Matemàtiques orientades a les ensenyances aplicades:

4t A ESO
Capítol 4:
Equacions i sistemes lineals

LibrosMareaVerde.tk

www.apuntesmareaverde.org.es

Autora: Raquel Hernández

Revisors: María Molero i Javier Rodrigo

Il·lustracions: Raquel Hernández i Banc d'Imatges d'INTEF

Traducció al valencià: Pedro Podadera IES Juan de Garay

Índex

Resum

Ja saps resoldre moltes equacions i sistemes d'equacions, i utilitzar-ho per a resoldre gran nombre de problemes d'allò més variat. En aquest capítol repassarem la resolució d'equacions que ja coneixes, de primer grau, de segon… i aprendrem a resoldre algunes noves equacions i a utilitzar allò que s'ha aprés per a resoldre problemes de la vida quotidiana per mitjà de les equacions.

Repassarem també els sistemes d'equacions lineals, com es resolen per diferents mètodes i la seua aplicació per a resoldre problemes que ens rodegen, però utilitzarem aqueixos mètodes per a resoldre alguns sistemes nous que no siguen lineals.

Els matemàtics han tardat prop de tres mil anys a comprendre i resoldre equacions tan senzilles i que tan bé coneixes com $ax + b = 0$. Ja els egipcis resolien problemes que es poden considerar d'equacions encara que no existia la notació algebraica. El matemàtic grec *Diofanto* al segle III va resoldre equacions de primer i segon grau. Al segle XV va haver-hi un desafiament per a premiar a qui resolguera una equació de tercer grau. Al segle XIX es va demostrar que no hi ha una fórmula general que resolga les equacions de cinqué grau.

Autora: Raquel Hernández
Traducció al valencià: Pedro Podadera IES Juan de Garay
Il·lustracions: Raquel Hernández i Banc d'Imatges d'INTEF

EQUACIONS

1.1. Concepte d'equació

Una **equació** és una igualtat algebraica que únicament és certa per a alguns valors de les incògnites. Els valors de les incògnites que fan certa la igualtat són les **solucions** de l'equació.

Resoldre una equació és trobar les seues solucions, és a dir, els valors que en substituir-los en l'equació la converteixen en una identitat numèrica.

Comprovar la solució consisteix a substituir-la a l'equació i veure si la igualtat obtinguda és una identitat.

Cal diferenciar una **equació** d'una **identitat** algebraica com a $x(x + 2) = x^2 + 2x$ que és certa per a tot valor de x.

Les equacions poden tindre una única incògnita, o més d'una. Poden ser polinòmiques o d'un altre tipus (exponencial, racional, irracional…). A les equacions polinòmiques els exponents de les incògnites són nombres naturals. Poden ser de primer grau, si l'exponent més alt de la incògnita és u, de segon grau si és dos…

Exemple:

- L'equació $(x + 3)^2 = 4x^3$ és una equació polinòmica de tercer grau amb una incògnita.
- L'equació $7x + \frac{1}{x-2} = 0$ és una equació racional. No és polinòmica.
- L'equació $7x + sen2x = 0$ no és una equació polinòmica.
- L'equació $4xy + 8x = 0$ és polinòmica de dues variables.

Dues equacions són **equivalents** si tenen la mateixa solució.

Per a resoldre equacions anem substituint-la per una altra equivalent fins a arribar a la solució. Per a obtindre equacions equivalents podem:

1) Sumar o restar un mateix terme a ambdós membres de l'equació.
2) Multiplicar ambdós membres per un mateix nombre.
3) Dividir ambdós membres per un mateix nombre cuidant que aqueix valor no siga zero.

Exemple:

- Per a resoldre 5x + 3 = 9 l'anem substituint per altres equivalents:

$5x + 3 = 9 \Rightarrow$ (restem 3 a ambdós membres de l'equació)

$5x + 3 – 3 = 9 – 3 \Rightarrow 5x = 6 \Rightarrow$ (dividim ambdós membres per 5 que és diferent de zero)

$5x/5 = 6/5 \Rightarrow x = 6/5$. Ja coneixem la solució, $x = 6/5$.

Comprovem si x = 6/5 és la solució substituint a l'equació:

$5x + 3 = 9 \Rightarrow 5(6/5) + 3 = 9 \Rightarrow 6 + 3 = 9$. En efecte, 6/5 és solució.

El procediment per a resoldre equacions de primer grau amb una incògnita, recorda que és:

1) Eliminar els denominadors
2) Eliminar els parèntesis
3) Agrupar els termes amb la incògnita en un membre i els termes independents a l'altre.
4) Efectuar operacions
5) Aïllar la incògnita.

Exemple:

- Resoldre: $9(2-3x)+\frac{4}{5}(x-3)=4x-\frac{7-3x}{5}$

1) Eliminar els denominadors

$9(2-3x)+\frac{4}{5}(x-3)=4x-\frac{7-3x}{5} \Rightarrow 5\cdot 9(2-3x)+4(x-3)=5\cdot 4x-(7-3x) \Rightarrow$

2) Eliminar els parèntesis

$90 - 135x + 4x - 12 = 20x - 7 + 3x \Rightarrow$

3) Agrupar els termes amb la incògnita en un membre i els termes independents en l'altre.

$135x + 4x - 20x - 3x = -7 - 90 + 12 \Rightarrow$

4) Efectuar operacions

$154x = -85 \Rightarrow$

5) Aïllar la incògnita.

$x = -85/-154 = 85/154$

Activitats proposades

1. Escriu tres equacions equivalents a $4x - 5xy + 7 - 2yx = 8x$.

2. Resol les equacions següents:

a) $5(7x + 6) = 21$ b) $-2x + 7 = -7(3x - 2) - 8x$ c) $2x - 6(9 + 5x) = 4(x + 6) + 7$

3. Resol les equacions següents:

a) $9(2-3x)+\frac{4}{5}(x-3)=4x-\frac{7-3x}{5}$ b) $6-\left(8-4\left(3x-\frac{3}{7}\right)\right)=2x-\frac{5-9x}{7}$ c) $8(3x-5)=7(6-9x)$

4. Comprova que la solució de $\frac{x-1}{2}-\frac{x+1}{3}=\frac{1}{6}$ és $x = 6$.

5. Escriu tres equacions de primer grau que tinguen com a solució 3, altres tres que tinguen infinites solucions i tres que no tinguen solució.

6. Calcula les dimensions d'un rectangle sabent que el seu perímetre és 30 cm i que la seua base és doble que la seua altura.

7. Resol les equacions següents:

a) $2(3x + 4) = 7$ b) $-4x + 6 = -9(5x - 1) - 5x$

c) $4x - 7(11 + 2x) = 6(x + 8) + 9$ d) $2(3-4x)+\frac{4}{7}(x-2)=2x-\frac{5-4x}{7}$

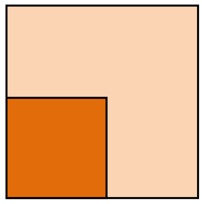
e) $2-\left(7-5\left(2x-\frac{1}{3}\right)\right)=4x-\frac{6-2x}{3}$ f) $3(7x-1)=9(3-2x)$

1.2. Equacions de 2n grau

Hi ha equacions de segon grau que ja saps resoldre. En aquest capítol aprofundirem i aprendrem a resoldre aquest tipus d'equacions. Per exemple, el següent problema ja saps resoldre'l:

Activitats resoltes

- S'augmenta el costat d'un taulell quadrat en 3 cm i la seua àrea ha quedat multiplicada per 4, Quin costat tenia el taulell?



