solución: $A = (-2, -2)$, $B = (-2, 0)$, $C = (-4, 0)$, $D = (-1, 5)$, $E = (2, 0)$, $F = (0, 0)$, $G = (0, -2)$.



5. Representa los siguientes puntos en un sistema de referencia cartesiano:

$M = (3, -10)$ $R = (-3, -10)$ $V = (-3, 10)$ $Z = (3, 10)$

Une estos puntos en orden alfabético y finalmente une el último con el primero. ¿Qué polígono obtienes? Calcula el área y el perímetro de éste polígono.

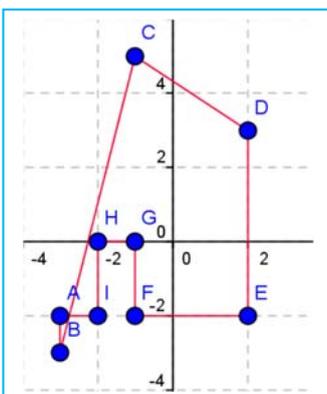
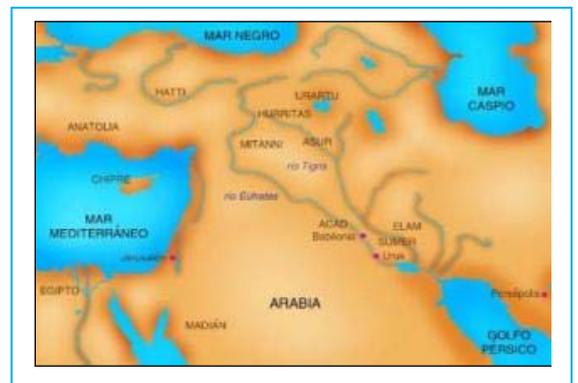
Solución:

Un rectángulo; de área $30 u^2$, y perímetro $26 u$.

6. El dibujo muestra el mapa de Mesopotamia en la antigüedad.

- Representa un sistema de referencia cartesiano, con origen en Babilonia.
- Elige las unidades más adecuadas para cada eje.
- Indica qué coordenadas tienen las ciudades de Jerusalén, Persépolis y Uruk.

Solución gráfica y manipulativa:



7. Representa los siguientes puntos en un sistema de referencia cartesiano:

$A = (-3, -2)$; $B = (-3, -3)$; $C = (-1, 5)$; $D = (2, 3)$; $E = (2, -2)$; $F = (-1, -2)$; $G = (-1, 0)$; $H = (-2, 0)$; $I = (-2, -2)$

- Une estos puntos en orden alfabético y finalmente une el último con el primero.
- Indica en que cuadrante, o eje, está cada punto.

Solución:

1º cuadrante: D, 2º cuadrante: C, 3º cuadrante: A, B, F, I; 4º cuadrante: E; eje de abscisas: G y H.

8. En tu cuaderno, elige dos puntos en cada cuadrante y cuatro puntos en cada eje, dales un nombre y escribe las coordenadas que tiene cada punto.

Solución manipulativa y abierta:

9. El gráfico muestra el plano de una ciudad. En él tienes marcado el sistema de coordenadas cartesianas y las unidades.
Indica las coordenadas del Centro Cultural y del Centro de Salud respecto a éstos ejes. ¿Qué calle está en las coordenadas $(-1, 3)$? ¿Y en las coordenadas $(0, -1)$?

Solución manipulativa: En $(-1, 3)$ calle de Hernán Cortes; en $(0, -1)$ calle del pintor Zuloaga.



Tablas y Gráficas

10. La siguiente tabla de valores relaciona el peso en kilogramos de uvas y su precio en euros. Cópiala en tu cuaderno y complétala.

Peso (Kg)	1,5		3,6		6,5
Precio (€)	2,7	3,6		9	

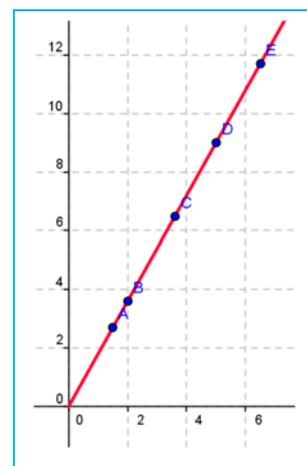
Solución:

Peso (Kg)	1,5	2	3,6	5	6,5
Precio (€)	2,7	3,6	6,48	9	11,7

11. Construye una gráfica de puntos a partir de los datos de la tabla de valores del ejercicio 10 y, si es posible, construye la gráfica uniendo sus puntos.

Solución:

Es posible unir los puntos pues tiene sentido cualquier cantidad de kg.



