Matemáticas orientadas ás ensinanzas aplicadas

4ºA ESO
Capítulo 4: Ecuacións e sistemas lineais

www.apuntesmareaverde.org.es

Autora: Raquel Hernández

Revisores: María Molero e Javier Rodrigo

Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez

Revisora da tradución ao galego: Fernanda Ramos Rodríguez

Ilustracións: Raquel Hernández e Banco de Imaxes de INTEF

Índice

1. ECUACIÓNS

1.1. CONCEPTO DE ECUACIÓN

1.2. ECUACIÓNS DE 2º GRAO

1.3. RESOLUCIÓN DE ECUACIÓNS DE 2º GRAO COMPLETAS

1.4. NÚMERO DE SOLUCIÓNS DUNHA ECUACIÓN DE 2º GRAO COMPLETA

1.5. RESOLUCIÓN DE ECUACIÓNS DE 2º GRAO INCOMPLETAS

1.6. SUMA E PRODUTO DAS SOLUCIÓNS DUNHA ECUACIÓN DE SEGUNDO GRAO

1.7. OUTRAS ECUACIÓNS

2. SISTEMAS DE ECUACIÓNS

2.1. CONCEPTO DE SISTEMA DE ECUACIÓNS LINEAIS

2.2. CLASIFICACIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIÓNS LINEAIS

2.3. RESOLUCIÓN DE SISTEMAS LINEAIS POLO MÉTODO DE SUBSTITUCIÓN

2.4. RESOLUCIÓN DE SISTEMAS LINEAIS POLO MÉTODO DE IGUALACIÓN

2.5. RESOLUCIÓN DE SISTEMAS LINEAIS POLO MÉTODO DE REDUCIÓN

2.6. SISTEMAS DE ECUACIÓNS NON LINEAIS

3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

3.1. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIÓNS

3.2. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE SISTEMAS DE ECUACIÓNS

Resumo

Xa sabes resolver moitas ecuacións e sistemas de ecuacións, e utilizalos para resolver gran número de problemas do máis variado. Neste capítulo imos repasar a resolución de ecuacións que xa coñeces, de primeiro grao, de segundo… e aprenderemos a resolver algunhas novas ecuacións e a utilizar o aprendido para resolver problemas da vida cotiá por medio das ecuacións.

Repasaremos tamén os sistemas de ecuacións lineais, como se resolven por diferentes métodos e a súa aplicación para resolver problemas que nos rodean, pero utilizaremos eses métodos para resolver algúns sistemas novos que non sexan lineais.

Os matemáticos tardaron preto de tres mil anos en comprender e resolver ecuacións tan sinxelas e que tan ben coñeces como $ax + b = 0$. Xa os exipcios resolvían problemas que se poden considerar de ecuacións aínda que non existía a notación alxébrica. O matemático grego *Diofanto* no século III resolveu ecuacións de primeiro e segundo grao. No século XV houbo un desafío para premiar a quen resolvese unha ecuación de terceiro grao. No século XIX demostrouse que non existe unha fórmula xeral que resolva as ecuacións de quinto grao.

Autora: Raquel Hernández
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Raquel Hernández e Banco de Imaxes de INTEF

ECUACIÓNS

1.1. Concepto de ecuación

Unha **ecuación** é unha igualdade alxébrica que unicamente é certa para algúns valores das incógnitas. Os valores das incógnitas que fan certa a igualdade son as **solucións** da ecuación.

Resolver unha ecuación é atopar as súas solucións, é dicir, os valores que ao substituílos na ecuación a converten nunha identidade numérica.

Comprobar a solución consiste en substituíla na ecuación e ver se a igualdade obtida é unha identidade.

Hai que diferenciar unha **ecuación** dunha **identidade** alxébrica como $x(x + 2) = x^2 + 2x$ que é certa para todo valor de x.

As ecuacións poden ter unha única incógnita, ou máis dunha. Poden ser polinómicas ou doutro tipo (exponencial, racional, irracional…). Nas ecuacións polinómicas os expoñentes das incógnitas son números naturais. Poden ser de primeiro grao, se o expoñente máis alto da incógnita é un, de segundo grao se é dous…

Exemplo:

- A ecuación $(x + 3)^2 = 4x^3$ é unha ecuación polinómica de terceiro grao cunha incógnita.
- A ecuación $7x + \frac{1}{x-2} = 0$ é unha ecuación racional. Non é polinómica.
- A ecuación $7x + sen 2x = 0$ non é unha ecuación polinómica.
- A ecuación $4xy + 8x = 0$ é polinómica de dúas variables.

Dúas ecuacións son **equivalentes** se teñen a mesma solución.

Para resolver ecuacións imos substituíndoa por outra equivalente ata chegar á solución. Para obter ecuacións equivalentes podemos:

1) Sumar ou restar un mesmo termo a ambos os membros da ecuación.
2) Multiplicar ambos os membros por un mesmo número.
3) Dividir ambos os membros por un mesmo número coidando que ese valor non sexa cero.

Exemplo:

- Para resolver 5x + 3 = 9 imos substituíndoa por outras equivalentes:

$5x + 3 = 9 \Rightarrow$ (restamos 3 a ambos os membros da ecuación).

$5x + 3 - 3 = 9 - 3 \Rightarrow 5x = 6 \Rightarrow$ (dividimos ambos os membros por 5 que é distinto de cero).

$5x/5 = 6/5 \Rightarrow x = 6/5$. Xa coñecemos a solución, $x = 6/5$.

Comprobamos se x = 6/5 é a solución substituíndo na ecuación:

$5x + 3 = 9 \Rightarrow 5(6/5) + 3 = 9 \Rightarrow 6 + 3 = 9$. En efecto, 6/5 é solución.

O **procedemento** para resolver ecuacións de primeiro grao cunha incógnita, recorda que é:

1) Eliminar os denominadores.
2) Eliminar as parénteses.
3) Agrupar os termos coa incógnita nun membro e os termos independentes no outro.
4) Efectuar operacións.
5) Despexar a incógnita.

Exemplo:

- Resolver: $\mathbf{9(2-3x)+\frac{4}{5}(x-3)=4x-\frac{7-3x}{5}}$

1) Eliminar os denominadores

$9(2-3x)+\frac{4}{5}(x-3)=4x-\frac{7-3x}{5} \Rightarrow \mathbf{5\cdot 9(2-3x)+4(x-3)=5\cdot 4x-(7-3x)} \Rightarrow$

2) Eliminar as parénteses

$90 - 135x + 4x - 12 = 20x - 7 + 3x \Rightarrow$

3) Agrupar os termos coa incógnita nun membro e os termos independentes no outro.

$-135x + 4x - 20x - 3x = -7 - 90 + 12 \Rightarrow$

4) Efectuar operacións: $-154x = -85 \Rightarrow$
5) Despexar a incógnita: $x = -85/-154 = 85/154$

Actividades propostas

1. Escribe tres ecuacións equivalentes a $4x - 5xy + 7 - 2yx = 8x$.

2. Resolve as seguintes ecuacións:

a) $5(7x + 6)= 21$ b) $-2x+ 7 =-7(3x- 2)- 8x$ c) $2x- 6(9 + 5x)= 4(x+ 6)+ 7$

3. Resolve as seguintes ecuacións:

a) $9(2-3x)+\frac{4}{5}(x-3)=4x-\frac{7-3x}{5}$ b) $6-\left(8-4\left(3x-\frac{3}{7}\right)\right)=2x-\frac{5-9x}{7}$ c) $8(3x-5)=7(6-9x)$

4. Comproba que a solución de $\frac{x-1}{2}-\frac{x+1}{3}=\frac{1}{6}$ é $x = 6$.

5. Escribe tres ecuacións de primeiro grao que teñan como solución 3, outras tres que teñan infinitas solucións e tres que non teñan solución.

6. Calcula as dimensións dun rectángulo sabendo que o seu perímetro é 30 cm e que a súa base é o dobre que a súa altura.

7. Resolve as seguintes ecuacións:

a) $2(3x + 4) = 7$ b) $-4x + 6 = -9(5x - 1) - 5x$ c) $4x - 7(11 + 2x) = 6(x + 8) + 9$

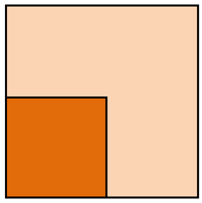
d) $2(3-4x)+\frac{4}{7}(x-2)=2x-\frac{5-4x}{7}$ e) $2-\left(7-5\left(2x-\frac{1}{3}\right)\right)=4x-\frac{6-2x}{3}$ f) $3(7x-1)=9(3-2x)$

1.2. Ecuacións de 2º grao

Hai ecuacións de segundo grao que xa sabes resolver. Neste capítulo imos afondar e aprender a resolver este tipo de ecuacións. Por exemplo, o seguinte problema xa sabes resolvelo:

Actividades resoltas

- Auméntase o lado dunha baldosa cadrada en 3 cm e a súa área quedou multiplicada por 4, que lado tiña a baldosa?



Formulamos a ecuación:

$$(x + 3)^2 = 4x^2$$

Esta ecuación si sabes resolvela! $x + 3 = 2x$, logo o lado é de 3 cm.