Plantegem l'equació:

$$(x + 3)^2 = 4x^2$$

Aquesta equació si saps resoldre-la! $x + 3 = 2x$, per tant el costat és de 3 cm.

Hi ha una altra solució, $x = -1$, que no té sentit com a costat d'un quadrat.

Repassarem de forma ordenada l'estudi d'aquestes equacions.

Una **equació de segon grau** és una equació polinòmica en la que la major potència de la incògnita és 2. Les equacions de segon grau es poden escriure de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

on a, b i c són nombres reals, amb $a \neq 0$.

Exemple:

- Són equacions de 2n grau per exemple

$$5x^2 - 8x + 3= 0; \qquad -3x^2 + 9x + -6 = 0; \qquad x^2 - (3/4)x - 2,8 = 0$$

Exemple:

- Els coeficients de les equacions de 2n grau són nombres reals, per tant poden ser fraccions o arrels. Per exemple:

$$\frac{3}{5}x^2 - 4x + \frac{1}{2} = 0; \quad \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{5}x + \frac{3}{4} = 0; \quad -5,8x^2 + 1,7x + -0,02 = 0; \quad \sqrt{2}x^2 + 3x - \sqrt{5} = 0$$

Activitats proposades

8. Indica si són equacions de segon grau les equacions següents:

a) $5x^2 - \sqrt{2}x + 8 = 0$ c) $3,2x^2 - 1,25 = 0$ e) $2x^2 - \frac{3}{x} = 0$

b) $5xy^2 - 8 = 0$ d) $28 - 6,3x = 0$ f) $2x^2 - 3\sqrt{x} + 4 = 0$

9. A les següents equacions de segon grau, indica qui són a, b i c.

a) $2 - 7x^2 + 11x = 0$ b) $-2,3x^2 + 6,7x = 0$

c) $5x^2 - 9 = 0$ d) $9,1x^2 - 2,3x + 1,6= 0$

1.3. Resolució d'equacions de 2n grau completes

S'anomena **equació de segon grau completa** a aquella que té valors diferents de zero para *a*, *b* i *c*.

Per a resoldre les equacions de segon grau completes s'utilitza la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Aquesta fórmula ens permet calcular les dues solucions de l'equació.

Anomenem **discriminant** a la part de la fórmula que està a l'interior de l'arrel:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Activitats resoltes

- Resol l'equació de segon grau $x^2 - 5x + 6 = 0$

Primer hem de saber qui són *a*, *b* i *c*:

$$a = 1;\ b = -5;\ c = 6$$

Substituint aquests valors a la fórmula, obtenim:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4\cdot 1\cdot 6}}{2\cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

Per tant, les dues solucions són:

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = 3; \qquad x_2 = \frac{5-1}{2} = 2$$

En efecte, $3^2 - 5\cdot 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = 0$, i $2^2 - 5\cdot 2 + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$, per tant 3 i 2 són solucions de l'equació.

Activitats proposades

10. Resol les següents equacions de 2n grau completes:

a) $x^2 - 7x + 12 = 0$ b) $3x^2 + 2x - 24 = 0$

c) $2x^2 - 9x + 6 = 0$ d) $x^2 - 3x - 10 = 0$

11. Resol les equacions següents:

a) $5x - 2\cdot\frac{x-1}{5} = x^2 - \frac{10x+8}{5}$ b) $4\cdot\frac{x-3}{5} - \frac{7-4x}{x} = 8$ c) $x(x-2) + 3(x^2-7) + 11 = -11$

d) $6(x^2-7) + 2(x^2-9) + 3 = 2$ e) $\frac{3-6x^2}{2x} - \frac{1}{3} = \frac{2x-5}{6}$ f) $\frac{1-2x^2}{3x} - \frac{2}{5} = \frac{4x-2}{15}$

1.4. Nombre de solucions d'una equació de 2n grau completa

Abans hem definit el que era el **discriminant**, te'n recordes?

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Per a saber quantes solucions té una equació de 2n grau, ens anem a fixar al signe del discriminant.

Si $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, l'equació té dues solucions reals i distintes.

Si $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, l'equació té dues solucions reals iguals (una solució doble).

Si $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, l'equació no té solució.

Exemple:

- L'equació $x^2 - 4x - 12 = 0$ té com a discriminant:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4\cdot1\cdot(-12) = 16 + 48 = 64 > 0$$

Per tant, l'equació donada té 2 solucions reals i distintes, 6 i –2. (Comprovació*:* $6^2 - 4\cdot6 - 12 = 36 - 24 - 12 = 0$ i $(-2)^2 - 4(-2) - 12 = 4 + 8 - 12 = 0$).

- L'equació $x^2 - 4x + 4 = 0$ té com a discriminant:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4\cdot1\cdot4 = 16 - 16 = 0$$

Per tant, l'equació té dues solucions reals iguals. Es pot escriure com:

$x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0$, que té la solució doble $x = 2$.

- L'equació $x^2 + 5x + 9 = 0$ té com a discriminant

$$\Delta = b^2 - 4ac = (5)^2 - 4\cdot1\cdot(9) = 25 - 36 = -11 < 0$$

Per tant, l'equació no té solució real. Cap nombre real verifica l'equació.

Activitats proposades

12. Esbrina quantes solucions tenen les següents equacions de 2n grau:

a) $5x^2 + 2x + 4 = 0$ **b)** $2x^2 - 7x + 8 = 0$

c) $x^2 - 5x - 11 = 0$ **d)** $3x^2 - 8x + 6 = 0$

1.5. Resolució d'equacions de 2n grau incompletes

Anomenem **equació de 2º grau incompleta** a aquella equació de segon grau en què el coeficient *b* val 0 (falta *b*), o el coeficient *c* val 0 (falta *c*).

Observa: Si el coeficient *a* val zero no és una equació de segon grau.

Exemple:

- L'equació de 2n grau $2x^2-18=0$ és incompleta perquè el coeficient b = 0, és a dir, falta b.
- L'equació de 2n grau $3x^2 - 15x = 0$ és incompleta perquè no té *c*, és a dir, *c* = 0.

Una equació de segon grau incompleta també es pot resoldre utilitzant la fórmula de les completes però és un procés més lent i és més fàcil equivocar-se.

Si el coeficient *b* = 0: Aïllem la incògnita normalment, com fèiem a les equacions de primer grau:

$ax^2 + c = 0 \Rightarrow ax^2 = -c \Rightarrow x^2 = \frac{-c}{a} \Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{-c}{a}}$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$. Si $\frac{-c}{a} > 0$ té dues solucions distintes, si $\frac{-c}{a} < 0$ no hi ha solució.

Si el coeficient *c* = 0: Traiem factor comú:

$$ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x(ax + b) = 0.$$

Perquè el producte de dos factors valga zero, un dels factors ha de valdre zero.