12. Construye tablas de valores, con cuatro cantidades diferentes, que nos expresen las siguientes relaciones:

- El lado de un cuadrado y su área
- Un número y la cuarta parte de dicho número.
- Un número y su número opuesto
- Un número y su número inverso.
- La arista de un cubo y su volumen

Solución abierta: Por ejemplo: a)

lado	0	1	2	3	4
área	0	1	4	9	16

b)

x	0	1	4	8	20
y	0	1/4	1	2	5

c)

x	-2	-1	0	1	2
y	2	1	0	-1	-2

d)

x	-2	-1	1	2	5
y	-1/2	-1	1	1/2	1/5

e)

arista	0	1	2	3	4
volumen	0	1	8	27	64

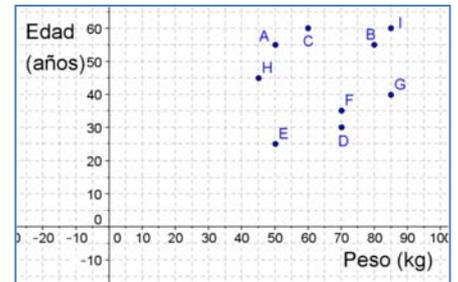
13. Copia en tu cuaderno y completa la siguiente tabla de valores sabiendo que las magnitudes P y Q son magnitudes directamente proporcionales:

P	0	1	2		7	9
Q				15	21	

Solución:

P	0	1	2	5	7	9
Q	0	3	6	15	21	27

14. La gráfica siguiente nos indica la relación entre la edad y el peso de los profesores de un grupo de 1º de E.S.O. de un Instituto de Madrid. Sabemos que la profesora de Matemáticas es la más joven. La de Ciencias de la Naturaleza tiene 35 años. El profesor de Ciencias Sociales es de los mayores y de los que más pesan, y la de Educación Física es la más delgada. Indica que punto de la gráfica corresponde a cada uno de estos cuatro profesores.



Solución:

Profesora de Matemáticas: E, tiene 25 años y pesa 50 kg; La profesora de Ciencias: F, pesa 70 kg; El profesor de Sociales: I, tiene 60 años y pesa 85 kg; La profesora de Educación Física: H, tiene 45 años y pesa 45 kg.

15. Haz una gráfica con los datos de la tabla siguiente:

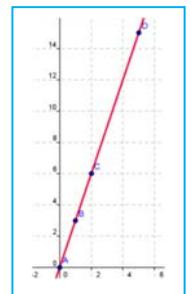
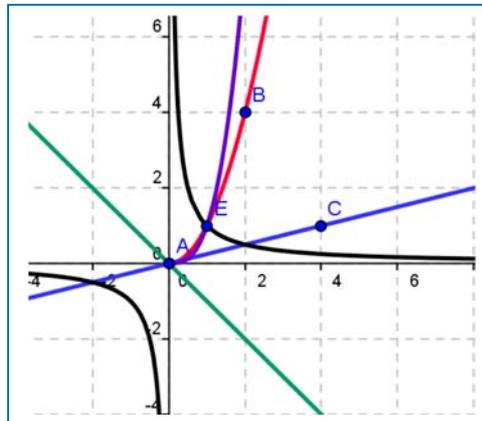
X	0	1	2	5	7	9
Y	2	5	8	6	2	-2

Solución gráfica y manipulativa:

16. Construye gráficas de puntos a partir de los datos de las tablas de valores que has realizado en el ejercicio 12 y, si es posible, construye las gráficas que resultan de unir sus puntos. En cada apartado, indica en qué cuadrantes es posible tener gráfica.

Solución:

a) ; b); c); d); e).



17. Construye una gráfica de puntos a partir de los datos de la tabla de valores que has completado en el ejercicio 13 y, si es posible, construye la gráfica uniendo sus puntos.

Solución:

18. Inventa cuatro tablas de valores, con seis cantidades diferentes, y representa las gráficas correspondientes. Haz que dos tablas correspondan a situaciones reales y las otras dos no.

Solución abierta y manipulativa:

19. En un estudio del Instituto Nacional de Estadística del año 2012, nos indican el porcentaje de hogares españoles que tienen acceso a Internet en el periodo 2007 a 2012, estos datos vienen recogidos en la siguiente tabla:

Años	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Viviendas con acceso a Internet (%)	45	51	54	59	64	68

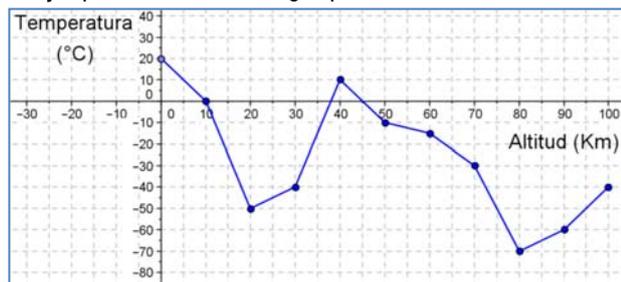
Representa estos datos en una gráfica de puntos. ¿Podríamos unir estos puntos?

Solución gráfica:

No tiene sentido unir los puntos.

20. La gráfica siguiente muestra la temperatura que se ha medido, en la atmosfera, a distintas altitudes.
- ¿A qué altitudes la temperatura es de 0 °C?
 - ¿Cuál es la temperatura a los 30 km de altitud? ¿y a nivel del mar (0 km)?
 - ¿Cuál es la temperatura más alta que se ha medido? ¿a qué altitud?

d. ¿Cuál es la temperatura más baja que se ha medido? ¿a qué altitud?



