Matemàtiques orientades a les ensenyances acadèmiques:

4tB ESO
Capítol 5:
Inequacions

LibrosMareaVerde.tk

www.apuntesmareaverde.org.es

Autora: Ana Lorente

Traducció: Pedro Podadera. Instituto Juan de Garay de Valencia

Revisora: María Molero

Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

Índex

Resum

Moltes vegades vas a trobar-te amb inequacions. Si treballes amb intervals diràs $a < x < b$, per exemple. Altres vegades el teu problema serà que quelcom ha de ser menor que una certa quantitat. Imagina que volem construir una finestra en la paret d'una habitació de 4 metres de llarga i 2,3 metres d'alta. És impossible que la finestra tinga unes dimensions majors que les de la paret. Per a complicar-ho un poc, imagina ara que la longitud total dels perfils amb què construirem la finestra és de 10 metres. Si la finestra és rectangular i anomenem x a la longitud de la base i y a la de la altura, per ara sabem que $x \leq 4$, $y \leq 2,3$, $2x + 2y \leq 10$. Per ara hi ha moltes solucions que resolen el problema. Però l'arquitecte desitja que la finestra tinga la major llum possible. Tu ja saps que l'àrea màxima l'aconsegueixes amb un quadrat, però… aquesta solució no et serveix perquè el costat hauria de mesurar 2,5 metres i ens eixiríem de la paret. Hem de jugar amb aqueixes desigualtats per a donar una solució al problema.

1. INTERVALS

Recorda que:

Un interval de nombres reals és el conjunt de nombres corresponents a una part de la recta numèrica, en conseqüència, un interval és un subconjunt del conjunt dels nombres reals.

1.1. Tipus d'intervals

Interval obert: és aquell en què els extrems no formen part del mateix, és a dir, tots els punts de la recta compresos entre els extrems formen part de l'interval, excepte els propis extrems.

En altres paraules $I = (a, b) = \{x \in \Re \mid a < x < b\}$, observa que es tracta de desigualtats estrictes.

Gràficament, ho representem en la recta real de la manera següent:

Interval tancat: és aquell en què els extrems si formen part del mateix, és a dir, tots els punts de la recta compresos entre els extrems, inclosos aquests, formen part de l'interval.

En altres paraules $I = [a, b] = \{x \in \Re \mid a \le x \le b\}$, observa que ara no es tracta de desigualtats estrictes.

Gràficament:

Interval semiobert: és aquell en què només un dels extrems forma part del mateix, és a dir, tots els punts de la recta compresos entre els extrems, inclòs un d'aquests, formen part de l'interval.

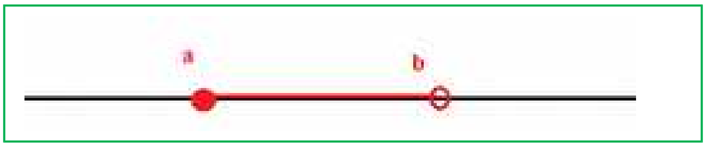
Interval semiobert per l'esquerra, l'extrem inferior no forma part de l'interval, però el superior si, en altres paraules:

$$I = (a, b] = \{x \in \Re \mid a < x \le b\},$$

observa que l'extrem que queda fora de l'interval va associat a una desigualtat estricta.

Interval semiobert per la dreta, l'extrem superior no forma part de l'interval, però l'inferior si, en altres paraules $I = [a, b) = \{x \in \Re \mid a \le x < b\}$, observa que l'extrem que queda fora de l'interval va associat a una desigualtat estricta.

Gràficament:



1.2. Semirectes reals

Semirecta dels nombres positius $S = (0, \infty)$, és a dir, des de zero fins a infinit.

Semirecta dels nombres negatius $S = (-\infty, 0)$, és a dir, des del menys infinit, l'infinit negatiu, fins a zero.

Amb el que tota la recta dels nombres reals és $\Re = (-\infty, \infty)$.

A una semirecta se la pot considerar com un interval infinit.

Autora: Ana Lorente
Traducció: Pedro Podadera. Instituto Juan de Garay de Valencia
Revisora: María Molero
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

Activitats proposades

1. Escriu els següents intervals mitjançant conjunts i representa'ls en la recta real:

. a) $[1, 7)$ b) $(-3, 5)$ c) $(2, 8]$ d) $(-\infty, 6)$

2. Representa en la recta real i escriu en forma d'interval:

. a) $2 < x < 5$ b) $4 < x$ c) $3 \leq x < 6$ d) $x \geq 7$

2. INEQUACIONS

Una desigualtat és una expressió numèrica o algebraica unida per un dels quatre signes de desigualtat: $<, >, \leq, \geq$

Per exemple:

- $-2 < 5$, $4 \geq x + 2$, $x^2 - 5 \geq x$, $x + y \geq 2$.

Una **inequació** és una desigualtat algebraica en què apareixen una o més incògnites.