Hai outra solución, $x = -1$, que non ten sentido como lado dun cadrado.

Imos repasar de forma ordenada o estudo destas ecuacións.

Unha **ecuación de segundo grao** é unha ecuación polinómica na que a maior potencia da incógnita é 2. As ecuacións de segundo grao pódense escribir da forma:

$$\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$$

onde *a, b* e *c* son números reais, con $a \neq 0$.

Exemplo:

- Son ecuacións de 2º grao por exemplo:

$$5x^2 - 8x + 3 = 0; \qquad -3x^2 + 9x + -6 = 0; \qquad x^2 - (3/4)x - 2.8 = 0$$

Exemplo:

- *Os coeficientes das ecuacións de* 2º grao son números reais, polo tanto poden ser fraccións ou raíces. Por exemplo:

$$\frac{3}{5}x^2 - 4x + \frac{1}{2} = 0; \quad \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{5}x + \frac{3}{4} = 0; \quad -5.8x^2 + 1.7x + -0.02 = 0; \quad \sqrt{2}x^2 + 3x - \sqrt{5} = 0$$

Actividades propostas

8. Indica se son ecuacións de segundo grao as seguintes ecuacións:

a) $5x^2 - \sqrt{2}x + 8 = 0$ c) $3.2x^2 - 1.25 = 0$ e) $2x^2 - \frac{3}{x} = 0$

b) $5xy^2 - 8 = 0$ d) $28 - 6.3x = 0$ f) $2x^2 - 3\sqrt{x} + 4 = 0$

9. Nas seguintes ecuacións de segundo grao, indica quen son *a*, *b* e *c.*

a) $3 - 8x^2 + 10x = 0$ b) $-3.4x^2 + 7.8x = 0$ c) $6x^2 - 1 = 0$ d) $1.25x^2 - 3.47x + 2.75 = 0$.

10. Nas seguintes ecuacións de segundo grao, indica quen son *a*, *b* e *c.*

a) $2 - 7x^2 + 11x = 0$ b) $-2.3x^2 + 6.7x = 0$

c) $5x^2 - 9 = 0$ d) $9.1x^2 - 2.3x + 1.6 = 0$

1.3. Resolución de ecuacións de 2º grao completas

Chámase **ecuación de segundo grao completa** a aquela que ten valores distintos de cero para *a*, *b* e *c*. Para resolver as ecuacións de segundo grao completas utilízase a fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Esta fórmula permite calcular as dúas solucións da ecuación.

Chamamos **discriminante** á parte da fórmula que está no interior da raíz:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Actividades resoltas

- Resolve a ecuación de segundo grao $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Primeiro debemos saber quen son *a*, *b* e *c:*

$$a = 1;\ b = -5;\ c = 6.$$

Substituíndo estes valores na fórmula, obtemos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

Polo tanto, as dúas solucións son:

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = 3; \qquad x_2 = \frac{5-1}{2} = 2$$

En efecto, $3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = 0$, e $2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$, logo 3 e 2 son as solucións da ecuación.

Actividades propostas

11. Resolve as seguintes ecuacións de 2º grao completas:

a) $x^2 - 7x + 12 = 0$ b) $3x^2 + 2x - 24 = 0$

c) $2x^2 - 9x + 6 = 0$ d) $x^2 - 3x - 10 = 0$

12. Resolve as seguintes ecuacións:

a) $5x - 2 \cdot \frac{x-1}{5} = x^2 - \frac{10x+8}{5}$ b) $4 \cdot \frac{x-3}{5} - \frac{7-4x}{x} = 8$ c) $x(x-2) + 3(x^2-7) + 11 = -11$

d) $6(x^2-7) + 2(x^2-9) + 3 = 2$ e) $\frac{3-6x^2}{2x} - \frac{1}{3} = \frac{2x-5}{6}$ f) $\frac{1-2x^2}{3x} - \frac{2}{5} = \frac{4x-2}{15}$

1.4. Número de solucións dunha ecuación de 2º grao completa

Antes definimos o que era o **discriminante**, lémbraste?

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Para saber cantas solucións ten unha ecuación de 2º grao, imos fixarnos no signo do discriminante.

Se $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, a ecuación ten **dúas solucións reais e distintas**.

Se $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, a ecuación ten dúas solucións reais iguais (unha **solución dobre**).

Se $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, a ecuación non **ten solución**.

Exemplo:

- A ecuación $x^2 - 4x - 12 = 0$ ten como discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 16 + 48 = 64 > 0$$

Polo tanto, a ecuación dada ten 2 solucións reais e distintas, 6 e –2.

(***Comprobación****:* $6^2 - 4 \cdot 6 - 12 = 36 - 24 - 12 = 0$ e $(-2)^2 - 4(-2) - 12 = 4 + 8 - 12 = 0$).

- A ecuación $x^2 - 4x + 4 = 0$ ten como discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 16 - 16 = 0$$

Polo tanto, a ecuación ten dúas solucións reais iguais. Pódese escribir como:

$x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0$, que ten a solución dobre $x = 2$.

- A ecuación $x^2 + 5x + 9 = 0$ ten como discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac = (5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (9) = 25 - 36 = -11 < 0$$

Polo tanto, a ecuación non ten solución real. Ningún número real verifica a ecuación.

Actividades propostas

13. Pescuda cantas solucións teñen as seguintes ecuacións de 2º grao:

a) $5x^2 + 2x + 4 = 0$ **b)** $2x^2 - 7x + 8 = 0$

c) $x^2 - 5x - 11 = 0$ **d)** $3x^2 - 8x + 6 = 0$

1.5. Resolución de ecuacións de 2º grao incompletas

Chamamos **ecuación de 2º grao incompleta** a aquela ecuación de segundo grao na que o coeficiente *b* vale 0 (falta *b*), ou o coeficiente *c* vale 0 (falta *c*).

Observa: se o coeficiente *a* vale cero non é unha ecuación de segundo grao.

Exemplo:

- A ecuación de 2º grao $2x^2 - 18 = 0$ é incompleta porque o coeficiente $b = 0$, é dicir, falta *b*.
- A ecuación de 2º grao $3x^2 - 15x = 0$ é incompleta porque non ten *c*, é dicir, $c = 0$.

Unha ecuación de segundo grao incompleta tamén se pode resolver utilizando a fórmula das completas pero é un proceso máis lento e é máis doado equivocarse.

Se o **coeficiente *b* = 0:** Despexamos a incógnita normalmente, como faciamos nas ecuacións de primeiro grao:

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow ax^2 = -c \Rightarrow x^2 = \frac{-c}{a} \Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$. Si $\frac{-c}{a} > 0$ ten dúas solucións distintas, se $\frac{-c}{a} < 0$ non existe solución.

Resumo

Se $b = 0$, $ax^2 + c = 0$, despexamos a incógnita:

$$x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}, \text{ si } c \leq 0.$$

Se $c = 0$, $ax^2 + bx = 0$, sacamos factor común:

$$x = 0 \text{ e } x = \frac{-b}{a}.$$

Se o coeficiente *c* = 0, sacamos factor común:

$$ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x(ax + b) = 0.$$

Para que o produto de dous factores valla cero, un dos factores debe valer cero.

Polo tanto $x = 0$, o $ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$

Exemplo:

- Na ecuación $2x^2 - 50 = 0$ falta o *b*. Para resolvela despexamos a incógnita, é dicir, x^2:

$$2x^2 - 50 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 50 \Rightarrow x^2 = 50/2 = 25$$

Unha vez que chegamos aquí, fáltanos quitar ese cadrado que leva a nosa incógnita. Para isto, facemos a raíz cadrada nos 2 membros da ecuación:

$$x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

Así obtivemos as dúas solucións da nosa ecuación, 5 e –5. En efecto, $2 \cdot 5^2 - 50 = 2 \cdot 25 - 50 = 0$, e $2 \cdot (-5)^2 - 50 = 2 \cdot 25 - 50 = 0$

Exemplo:

- Na ecuación $4x^2 - 24x = 0$ falta o *c*. Para resolvela, sacamos factor común:

$$4x^2 - 24x = 0 \Rightarrow 4x(x - 6) = 0$$

Unha vez que chegamos aquí, temos dúas opcións:

1) $4x = 0 \Rightarrow x = 0$.
2) $x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$.

Así obtivemos as dúas solucións da ecuación $x = 0$ e $x = 6$.

En efecto, $4 \cdot 0^2 - 24 \cdot 0 = 0$, e $4 \cdot (6)^2 - 24 \cdot 6 = 4 \cdot 36 - 24 \cdot 6 = 144 - 144 = 0$.

Actividades resoltas

- Resolve a ecuación de 2º grao $3x^2 - 27 = 0$:

  Solución: Trátase dunha ecuación de 2º grao incompleta onde falta o b. Polo tanto, despexamos a incógnita:

$3x^2 - 27 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 27 \Rightarrow x^2 = 27/3 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$. As solucións son 3 e –3.

- Resolve a ecuación de 2º grao $x^2 + 8x = 0$:

Solución: Trátase dunha ecuación de 2º grao incompleta onde falta o *c*.

Polo tanto, sacamos factor común: $x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x(x + 8) = 0$.