Solución:

a) 10 km, 38 km, 45 km; b) $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$; c) $20\text{ }^{\circ}\text{C}$; a 0 km de altitud; d) $-70\text{ }^{\circ}\text{C}$ a 80 km de altitud.

AUTOEVALUACIÓN

- 1) El punto de coordenadas $A = (3, -1)$ está situado en el:
 a) primer cuadrante b) segundo cuadrante c) tercer cuadrante d) cuarto cuadrante.

Solución: d).

- 2) Las coordenadas de los puntos indicados son:
 a) $(2, 1), (1, -2)$ b) $(2, 1), (-1, 2)$. c) $(1, 2), (-2, 1)$ d) $(-2, 1), (2, 2)$

Solución: a).

- 3) Indica qué afirmación es falsa:
 a. El eje de abscisas es horizontal
 b. El eje de ordenadas es vertical
 c. El eje de abscisas es perpendicular al eje de ordenadas
 d. El eje de abscisas es el eje Y.

Solución: d).

- 4) Los puntos de coordenadas $A = (-3, 0)$, $B = (-1, 0)$, $C = (2, 0)$, $D = (3, 0)$ están todos ellos en el:
 a) eje de ordenadas b) primer cuadrante c) eje de abscisas d) segundo cuadrante

Solución: c).

- 5) Los puntos de coordenadas $A = (0, 0)$, $B = (0, 1)$, $C = (0, 2)$, $D = (0, 3)$ están todos ellos en el:
 a) eje de ordenadas b) primer cuadrante c) eje de abscisas d) segundo cuadrante

Solución: a).

- 6) Los valores que completan la tabla de proporcionalidad directa son:

Personas	1	4	8	
Kg de comida	3			27

- a) 6, 12, 8 b) 12, 24, 9 c) 8, 16, 12 d) 16, 32, 7

Solución: b).

- 7) La siguiente tabla de valores puede corresponder a:

X	3	9	15	27
Y	1	3	5	9

- a) una proporcionalidad directa. b) una proporcionalidad inversa
 c) la relación entre el lado de un cuadrado y su área. d) la relación entre el radio del círculo y su área

Solución: a).

- 8) Indica en los casos siguientes aquel que NO es una función:
 a) La temperatura de la sopa a lo largo del tiempo. b) $Y = 2X$.
 c) El área de un círculo como función del radio. d) El área de un cuadrado y su color

Solución: d).

- 9) Indica qué afirmación es falsa:
 a) El origen de coordenadas es la intersección entre el eje de abscisas y el de ordenadas
 b) En una función a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente
 c) En una función a cada valor de la variable dependiente le corresponde un único valor de la variable independiente.

Solución: c).

CAPÍTULO 13: ESTADÍSTICA

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. EL AZAR Y LA PROBABILIDAD

- 1) Indica si es un fenómeno aleatorio:
 - a) La superficie de las comunidades autónomas españolas
 - b) Anotar el sexo del próximo bebé nacido en una clínica determinada
 - c) El área de un cuadrado del que se conoce el lado
 - d) Tiramos dos dados y anotamos la suma de los valores obtenidos
 - e) Saber si el próximo año es bisiesto.

Solución: Es un fenómeno aleatorio: b) y d). No lo es: a), c) y e).

Posibles resultados	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas
1	15	
2	18	
3	16	
4	17	
5	19	
6	15	
Suma total	100	1

- 2) Completa en la siguiente tabla las frecuencias relativas del experimento aleatorio tirar un dado:

Solución:

Posibles resultados	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas
1	15	0,15
2	18	0,18
3	16	0,16
4	17	0,17
5	19	0,19
6	15	0,15
Suma total	100	1

- 3) Hemos tirado dos dados y anotado si la suma de sus caras superiores es menor, igual o mayor que 7. Escribe la tabla de frecuencias relativas de la tabla adjunta. Observa que la suma de las frecuencias relativas es 1.

Solución:

Posibles resultados	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas
< 7	30	0,30
7	38	0,38
> 7	32	0,32
Suma total	100	1

- 4) Inventa cinco experimentos aleatorio y escribe el conjunto de posibles resultados.

Solución abierta: 1) Tirar un dado y anotar el resultado; 2) Sacar una carta de una baraja; 3) Hacer una quiniela y esperar que te toque; 4) Jugar a la lotería; 5) Tirar una tiza al suelo y anotar el número de trozos en que se rompe.

- 5) Escribe el espacio muestral del experimento aleatorio: "Escribir en cinco tarjetas cada una de las vocales y sacar una al azar"

Solución: $M = \{A, E, I, O, U\}$

- 6) Escribe el espacio muestral del experimento aleatorio: "Tirar una chincheta y anotar en que postura cae"

Solución: {Punta, No}

- 7) Inventa dos sucesos del experimento aleatorio de tirar dos monedas.