Per tant $x = 0$, o $ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$

Resum

Si $b = 0$, $ax^2 + c = 0$, aïllem la incógnita:

$$x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}},\ \text{si } c \leq 0.$$

Si $c = 0$, $ax^2 + bx = 0$, traiem factor comú:

$$x = 0 \ \text{ i } \ x = \frac{-b}{a}.$$

Exemple:

- A l'equació $2x^2 - 50 = 0$ falta la b. Per a resoldre-la aïllem la incògnita, és a dir, x^2:

$$2x^2 - 50 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 50 \Rightarrow x^2 = 50/2 = 25$$

Una vegada que arribem ací, ens falta llevar aqueix quadrat que porta nostra incògnita. Per a això, fem l'arrel quadrada als 2 membres de l'equació:

$$x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

Així hem obtingut les dues solucions de la nostra equació, 5 i –5. En efecte, $2\cdot 5^2 - 50 = 2\cdot 25 - 50 = 0$, i $2\cdot(-5)^2 - 50 = 2\cdot 25 - 50 = 0$

Exemple:

- A l'equació $4x^2 - 24x = 0$ falta la c. Per a resoldre-la, traiem factor comú:

$$4x^2 - 24x = 0 \Rightarrow 4x(x - 6) = 0$$

Una vegada que arribem ací, tenim dues opcions

1) $4x = 0 \Rightarrow x = 0$.
2) $x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$.

Així hem obtingut les dues solucions de l'equació $x = 0$ i $x = 6$.

En efecte, $4\cdot 0^2 - 24\cdot 0 = 0$, i $4\cdot(6)^2 - 24\cdot 6 = 4\cdot 36 - 24\cdot 6 = 144 - 144 = 0$.

Activitats resoltes

- Resol l'equació de 2n grau $3x^2 - 27 = 0$:

Solució: Es tracta d'una equació de 2º grau incompleta on falta la *b*. Per tant, aïllem la incògnita

$3x^2 - 27 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 27 \Rightarrow x^2 = 27/3 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$. Les solucions són 3 i –3.

- Resol l'equació de 2n grau $x^2 + 8x = 0$:

Solució: Es tracta d'una equació de 2n grau incompleta on falta la *c*.

Per tant, traiem factor comú: $x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x(x + 8) = 0$

Obtenim les dues solucions: $x = 0$ i $x + 8 = 0 \Rightarrow x = –8$. Les solucions són 0 i –8.

Activitats proposades

13. Resol les següents equacions de 2n grau incompletes:

a) $3x^2 + 18x = 0$ b) $5x^2 – 180 = 0$

c) $x^2 – 49 = 0$ d) $2x^2 + x = 0$

e) $4x^2 – 25 = 0$ f) $5x^2 – 10x = 0$

1.6. Suma i producte de les solucions en una equació de segon grau

Si en una equació de segon grau: $x^2 + bx + c = 0$, amb $a = 1$, coneixem les seues solucions: x_1 i x_2 sabem que podem escriure l'equació de forma factoritzada:

$$(x – x_1) \cdot (x – x_2) = 0$$

Fem operacions:

$$x^2 – x_1 \cdot x – x_2 \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0 \Rightarrow x^2 – (x_1 + x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0,$$

pel que el coeficient *c* és igual al producte de les solucions i la suma de les solucions és igual a l'oposat del coeficient *b*, és a dir, –*b*.

$$\boldsymbol{x_1 \cdot x_2 = c;\ x_1 + x_2 = –b.}$$

Si l'equació és $ax^2 + bx + c = 0$, dividint per *a*, ja tenim una de coeficient $a = 1$, i obtenim que:

$$\boldsymbol{x_1\ x_2 = \frac{c}{a};\ x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}}$$

Aquesta propietat ens permet, de vegades, resoldre mentalment algunes equacions de segon grau.

Activitats resoltes

- Resol mentalment l'equació $x^2 – 5x + 6 = 0$.

Busquem, mentalment dos nombres el producte dels quals siga 6 i la suma dels quals siga 5. En efecte, 2· 3 = 6, i 2 + 3 = 5, per tant les solucions de l'equació són 2 i 3.

- Resol mentalment l'equació $x^2 – 6x + 9 = 0$.

El producte ha de ser 9. Provem amb 3 com a solució, i en efecte 3 + 3 = 6. Les solucions són l'arrel 3 doble.

- Resol mentalment l'equació $x^2 – x – 2 = 0$.

Les solucions són –1 i 2, perquè el seu producte és –2 i la seua suma 1.

- Resol mentalment l'equació $x^2 + x - 2 = 0$.

Les solucions són 1 i –2, perquè el seu producte és –2 i la seua suma –1.

Activitats proposades

14. Resol mentalment les següents equacions de 2º grau:

a) $x^2 + 6x = 0$ b) $x^2 + 2x - 8 = 0$

c) $x^2 - 25 = 0$ d) $x^2 - 9x + 20 = 0$

e) $x^2 - 3x - 4 = 0$ f) $x^2 - 4x - 21 = 0$

15. Escriu una equació de segon grau les solucions de la qual siguen 3 i 7.

16. El perímetre d'un rectangle mesura 16 cm i la seua àrea 15 cm^2. Calcula les seues dimensions.

17. Si 3 és una solució de $x^2 - 5x + a = 0$, quant val a?

1.7. Altres equacions

Durant segles els algebristes han buscat fórmules, com la que ja coneixes de l'equació de segon grau, que resolguera les equacions de tercer grau, de quart, de cinqué… sense èxit a partir del cinqué grau. Les fórmules per a resoldre les equacions de tercer i quart grau són complicades. Només sabem resoldre de forma senzilla algunes d'aquestes equacions.

Exemple:

- Resol: $(x - 2) \cdot (x - 6) \cdot (x + 1) \cdot (x - 3) \cdot (x - 7) = 0$.

És una equació **polinòmica** de grau cinc, però en estar factoritzada sabem resoldre-la perquè el producte de diversos factors de zero, un d'ells ha de valdre zero. Igualant a zero cada factor tenim que les solucions són 2, 6, –1, 3 i 7.

Exemple:

- L'equació $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ és una equació polinòmica de quart grau, però amb una forma molt especial. S'anomena **equació biquadrada**, perquè podem transformar-la en una equació de segon grau anomenant a x^2 per exemple, z.

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Rightarrow z^2 - 5z + 4 = 0 \Rightarrow z = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2}$$

Una solució de l'equació de segon grau és $z = 4$, i l'altra és $z = 1$.

Per tant si $z = x^2 = 4$, aleshores $x = 2$ i $x = -2$.

I si $z = x^2 = 1$, aleshores $x = 1$ i $x = -1$.

La nostra equació de quart grau té quatre solucions: 2, –2, 1 i –1.

Exemple:

Si hi ha incògnites al denominador, l'equació es denomina **racional**, i es resol de forma semblant, llevant denominadors.

- Resol $\frac{3x-8+9x}{2x}=4$

Llevem denominadors: $\frac{3x-8+9x}{2x}=4 \Rightarrow 3x-8+9x=8x \Rightarrow 3x+9x-8x=8 \Rightarrow 4x=8 \Rightarrow x=2$.

Exemple:

Si hi ha incògnites dins d'un radical, l'equació es denomina **irracional**, i es resol aïllant el radical i elevant al quadrat (o a l'índex del radical). Ara és necessari tindre una precaució, en elevar al quadrat, l'equació obtinguda no és equivalent, es poden haver afegit solucions.