Obtemos as dúas solucións: $x = 0$ e $x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8$. As solucións son 0 e –8.

Actividades propostas

14. Resolve as seguintes ecuacións de 2º grao incompletas:

a) $3x^2 + 18x = 0$ b) $5x^2 - 180 = 0$ c) $x^2 - 49 = 0$

d) $2x^2 + x = 0$ e) $4x^2 - 25 = 0$ f) $5x^2 - 10x = 0$

1.6. Suma e produto das solucións nunha ecuación de segundo grao

Se nunha ecuación de segundo grao: $x^2 + bx + c = 0$, con $a = 1$, coñecemos as súas solucións: x_1 e x_2 sabemos que podemos escribir a ecuación de forma factorizada:

$$(x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$$

Facemos operacións:

$$x^2 - x_1 \cdot x - x_2 \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0 \Rightarrow x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0,$$

polo que o coeficiente c é igual ao produto das solucións e a suma das solucións é igual ao oposto do coeficiente b, é dicir, $-b$.

$$\boldsymbol{x_1 \cdot x_2 = c; \qquad x_1 + x_2 = -b.}$$

Se a ecuación é $ax^2 + bx + c = 0$, dividindo por a, xa temos unha de coeficiente $a = 1$, e obtemos que:

$$\boldsymbol{x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}; \qquad x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}}$$

Esta propiedade permítenos, en ocasións, resolver mentalmente algunhas ecuacións de segundo grao.

Actividades resoltas

- Resolve mentalmente a ecuación $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Buscamos, mentalmente, dous números cuxo produto sexa 6 e cuxa suma sexa 5. En efecto, $2 \cdot 3 = 6$, e $2 + 3 = 5$, logo as solucións da ecuación son 2 e 3.

- Resolve mentalmente a ecuación $x^2 - 6x + 9 = 0$.

O produto debe ser 9. Probamos con 3 como solución e, en efecto, $3 + 3 = 6$. As solucións son a raíz 3 dobre.

- Resolve mentalmente a ecuación $x^2 - x - 2 = 0$.

As solucións son -1 e 2, pois o seu produto é -2 e a súa suma 1.

- Resolve mentalmente a ecuación $x^2 + x - 2 = 0$.

As solucións son 1 e -2, pois o seu produto é -2 e a súa suma -1.

Actividades propostas

15. Resolve mentalmente as seguintes ecuacións de 2º grao:

a) $x^2 + 6x = 0$ b) $x^2 + 2x - 8 = 0$

c) $x^2 - 25 = 0$ d) $x^2 - 9x + 20 = 0$

e) $x^2 - 3x - 4 = 0$ f) $x^2 - 4x - 21= 0$

16. Escribe unha ecuación de segundo grao cuxas solucións sexan 3 e 7.

17. O perímetro dun rectángulo mide 16 cm e a súa área 15 cm^2. Calcula as súas dimensións.

18. Se 3 é unha solución de $x^2 - 5x + a = 0$, canto vale a?

1.7. Outras ecuacións

Durante séculos os alxebristas buscaron fórmulas, como a que xa coñeces da ecuación de segundo grao, que resolveran as ecuacións de terceiro grao, de cuarto, de quinto… sen éxito a partir do quinto grao. As fórmulas para resolver as ecuacións de terceiro e cuarto grao son complicadas. Só sabemos resolver de forma sinxela algunhas destas ecuacións.

Exemplo:

- Resolve: $(x – 2) \cdot (x – 6) \cdot (x + 1) \cdot (x – 3) \cdot (x – 7) = 0$.

É unha ecuación **polinómica** de grao cinco pero, ao estar factorizada, sabemos resolvela pois para que o produto de varios factores sexa cero, un deles debe valer cero. Igualando a cero cada factor temos que as solucións son 2, 6, –1, 3 e 7.

Exemplo:

- A ecuación $x^4 – 5x^2 + 4 = 0$ é unha ecuación polinómica de cuarto grao, pero cunha forma moi especial. Chámase ecuación **bicadrada** porque podemos transformala nunha ecuación de segundo grao chamando a x^2 por exemplo, z.

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Rightarrow z^2 - 5z + 4 = 0 \Rightarrow z = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2}$$

Unha solución da ecuación de segundo grao é $z = 4$, e a outra é $z = 1$.

Polo tanto se $z = x^2 = 4$, entón $x = 2$ e $x = –2$.

E se $z = x^2 = 1$, entón $x = 1$ e $x = –1$.

A nosa ecuación de cuarto grao ten catro solucións: 2, –2, 1 e –1.

Exemplo:

Se hai incógnitas no denominador, a ecuación denomínase **racional** e resólvese de forma similar, quitando denominadores.

- Resolve $\frac{3x-8+9x}{2x} = 4$

Quitamos denominadores: $\frac{3x-8+9x}{2x} = 4 \Rightarrow 3x – 8 + 9x = 8x \Rightarrow 3x + 9x – 8x = 8 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$.

Exemplo:

Se hai incógnitas dentro dun radical, a ecuación denomínase **irracional** e resólvese illando o radical e elevando ao cadrado (ou ao índice do radical). Agora é preciso ter unha precaución, ao elevar ao cadrado, a ecuación obtida non é equivalente, pódense ter engadido solucións.

Resolve $2+\sqrt{x-3}=x-1$

Íllase o radical: $2+\sqrt{x-3}=x-1 \Rightarrow \sqrt{x-3}=x-1-2 \Rightarrow \sqrt{x-3}=x-3$

Elevamos ao cadrado: $(\sqrt{x-3})^2=(x-3)^2 \Rightarrow x-3=x^2-6x+9 \Rightarrow x^2-7x+12=0$.

Resolvemos a ecuación de segundo grao que ten por solucións 4 e 3, e comprobando na ecuación inicial, ambas as dúas son solucións desta ecuación.

Exemplo:

Se a incógnita está nun expoñente a ecuación denomínase **exponencial**. Se podemos expresar os dous membros da ecuación como potencias da mesma base, iguálanse os expoñentes.

- Resolve: $3^{2x}=\dfrac{1}{81}$

Expresamos a ecuación como potencias dunha mesma base: $3^{2x}=\dfrac{1}{81} \Rightarrow 3^{2x}=3^{-4}$

Igualamos os expoñentes: $2x=-4 \Rightarrow x=-2$.

Actividades propostas

19. Resolve as ecuacións seguintes:

a) $(x-6)\cdot(x-3)\cdot(x+7)\cdot(x-1)\cdot(x-9)=0$ b) $3(x-4)\cdot(x-8)\cdot(x+5)\cdot(x-2)\cdot(x-1)=0$

20. Resolve as ecuacións bicadradas seguintes:

a) $x^4-13x^2+36=0$ b) $x^4-29x^2+100=0$ c) $x^4-10x^2+9=0$ d) $x^4-26x^2+25=0$

21. Resolve as ecuacións racionais seguintes:

a) $\dfrac{2x-1+7x}{3x}=\dfrac{3}{x}-2$ b) $\dfrac{1}{x}+1-\dfrac{1}{x-2}=\dfrac{1}{3}$ c) $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{4}{3}$ d) $\dfrac{2x-3}{x}+\dfrac{1}{x}=1$

22. Resolve as ecuacións irracionais seguintes:

a) $5+\sqrt{x-1}=x+2$ b) $\sqrt{x-2}+3\sqrt{x-2}=x+1$ c) $\sqrt{x}-4=x-1$ d) $7+\sqrt{x+4}=x+9$

23. Resolve as ecuacións exponenciais seguintes:

a) $2^{x+5}\cdot 2^{x+4}\cdot 2^{x+3}=8$ b) $5^{3x}=\dfrac{1}{625}$ c) $2^{2x}\cdot 4^{x}=\dfrac{1}{16}$

2. SISTEMAS DE ECUACIÓNS

2.1. Concepto de sistema de ecuacións lineais

Unha **ecuación** con varias incógnitas é unha igualdade que as relaciona.

Por exemplo:

- $x^2 + y^2 = 36$, é a ecuación dunha circunferencia de centro a orixe e radio 6.

Un **sistema de ecuacións** é, polo tanto, un conxunto de ecuacións con varias incógnitas.

- ***Por exemplo:*** $\begin{cases} x^2 + y^2 = 36 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases}$

A primeira ecuación é a dunha circunferencia de centro a orixe e radio 6, e a segunda é a ecuación dunha recta que pasa pola orixe. As solucións do sistema son os puntos de intersección entre a circunferencia e a recta.

Chámase **solución do sistema** a cada un dos conxuntos de números que verifican todas as ecuacións do sistema.

Dous sistemas son **equivalentes** cando teñen as mesmas solucións.

Un **sistema de ecuacións lineais** con dúas incógnitas está formado por ecuacións de primeiro grao e pódese expresar da forma:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

onde *a, b, a'* e *b'* son números reais que se denominan **coeficientes** e *c* e *c'* tamén son números reais chamados **termos independentes**.
A **solución** do sistema é un par de valores (*x*, *y*) que satisfán as dúas ecuacións do sistema.