Solución abierta: Por ejemplo: $S_1 = \text{Las dos sean caras}$; $S_2 = \text{Ninguna sea cara}$.

- 8) En el juego de lotería, indica dos sucesos respecto a la cifra de las unidades del primer premio.

Solución abierta: Por ejemplo: $S_1 = \text{Sea par}$. $S_2 = \text{Sea mayor que 7}$.

- 9) En el juego de dominó, indica tres sucesos con fichas dobles.

Solución abierta: Por ejemplo: $S_1 = \{(2, 2), (4, 4), (6, 6)\}$; $S_2 = \{(1, 1)\}$; $S_3 = \{(3, 3), (6, 6)\}$.

- 10) Escribe tres sucesos aleatorios de sacar una carta de una baraja.

Solución abierta: Por ejemplo: $S_1 = \text{Sea un oro}$; $S_2 = \text{Sea un caballo}$; $S_3 = \text{Sea una figura}$.

- 11) Señala si son poco probables o muy probables los

siguientes sucesos:

- Cruzas la calle y te pilla un coche.
- Hace una quiniela y le toca el premio máximo.
- El lunes vas al colegio.
- Le toca la lotería a Juan.

Solución: a) poco probable; b) poco probable; c) muy probable; d) poco probable..

- 12) Calcula la probabilidad de que al sacar una carta de la baraja sea de oros.

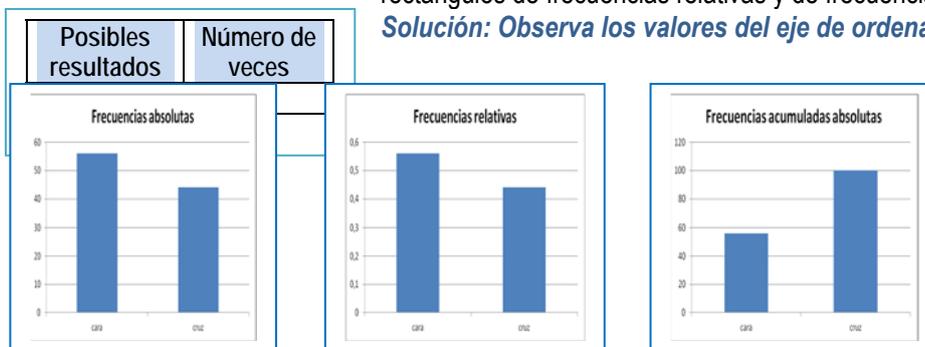
Solución: 1/4.

- 13) Para saber la probabilidad de que un recién nacido sea zurdo, ¿te basarías en el estudio de las frecuencias relativas o la asignarías por simetría?

Solución: Lo asignaría estudiando las frecuencias relativas

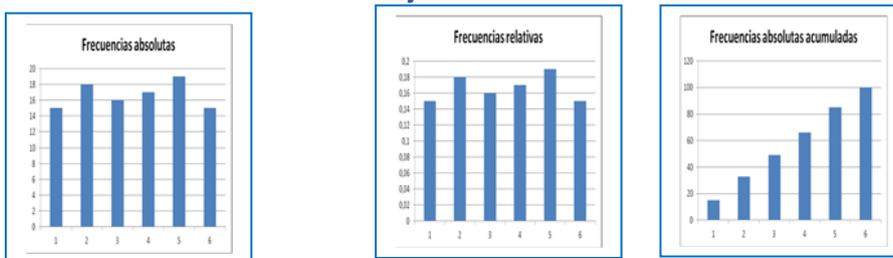
2. GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

- 14) Dibuja el diagrama de rectángulos de frecuencias absolutas de la tabla adjunta. Representa también el diagrama de rectángulos de frecuencias relativas y de frecuencias absolutas acumuladas.



- 15) Dibuja el diagrama de rectángulos de frecuencias absolutas de la tabla adjunta. Representa también el diagrama de rectángulos de frecuencias relativas y de frecuencias relativas acumuladas.

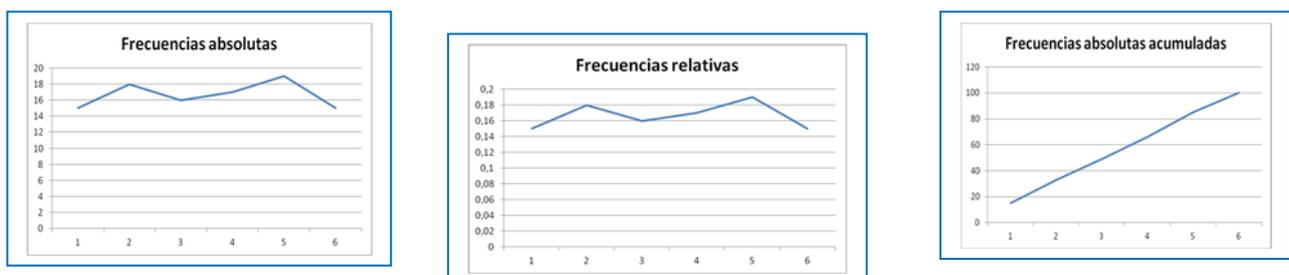
Solución: Observa los valores del eje de ordenadas