- Resol $2+\sqrt{x-3}=x-1$

S'aïlla el radical: $2+\sqrt{x-3}=x-1 \Rightarrow \sqrt{x-3}=x-1-2 \Rightarrow \sqrt{x-3}=x-3$

Elevem al quadrat: $(\sqrt{x-3})^2=(x-3)^2 \Rightarrow x-3=x^2-6x+9 \Rightarrow x^2-7x+12=0$.

Resolem l'equació de segon grau que té per solucions 4 i 3, i comprovant a l'equació inicial, ambdues són solucions d'aquesta equació.

Exemple:

Si la incògnita està en un exponent l'equació es denomina **exponencial**. Si podem expressar els dos membres de l'equació com a potències de la mateixa base, s'igualen els exponents.

- Resol: $3^{2x}=\frac{1}{81}$

Expressem l'equació com a potències d'una mateixa base: $3^{2x}=\frac{1}{81} \Rightarrow 3^{2x}=3^{-4}$

Igualem els exponents: $2x=-4 \Rightarrow x=-2$.

Activitats proposades

18. Resol les equacions següents:

a) $(x-6)\cdot(x-3)\cdot(x+7)\cdot(x-1)\cdot(x-9)=0$ b) $3(x-4)\cdot(x-8)\cdot(x+5)\cdot(x-2)\cdot(x-1)=0$

19. Resol les equacions biquadrades següents:

a) $x^4-13x^2+36=0$ b) $x^4-29x^2+100=0$ c) $x^4-10x^2+9=0$ d) $x^4-26x^2+25=0$

20. Resol les equacions racionals següents:

a) $\frac{2x-1+7x}{3x}=\frac{3}{x}-2$ b) $\frac{1}{x}+1-\frac{1}{x-2}=\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}=\frac{4}{3}$ d) $\frac{2x-3}{x}+\frac{1}{x}=1$

21. Resol les equacions irracionals següents:

a) $5+\sqrt{x-1}=x+2$ b) $\sqrt{x-2}+3\sqrt{x-2}=x+1$ c) $\sqrt{x}-4=x-1$ d) $7+\sqrt{x+4}=x+9$

22. Resol les equacions exponencials següents:

a) $2^{x+5}+2^{x+4}+2^{x+3}=28$ b) $5^{3x}=\frac{1}{625}$ c) $2^{2x}\cdot 4^{x}=\frac{1}{16}$

2. SISTEMES D'EQUACIONS

2.1. Concepte de sistema d'equacions lineals

Una equació amb diverses incògnites és una igualtat que les relaciona.

Per exemple:

$x^2 + y^2 = 36$, és l'equació d'una circumferència de centre l'origen i radi 6.

Un **sistema d'equacions** és, per tant, un conjunt d'equacions amb diverses incògnites.

Per exemple:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 36 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases}$$

La primera equació és la d'una circumferència de centre l'origen i radi 6, i la segona és l'equació d'una recta que passa per l'origen. Les solucions del sistema són els punts d'intersecció entre la circumferència i la recta.

S'anomena **solució del sistema** a cada un dels conjunts de nombres que verifiquen totes les equacions del sistema.

Dos sistemes són **equivalents** quan tenen les mateixes solucions.

Un **sistema d'equacions lineals** amb dues incògnites està format per equacions de primer grau i es pot expressar de la forma:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

on *a, b, a'* i *b'* son nombres reals que es denominen **coeficients** i *c* i *c'* també són nombres reals anomenats **termes independents**.

La **solució del sistema** és un parell de valors (*x*, *y*) que satisfan les dues equacions del sistema.

Exemple:

Són sistemes d'equacions lineals, per exemple:

$$\begin{cases} 5x - 3y = -2 \\ 7x + 9y = 4 \end{cases}; \quad \begin{cases} 6x + 3y = 7 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 8x - 4y = 5 \end{cases}; \quad \begin{cases} 5y + 3 = 4x \\ 8x - 4 = 6y \end{cases}$$

Exemple:

No és un sistema lineal $\begin{cases} 4xy + 6y = 1 \\ 5x - 7xy = 3 \end{cases}$ perquè té termes en *xy*, encara que és un sistema de dues equacions.

Tampoc ho és $\begin{cases} 4x^2 + 6y = 5 \\ 3x - 7y = 8 \end{cases}$ perquè té un terme en x^2, encara que és un sistema de dues equacions.

Activitats proposades

23. Raona si són o no sistemes d'equacions lineals els sistemes següents:

a) $\begin{cases} 3xy + y = 5 \\ 5x - 4y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6y - 4x = 3 \\ x - 7y = -8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 3 = 2y \\ 4x + 6y = 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 + y = 2 \\ 3x + y^2 = 4 \end{cases}$

2.2. Classificació de sistemes d'equacions lineals

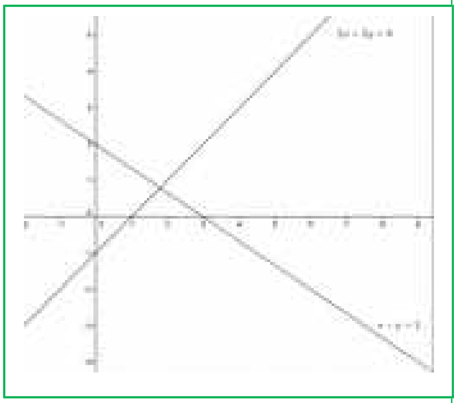
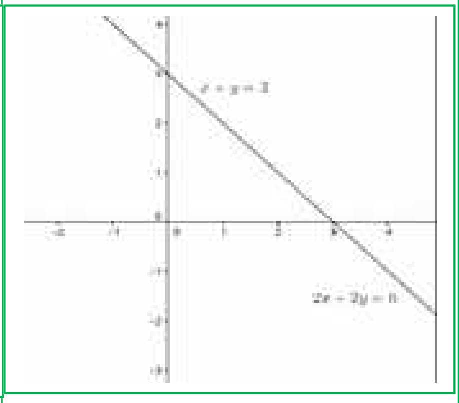
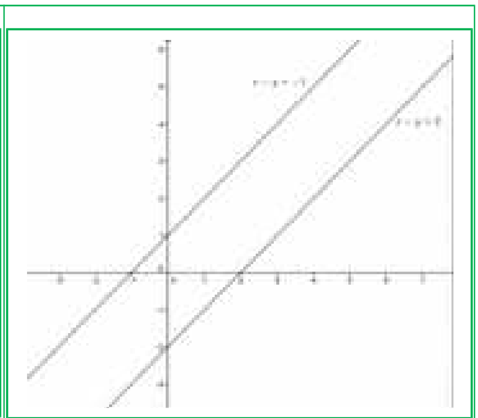
En un sistema d'equacions lineals amb dues incògnites, cada una de les equacions representa una recta al pla.

Aquestes rectes poden estar posicionades entre si de tres maneres distintes, la qual cosa ens ajudarà a classificar el nostre sistema en:

1) **Compatible determinat**: el sistema té una única solució, per la qual cosa les rectes són **SECANTS**, es tallen en un únic punt.