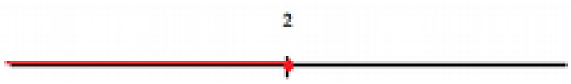
El **grau** d'una inequació és el major dels graus a què estan elevades les seues incògnites.

Així,

- $4 \geq x + 2$ i $x + y \geq 2$ són inequacions de primer grau, mentres que $x^2 - 5 \geq x$ és de segon grau.

Resoldre una inequació consisteix a trobar els valors que la verifiquen. Aquests es denominen **solucions** de la mateixa.

Per exemple:

- $3 \geq x + 1 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 2]$ $\Leftrightarrow$ 

2.1. Inequacions equivalents:

Dues inequacions són **equivalents** si tenen la mateixa solució.

De vegades, per a resoldre una inequació, resulta convenient trobar una altra equivalent més senzilla. Per a això, es poden realitzar les transformacions següents:

- Sumar o restar la mateixa expressió als dos membres de la inequació.

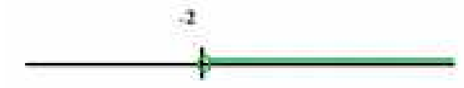
$$3x + 2 < 5 \Leftrightarrow 3x + 2 - 2 < 5 - 2 \Leftrightarrow 3x < 3$$

- Multiplicar o dividir ambdós membres per un nombre positiu.

$$3x < 3 \Leftrightarrow 3x : 3 < 3 : 3 \Leftrightarrow x < 1$$

- Multiplicar o dividir ambdós membres per un nombre negatiu i canviar l'orientació del signe de la desigualtat.

Autora: Ana Lorente
Revisora: María Molero
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

$-x < 2 \Leftrightarrow (-x)\cdot(-1) > 2\cdot(-1) \Leftrightarrow x > -2 \Leftrightarrow (-2, +\infty) \Leftrightarrow$ 

Activitats proposades

3. Donada la següent inequació $2 + 3x < x + 1$, determina quins dels següents valors són solució de la mateixa:

$$0, 1, -1, 2, -2, 3, -4, 6, -7, 12, -15$$

4. Realitza les transformacions indicades de manera que s'obtinguen equacions equivalents:

a) Sumar 3: $x - 1 > 4$

b) Restar 5: $x - 3 > 7$

c) Multiplicar per 5: $-8x \geq 9$

d) Multiplicar per -5: $-3x \geq 7$

e) Dividir entre 2: $4x < 10$

f) Dividir entre -2: $4x \geq 10$

5. Escriu una inequació que siga certa per a $x = 3$ i falsa per a $x = 3{,}5$.

3. INEQUACIONS AMB UNA INCÒGNITA

3.1. Inequacions de primer grau

Una inequació de primer grau amb una incògnita pot escriure's de la forma:

$$ax > b,\ ax \geq b,\ ax < b \quad \text{o} \quad ax \leq b.$$

Per a resoldre la inequació en la majoria dels casos convé seguir el procediment següent:

1º) **Llevar denominadors**, si n'hi ha. Per a això, es multiplica els dos membres de l'equació pel m.c.m. dels denominadors.

2º) **Llevar els parèntesis**, si n'hi ha.

3º) **Traslladar** els termes amb x a un membre i els nombres a l'altre.

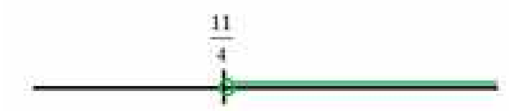
4º) **Reduir** termes semblants.

5º) **Aïllar** la x.

Exemple:

- $$\frac{x-3}{3} - \frac{(x-7)}{6} > \frac{4-x}{2} \Leftrightarrow \frac{2(x-3)-(x-7)}{6} > \frac{3(4-x)}{6} \Leftrightarrow 2(x-3)-(x-7) > 3(4-x)$$

$$\Leftrightarrow 2x-6-x+7 > 12-3x \Leftrightarrow 2x-x+3x > 6-7+12 \Leftrightarrow 4x > 11 \Leftrightarrow x > \frac{11}{4}$$

$$x \in \left(\frac{11}{4}, +\infty\right)$$ 

Activitats proposades

6. Resol les següents inequacions i representa la solució a la recta real:

a) $2 + 3x < x + 1$ b) $5 + 2x \leq 7x + 4$ c) $6 + 5x > 6x + 4$ d) $4 + 8x \geq 2x + 9$

7. Resol les següents inequacions i representa la solució a la recta real:

a) $3(2 + 3x) < -(x + 1)$ b) $5(1 + 2x) \leq 2(7x + 4)$ c) $2(6 + 5x) + 3(x - 1) > 2(6x + 4)$

8. Resol les següents inequacions i representa la solució a la recta real:

a) $3 + 4x < x/2 + 2$ b) $4 + 4x/3 \leq 7x/2 + 5$ c) $(5 + 7x)/3 > 8x + 2$ d) $(4 + 8x)5 + 3 \geq (2x + 9)/7$