Posibles resultados	Frecuencias absolutas
1	15
2	18
3	16
4	17
5	19
6	15

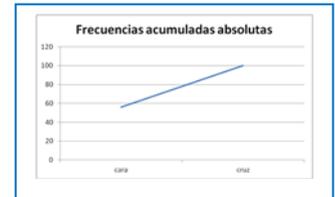
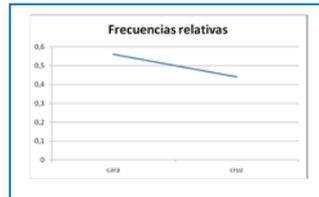
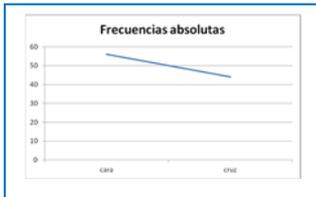
- 16) Dibuja los diagramas de líneas de frecuencias absolutas, relativas y absolutas acumuladas del experimento tirar un dado de la actividad 15.

Solución: Observa los valores del eje de ordenadas



- 17) Dibuja los diagramas de líneas absolutas, relativas y relativas acumuladas del experimento tirar una moneda de la actividad 14.

Solución: Observa los valores del eje de ordenadas



- 18) Haz una encuesta entre tus compañeros y compañeras de clase sobre el número de libros que leen al mes. Confecciona una tabla y representa los datos en un diagrama de rectángulos, un diagrama de líneas, un pictograma y un diagrama de sectores.

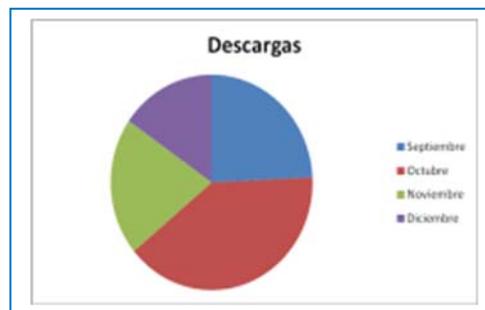
Solución abierta:

- 19) Haz una encuesta entre tus compañeros y compañeras de clase sobre el número de horas diarias que ven la televisión. Confecciona una tabla y representa los datos en un diagrama de rectángulos, un diagrama de líneas, un pictograma y un diagrama de sectores.

Solución abierta:

- 20) Haz un diagrama de sectores relativo al número de descargas de Textos Marea Verde del ejemplo visto en *Pictograma*.

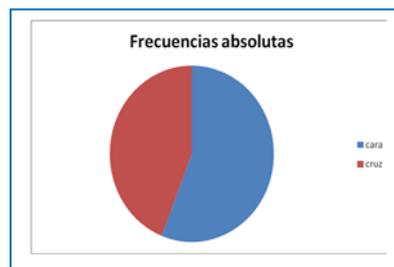
Solución:



- 21) Dibuja un diagrama de

sectores de la actividad propuesta 14.

Solución:



- 22) Dibuja un diagrama de sectores de la actividad propuesta 15.

Solución:



- 23) Juega con el ordenador. Inserta otros gráficos distintos de columna, de línea, circular, barra, dispersión e indica a qué tipo de representación corresponden.

Solución abierta:

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

El azar y la probabilidad

1. Miriam y Luis han escrito en tarjetas los 4 nombres que más les gustan para la hija que van a tener: Adela, Miriam, Amelia y Elena. Mezclan bien las tarjetas y extraen una al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que la niña se llame Amelia?

Solución: $1/4$

2. Se lanza una moneda 750 veces y se obtiene cara 360 veces. Expresa en una tabla las frecuencias absolutas, relativas y calcula también las frecuencias acumuladas absolutas y acumuladas relativas de caras y cruces en este experimento.

Solución:

	<i>Frecuencias Absolutas.</i>	<i>Frecuencias relativas</i>	<i>Fr. Acumuladas Absolutas</i>	<i>Frec. Acumuladas Relativas</i>
<i>cara</i>	360	0,48	360	0,48
<i>cruz</i>	390	0,52	750	1

3. Se lanzar un dado 500 veces y se obtienen los siguientes resultados:

Resultado	1	2	3	4	5	6
Número de veces	70	81	92	85		81

- ¿Cuántas veces ha salido el 5?
- Escribe en tu cuaderno una tabla con las frecuencias absolutas y las frecuencias absolutas acumuladas
- Escribe en tu cuaderno una tabla con las frecuencias relativas y las frecuencias relativas acumuladas

Solución: a) 91 veces; b)

Resultado	1	2	3	4	5	6
Frecuencias absolutas	70	81	92	85	91	81
Frecuencias absolutas acumuladas	70	151	243	328	419	500

c)

Resultado	1	2	3	4	5	6
Frecuencias relativas	0,14	0,162	0,184	0,17	0,182	0,162
Frecuencias relativas acumuladas	0,14	0,302	0,486	0,656	0,838	1

4. En una clase se ha medido el tamaño de las manos de cada uno de los alumnos y alumnas, y el resultado en centímetros ha sido el siguiente:

19, 18, 20, 19, 18, 21, 19, 17, 16, 20,
16, 19, 20, 21, 18, 17, 20, 19, 22, 21,
23, 21, 17, 18, 17, 19, 21, 20, 16, 19

- ¿Qué tamaño ha sido el valor mínimo? ¿Y el máximo?
- Haz una tabla de frecuencias absolutas y otra de frecuencias relativas.
- Haz una tabla de frecuencias absolutas acumuladas y otra de frecuencias relativas acumuladas.