2) **Compatible indeterminat**: el sistema té infinites solucions, per la qual cosa les rectes són **COINCIDENTS.**

3) **Incompatible**: el sistema no té solució, per la qual cosa les rectes són **PARAL·LELES.**

		
Compatible determinat	**Compatible indeterminat**	**Incompatible**
Rectes secants	**Rectes coincidents**	**Rectes paral·leles**

Activitats resoltes

- Afig una equació a $x - 2y = 2$ perquè el sistema resultant siga:

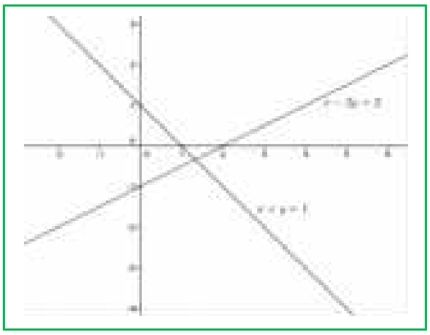
  a) Compatible determinat

  b) Incompatible

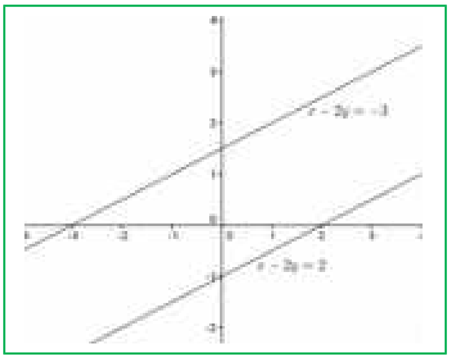
  c) Compatible indeterminat

Solució:

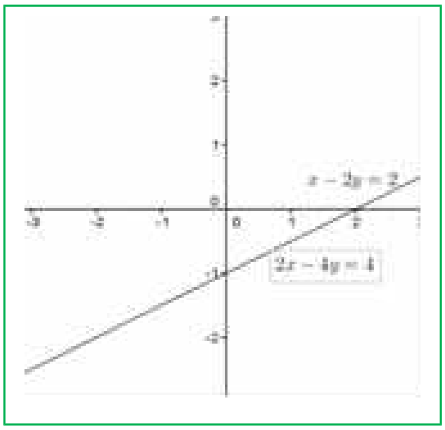
a) Per a que el sistema siga compatible determinat, afegirem una equació que no tinga els mateixos coeficients que la que ens donen. Per exemple, $x + y = 1$.



b) Per a que siga incompatible, els coeficients de les incògnites han de ser els mateixos (o proporcionals) però tindre diferent terme independent. Per exemple $x - 2y = -3$, (o $2x - 4y = 0$).



c) Per a que siga compatible indeterminat, posarem una equació proporcional a la que tenim. Per exemple $2x - 4y = 4$.



Una forma de resoldre un sistema lineal de dues equacions és el de **resolució gràfica**, representant, com hem vist a l'exemple anterior, les dues rectes definides per les equacions del sistema als mateixos eixos coordenats, classificant el sistema i si és compatible i determinat, determinant el punt d'intersecció.

Activitats proposades

24. Resol gràficament els següents sistemes i classifica'ls:

a) $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ -3x + y = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 3 \\ -2y + 2x = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 4x - 6y = 6 \end{cases}$

25. Resol gràficament els següents sistemes i classifica'ls:

a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ -3x + y = -3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 3 \\ -2y + x = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x - 4y = 4 \end{cases}$

2.3. Resolució de sistemes lineals pel mètode de substitució

El **mètode de substitució** consisteix a aïllar una incògnita d'una de les equacions del sistema i substituir l'expressió obtinguda en l'altra equació.

Així, obtenim una equació de primer grau en la que podem calcular la incògnita aïllada. Amb el valor obtingut, obtenim el valor de l'altra incògnita.

Exemple:

Resoldrem el sistema $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ pel mètode de substitució:

Aïllem *x* de la segona equació:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \Rightarrow x = 3 - 2y \end{cases}$$

i la substituïm a la primera:

$2(3 - 2y) - 3y = -1 \Rightarrow 6 - 4y - 3y = -1 \Rightarrow -4y - 3y = -1 - 6 \Rightarrow -7y = -7 \Rightarrow y = (-7)/(-7) = 1$

Amb el valor obtingut de *y*, calculem la *x*:

$x = 3 - 2y \Rightarrow x = 3 - 2\cdot 1 = 1$.

Solució:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Activitats proposades

26. Resol els següents sistemes pel mètode de substitució:

a) $\begin{cases} 3x + 4y = 26 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 4y = 26 \\ 3x + y = 24 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 2x + 3y = 14 \end{cases}$

2.4. Resolució de sistemes lineals pel mètode d'igualació

El **mètode d'igualació** consisteix a aïllar la mateixa incògnita a les dues equacions que formen el sistema i igualar els resultats obtinguts.

Així, obtenim una equació de primer grau en la que podrem calcular la incògnita aïllada. Amb el valor obtingut, calculem el valor de l'altra incògnita.

Exemple:

Resoldrem el sistema $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ pel mètode d'igualació:

Aïllem la mateixa incògnita a les dues equacions que formen el sistema:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \Rightarrow x = \dfrac{3y-1}{2} \\ x + 2y = 3 \Rightarrow x = 3 - 2y \end{cases}$$

Igualem ara els resultats obtinguts i resolem l'equació resultant:

$$\frac{3y-1}{2} = 3 - 2y \Rightarrow 3y - 1 = 2(3 - 2y) = 6 - 4y \Rightarrow 3y + 4y = 6 + 1 \Rightarrow 7y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{7} = 1$$

Amb el valor obtingut de *y*, calculem la *x*:

$x = 3 - 2y \Rightarrow x = 3 - 2\cdot(1) = 1$

Solució:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Activitats proposades

27. Resol els següents sistemes pel mètode d'igualació:

a) $\begin{cases} 3x + y = 18 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 4x + 2y = 26 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 7x - 4y = 10 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$

2.5. Resolució de sistemes lineals pel mètode de reducció

El **mètode de reducció** consisteix a eliminar una de les incògnites sumant les dues equacions. Per a això es multipliquen una o ambdues equacions per un nombre de manera que els coeficients de *x* o *y* siguen iguals però de signe contrari.

Exemple:

Resoldrem el sistema $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ pel mètode de reducció:

Multipliquem la segona equació per -2 per a que els coeficients de la *x* siguen iguals però de signe contrari i sumem les equacions obtingudes:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-2)} \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -2x - 4y = -6 \end{cases} \xrightarrow{sumem} \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 0 - 7y = -7 \end{cases} \Rightarrow y = (-7)/(-7) = 1$$

Amb el valor obtingut de *y*, calculem la *x*:

$2x - 3\cdot1 = -1 \Rightarrow 2x = -1 + 3 = 2 \Rightarrow x = 2/2 = 1$

Solució:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Activitats proposades

28. Resol els següents sistemes pel mètode de reducció:

a) $\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 2x - 5y = -23 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x + 3y = 19 \\ 4x + y = 11 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 3x - 2y = 13 \end{cases}$

2.6. Sistemes d'equacions no lineals

Si alguna de les equacions del sistema **no** és lineal, el sistema ja no és lineal.

Es resol per qualsevol dels mètodes anteriors, per exemple per substitució, aïllant, si és possible una incògnita d'exponent u.