Exemplo:

- Son sistemas de ecuacións lineais, por exemplo:
$\begin{cases} 5x - 3y = -2 \\ 7x + 9y = 4 \end{cases}$; $\begin{cases} 6x + 3y = 7 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 8x - 4y = 5 \end{cases}$; $\begin{cases} 5y + 3 = 4x \\ 8x - 4 = 6y \end{cases}$

Exemplo:

- **Non** é un sistema lineal $\begin{cases} 4xy + 6y = 1 \\ 5x - 7xy = 3 \end{cases}$ porque ten termos en *xy*, aínda que é un sistema de dúas ecuacións.
- Tampouco o é $\begin{cases} 4x^2 + 6y = 5 \\ 3x - 7y = 8 \end{cases}$ porque ten un termo en x^2, aínda que é un sistema de dúas ecuacións.

Actividades propostas

24. Razoa se son ou non sistemas de ecuacións lineais os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases} 3xy + y = 5 \\ 5x - 4y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6y - 4x = 3 \\ x - 7y = -8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x - 3 = 2y \\ 4x + 6y = 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 + y = 2 \\ 3x + y^2 = 4 \end{cases}$

2.2. Clasificación de sistemas de ecuacións lineais

Nun sistema de ecuacións lineais con dúas incógnitas, cada unha das ecuacións representa unha recta no plano.

Estas rectas poden estar posicionadas entre si de tres maneiras distintas, o que nos axudará a clasificar o noso sistema en:

1) **Compatible determinado**: o sistema ten unha única solución, polo que as rectas son **SECANTES**, córtanse nun único punto.

2) **Compatible indeterminado**: o sistema ten infinitas solucións, polo que as rectas son **COINCIDENTES.**

3) **Incompatible**: o sistema non ten solución, polo que as rectas son **PARALELAS.**

Compatible determinado	**Compatible indeterminado**	**Incompatible**
Rectas secantes	**Rectas coincidentes**	**Rectas paralelas**

Actividades resoltas

- Engade unha ecuación a $x - 2y = 2$ para que o sistema resultante sexa:

  a) Compatible determinado.

  b) Incompatible.

  c) Compatible indeterminado.

Solución:

a) Para que o sistema sexa compatible determinado, engadiremos unha ecuación que non teña os mesmos coeficientes que a que nos dan. Por exemplo, x + e = 1.

b) Para que sexa incompatible, os coeficientes das incógnitas teñen que ser os mesmos (ou proporcionais) pero teren diferente termo independente. Por exemplo, $x - 2y = -3$, (ou $2x - 4y = 0$).

c) Para que sexa compatible indeterminado, poñeremos unha ecuación proporcional á que temos. Por exemplo $2x - 4y = 4$.

Unha forma de resolver un sistema lineal de dúas ecuacións é o de **resolución gráfica**, representando, como vimos no exemplo anterior, as dúas rectas definidas polas ecuacións do sistema nos mesmos eixes coordenados, clasificando o sistema e se é compatible e determinado, determinando o punto de intersección.

Actividades propostas

25. Resolve graficamente os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ -3x + y = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 3 \\ -2y + 2x = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 4x - 6y = 6 \end{cases}$

26. Resolve graficamente os seguintes sistemas e clasifícaos:

a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ -3x + y = -3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 3 \\ -2y + x = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x - 4y = 4 \end{cases}$

27. Dado o sistema de ecuacións:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

Inventa un enunciado que resolva este sistema.

Autora: Raquel Hernández
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez

Ilustracións: Raquel Hernández e Banco de Imaxes de INTEF

2.3. Resolución de sistemas lineais polo método de substitución

O **método de substitución** consiste en despexar unha incógnita dunha das ecuacións do sistema e substituír a expresión obtida na outra ecuación.

Así, obtemos unha ecuación de primeiro grao na que poderemos calcular a incógnita despexada. Co valor obtido, obtemos o valor da outra incógnita.

Exemplo:

- Imos resolver o sistema $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ polo método de substitución:

Despexamos *x* da segunda ecuación:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \Rightarrow x = 3 - 2y \end{cases}$$

e substituímolo na primeira:

$2(3 - 2y) - 3y = -1 \Rightarrow 6 - 4y - 3y = -1 \Rightarrow -4y - 3y = -1 - 6 \Rightarrow -7y = -7 \Rightarrow y = (-7)/(-7) = 1$

Co valor obtido de *y*, calculamos o *x*:

$x = 3 - 2y \Rightarrow x = 3 - 2 \cdot 1 = 1.$

Solución:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = 1} \\ \boldsymbol{y = 1} \end{cases}$$

Actividades propostas

28. Resolve os seguintes sistemas polo método de substitución:

a) $\begin{cases} 3x + 4y = 26 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 4y = 26 \\ 3x + y = 24 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 2x + 3y = 14 \end{cases}$

2.4. Resolución de sistemas lineais polo método de igualación

O **método de igualación** consiste en despexar a mesma incógnita das dúas ecuacións que forman o sistema e igualar os resultados obtidos.

Así, obtemos unha ecuación de primeiro grao na que poderemos calcular a incógnita despexada. Co valor obtido, calculamos o valor da outra incógnita.

Exemplo:

- Imos resolver o sistema $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ polo método de igualación:

Despexamos a mesma incógnita das dúas ecuacións que forman o sistema:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \Rightarrow x = \dfrac{3y - 1}{2} \\ x + 2y = 3 \Rightarrow x = 3 - 2y \end{cases}$$

Igualamos agora os resultados obtidos e resolvemos a ecuación resultante:

$$\frac{3y-1}{2} = 3 - 2y \Rightarrow 3y - 1 = 2(3 - 2y) = 6 - 4y \Rightarrow 3y + 4y = 6 + 1 \Rightarrow 7y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{7} = 1$$

Co valor obtido de y, calculamos o x:

$x = 3 - 2y \Rightarrow x = 3 - 2 \cdot (1) = 1$

Solución:

$$\begin{cases} \mathbf{x = 1} \\ \mathbf{y = 1} \end{cases}$$

Actividades propostas

29. Resolve os seguintes sistemas polo método de igualación:

a) $\begin{cases} 3x + y = 18 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 4x + 2y = 26 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 7x - 4y = 10 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$

2.5. Resolución de sistemas lineais polo método de redución

O **método de redución** consiste en eliminar unha das incógnitas sumando as dúas ecuacións. Para iso multiplícanse unha ou ambas as ecuacións por un número de modo que os coeficientes de *x* ou *y* sexan iguais pero de signo contrario.

Exemplo:

- Imos resolver o sistema $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ polo método de redución:

Multiplicamos a segunda ecuación por -2 para que os coeficientes do *x* sexan iguais pero de signo contrario e sumamos as ecuacións obtidas:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-2)} \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -2x - 4y = -6 \end{cases} \xrightarrow{sumamos} \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 0 - 7y = -7 \end{cases} \Rightarrow y = (-7)/(-7) = 1$$

Co valor obtido de *y*, calculamos o *x*:

$2x - 3 \cdot 1 = -1 \Rightarrow 2x = -1 + 3 = 2 \Rightarrow x = 2/2 = 1$

Solución:

$$\begin{cases} \mathbf{x = 1} \\ \mathbf{y = 1} \end{cases}$$

Actividades propostas

30. Resolve os seguintes sistemas polo método de redución:

a) $\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 2x - 5y = -23 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x + 3y = 19 \\ 4x + y = 11 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 3x - 2y = 13 \end{cases}$

2.6. Sistemas de ecuacións non lineais

Se algunha das ecuacións do sistema **non** é lineal, o sistema xa non é lineal.

Resólvese por calquera dos métodos anteriores, por exemplo por substitución, despexando, se é posible unha incógnita de expoñente un.

Exemplo:

- Para resolver $\begin{cases} x + y = 14 \\ xy = -15 \end{cases}$ despexamos "*y*" da primeira ecuación: $y = 14 - x$, e substituímolo na segunda: $xy = x(14 - x) = -15 \Rightarrow 14x - x^2 = -15 \Rightarrow x^2 - 14x - 15 = 0$.

Resolvemos a ecuación de segundo grao, e as solucións son: 15 e –1.

Como $y = 14 - x$, se $x = 15$ entón $y = -1$, e se $x = -1$ entón $y = 15$.

As solucións son os puntos (15, –1) e (–1, 15), puntos de intersección entre a hipérbole $xy = 15$, e a recta $x + y = 14$.

Actividades propostas

31. Resolve os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases} 3x^2 - 5y^2 = -2 \\ 2x^2 - 3y^2 = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x^2 + y^2 = 3 \\ 5x^2 - 2y^2 = 5 \end{cases}$ *Axuda*: Utiliza o método de redución:

c) $\begin{cases} xy = \frac{1}{2} \\ x + y = \frac{3}{2} \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 - 4y = -3 \\ xy = 1 \end{cases}$ e) $\left. \begin{array}{r} x + y - \frac{y}{x} = 1 \\ x + y = 2 \end{array} \right\}$

32. A traxectoria dun proxectil é unha parábola de ecuación: $y = -x^2 + 5x$, e a traxectoria dun avión é unha recta de ecuación: $y = 3x$. En que puntos coinciden ambas as traxectorias? Representa graficamente a recta e a parábola para comprobar o resultado

33. Resolve os seguintes sistemas e comproba graficamente as solucións:

a) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 1 \\ xy = 2 \end{cases}$ c) $\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 17 \\ xy = 4 \end{array} \right\}$

d) $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 17 \\ x + y = 5 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$ f) $\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 18 \\ y = x \end{array} \right\}$

2.7. Sistemas de ecuacións lineais de máis de dúas incógnitas

A mellor forma de resolver sistemas lineais de máis de dúas incógnitas é ir substituíndo o sistema por outro equivalente de forma que cada vez se consiga que sexan cero os coeficientes de máis incógnitas.