Solución: a) Mínimo: 16 cm. Máximo: 23 cm; rango = 7: b)

<i>Tamaño manos (cm)</i>	16	17	18	19	20	21	22	23
<i>Frecuencias absolutas</i>	3	4	4	7	5	5	1	1
<i>Frecuencias relativas</i>	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0	0	0
<i>Frecuencias acumuladas absolutas</i>	3	7	11	18	23	28	29	30
<i>Frecuencias acumuladas relativas</i>	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1	1

5. Calcula la frecuencia absoluta de los datos de una encuesta en la que se ha elegido entre ver la televisión, t, o leer un libro, l:

t, l, t, t, t, l, t, t, l, t, l, t, l, t, t, t, l, l, t, l, t, l, t, l, t.

Solución:

	<i>Frecuencia Absoluta</i>
<i>Televisión: t</i>	15
<i>Libro: l</i>	10

Gráficos estadísticos

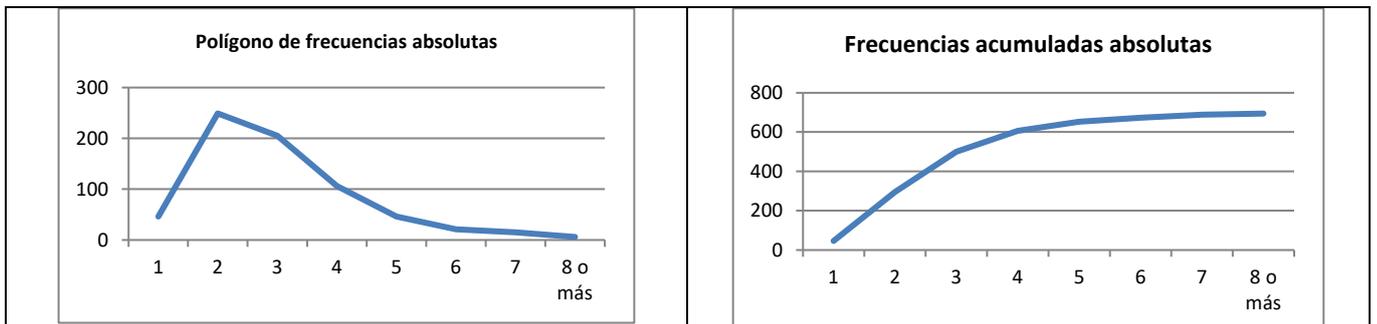
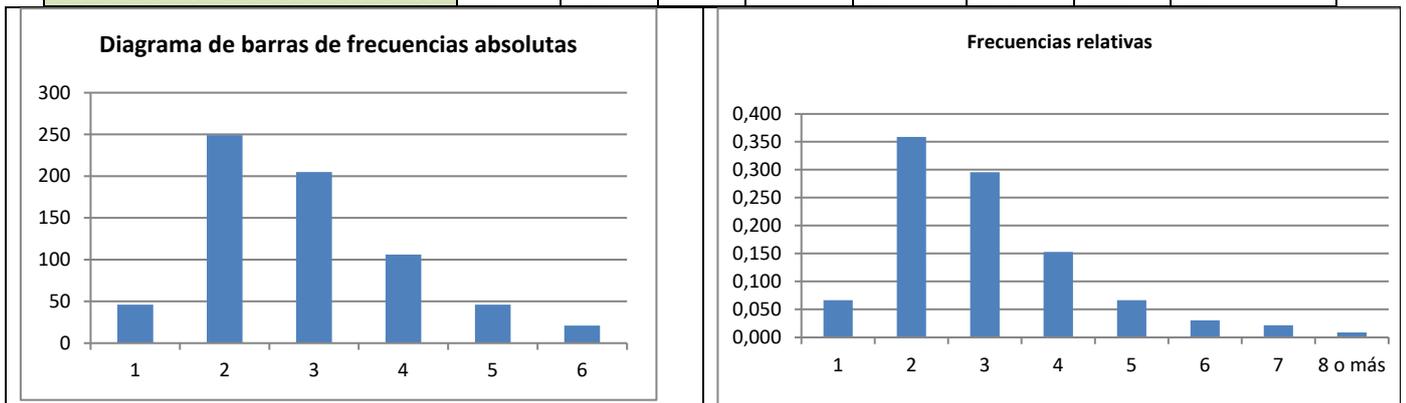
6. Se ha preguntado en un pueblo de la provincia de Madrid el número de hermanos que tenían y se ha obtenido la siguiente tabla de frecuencias absolutas sobre el número de hijos de cada familia:

Número de hijos	1	2	3	4	5	6	7	8 o más
Número de familias	46	249	205	106	46	21	15	6

- Escribe en tu cuaderno una tabla de frecuencias relativas.
- Haz un diagrama de rectángulos de frecuencias absolutas y otro de frecuencias relativas.
- Haz un diagrama de líneas de frecuencias absolutas y otro de frecuencias absolutas acumuladas.