Exemple:

Per a resoldre $\begin{cases} x + y = 14 \\ xy = -15 \end{cases}$ aïllem "*y*" de la primera equació: *y* = 14 – *x*, i la substituïm a la segona: *xy*=*x*(14 – *x*) = –15 ⇒ 14*x* – x^2 = –15 ⇒ x^2 – 14*x* – 15 = 0.

Resolem l'equació de segon grau, i les solucions són: 15 i –1.

Com *y*= 14 – *x*, si *x* = 15 aleshores *y* = –1, i si *x* = –1 tenim que *y* = 15.

Les solucions són els punts (15, –1) i (–1, 15), punts d'intersecció entre la hipèrbola *xy* = 15, i la recta *x*+*y*= 14.

Activitats proposades

29. Resol els sistemes següents:

a) $\begin{cases} 3x^2 - 5y^2 = -2 \\ 2x^2 - 3y^2 = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x^2 + y^2 = 3 \\ 5x^2 - 2y^2 = 5 \end{cases}$ *Ajuda*: Utilitza el mètode de reducció:

c) $\begin{cases} xy = \frac{1}{2} \\ x + y = \frac{3}{2} \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 - 4y = -3 \\ xy = 1 \end{cases}$ e) $\left. \begin{matrix} x + y - \frac{y}{x} = 1 \\ x + y = 2 \end{matrix} \right\}$

30. La trajectòria d'un projectil és una paràbola d'equació: *y* = –x^2 + 5*x*, i la trajectòria d'un avió és un recte d'equació: *y* = 3*x*. En quins punts coincideixen ambdues trajectòries? Representa gràficament la recta i la paràbola per a comprovar el resultat.

31. Resol els següents sistemes i comprova gràficament les solucions:

a) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 1 \\ xy = 2 \end{cases}$ c) $\left. \begin{matrix} x^2 + y^2 = 81 \\ xy = 4 \end{matrix} \right\}$

d) $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 17 \\ x + y = 5 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$ f) $\left. \begin{matrix} x^2 + y^2 = 18 \\ y = x \end{matrix} \right\}$

Autora: Raquel Hernández
Traducció al valencià: Pedro Podadera IES Juan de Garay
Il·lustracions: Raquel Hernández i Banc d'Imatges d'INTEF

2.7. Sistemes d'equacions lineals de més de dues incògnites

La millor forma de resoldre sistemes lineals de més de dues incògnites és anar substituint el sistema per un altre equivalent de manera que cada vegada s'aconseguisca que siguen zeros els coeficients de més incògnites.

Exemple:

Per a resoldre el sistema: $\begin{cases} 2x + y - 3z = 0 \\ x + 2y + z = 4 \\ x + 4y - 2z = 3 \end{cases}$, deixem la primera equació sense modificar. Volem que la segona equació tinga un zero com a coeficient de la "*x*", per a això la multipliquem per 2 i li restem la primera. Perquè la tercera equació tinga un zero com a coeficient de la "*x*", la multipliquem per 2 i li restem la primera:

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 0 \\ x + 2y + z = 4 \\ x + 4y - 2z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y - 3z = 0 \\ 0 + 3y + 5z = 8 \\ 0 + 7y - z = 6 \end{cases}$$

Ara podem resoldre el sistema de dues equacions i dues incògnites format per les dues últimes equacions, o continuar amb el nostre procediment. Per a aconseguir que a la tercera equació el coeficient de la "*y*" siga un zero multipliquem la tercera equació per 3 i la segona per 7 i les restem:

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 0 \\ 0 + 3y + 5z = 8 \\ 0 + 7y - z = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y - 3z = 0 \\ 0 + 3y + 5z = 8 \\ 0 + 0 + 32z = 32 \end{cases}$$

i ara ja podem aïllar cada una de les incògnites de forma ordenada:

$$\begin{cases} z = 1 \\ 3y + 5(1) = 8 \\ 2x + y - 3(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = 1 \\ y = 1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Activitats proposades

32. Resol els sistemes següents:

a) $\begin{cases} 2x + y - 3z = -2 \\ x + 2y + z = 0 \\ 3x + 4y - 2z = -3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y + 2z = 6 \\ x + 2y + 2z = 4 \\ 3x - 2y - 3z = 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x + 2y - 2z = 5 \\ x - 2y + 2z = -1 \\ x - 2y - 3z = -6 \end{cases}$

3. RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

3.1. Resolució de problemes mitjançant equacions de 2n grau

Per a resoldre problemes per mitjà d'equacions de 2n grau, primer haurem de passar a llenguatge algebraic l'enunciat del problema i després resoldre'l seguint els passos següents:

1.- Comprendre l'enunciat

2.- Identificar la incògnita

3.- Traduir l'enunciat al llenguatge algebraic

4.- Plantejar l'equació i resoldre-la

5.- Comprovar la solució obtinguda

Activitats resoltes

Resoldrem el problema següent:

- *Quin és el nombre natural el quíntuple augmentat del qual en 6 unitats és igual al seu quadrat?*

Una vegada comprés l'enunciat, identifiquem la incògnita, que en aquest cas, és el nombre que estem buscant.

2.- Nombre buscat = x

3.-Traduïm ara el problema al llenguatge algebraic:

$$5x + 6 = x^2$$

4.- Resolem l'equació:

$$5x + 6 = x^2 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+7}{2} = 6; \qquad x_2 = \frac{5-7}{2} = -1$$

Solució: Com l'enunciat diu "nombre natural" el nombre buscat és el 6.

5.- *Comprovació*: En efecte $5 \cdot 6 + 6 = 36 = 6^2$.

Activitats proposades

33. Quin número multiplicat per 4 és 5 unitats menor que el seu quadrat?

34. En una classe decideixen que tots enviaran una carta a la resta de companys. Un diu: Escriurem 380 cartes! Calcula el nombre d'alumnes que hi ha a la classe.

35. Calcula tres nombres consecutius tals que la suma dels seus quadrats siga 365.

36. Una fotografia rectangular mesura 14 cm de base i 10 cm d'altura. Al voltant de la foto hi ha un marge de la mateixa amplària per a la base que per a l'altura. Troba l'ample del marge, sabent que l'àrea total de la foto i el marge és de 252 cm^2.

37. El triple del quadrat d'un nombre augmentat en el seu duple és 85. Quin és el nombre?

38. Un triangle isòsceles té un perímetre de 20 cm i la base medeix 4 cm, calcula els costats del triangle i la seua àrea.

39. Un full de paper quadrat es doblega per la meitat. El rectangle resultant té una àrea de 8 cm^2. Quin és perímetre del dit rectangle?

40. Un pare diu: "El producte de l'edat del meu fill fa 5 anys pel de la seua edat fa 3 anys és la meua edat actual, que són 39 anys". Calcula l'edat del fill.

41. Troba les dimensions d'un rectangle l'àrea del qual és 21 m^2, sabent que els seus costats es diferencien en 4 metres.

42. En un triangle rectangle el catet major mesura 3 cm menys que la hipotenusa i 4 cm més que l'altre catet. Quant mesuren els costats del triangle?

43. Troba dos nombres parells consecutius el producte dels quals siga 224.

44. Troba tres nombres imparells consecutius tals que si al quadrat del major se li resten els quadrats dels altres dos s'obté com resultat 15.