Exemplo:

- Para resolver o sistema: $\begin{cases} 2x+y-3z=0 \\ x+2y+z=4 \\ x+4y-2z=3 \end{cases}$, deixamos a primeira ecuación sen modificar.

  Queremos que a segunda ecuación teña un cero como coeficiente do "*x*", para iso multiplicámola por 2 e restámoslle a primeira. Para que a terceira ecuación teña un cero como coeficiente do "*x*", multiplicámola por 2 e restámoslle a primeira:

$$\begin{cases} 2x+y-3z=0 \\ x+2y+z=4 \\ x+4y-2z=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y-3z=0 \\ 0+3y+5z=8 \\ 0+7y-z=6 \end{cases}$$

Agora podemos resolver o sistema de dúas ecuacións e dúas incógnitas formado polas dúas últimas ecuacións, ou continuar co noso procedemento. Para conseguir que na terceira ecuación o coeficiente do "*y*" sexa un cero multiplicamos a terceira ecuación por 3 e a segunda por 7 e restámolas:

$$\begin{cases} 2x+y-3z=0 \\ 0+3y+5z=8 \\ 0+7y-z=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y-3z=0 \\ 0+3y+5z=8 \\ 0+0+32z=32 \end{cases}$$

e agora xa podemos despexar cada unha das incógnitas de forma ordenada:

$$\begin{cases} z=1 \\ 3y+5(1)=8 \\ 2x+y-3(1)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=1 \\ y=1 \\ x=1 \end{cases}$$

Actividades propostas

34. Resolve os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases} 2x+y-3z=-2 \\ x+2y+z=0 \\ 3x+4y-2z=-3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+y+2z=6 \\ x+2y+2z=4 \\ 3x-2y-3z=3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x+2y-2z=5 \\ x-2y+2z=-1 \\ x-2y-3z=-6 \end{cases}$

3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

3.1. Resolución de problemas mediante ecuacións de 2º grao

Para resolver problemas por medio de ecuacións de 2º grao, primeiro teremos que pasar á linguaxe alxébrica o enunciado do problema e logo resolvelo seguindo estes pasos:

1.- Comprender o enunciado.

2.- Identificar a incógnita.

3.- Traducir o enunciado á linguaxe alxébrica.

4.- Propor a ecuación e resolvela.

5.- Comprobar a solución obtida.

Actividades resoltas

Imos resolver o seguinte problema:

- *Cal é o número natural cuxo quíntuplo, aumentado en 6 unidades, é igual ao seu cadrado?*

Unha vez comprendido o enunciado, identificamos a incógnita que, neste caso, é o número que estamos buscando.

2.- Número buscado = ***x***

3.- Traducimos agora o problema á linguaxe alxébrica:

$$\mathbf{5x + 6 = x^2}$$

4.- Resolvemos a ecuación:

$$5x + 6 = x^2 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+7}{2} = 6; \qquad x_2 = \frac{5-7}{2} = -1$$

Solución: Como o enunciado di "número natural" o número buscado é o 6.

5.- *Comprobación*: En efecto $5 \cdot 6 + 6 = 36 = 6^2$.

Actividades propostas

35. Que número multiplicado por 4 é 5 unidades menor có seu cadrado?

36. Nunha clase deciden que todos van enviar unha carta ao resto de compañeiros. Un di: Imos escribir 380 cartas! Calcula o número de alumnos que hai na clase.

37. Calcula tres números consecutivos tales que a suma dos seus cadrados sexa 365.

38. Unha fotografía rectangular mide 14 cm de base e 10 cm de altura. Arredor da foto hai unha marxe de igual anchura para a base que para a altura. Calcula o ancho da marxe, sabendo que a área total da foto e a marxe é de 252 cm^2.

39. O triplo do cadrado dun número aumentado no seu duplo é 85. Cal é o número?

40. Un triángulo isósceles ten un perímetro de 20 cm e a base mide 4 cm, calcula os lados do triángulo e a súa área.

41. Unha folla de papel cadrada dóbrase pola metade. O rectángulo resultante ten unha área de 8 cm^2. Cal é o perímetro deste rectángulo?

42. Un pai di: "O produto da idade do meu fillo hai 5 anos polo da súa idade hai 3 anos é a miña idade actual, que son 35 anos". Calcula a idade do fillo.

43. Calcula as dimensións do rectángulo cuxa área é 21 m^2, sabendo que os seus lados se diferencian en 4 metros.

44. Nun triángulo rectángulo o cateto maior mide 4 cm menos que a hipotenusa e 4 cm máis que o outro cateto. Canto miden os lados do triángulo?

45. Calcula dous números pares consecutivos cuxo produto sexa 224.

46. Calcula tres números impares consecutivos tales que se ao cadrado do maior se lle restan os cadrados dos outros dous se obtén como resultado 15.

3.2. Resolución de problemas mediante sistemas de ecuacións

Para resolver problemas por medio de sistemas de ecuacións, primeiro teremos que pasar a linguaxe alxébrica o enunciado do problema e logo resolvelo seguindo estes pasos:

1.- Comprender o enunciado.

2.- Identificar as incógnitas.

3.- Traducir o enunciado a linguaxe alxébrica.

4.- Propor o sistema e resolvelo.

5.- Comprobar a solución obtida.

Actividades resoltas

Imos resolver o seguinte problema:

- *A suma das idades dun pai e do seu fillo é 39 e a súa diferenza 25. Cal é a idade de cada un?*

Unha vez comprendido o enunciado, identificamos as incógnitas que, neste caso, son a idade do pai e o fillo.

2.- Idade do pai = x.

Idade do fillo = y.

3.- Pasamos o enunciado á linguaxe alxébrica:

A suma das súas idades é 39:

$$x + y = 39$$

E a súa diferenza 25:

$$x - y = 25$$

4.- Propomos o sistema e resolvémolo polo método que nos resulte máis sinxelo. Neste caso, facémolo por redución:

$$\begin{cases} x+y=39 \\ x-y=25 \end{cases} \xrightarrow{\text{sumamos}} \begin{cases} x+y=39 \\ 2x+0=64 \end{cases} \Rightarrow x = 64/2 = 32$$

$x + y = 39 \Rightarrow 32 + y = 39 \Rightarrow y = 39 - 32 = 7$.

Solución: o pai ten 32 anos e o fillo ten 7 anos.

5.- ***Comprobación:*** En efecto, a suma das idades é 32 + 7 = 39 e a diferenza é 32 – 7 = 25.

Actividades propostas

47. A suma das idades de María e Afonso son 65 anos. A idade de Afonso menos a metade da idade de María é igual a **35**. Que idade ten cada un?

48. A suma das idades de Mariló e Xabier é 32 anos. Dentro de 7 anos, a idade de Xabier será igual á idade de Mariló máis 20 anos. Que idade ten cada un na actualidade?

49. Encontra dous números cuxa diferenza sexa 24 e a súa suma sexa 104.

50. Un hotel ten 42 habitacións (individuais e dobres) e 62 camas, cantas habitacións ten de cada tipo?

51. Nun triángulo rectángulo a hipotenusa mide 10 cm e as lonxitudes dos seus dous catetos suman 14 cm. Calcula a área do triángulo.

52. Neves pregúntalle a Míriam polas súas cualificacións en Matemáticas e en Lingua. Míriam dille "A suma das miñas cualificacións é 19 e o produto 90". Neves dálle os parabéns. Que cualificacións obtivo?

53. Dun número de tres cifras sábese que suman 12, que a suma dos seus cadrados é 61, e que a cifra das decenas é igual á das centenas máis 1. Que número é?

54. Hai tres zumes compostos do seguinte modo:

O primeiro de 40 dl de laranxa, 50 dl de limón e 90 dl de pomelo.

O segundo de 30 dl de laranxa, 30 dl de limón e 50 dl de pomelo.

O terceiro de 20 dl de laranxa, 40 dl de limón e 40 dl de pomelo.

Que volume haberá tomarse de cada un dos zumes anteriores para formar un novo zume de 34 dl de laranxa, 46 dl de limón e 67 dl de pomelo.

55. Véndense tres especies de cereais: trigo, cebada e millo. Cada kg de trigo véndese por 2 €, o da cebada por 1 € e o de millo por 0.5 €. Se se venden 200 kg en total e se obtén pola venda 300 €, cantos volumes de cada cereal se venderon?

56. Deséxase mesturar fariña de 2 €/kg con fariña de 1 €/kg para obter unha mestura de 1.2 €/kg. Cantos kg deberemos poñer de cada prezo para obter 300 kg de mestura?