9. Escriu una inequació la solució de la qual siga l'interval següent:

a) $[1, \infty)$ b) $(-\infty, 5)$ c) $(2, \infty)$ d) $(-\infty, 6)$

10. Calcula els valors de x perquè siga possible calcular les arrels següents:

a) $\sqrt{3x-5}$ b) $\sqrt{-x-12}$ c) $\sqrt{3-5x}$ d) $\sqrt{-3x+12}$

3.2. Inequacions de segon grau

Una inequació de segon grau amb una incògnita pot escriure's de la forma:

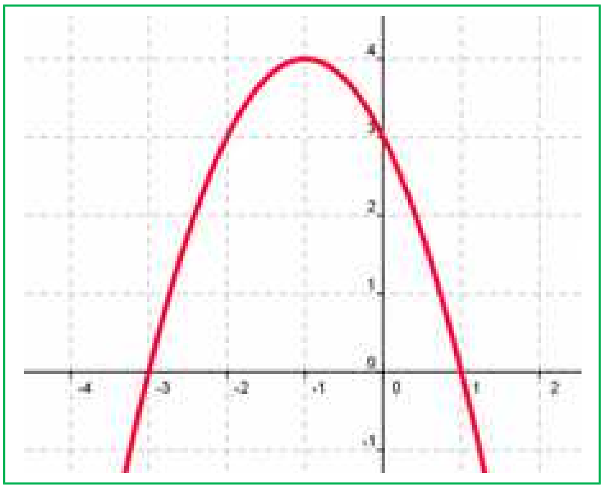
$$ax^2 + bx + c > 0,$$

emprant qualsevol dels quatre signes de desigualtat.

Per resoldre-la, calculem les solucions de l'equació associada, les representem sobre la recta real, quedant per tant la recta dividida en tres, dues o un interval, depenent de que l'equació tinga dos, una o cap solució.

En cada un d'ells, el signe del polinomi es manté constant, per la qual cosa bastarà de determinar el signe que té el dit polinomi per a un valor qualsevol de cada un dels intervals. Per a saber si les solucions de l'equació verifiquen la inequació, bastarà de substituir-la en la mateixa i comprovar-ho.

Exemple:



- Representa gràficament la paràbola $y = x^2 + 4x + 6$ i indica en quins intervals és $x^2 + 4x + 6 > 0$.

Observa en la gràfica que la paràbola pren valors positius entre -3 i 1. La solució de la inequació és:

$$x \in (-3, 1).$$

El punt -3 no és solució, ni tampoc el punt 1, perquè el problema té una desigualtat estricta, >. Si tinguera la desigualtat $\geq$, $x^2 + 4x + 6 \geq 0$ la solució seria:

$$x \in [-3, 1).$$

Si fóra $x^2 + 4x + 6 < 0$, la solució seria: $x \in (-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$.

Si fóra $x^2 + 4x + 6 \leq 0$, la solució seria: $x \in (-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$.

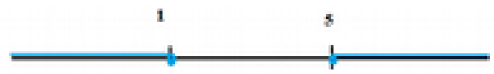
Exemple:

- $x^2 - 6x + 5 \geq 0$

$\Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$ les seues arrels són $x = 1$ i $x = 5$.

	$(-\infty, 1)$	1	$(1, 5)$	5	$(5, +\infty)$
Signe de $x^2 - 6x + 5$	+		–		+
$x^2 - 6x + 5 \geq 0$	si		no		si