Solución:

Número de hijos	1	2	3	4	5	6	7	8 o más
Número de familias	46	249	205	106	46	21	15	6
Frecuencias relativas	0,066	0,359	0,295	0,153	0,066	0,030	0,022	0,009
Frecuencias acumuladas absolutas	46	295	500	606	652	673	688	694



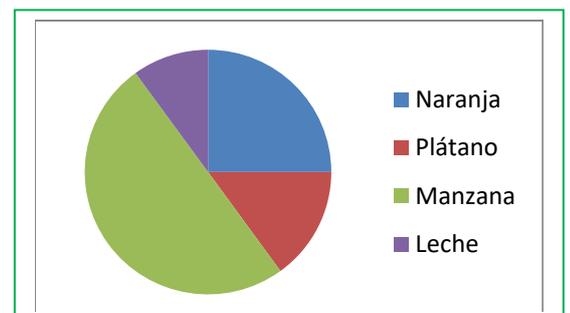
7. Haz una encuesta con tus compañeros y compañeras de curso preguntando el número de hermanos y confeccionando una tabla sobre el número de hijos y el número de familias.

- Haz una tabla de frecuencias relativas
- Haz un diagrama de rectángulos de frecuencias relativas
- Compara la tabla de frecuencias relativas y el diagrama de rectángulos de frecuencias relativas que obtengas con el obtenido en el ejercicio anterior.

Solución abierta.

8. Un batido de frutas contiene 25 % de naranja, 15 % de plátano; 50 % de manzana y, el resto de leche. Representa en un diagrama de sectores la composición del batido.

Solución:

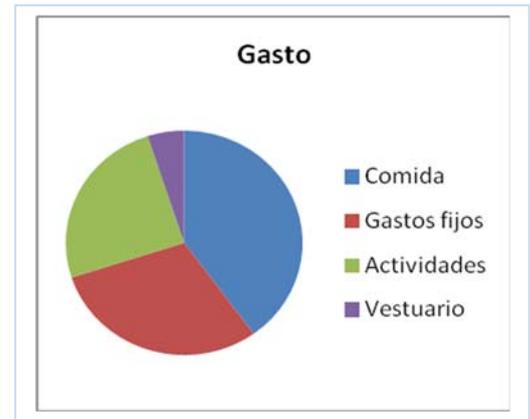


9. En un campamento de verano se han gastado diez mil euros. El gráfico muestra la distribución del gasto:

- Comida: 40 %

2. Limpieza y mantenimiento: 30 %
 3. Actividades: 25 %
 4. Vestuario:
- a) ¿Qué porcentaje se gastó en vestuario?
 - b) ¿Cuántos euros se gastaron en comida?
 - c) ¿Cuánto mide el ángulo del sector correspondiente a actividades?

Solución: a) 5%; b) 4000; c) 90°.



10. Busca en revistas o periódicos dos gráficas estadísticas, recórtalas y pégalas en tu cuaderno. En muchas ocasiones estas gráficas tienen errores. Obsérvalas detenidamente y comenta las siguientes cuestiones:

- a) ¿Está clara la variable a la que se refiere? ¿Y las frecuencias?
- b) ¿Son correctas las unidades? ¿Pueden mejorarse?
- c) Comenta las gráficas.

Solución abierta:

11. Se hace un estudio sobre el número de video juegos del alumnado de una clase. El resultado se representa en la tabla siguiente:

Número de video juegos	0	1	2	3	4	5
Número de estudiantes	3	4	3	5	9	7

- a) Copia la tabla en tu cuaderno y haz una tabla de frecuencias relativas y de frecuencias relativas acumuladas.
- b) ¿Qué porcentaje tienen menos de 3 video juegos?
- c) Representa los datos en un diagrama de sectores y en un diagrama de líneas.

Solución: a) .