57. Nunha tenda hai dous tipos de xoguetes, os de tipo A que utilizan 2 pilas e os de tipo B que utilizan 5 pilas. Se en total na tenda hai 30 xoguetes e 120 pilas, cantos xoguetes hai de cada tipo?

58. Un peón sae dunha cidade A e diríxese a unha cidade B que está a 15 km de distancia a unha velocidade de 4 km/h e, no mesmo momento, sae un ciclista da cidade B a unha velocidade de 16 km/h e diríxese cara a A. Canto tempo leva o peón camiñando no momento do encontro? A que distancia de B se cruzan?

CURIOSIDADES. REVISTA

Obtención da fórmula para resolver ecuacións de segundo grao.

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ con } a \neq 0$$

$$\Downarrow$$

$$ax^2 + bx = -c$$

$$\Downarrow \text{ Multiplicamos por } 4a$$

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

$$\Downarrow \text{ Sumamos } b^2$$

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = -4ac + b^2$$

$$\Downarrow \text{ Completamos cadrados}$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

$$\Downarrow \text{ Calculamos a raíz cadrada}$$

$$2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\Downarrow \text{Despexamos o } x$$

$$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\Downarrow$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Tres ecuacións de segundo grao interesantes

$x^2 = 2$

Esta ecuación aparece ao aplicarlle o Teorema de Pitágoras a un triángulo rectángulo isósceles de lados iguais a 1, ou ao calcular a diagonal dun cadrado de lado 1. A súa solución é a lonxitude da hipotenusa ou da diagonal. Ten de interesante que se demostra que esta solución NON é un número racional, un número que poida escribirse como cociente de dous números enteiros.

$x + 1 = x^2$

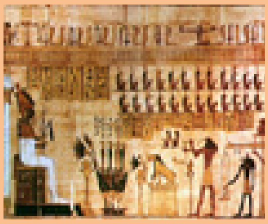
Tamén se pode escribir como: $\frac{x+1}{x} = \frac{x}{1}$ que é unha proporción, onde x toma o valor $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ≈ 1.618… que é o número de ouro, outro número irracional.

$x^2 = -1$

A terceira ecuación non ten solución real. Ningún número real ao elevalo ao cadrado pode dar un número negativo, pero, se ampliamos o campo real coa súa raíz, $\sqrt{-1} = i$, resulta que xa todas as ecuacións de segundo grao teñen solución. Aos números $a + b \cdot i$ chámaselles **números complexos**.

Emmy Noether foi unha matemática alemá de orixe xudía cuxos traballos en Álxebra permitiron resolver o problema da conservación da enerxía.

Os matemáticos tardaron preto de tres mil anos en comprender e resolver ecuacións tan sinxelas e que tan ben coñeces como $ax + b = 0$. Xa os **exipcios** no papiro do *Rhid* (1650 a.C.) e no de *Moscú* (1850 a.C.) resolven algúns problemas que se poderían considerar de ecuacións como, por exemplo: "*Un montón e un sétimo do mesmo é igual a 24*".

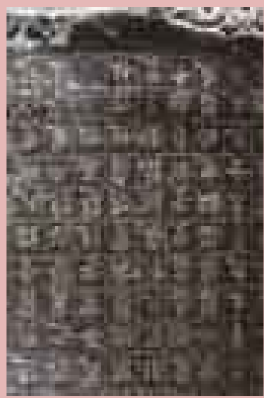


En **Mesopotamia** e **Babilonia** xa se sabía resolver sistemas de dúas ecuacións e dúas incógnitas e ecuacións de segundo grao.

Un problema que aparece nunha taboíña é: "A *cuarta parte da anchura máis unha lonxitude é igual a 7 mans. E lonxitude máis anchura é igual a 10 mans*". Neste problema "lonxitude" e "anchura" son incógnitas non relacionadas con estas medidas.

En China no século III a.C. editouse *A arte matemática* onde utilizaban o ábaco e se resolvían ecuacións de primeiro e segundo grao e sistemas.

Un dos problemas resoltos pode considerarse como a resolución dun sistema de tres ecuacións con tres incógnitas utilizando o método matricial.



En Grecia, no século III, Diofanto de Alexandría publicou *Aritmética*, traballou con ecuacións e utilizou a primeira letra da palabra grega "*arithmos*", que significa número, para representar a incógnita.

Na súa tumba aparece este problema:

"Transeúnte, esta é a tumba de Diofanto. É el quen con esta sorprendente distribución che di o número de anos que viviu. A súa xuventude ocupou a súa sexta parte, despois durante a doceava parte a súa meixela cubriuse co primeiro vello. Pasou aínda unha sétima parte da súa vida antes de tomar esposa e, cinco anos despois, tivo un precioso neno que, unha vez acadada a metade da idade do seu pai, pereceu dunha morte desgraciada. O seu pai tivo que sobrevivilo, chorándoo, durante catro anos".

No século VII, os **hindús** coñecían procedementos alxébricos e traballaban con eficacia os números.

No século IX, o matemático musulmán **Al-Jwarizmi** traballou sobre procedementos alxébricos.

En 1489 inventáronse os símbolos **+** e **–**.

En 1525 o símbolo da raíz cadrada.

En 1557 o símbolo **=**.

En 1591 François Viète representaba as incógnitas con vogais e as constantes con consoantes.

En 1637 René Descartes inventou a xeometría analítica coa notación que hoxe usamos de *x, y z*… para as incógnitas e *a, b, c*… para as constantes.

Autora: Raquel Hernández
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Raquel Hernández e Banco de Imaxes de INTEF

RESUMO

Noción	*Definición*	*Exemplos*
Ecuación de primeiro grao	Quitar denominadores. Quitar parénteses. Traspor termos. Simplificar e despexar.	$5/3x + 3(x + 1) = 2 \Rightarrow$ $5/3x + 3x + 3 = 2 \Rightarrow$ $5x + 9x + 9 = 6 \Rightarrow$ $14x = -3 \Rightarrow x = -3/14$.
Ecuación de segundo grao	Ten a forma: $ax^2 + bx + c = 0$ Úsase a fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x^2 - 5x + 6 = 0$: $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2}$ $x_1 = 3,\ x_2 = 2$
Número de solucións dunha ecuación de 2º grao	Se $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, ten dúas solucións reais e distintas. Se $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, ten unha solución dobre. Se $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, a ecuación non ten solución.	$x^2 - 4x - 5 = 0$: $\Delta = 36 > 0$, ten dúas solucións 5 e -1. $x^2 - 2x + 1 = 0$: $\Delta = 0$, ten unha raíz dobre: $x = 1$. $x^2 + 3x + 8 = 0$: $\Delta = -23$. Non ten solución real.
Resolución de ecuacións de 2º grao incompletas	Se $b = 0$, $ax^2 + c = 0$, despexamos a incógnita: $x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$. Se $c = 0$, $ax^2 + bx = 0$: $x = 0$ e $x = \frac{-b}{a}$	$2x^2 - 18 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$ $3x^2 - 15x = 0 \Rightarrow 3x(x - 5) = 0$ $\Rightarrow x_1 = 0;\ x_2 = 5$.
Suma e produto de raíces	$x_1\, x_2 = \frac{c}{a}$; $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$	$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 2;\ x_2 = 3$
Sistema de ecuacións lineais	$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$	$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 7x - 3y = 4 \end{cases}$
Clasificación	**Compatible determinado**: Unha única solución, o punto de intersección. As rectas son **secantes**: $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ -2x + y = -1 \end{cases}$ **Compatible indeterminado**: Infinitas solucións, polo que as rectas son **coincidentes:** $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ 2x - 6y = 6 \end{cases}$ **Incompatible**: Non ten solución, as rectas son **paralelas:** $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ 2x - 6y = 2 \end{cases}$	
Métodos de resolución	**Substitución:** despexar unha incógnita e substituír na outra ecuación. **Igualación:** despexar a mesma incógnita das dúas ecuacións. **Redución:** sumar as dúas ecuacións, multiplicándoas por números adecuados.	

EXERCICIOS E PROBLEMAS

Ecuacións

1. Resolve estas ecuacións:

a) $4(3-2x)+\frac{5}{7}(6x-2)=2x-\frac{1-9x}{7}$ b) $4-\left(3-5\left(2x-\frac{1}{6}\right)\right)=3x-\frac{4-5x}{3}$ c) $4(2x-5)=6(9-4x)$

2. Resolve as seguintes ecuacións de 2º grao:

a) $-3x^2-5x-2=0$ b) $2x(-3+x)=5$ c) $3x^2=27x$

d) $5(3x+2)-4x(x+6)=3$ e) $4(x-9)+2x(2x-3)=6$ f) $10(2x^2-2)-5(3+2x)=-21$

g) $4(x+5)\cdot(x-1)=-2x-4$ h) $3x\cdot(5x+1)=99$ i) $2(3x^2-4x+2)-2x(3x-2)=-5$

3. Resolve as seguintes ecuacións de 2º grao con denominadores:

a) $\frac{x^2-1}{3}-\frac{x+1}{2}=1$ b) $\frac{x^2-3}{5}+\frac{x^2-4x+1}{5}=2$ c) $\frac{2x^2+3}{3}+\frac{x+5}{6}=2$

d) $\frac{1-x^2}{3}+\frac{4x-1}{2}=\frac{1}{6}$ e) $\frac{x^2-3}{2}-\frac{3x-7}{4}=2x-5$ f) $\frac{3x+2x^2}{5}-\frac{4x-7}{10}=2$

4. Resolve mentalmente as seguintes ecuacións de 2º grao:

a) $x^2-3x-10=0$ b) $x^2+3x-10=0$ c) $x^2+7x+10=0$

d) $x^2-7x+10=0$ e) $x(-1+x)=0$ f) $2x^2=50$

g) $x^2-5x+6=0$ h) $x^2-x-6=0$ i) $x^2+x-6=0$

5. Factoriza as ecuacións do problema anterior. Así, se as solucións son 2 e 5, escribe:

$2x^2-50=0 \Leftrightarrow 2(x+5)\cdot(x-5)=0$.