Per tant, la solució és $x \in (-\infty, 1] \cup [5, \infty)$



Activitats proposades

11. Resol les següents inequacions de segon grau:

a) $x^2 - 1 \geq 0$ b) $x^2 - 4 \leq 0$ c) $x^2 - 9 > 0$ d) $x^2 + 4 \geq 0$

e) $2x^2 - 50 < 0$ f) $3x^2 + 12 \leq 0$ g) $5x^2 - 45 > 0$ h) $x^2 + 1 \geq 0$

12. Resol les següents inequacions de segon grau:

a) $x^2 + x \leq 0$ b) $x^2 - 5x > 0$ c) $x^2 \leq 8x$

d) $x^2 \leq 3x$ e) $2x^2 - 3x > 0$ f) $5x^2 - 10x < 0$

13. Resol les següents inequacions de segon grau:

a) $3x^2 - 5x \geq 0$

b) $3x^2 - 27 > 0$

c) $x^2 \leq 0$

d) $2x^2 > 4x$

e) $2x^2 - 8 > 0$

f) $5x^2 + 5x \geq 0$

g) $5x^2 - 5 \leq 0$

h) $x^2 - x > 0$

14. Resol les següents inequacions de segon grau:

a) $x^2 - 2x - 3 \leq 0$

b) $-x^2 - 2x + 8 \geq 0$

c) $x^2 + 9x + 14 > 0$

d) $x^2 - 6x + 9 \leq 0$

e) $-x^2 - 4x - 5 < 0$

f) $x^2 + 8x + 16 > 0$

g) $x^2 + x + 3 \geq 0$

h) $2x^2 - 3x - 5 \leq 0$

15. Resol les següents inequacions de segon grau:

a) $x^2 + x - 6 > 0$

b) $x^2 - x - 12 \leq 0$

c) $x^2 - x - 20 < 0$

d) $x^2 + 5x - 14 \geq 0$

e) $-2x^2 + 3x + 2 > 0$

f) $3x^2 + 2x - 1 \leq 0$

g) $5x^2 - 7x - 6 \geq 0$

h) $2x^2 + x - 15 < 0$

16. Calcula els valors de x perquè seguisca possible obtindre els arrels següents:

a) $\sqrt{x^2 - 1}$ b) $\sqrt{-x^2 + 4}$ c) $\sqrt{x^2 + 5x + 6}$ d) $\sqrt{x^2 - 5x + 6}$

17. Resol les següents inequacions de segon grau:

a) $(2x + 5)(2x - 5) \leq 11$ b) $(2x - 5)(4x - 3) - (x - 10)(x - 2) \geq 51$ c) $\dfrac{3x-2}{x} \leq \dfrac{5-2x}{x+6}$

3.3. Sistemes d’inequacions

Un sistema d’inequacions de primer grau amb una incògnita és aquell en què l’única variable que intervé en totes les equacions està elevada a un exponent igual a la unitat.

Sistemes de dues equacions, tenen per expressió general:

$$\begin{cases} a_1 x < b_1 \\ a_2 x < b_2 \end{cases}$$, amb qualssevol dels signes <, >, $\leq$ o $\geq$.

Per a resoldre’ls, independentment del nombre d’inequacions que componguen el sistema, es resol cada inequació per separat, i al final es determina la solució com la intersecció de totes elles, és a dir, l’interval que verifiquen totes les inequacions.

Exemple:

$$\begin{cases} 2x > 4 \\ x + 5 \geq 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 5 \end{cases}$$, els intervals solució són $\begin{cases} (2, +\infty) \\ (-\infty, 5] \end{cases} \Rightarrow (2, +\infty) \cap (-\infty, 5] = (2, 5]$

Després la solució comuna a ambdós està en la intersecció d’ambdós, és a dir, en $(2,5]$.

Gràficament pot veure’s:

Activitats proposades

18. Resoldre els següents sistemes d'inequacions amb una incògnita:

a) $\begin{cases} 4x - 3 < 1 \\ x + 6 > 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - 6 \le 0 \\ x - 4 > -5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x + 1 \ge x + 9 \\ x + 5 \le 2 - 3x \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - 3 \le 3x + 7 \\ \dfrac{2x}{5} - \dfrac{x}{4} \ge \dfrac{2}{3} \end{cases}$

19. Indica un nombre positiu que en sumar-li 5 siga menor que 7.

20. Expressa mitjançant una inequació l'àrea d'un quadrat sabent que el seu perímetre és major que el d'un rectangle de costats 3 i 7 cm.

21. Determina les possibles edats de Pepa i de la seua filla Xaro sabent que difereixen en més de 20 anys i que d'ací a 2 anys, la quarta part de l'edat de la mare és menor que l'edat de la filla.

3.4. Inequacions en valor absolut

Una inequació en valor absolut és aquella en què part de la inequació, o tota ella, ve afectada pel valor absolut de la mateixa.

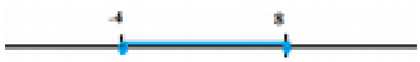
L'expressió general és de la forma emprant $|ax + b| \le c$, qualsevol dels quatre signes de desigualtat.

Per resoldre-la, apliquem la definició de valor absolut d'una quantitat i passem a un sistema de dues equacions la solució del qual és la solució de la inequació.

$$|ax + b| \le c \text{ per definició } \begin{cases} ax + b \le c \\ -ax - b \le c \end{cases}$$

Exemple:

$$|2x - 4| \le 12 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 4 \le 12 \\ -2x + 4 \le 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \le 8 \\ x \ge -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (-\infty, 8] \\ [-4, +\infty) \end{cases} \Rightarrow [-4, 8] \Rightarrow$$



$$|2x - 6| > 10 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 6 > 10 \\ -2x + 6 > 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 8 \\ x < -2 \end{cases}.$$

No hi ha cap x que al mateix temps siga menor que –2 i major que 8, però la solució són els valors que o bé pertanyen a un interval o bé a l'altre: $x \in (-\infty, -2) \cup (8, +\infty)$.

Comprova que, per exemple, $x = 10$ verifica que $2x - 6 = 20 - 6 = 14 > 10$, i que $x = -3$, també ja que $2x - 6 = -6 - 6 = -12$ el valor absolut del qual és major que 10.