3.2. Resolució de problemes mitjançant sistemes d'equacions

Per a resoldre problemes per mitjà de sistemes d'equacions, primer haurem de passar a llenguatge algebraic l'enunciat del problema i després resoldre'l seguint els passos següents:

1.- Comprendre l'enunciat

2.- Identificar les incògnites

3.- Traduir l'enunciat al llenguatge algebraic

4.- Plantejar el sistema i resoldre'l

5.- Comprovar la solució obtinguda

Activitats resoltes

Resoldrem el problema següent:

- *La suma de les edats d'un pare i el seu fill és 39 i la seua diferència 25. Quina és l'edat de cada un?*

Una vegada comprés l'enunciat, identifiquem les incògnites que, en aquest cas, són l'edat del pare i el fill

2.- Edat del pare = x

Edat del fill = y

3.- Passem l'enunciat a llenguatge algebraic:

La suma de les seues edats és 39:

$$x + y = 39$$

I la seua diferència 25:

$$x - y = 25$$

4.- Plantegem el sistema i el resolem pel mètode que ens resulte més senzill. En aquest cas, el fem per reducció:

$$\begin{cases} x + y = 39 \\ x - y = 25 \end{cases} \xrightarrow{sumem} \begin{cases} x + y = 39 \\ 2x + 0 = 64 \end{cases} \Rightarrow x = 64/2 = 32$$

$x + y = 39 \Rightarrow 32 + y = 39 \Rightarrow y = 39 - 32 = 7$.

Solució: El pare té 32 anys i el fill té 7 anys.

5.- Comprovació*:* En efecte, la suma de les edats és 32 + 7 = 39 i la diferència és 32 – 7 = 25.

Activitats proposades

45. La suma de les edats de Maria i Alfons són 65 anys. L'edat d'Alfons menys la meitat de l'edat de Maria és igual a 74. Quina edat tenen cada un?

46. La suma de les edats de Mariló i Xavier és 32 anys. D'ací a 7 anys, l'edat de Xavier serà igual a l'edat de Mariló més 20 anys. Quina edat té cada un en l'actualitat?

47. Troba dos nombres la diferència dels quals siga 24 i la seua suma siga 104.

48. Un hotel té 42 habitacions (individuals i dobles) i 62 llits, quantes habitacions té de cada tipus?

49. En un triangle rectangle la hipotenusa mesura 10 cm i les longituds dels seus dos catets sumen 14 cm. Calcula l'àrea del triangle.

50. Neus li pregunta a Miriam per les seues qualificacions en Matemàtiques i en Llengua. Miriam li diu "La suma de les meues qualificacions és 19 i el producte 90". Neus li dóna l'enhorabona. Quines qualificacions va obtindre?

51. D'un nombre de tres xifres se sap que sumen 12, que la suma dels seus quadrats és 62, i que la xifra de les desenes és igual a la de les centenes més 1. Quin nombre és?

52. Es tenen tres sucs compostos de la manera següent:

El primer de 40 dl de taronja, 50 dl de llima i 90 dl de pomelo.

El segon de 30 dl de taronja, 30 dl de llima i 50 dl de pomelo.

El tercer de 20 dl de taronja, 40 dl de llima i 40 dl de pomelo.

Es demana quin volum haurà de prendre's de cada un dels sucs anteriors per a formar un nou suc de 34 dl de taronja, 46 dl de llima i 67 dl de pomelo.

53. Es venen tres espècies de cereals: blat, ordi i mill. Cada kg de blat es ven per 2 €, el de l'ordi per 1 € i el de mill per 0.5 €. Si es ven 200 kg en total i s'obté per la venda 150 €, quants volums de cada cereal s'han venut?

54. Es desitja mesclar farina de 2 €/kg amb farina d'1 €/kg per a obtindre una mescla de 1,2 €/kg. Quants kg haurem de posar de cada preu per a obtindre 300 kg de mescla?

55. En una botiga hi ha dos tipus de joguets, els de tipus A què utilitzen 2 piles i els de tipus B que utilitzen 5 piles. Si en total a la botiga hi ha 30 joguets i 120 piles, quants joguets hi ha de cada tipus?

56. Un vianant ix d'una ciutat A i es dirigeix a una ciutat B que està a 15 km de distància a una velocitat de 4 km/h, i al mateix moment ix un ciclista de la ciutat B a una velocitat de 16 km/h i es dirigeix cap a A, quant temps porta el vianant caminant en el moment de la trobada? A quina distància de B s'encreuen?

CURIOSITATS. REVISTA

Obtenció de la fórmula per a resoldre equacions de segon grau.

$ax^2 + bx + c = 0$, amb $a \neq 0$

$\Downarrow$

$ax^2 + bx = -c$

$\Downarrow$ Multipliquem per $4a$

$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$

$\Downarrow$ Sumem b^2

$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = -4ac + b^2$

$\Downarrow$ Emplenem quadrats

$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$

$\Downarrow$ Calculem l'arrel quadrada

$$2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$$

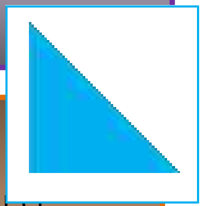
$\Downarrow$ Aïllem la x

$$2ax = -b \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$$

$\Downarrow$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Tres equacions de segon grau interessants



$x^2 = 2$

Aquesta equació ens apareix en aplicar el Teorema de Pitàgores a un triangle rectangle isòsceles de costats iguals a 1, o en calcular la diagonal d'un quadrat de costat 1. La seua solució és la longitud de la hipotenusa o de la diagonal. Té d'interessant que es demostra que la solució NO és un nombre racional, un nombre que es puga escriure com quocient de dos nombres enters.

$x + 1 = x^2$

També es pot escriure com: $\frac{x+1}{x} = \frac{x}{1}$

que és una proporció, on x pren el valor $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,618...$ que és el nombre d'or, altre nombre irracional.

$x^2 = -1$

La tercera equació no té solució real, cap nombre real en elevar-lo al quadrat pot donar un nombre negatiu, però si ampliem el camp real amb la seua arrel, $\sqrt{-1} = i$,

resulta que ara totes les equacions de segon grau tenen solució, i als nombres $a + b \cdot i$ se'ls anomena **nombres complexos**.

Emmy Noether va ser una matemàtica alemanya d'origen jueu els treballs de la qual en Àlgebra van permetre resoldre el problema de la conservació de l'energia.

Autora: Raquel Hernández
Traducció al valencià: Pedro Podadera IES Juan de Garay
Il·lustracions: Raquel Hernández i Banc d'Imatges d'INTEF

Els matemàtics han tardat prop de tres mil anys a comprendre i resoldre equacions tan senzilles i que tan bé coneixes com $ax + b = 0$. Ja els **egipcis** al papir del *Rhid* (1650 aC) i al de *Moscou* (1850 aC) resolen alguns problemes que es podrien considerar d'equacions, com per exemple: "*Un muntó i un seté del mateix és igual a 24*".

A **Mesopotàmia** i **Babilònia** ja se sabien resoldre sistemes de dues equacions i dues incògnites i equacions de segon grau.
Un problema que apareix en un llistó és: "*La quarta part de l'amplària més una longitud és igual a 7 mans. I longitud més amplària és igual a 10 mans*". En aquest problema "longitud" i "amplària" són incògnites no relacionades amb aquestes mesures.