Número de video juegos	0	1	2	3	4	5
Número de estudiantes	3	4	3	5	9	7
Frecuencias relativas	0,10	0,13	0,10	0,16	0,29	0,23
Frecuencias relativas acumuladas	0,10	0,23	0,32	0,48	0,77	1,00

b) 32,26 %

c)

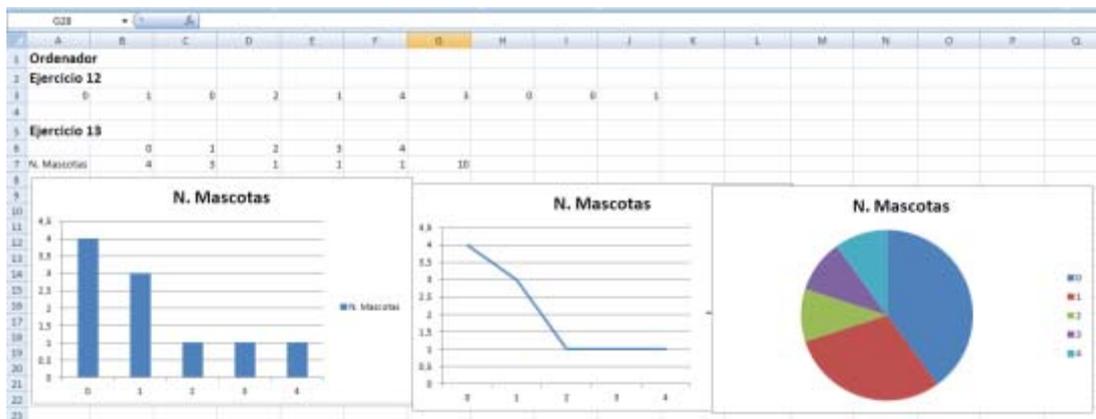


Ordenador

12. Introduce los datos de la encuesta sobre el número de hijos en el ordenador.

Organiza los datos en una tabla calculando las frecuencias absolutas de 0, 1, 2, 3 y 4. Introduce esta tabla en el ordenador y haz una representación de barras, un diagrama de líneas y un diagrama de sectores.

Solución:



13. Utiliza el ordenador para comprobar los resultados obtenidos en los ejercicios anteriores.

Solución abierta:

14. Realiza una encuesta en tu clase y lleva los resultados a un ordenador para hacer un informe. La encuesta podría ser, por ejemplo, si le gusta o no una determinada serie de televisión, o un programa; o el número de días de la semana que hacen algún deporte, el tipo de música que les gusta; o... Piensa sobre qué podrías preguntar.

Solución abierta:

Problemas

15. Si escribimos la palabra PROBABILIDAD en una tira de papel, recortamos las letras de modo que quede una en cada papel y ponemos todos los papeles en una bolsa, ¿cuál es la probabilidad de obtener una B al extraer uno de los papeles?, ¿y la de extraer una A?, ¿Y la de una L?

Solución: Hay 12 papeles. Y 2 B, $P(B) = 2/12 = 1/6$. Hay 2 A, $P(A) = 2/12 = 1/6$. Hay 1 L, $P(L) = 1/12$.

16. Tira una chincheta 15 veces y anota las veces que cae con la punta hacia arriba y las que no. Construye luego dos tablas: una de frecuencias absolutas y otra de frecuencias relativas. Representa el resultado en un diagrama de frecuencias y en un diagrama de líneas

Solución manipulativa y abierta:

AUTOEVALUACIÓN

- 1) Indica la respuesta correcta: Los fenómenos aleatorios son
- Los que suceden raras veces.
 - Los que suceden una vez de cada 100.
 - Aquellos en los que no se puede predecir el resultado.
 - Los que son equiprobables.

Solución: c).

- 2) Indica cuál de los siguientes sucesos tiene una probabilidad $1/2$. Observa que en todos los casos únicamente puede pasar ese suceso y lo contrario.
- Al cruzar la calle nos atropelle un coche
 - El incendio ha sido intencionado
 - Sacar cara al tirar una moneda
 - Se hunda la casa mañana.

Solución: c).

- 3) Se extrae una carta de una baraja española. La probabilidad de que sea una copa es:
- a) $1/40$ b) $0,1$ c) $4/40$ d) $10/40$

Solución: d).

- 4) Indica cual es la frase que falta en la siguiente definición:
En un se sustituyen los rectángulos por un dibujo representativo
- a) Diagrama de líneas b) Diagrama de rectángulos c) Pictograma d) Diagrama de sectores

Solución: c).

- 5) Si en una tabla de frecuencias a un valor le corresponde una frecuencia relativa de $0,1$, al dibujar un diagrama de sectores el ángulo correspondiente es de:
- a) 36° b) 30° c) $3,6^\circ$ d) 72°

Solución: a).

- 6) En un diagrama de rectángulos de frecuencias absolutas, la suma de sus alturas es igual a:
- a) 100 b) 1 c) Total de datos d) Suma de sus bases

Solución: c).

- 7) Se tira un dado. ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado sea un múltiplo de 2?
- a) 1 b) $1/2$ c) $2/6$ d) $4/6$

Solución: b).

- 8) Una determinada frecuencia absoluta es 4, y la suma total es 20, el porcentaje vale:
- a) 20 b) 10 c) 25 d) 50

Solución: a).

- 9) Se tiran dos monedas. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean caras?
- a) $1/3$ b) $1/2$ c) $3/4$ d) $1/4$

Solución: d).

- 10) De una baraja española se extrae al azar una carta. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea de oros?
- a) $3/4$ b) $1/4$ c) $2/3$ d) $1/40$

Solución: a).