Activitats proposades

22. Resol les inequacions següents:

a) $|x + 3| < 2$ b) $|2x + 5| > 1$ c) $|x - 6| \le 2$ d) $|x - 2| \ge 2$

Autora: Ana Lorente
Revisora: María Molero
Traducció: Pedro Podadera. Instituto Juan de Garay de Valencia
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

4. INEQUACIONS AMB DUES INCÒGNITES

4.1. Inequacions de primer grau amb dues incògnites

És tota inequació del tipus: $ax + by > c$, amb qualssevol dels signes <, >, ≤ o ≥ . Per a resoldre-les:

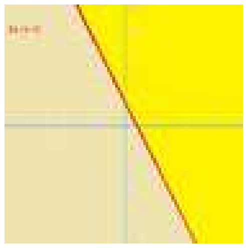
1º) **Representem gràficament** la funció lineal associada $ax + by = c$.
2º) La recta divideix al pla en **dos semiplans**. Utilitzant un punt obtenim qual és el semiplà solució.
3º) La **inclusió o no** en la dita solució de la frontera, depèn de si la desigualtat és estricta o no, respectivament.

Exemple:

$2x + y \geq 2$.

Es dibuixa la recta $2x + y = 2$. El punt (0, 0) no verifica la desigualtat, per tant el semiplà solució és l'altre.

El semiplà marcat en groc és la solució del sistema, incloent-hi la recta que es marca de forma contínua, perquè inclou tots els punts que verifiquen la inequació.



Exemple:

$-x + y < 4$.

Dibuixem la recta $-x + y = 4$. El punt (0, 0) verifica la desigualtat.

El semiplà marcat en groc és la solució del sistema, excloent la recta que es marca de forma discontínua, perquè inclou tots els punts que verifiquen la inequació i els de la recta no ho fan.

Activitats proposades

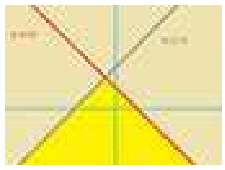
23. Representa els semiplans següents: a) $x + y < 5$ b) $3x + 2y > 0$ c) $2x + y \leq 7$ d) $x - 3y \geq 5$

4.2. Sistemes d'inequacions de primer grau amb dues incògnites

És un conjunt d'inequacions de primer grau, totes amb les mateixes dues incògnites.

El conjunt solució està format per les solucions que verifiquen al mateix temps totes les inequacions. Al conjunt solució se l'anomena **regió factible**.

Exemple:



$\begin{cases} x + y \leq 2 \\ x - y \geq -4 \end{cases}$. La superfície marcada en groc és la solució del sistema, incloent les semirectes roig i gris, ja que ambdues desigualtats són no estrictes. És el que es denomina regió *factible*.

Activitats proposades

24. Representa la regió factible de cada un dels següents sistemes d'inequacions:

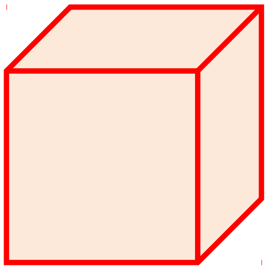
a) $\begin{cases} x - y < 1 \\ x + y \leq 2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x - y \geq 0 \\ y \leq 2 \end{cases}$

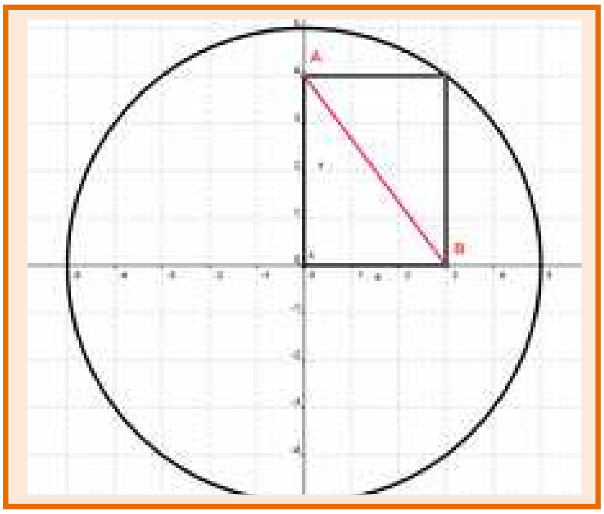
Autora: Ana Lorente
Revisora: María Molero
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

CURIOSITATS. REVISTA

Pensa!

Si un cub pesa mig quilo més la meitat del seu propi pes, quant pesa?





Tenim una circumferència de radi 5 cm. Recolzem en ella un rectangle com el de la figura. A tota velocitat, calcula la diagonal *AB* del rectangle.

Traducció: Pedro Podadera. Institut Juan de Garay de Valencia
Autora: Ana Lorente
Revisora: María Molero
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

Aquests acudits són de l'Exposició "*Ríete con las mates*" del grup d'innovació educativa *Pensamiento Matemático* de la Universitat Politècnica de Madrid.

Programació lineal

La **programació lineal** es fonamenta en sistemes d'inequacions i s'utilitza en microeconomia, en administració d'empreses per minimitzar les gastos i maximitzar els beneficis, en asignació de recursos, en planificació de campanyes de publicitat, per solucionar problemes de transport...