Observa que se o coeficiente de x^2 fose distinto de 1 os factores teñen que estar multiplicados por este coeficiente.

6. Cando o coeficiente b é par ($b=2B$), podes simplificar a fórmula:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-2B\pm\sqrt{4B^2-4ac}}{2a}=\frac{-2B\pm2\sqrt{B^2-ac}}{2a}=\frac{-B\pm\sqrt{B^2-ac}}{a}$$

Así para resolver $x^2-6x+8=0$ basta dicir $x=3\pm\sqrt{9-8}=3\pm1$, logo as súas solucións son 2 e 4.

Utiliza esa expresión para resolver:

a) $x^2-10x+24=0$ b) $x^2-6x-7=0$ c) $x^2+4x-5=0$

7. Resolve mentalmente as ecuacións seguintes, logo desenvolve as expresións e utiliza a fórmula xeral para volver resolvelas.

a) $(x-3)\cdot(x-7)=0$ b) $(x+2)\cdot(x-4)=0$ c) $(x-8)\cdot(x-4)=0$

d) $(x-2)\cdot(x+5)=0$ e) $(x+6)\cdot(x-3)=0$ f) $(x-5)\cdot(x+3)=0$

8. Determina o número de solucións reais que teñen as seguintes ecuacións de segundo grao calculando o seu discriminante, e logo resólveas.

a) $x^2+5x-2=0$ b) $5x^2+2x-4=0$ c) $2x^2+4x+11=0$

d) $2x^2-3x+8=0$ e) $3x^2-x-5=0$ f) $4x^2+2x-7=0$

9. Escribe tres ecuacións de segundo grao que non teñan ningunha solución real. *Axuda*: Utiliza o discriminante.

10. Escribe tres ecuacións de segundo grao que teñan unha solución dobre.

11. Escribe tres ecuacións de segundo grao que teñan dúas solucións reais e distintas.

12. Resolve as seguintes ecuacións polinómicas:

a) $x^5-37x^3+36x=0$ b) $x^3-2x^2-8x=0$ c) $2x^3+2x^2-12x=0$

d) $x^4-5x^2+6=0$ e) $2x^4=32x^2-96$ f) $x(x-3)(2x+3)(3x-5)=0$

13. Resolve as seguintes ecuacións aplicando un cambio de variable:

a) $x^8+81=82x^4$ b) $x^4-24x^2+144=0$ c) $x^6-7x^3-8=0$ d) $x^4+8x^2-9=0$

14. Resolve as seguintes ecuacións racionais:

a) $2x+\frac{3}{x}=5$ b) $\frac{3}{5x}+\frac{1}{2x}=x$ c) $\frac{1}{x-3}+2=\frac{5}{x-3}$ d) $\frac{2x}{3-2x}-5x=1$

e) $\frac{2}{x+1}=\frac{3(2x+1)}{x-1}+3$ f) $\frac{2x-3}{x+1}-\frac{4+5x}{x}=7$ g) $\frac{3x-2}{x+1}-\frac{2+3x}{x-1}=4$

h) $\frac{3}{1-x}=\frac{5}{x}+\frac{2}{x-x^2}$ i) $\frac{3x}{x-2}-\frac{5x}{x^2-4}=\frac{3x}{2}$ j) $\frac{1}{2}=\frac{x-5}{3-4x}$

15. Resolve as seguintes ecuacións irracionais:

a) $x=-3+\sqrt{5+2x^2}$ b) $\sqrt{25-x}=x-5$ c) $7+\sqrt{x^2-3x+2}=3x$

d) $\sqrt{x}-\sqrt{x-2}=1$ e) $\sqrt{1-x}-\sqrt{x+1}+1=0$ f) $\sqrt{x}-\frac{3}{\sqrt{x}}=5$

g) $3\sqrt{x-2}-4=\frac{-2}{\sqrt{x+1}}$ h) $\sqrt{x-1}-\frac{2}{\sqrt{x}-1}=1$ i) $\sqrt{x+2}+\frac{1}{\sqrt{x-3}}=4$

16. Resolve as ecuacións seguintes: a) $3^{3x}=\frac{1}{81}$ b) $5^{2x}=\frac{1}{625}$

Sistemas

17. Resolve os seguintes sistemas polo método de substitución:

a) $\begin{cases} 4x - 3y = 1 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 4y = 6 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ x + y = 4 \end{cases}$

18. Resolve os seguintes sistemas polo método de igualación:

a) $\begin{cases} -3x + 2y = -1 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 7x - 4y = 10 \\ -8x + 3y = -13 \end{cases}$

19. Resolve os seguintes sistemas polo método de redución:

a) $\begin{cases} 7x - 2y = 5 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 2y = 10 \\ -x - 6y = -14 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - 6y = 0 \\ -7x + 5y = -9 \end{cases}$

20. Resolve de forma gráfica os seguintes sistemas

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x + 3y = 5 \\ x - 7y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ -7x + 5y = 3 \end{cases}$

21. Resolve os seguintes sistemas:

a) $\begin{cases} \dfrac{2x-3}{3} - \dfrac{y-1}{5} = -1 \\ \dfrac{2x+3}{2} + \dfrac{3y-1}{4} = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} - \dfrac{2y+3}{5} = -3 \\ 5x + 2y = -10 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dfrac{2x+3}{2} + \dfrac{3y-2}{3} = 2 \\ 7x - y = 1 \end{cases}$

22. Copia no teu caderno e completa os seguintes sistemas incompletos de forma que se cumpra o que se pide en cada un:

Compatible indeterminado — Incompatible — A súa solución sexa *x* = 2 e e = 1

a) $\begin{cases} (\ )x + 3y = (\ ) \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -5x + y = 2 \\ (\ )x + y = 6 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - y = (\ ) \\ (\ )x + y = 7 \end{cases}$

Incompatible — A súa solución sexa *x* =–1 e *y*=1 — Compatible indeterminado

d) $\begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 4x + (\ )y = (\ ) \end{cases}$ e) $\begin{cases} 3x + (\ )y = -1 \\ (\ )x + 3y = 5 \end{cases}$ f) $\begin{cases} (\ )x + 6y = (\ ) \\ 2x + 3y = -2 \end{cases}$

23. Resolve os seguintes sistemas polo método de igualación e comproba a solución graficamente. De que tipo é cada sistema?

a) $\begin{cases} -2x + 6y = 13 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = -3 \\ 4x - 4y = -12 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - y = 4 \\ -x + 3y = -5 \end{cases}$

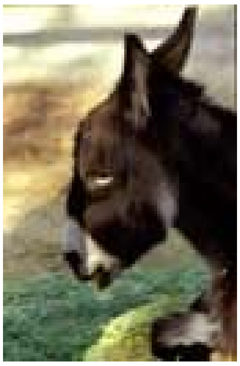
Problemas

24. Nunha tenda alugan bicicletas e triciclos. Se teñen 51 vehículos cun total de 133 rodas, cantas bicicletas e cantos triciclos teñen?

25. Cal é a idade dunha persoa se ao multiplicala por 15 lle faltan 100 unidades para completar o seu cadrado?

26. Descompón 8 en dous factores cuxa suma sexa 6.

27. O triplo do cadrado dun número aumentado no seu duplo é 85. Que número é?



28. A suma dos cadrados de dous números impares consecutivos é 394. Determina estes números.

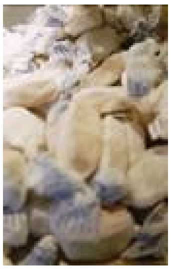
29. Van cargados un asno e un macho. O asno queixábase do peso que levaba enriba. O macho contestoulle: se eu levara un dos teus sacos, levaría o dobre de carga ca ti pero se ti tomas un dos meus, os dous levaremos igual carga. Cantos sacos leva cada un?

30. Que número multiplicado por 3 é 40 unidades menor có seu cadrado?

31. Calcula tres números consecutivos cuxa suma de cadrados é 365.

32. Dentro de 11 anos, a idade de Mario será a metade do cadrado da idade que tiña hai 13 anos. Que idade ten Mario?

33. Dous números naturais diferéncianse en 2 unidades e a suma dos seus cadrados é 580. Cales son estes números?



34. A suma de dous números é 5 e o seu produto é –84. De que números se trata?

35. María quere formar bandexas dun quilogramo con mazapáns e polvoróns. Se os polvoróns lle custan a 5 euros o quilo e os mazapáns a 7 euros o quilo, e quere que o prezo de cada bandexa sexa de 6 euros, que cantidade deberá poñer de cada produto? Se quere formar 25 bandexas, que cantidade de polvoróns e de mazapáns vai necesitar?