Raonament enganyós

Tot nombre més gran que 4, perquè per qualsevol valor de *x*, $(x-4)^2 \geq 0 \Rightarrow$

$(x-4) \cdot (x-4) \geq 0 \Rightarrow$

$x \cdot (x-4) - 4 \cdot (x-4) \geq 0 \Rightarrow$

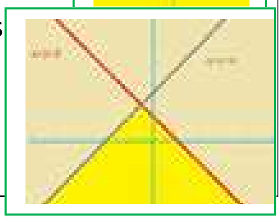
$x \cdot (x-4) \geq 4 \cdot (x-4) \Rightarrow$

$x \geq 4$.

On hem enganyat en aquest raonament?

Observa que hem dividit la desigualtat per $(x-4)$ que per a uns valors de *x* és positiva i no canvia el sentit de la desigualtat, però per a altres és negativa i sí que canvia.

RESUM

		Exemples
Inequació	Desigualtat algebraica en què apareixen una o més incògnites	$4 \geq x + 2$
Inequacions equivalents	Si tenen la mateixa solució	$4 \geq x + 2 \Leftrightarrow 2 \geq x$
Propietats de les desigualtats	• Sumar o restar la mateixa expressió als dos membres de la desigualtat: $a < b, \forall c \Rightarrow a + c < b + c$ • Multiplicar o dividir ambdós membres per un nombre positiu: $a < b, \forall c > 0 \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c$ • Multiplicar o dividir ambdós membres per un nombre negatiu i canviar l'orientació del signe de la desigualtat: $a < b, \forall c < 0 \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c$	• $3x + 2 < 5 \Leftrightarrow 3x + 2 - 2 < 5 - 2 \Leftrightarrow 3x < 3$ • $3x < 3 \Leftrightarrow 3x : 3 < 3 : 3 \Leftrightarrow x < 1$ • $-x < 2 \Leftrightarrow (-x) \cdot (-1) > 2 \cdot (-1) \Leftrightarrow x > -2$ • $3 - x < 2 \Leftrightarrow -x < -1 \Leftrightarrow x > 1$
Inequació de primer grau amb una incògnita	$ax > b$, $ax \geq b$, $ax < b$, $ax \leq b$	$x < 1$
Inequació de segon grau amb una incògnita	$ax^2 + bx + c > 0$	$x^2 - 1 \geq 0$ $\Re = (-\infty,-1] \cup [-1,1] \cup [1,\infty)$ Solució: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$
Sistema d'inequacions de primer grau amb una incògnita	$\begin{cases} a_1x < b_1 \\ a_2x < b_2 \end{cases}$; $\begin{cases} x > 4 \\ x - 3 \geq 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x \leq -3 \end{cases}$. No hi ha solució	
Inequació en valor absolut	$\lvert ax + b \rvert \leq c$ per definició $\begin{cases} ax + b \leq c \\ -ax - b \leq c \end{cases}$	$\lvert x - 3 \rvert \leq 2 \Leftrightarrow$ $x - 3 \leq 2$ y $-(x - 3) \leq 2 \Leftrightarrow$ $x \leq 5$ y $x \geq 1 \Leftrightarrow [1, 5]$
Inequacions de primer grau amb dues incògnites	$ax + by > c$ Representem gràficament dos semiplans que separa la recta i decidim.	$-x + y < 4$ 
Sistemes d'inequacions de primer grau amb dues incògnites	Representem les regions angulars separades per les dues rectes i decidim quin o quines són solució. $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ x - y \geq -4 \end{cases}$	

EXERCICIS I PROBLEMES.

1. Representa en la recta real i escriu en forma d'interval:

a) $-\infty \leq x \leq \frac{3}{2}$

b) $-11 < x < 11$

c) $-2 < x \leq \frac{1}{3}$

2. Escriu els següents intervals mitjançant conjunts i representa'ls en la recta real:

a) [2, 6)

b) (–7, 1)

c) (0, 9]

3. Donada la següent inequació $5 + 3x > 2x + 1$, determina si els següents valors són solució de la mateixa:

0, 1, –1, 2, –2, 3, –4, 6, –7, 12, –15

4. Realitza les transformacions indicades de manera que s'obtinguen equacions equivalents:

I. Sumar 4: $x - 2 > 5$

II. Restar 6: $x - 4 > 8$

III. Multiplicar per 6: $5x \geq 10$

IV. Multiplicar per –4: $-2x \geq 8$

V. Dividir entre 2: $6x < 12$

VI. Dividir entre –2: $20x \geq 60$

5. Resol les següents inequacions i representa la solució en la recta real:

a) $2x - 3 \leq -5$

b) $x - 2 \leq 3x - 5$

c) $12 - x \leq -6$

d) $-5x - 3 \leq -2x + 9$

e) $2(3x - 3) > 6$

f) $-3(3 - 2x) < -2(3 + x)$

g) $2(x + 3) + 3(x - 1) \leq 2(x + 2)$

6. Ressol:

a) $\frac{x}{2} - 6 < 4$

b) $\frac{2x}{3} - 3 \leq -x$

c) $2(3x - 2) > 3 - x$

d) $\frac{2(x + 2)}{3} < 2x$

e) $\frac{x-4}{4}+2>\frac{x+4}{8}$ f) $\frac{x}{2}-4<x-\frac{x+1}{7}$

7. Escriu una inequació la solució de la qual siga l'interval següent:

a) $(-\infty,-3]$

b) $[4,+\infty)$

c) $(-\infty,5)$

d) $(-2,+\infty)$

8. Calcula els valors de x perquè siga possible calcular les arrels següents:

a) $\sqrt{2x-6}$

b) $\sqrt{-x+5}$

c) $\sqrt{10-5x}$

d) $\sqrt{-6x-30}$

9. Resol les següents inequacions de segon grau:

a) $3x^2-75<0$

b) $-x^2+16\leq 0$

c) $-x^2+25\geq 0$

d) $5x^2-80\geq 0$

e) $4x^2-1>0$

f) $25x^2-4<0$

g) $9x^2-16<0$

h) $36x^2+16\leq 0$

10. Resol les següents inequacions de segon grau:

a) $-4x^2+5x\leq 0$

b) $3x^2+7x\geq 0$

c) $2x^2<8x$

d) $-3x^2-6x\geq 0$

e) $-x^2+3x<0$

f) $-5x^2-10x\geq 0$

11. Resol les següents inequacions de segon grau :

a) $3x^2 \leq 0$

b) $8x^2 > 0$

c) $-5x^2 < 0$

d) $9x^2 \geq 0$

12. Resol les següents inequacions de segon grau:

a) $x^2 - 1 \leq 0$

b) $-x^2 - 4x \leq 0$

c) $x^2 + 1 \geq 0$

d) $-3x^2 > 30$

e) $-x^2 - 4 \leq 0$

f) $-3x^2 - 12x \geq 0$

g) $-5x^2 < 0$

h) $x^2 + 9 \geq 0$

13. Resol les següents inequacions de segon grau:

a) $x^2 - 2x > 0$

b) $3x^2 - 3 \leq 0$

c) $5x^2 - 20 \geq 0$

d) $x^2 + 4x > 0$

e) $2x(x - 3) + 1 \geq x - 2$

f) $(x - 2)(x + 3) - x + 5 \leq 2x - 1$

g) $x^2 + 5x + 2 < 2x + 12$

h) $2 - x(x + 3) + 2x \geq 2(x+1)$

14. Calcula els valors de *x* perquè siga possible obtindre les arrels següents:

a) $\sqrt{2x^2+x-3}$

b) $\sqrt{x^2+2x+1}$

c) $\sqrt{-1+2x-x^2}$

d) $\sqrt{x^2+3x+5}$

e) $\sqrt{-x^2+12x-36}$

f) $\sqrt{x^2+6x-27}$

g) $\sqrt{1-4x^2}$

15. Resol les inequacions següents:

a) $2(x-1)^2 > 2$

b) $3(x+1)^2 \leq -12$

c) $-x^2 < 2$

d) $4(x-2)^2 > 1$

e) $-5(x+4)^2 \leq 0$

f) $9(x+1)^2 \leq 81$

16. Resol les inequacions següents:

a) $x(2x-3) - 3(5-x) > 83$

b) $(2x+5)(2x-5) \leq 11$

c) $(7+x)^2 + (7-x)^2 > 130$

d) $(2x-3)(3x-4) - (x-13)(x-4) \geq 40$

e) $(3x-4)(4x-3) - (2x-7)(3x-2) < 214$

f) $8(2-x)^2 > 2(8-x)^2$

g) $\frac{x^2-6}{2} - \frac{x^2+4}{4} \geq 5$

h) $\frac{5x-3}{x} \leq \frac{7-x}{x+2}$

17. Resoldre els següents sistemes d'inequacions amb una incògnita:

a) $\begin{cases} 2x-3 > 0 \\ 5x+1 \leq 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x-4 < 4x+1 \\ -2x+3 < 4x-5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x-3 > x-2 \\ 3x-7 < x-1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x}{5} < 8 \\ \frac{x}{2} - \frac{4x}{9} < 5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{x-1}{3} - \frac{x+3}{2} \leq x \\ \frac{4x-2}{4} - \frac{x-1}{3} \geq x \end{cases}$

18. Resol les inequacions següents:

a) $|2x+1| \le 5$ b) $|-x+1| \ge 2$ c) $|-x+9| \le 10$ d) $|2x-1| > 4$

e) $|-4x+12| < -6$ f) $\left|\frac{x+1}{2}\right| \le 10$ g) $|-4x+8| < 3$

19. Representa gràficament la paràbola $y = x^2 - 5x + 6$ i indica en quins intervals és $x^2 - 5x + 6 > 0$, on $x^2 - 5x + 6 < 0$, on $x^2 - 5x + 6 \ge 0$, i on $x^2 - 5x + 6 \le 0$.