36. Determina os catetos dun triángulo rectángulo cuxa suma é 7 cm e a hipotenusa deste triángulo mide 5 cm.

37. O produto de dous números é 4 e a suma dos seus cadrados 17. Calcula estes números.

38. A suma de dous números é 20. O dobre do primeiro máis o triplo do segundo é 45. De que números se trata?

39. Nun garaxe hai 30 vehículos entre coches e motos. Se en total hai 100 rodas, cantos coches e motos hai no garaxe?

40. A idade actual de Pedro é o dobre da de Raquel. Dentro de 10 anos, as súas idades sumarán 65. Cantos anos teñen actualmente Pedro e Raquel?

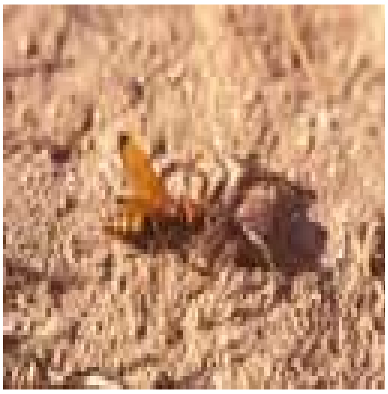
41. Na miña clase hai 35 persoas. Regaláronnos a cada moza 2 bolígrafos e a cada mozo 1 caderno. Se en total había 55 regalos. Cantos mozos e mozas somos na clase?

42. Entre o meu avó e o meu irmán teñen 56 anos. Se o meu avó ten 50 anos máis que o meu irmán, que idade ten cada un?

43. Dous bocadillos e un refresco custan 5 €. Tres bocadillos e dous refrescos custan 8 €. Cal é o prezo do bocadillo e o refresco?

44. Nunha granxa hai polos e vacas. Se se contan as cabezas, son 50. Se se contan as patas, son 134. Cantos polos e vacas hai na granxa?

45. Un rectángulo ten un perímetro de 172 metros. Se o longo é 22 metros maior có ancho, cales son as dimensións do rectángulo?



46. Nunha bolsa hai moedas de 1 € e 2 €. Se en total hai 40 moedas e 53 €, cantas moedas de cada valor hai na bolsa?

47. Nunha pelexa entre arañas e avespas, hai 70 cabezas e 488 patas. Sabendo que unha araña ten 8 patas e unha avespa 6, cantas avespas e arañas hai na pelexa?

48. Unha clase ten 32 estudantes, e o número de alumnos é triplo ao de alumnas, cantos rapaces e rapazas hai?

49. Iolanda ten 6 anos máis que o seu irmán Paulo, e a súa nai ten 50 anos. Dentro de 2 anos a idade da nai será o dobre da suma das idades dos seus fillos, que idades teñen?

50. Mestúranse 15 kg de millo de 2.1 € o quilogramo con 27 kg de millo de prezo descoñecido, resultando o prezo da mestura de 3 € o kg. Que prezo tiña o segundo millo?

51. A altura dun trapecio isósceles é de 4 cm, o perímetro, 24 cm, e os lados inclinados son iguais á base menor. Calcula a área do trapecio.

52. Dous autobuses saen, un desde Madrid e o outro desde Valencia (que está a 350 km de Madrid) ás 8 da mañá. Un vai a 100 km/h e o outro a 120 km/h. A que hora se cruzan? Cantos km percorreu cada un?

53. Nun concurso gáñanse 50 euros por cada resposta acertada e pérdense 100 por cada fallo. Despois de 20 preguntas, Pilar leva gañados 250 euros. Cantas preguntas acertou?

54. Xoán mercou 6 zumes e 4 batidos por 4.6 €, logo mercou 4 zumes e 7 batidos e custáronlle 4.8 €. Calcula os prezos de ambas as cousas.

55. Que fracción é igual a 1 cando se suma 1 ao numerador e é igual a $\frac{1}{2}$ cando se suma 2 ao denominador?

56. O cociente dunha división é **3** e o resto é **2**. Se o divisor diminúe en 1 unidade, o cociente aumenta en **2** e o resto novo é 1. Calcular o dividendo e o divisor.

57. Dúas amigas foron pescar. Ao final do día unha dixo: "Se ti me dás un dos teus peixes, entón eu terei o dobre ca ti". A outra respondeulle: "Se ti me dás un dos teus peixes, eu terei o mesmo número de peixes ca ti". Cantos peixes tiña cada unha?

58. Calcula as dimensións dun rectángulo sabendo que a súa área é 30 cm^2, e cuxo perímetro mide 26 cm.

59. Un peón sae dunha cidade "A" a unha velocidade de 4 km/h, e diríxese a unha cidade "B" que está a 12 km da cidade "A", 30 minutos despois sae un ciclista da cidade "B" a unha velocidade de 16 km/h e diríxese cara a "A", canto tempo leva o peón camiñando no momento do encontro? A que distancia de "B" se cruzan?

60. Deséxase mesturar aceite de 3 €/l con outro aceite de 4.2 €/l de modo que a mestura resulte a 3.50 €/l. Cantos litros de cada clase deben mesturarse para obter 200 litros da mestura?

61. Ao intercambiar as cifras dun número de dúas cifras obtense outro que é 27 unidades maior. Calcula o número inicial.

62. A diagonal dun rectángulo mide 30 cm, e o perímetro 84 cm. Calcula os lados do rectángulo.

63. Un valado rodea un terreo rectangular de 1 000 m^2. Se o valado mide 130 metros, calcula as dimensións do terreo.

64. Varios amigos van a facer un regalo de vodas que custa 900 euros, que pagarán a partes iguais. A última hora apúntanse dous amigos máis, co que cada un toca a 15 euros menos. Cantos amigos eran inicialmente? Canto pagará ao final cada un?

65. As diagonais dun rombo diferéncianse en 3 cm e a súa área é de 20 cm^2. Calcula o seu perímetro.

66. Un tren sae de Bilbao cara a Alcázar de San Juan a unha velocidade de 140 km/h. Unha hora máis tarde sae outro tren de Alcázar de San Juan cara a Bilbao a 100 km/h; a distancia entre as dúas cidades é de 500 km. Ao cabo de canto tempo se cruzan os dous trens? A que distancia de Alcázar de San Juan?

67. Un coche sae dunha cidade "A" a unha velocidade de 70 km/h e 30 minutos máis tarde outro coche sae de "A" na mesma dirección e sentido a unha velocidade de 120 km/h, canto tempo tardará o segundo en acadar ao primeiro e a que distancia de "A" se produce o encontro?

Autora: Raquel Hernández
Tradutora: Mª Teresa Seara Domínguez
Ilustracións: Raquel Hernández e Banco de Imaxes de INTEF

AUTOAVALIACIÓN

1. A solución da ecuación $3(x-1)-2(x-2)=5$ é:

a) $x = 2$ b) $x = 4$ c) $x = -2/3$ d) $x = 3$

2. As solucións da ecuación $156 = x(x-1)$ son:

a) $x = 11$ e $x = -13$ b) $x = 13$ e $x = -12$ c) $x = 10$ e $x = 14$ d) $x = -12$ e $x = -11$

3. As solucións da ecuación $\frac{4x-1}{3}-\frac{x+2}{6}=\frac{x^2}{2}$ son:

a) $x = 2$ e $x = 2/3$ b) $x = 1/3$ e $x = 4$ c) $x = 1$ e $x = 4/3$ d) $x = 5/3$ e $x = 3$

4. As solucións da ecuación $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ son:

a) 1, –1, 4, –4 b) 1, –1, 2, –2 c) 2, –2, 3, –3 d) 2, –2, 5, –5

5. As solucións da ecuación $2(x+2)-x(2-x)=0$ son:

a) Infinitas b) $x = 9$ e $x = 5$ c) Non ten solución d) $x = 1$ e $x = 4$

6. As rectas que forman o sistema $\begin{cases} x+3y=2 \\ 2x+6y=4 \end{cases}$ son:

a) Secantes b) Paralelas c) Coincidentes d) Crúzanse

7. A solución do sistema $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ -2x+3y=1 \end{cases}$ é:

a) $x = 2$ e $y = 1$ b) $x = 1$ e $y = 1$ c) $x = 3$ e $y = 2$ d) Non ten solución

8. A solución do sistema $\begin{cases} 3+2x-7=x-1+y \\ 2x-9y=13 \end{cases}$ é:

a) $x = 2$ e $y = -1$ b) $x = -2$ e $y = 1$ c) $x = 1$ e $y = 0$ d) $x = 3$ e $y = 1$

9. Nunha granxa, entre polos e porcos hai 27 animais e 76 patas. Cantos polos e porcos hai na granxa?

a) 16 polos e 11 porcos b) 15 polos e 12 porcos c) 13 polos e 14 porcos

10. Cal é a idade dunha persoa se ao multiplicala por 15, lle faltan 100 unidades para chegar ao seu cadrado?

a) 20 anos b) 7 anos c) 25 anos d) 8 anos