20. Representa els semiplans següents:

a) $x < 0$ b) $y \ge 0$ c) $x + y < 0$ d) $x - y \le 1$

e) $2x - y < 3$ f) $-x + y \ge -2$ g) $3x - y > 4$

21. Representa la regió factible de cada un dels següents sistemes d'inequacions:

a) $\begin{cases} 2x - y \ge 3 \\ 5x + y \le 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - y \ge -3 \\ 5x + y \le 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - y \ge 0 \\ 2x + y > 2 \end{cases}$

22. Quins són els nombres el triple dels quals és major o igual que el seu doble mes 30?

23. Esbrina qual és el menor nombre enter múltiple de 3 que verifica la inequació:

$x + 2 > -3x + 10$.

24. Un cotxe es desplaça per una carretera a una velocitat compresa entre 70 Km/h i 110 Km/h. Entre quins valors oscil·la la distància del cotxe al punt de partida al cap de 4 hores?

25. La tarifa de telefonia de l'empresa A és 25 euros fixos mensuals més 10 cèntims d'euro per minut de conversació, la de l'empresa B és 20 euros fixos més 20 cèntims per minut de conversació. A partir de quants minuts comença a ser més rendible la tarifa de l'empresa A?

26. Una fàbrica paga als seus comercials 20 € per article venut més una quantitat fixa de 600 €. Una altra fàbrica de la competència paga 40 € per article i 400 € fixos. Quants articles ha de vendre un comercial de la competència per a guanyar més diners que el primer?

27. A un venedor d'aspiradores li ofereixen 1000 euros de sou fix més 20 euros per aspiradora venuda. A un altre li ofereixen 800 euros de fixes més 25 euros per aspiradora venuda. Explica raonadament quin sou és millor a partir de quina quantitat d'aspiradores venudes.

28. L'àrea d'un quadrat és menor o igual que 64 cm.^{2} Determina entre quins valors es troba la mida del costat.

29. El perímetre d'un quadrat és menor que 60 metres. Determina entre quins valors es troba la mida del costat.

30. Un forner fabrica barres i fogasses. La barra de pa porta 200 grams de farina i 5 grams de sal, mentres que la fogassa porta 500 grams de farina i 10 grams de sal. Si disposa de 200 kg de farina i 2 kg de sal, determina quants pans de cada tipus poden fer-se.

AUTOAVALUACIÓ

1. La desigualtat $2 < x < 7$ es verifica per als valors:

a) 2, 3 i 6 b) 3, 4'7 i 6 c) 3, 5'2 i 7 d) 4, 5 i 8

2. Té com a solució $x = 2$ la inequació següent:

a) $x < 2$ b) $x > 2$ c) $x \leq 2$ d) $x + 3 < 5$

3. La solució de la inequació $3,4 + 5,2x - 8,1x < 9,4 + 7,3x$ és:

a) $x < -10/17$ b) $x > -3/5,1$ c) $x > -10/1,7$ d) $x < +6/10,2$

4. L'equació $x^2 \leq 4$ té de solucions:

a) $x \in (-2, 2)$ b) $x \in [-2, 2]$ c) $x \in (-\infty,-2) \cup (2, +\infty)$ d) $x \in (-\infty,-2] \cup [2, +\infty)$

5. La suma de les edats de dues persones és major de 40 anys i la seua diferència menor o igual que 8 anys. Quin dels següents sistemes d'inequacions ens permet calcular les seues edats?

a) $\begin{cases} x + y > 40 \\ y - x \leq 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y \geq 40 \\ y - x < 8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y > 40 \\ x - y < 8 \end{cases}$ *d)* $\begin{cases} x + y < 40 \\ x - y \leq 8 \end{cases}$

6. El perímetre d'un rectangle és menor que 14 cm. Si la base és major que el doble de l'altura menys 3 cm, algun valor que verifica és sistema és:

a) base = 4 cm, altura = 1 cm b) base = 2 cm, altura = 3 cm c) base = 6, altura = 4cm

d) base = 9 cm, altura = 2 cm

7. La solució de la inequació $|-x + 7| \leq 8$ és:

a) $[-1, 15]$ b) $(-\infty, -1]$ c) $(-1, 1)$ d) $[1, \infty)$

8. Les solucions possibles de $\sqrt{5x - 9}$ són:

a) $x < 9/5$ b) $x > 9/5$ c) $x \leq 9/5$ d) $x \geq 9/5$

9. La solució de la inequació $\frac{2x - 3}{x - 2} < 1$ és:

a) $(1, 2)$ b) $(-\infty, 1)$ c) $x < 1 \cup x > 2$ d) $(-1, 2)$

10. Una inequació la solució de la qual siga l'interval $(-\infty, 5)$ és:

a) $5x - 3x + 2 < 9x + 2$ b) $8x - 3x + 7 < 9x + 2$

c) $5x - 3x + 2 < 7x + 27$ d) $5x - 3x - 2 > 7x - 27$