A Xina al segle III a C es va editar L'art matemàtic *on* utilitzaven l'àbac i es resolien equacions de primer i segon grau i sistemes.
Un dels problemes resolts pot considerar-se com la resolució d'un sistema de tres equacions amb tres incògnites utilitzant el mètode matricial.

A Grècia, al segle III Diofanto d'Alexandria va publicar "*Aritmètica*" va treballar amb equacions i va utilitzar la primera lletra de la paraula grega "*arithmos*" que significa nombre, per a representar a la incògnita.
A la seua tomba apareix aquest problema:
"Caminant, aquesta és la tomba de Diofanto. És ell qui amb aquesta sorprenent distribució et diu el nombre d'anys que va viure. La seua joventut va ocupar la seua sisena part, després durant la dozena part la seua galta es va cobrir amb el primer borrissol. Va passar encara una setena part de la seua vida abans de prendre esposa i, cinc anys després, va tindre un preciós xiquet que, una vegada aconseguida la meitat de l'edat de son pare, va morir d'una mort desgraciada. Son pare va haver de sobreviure-li, plorant-li durant quatre anys".

Al segle VII els **hindús** coneixien procediments algebraics i treballaven amb eficàcia els nombres.

Al segle IX el matemàtic musulmà **Al-Jwarizmi** va treballar en procediments algebraics.

A 1489 es van inventar els símbols + i –.
A 1525 el símbol de l'arrel quadrada.
A 1557 el símbol =.
A 1591 François Viète representaba les incògnites amb vocals i les constants amb consonants.
A 1637 René Descartes va inventar la geometria analítica amb la notació que hui emprem de x, y z… per a les incògnites i *a, b, c*… per a les constants.

RESUM

		Exemples
Equació de primer grau	Llevar denominadors Llevar parèntesi Traslladar termes Simplificar i aïllar	$5/3x + 3(x + 1) = 2 \Rightarrow$ $5/3x + 3x + 3 = 2 \Rightarrow$ $5x + 9x + 9 = 6 \Rightarrow$ $14x = -3 \Rightarrow x = -3/14$.
Equació de segon grau	Té la forma: $ax^2 + bx + c = 0$ S'usa la fórmula: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x^2 - 5x + 6 = 0$: $x = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 - 4\cdot 1\cdot 6}}{2\cdot 1} = \dfrac{5 \pm 1}{2}$ $x_1 = 3, x_2 = 2$
Nombre de solucions d'una equació de 2n grau	Si $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, té dues solucions reals i distintes Si $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, té una solució doble. Si $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, l'equació no té solució	$x^2 - 4x - 5 = 0$: $\Delta = 36 > 0$, té dues solucions 5 i -1. $x^2 - 2x + 1 = 0$: $\Delta = 0$, té una arrel doble: $x = 1$. $x^2 + 3x + 8 = 0$: $\Delta = -23$. No té solució real
Resolució d'equacions de 2n grau incompletes	Si $b = 0$, $ax^2 + c = 0$, aïllem la incògnita: $x = \pm\sqrt{\dfrac{-c}{a}}$. Si $c = 0$, $ax^2 + bx = 0$: $x = 0$ i $x = \dfrac{-b}{a}$	$2x^2 - 18 = 0 \Rightarrow$ $x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$ $3x^2 - 15x = 0 \Rightarrow 3x(x - 5) = 0$ $\Rightarrow x_1 = 0$; $x_2 = 5$.
Suma i producte d'arrels	$x_1\, x_2 = \dfrac{c}{a}$; $x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a}$	$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 2$; $x_2 = 3$
Sistema d'equacions lineals	$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$	$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 7x - 3y = 4 \end{cases}$
Classificació	**Compatible determinat**: Una única solució, el punt d'intersecció. Les rectes són **secants**: $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ -2x + y = -1 \end{cases}$ **Compatible indeterminat**: Infinites solucions, per la qual cosa les rectes són **coincidents:** $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ 2x - 6y = 6 \end{cases}$ **Incompatible**: No té solució, les rectes són **paral·leles:** $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ 2x - 6y = 2 \end{cases}$	
Mètodes de resolució	**Substitució:** aïllar una incògnita i substituir a l'altra equació. **Igualació:** aïllar la mateixa incògnita a les dues equacions. **Reducció:** sumar les dues equacions, multiplicant-les per nombres adequats.	

EXERCICIS I PROBLEMES.

Equacions

1. Resol aquestes equacions:

a) $4(3-2x)+\frac{5}{7}(6x-2)=2x-\frac{1-9x}{7}$ b) $4-\left(3-5\left(2x-\frac{1}{6}\right)\right)=3x-\frac{4-5x}{3}$ c) $4(2x-5)=6(9-4x)$

2. Resol les següents equacions de 2n grau

a) $-3x^2-5x-2=0$ b) $2x(-3+x)=5$ c) $3x^2=27x$

d) $5(3x+2)-4x(x+6)=3$ e) $4(x-9)+2x(2x-3)=6$ f) $10(2x^2-2)-5(3+2x)=-21$

g) $4(x+5)\cdot(x-1)=-2x-4$ h) $3x\cdot(5x+1)=99$ i) $2(3x^2-4x+2)-2x(3x-2)=-5$

3. Resol les següents equacions de 2n grau amb denominadors:

a) $\frac{x^2-1}{3}-\frac{x+1}{2}=1$ b) $\frac{x^2-3}{5}+\frac{x^2-4x+1}{5}=2$ c) $\frac{2x^2+3}{3}+\frac{x+5}{6}=2$

d) $\frac{1-x^2}{3}+\frac{4x-1}{2}=\frac{1}{6}$ e) $\frac{x^2-3}{2}-\frac{3x-7}{4}=2x-5$ f) $\frac{3x+2x^2}{5}-\frac{4x-7}{10}=2$

4. Resol mentalment les següents equacions de 2n grau:

a) $x^2-3x-10=0$ b) $x^2+3x-10=0$ c) $x^2+7x+10=0$

d) $x^2-7x+10=0$ e) $x(-1+x)=0$ f) $2x^2=50$

g) $x^2-5x+6=0$ h) $x^2-x-6=0$ i) $x^2+x-6=0$

5. Factoritza les equacions del problema anterior. Així, si les solucions són 2 i 5, escriu:

$2x^2-50=0 \Leftrightarrow 2(x+5)\cdot(x-5)=0$.

Observa que si el coeficient de x^2 fóra diferent d'1 els factors han d'estar multiplicats pel dit coeficient.

6. Quan el coeficient b és parell ($b=2B$), pots simplificar la fórmula:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-2B\pm\sqrt{4B^2-4ac}}{2a}=\frac{-2B\pm2\sqrt{B^2-ac}}{2a}=\frac{-B\pm\sqrt{B^2-ac}}{a}$$

Així per a resoldre $x^2-6x+8=0$ basta dir $x=3\pm\sqrt{9-8}=3\pm1$, per tant les seues solucions són 2 i 4.

Utilitza aqueixa expressió per a resoldre:

a) $x^2-10x+24=0$ b) $x^2-8x-12=0$ c) $x^2+4x+7=0$

7. Resol mentalment les equacions següents, després desenrotlla les expressions i utilitza la fórmula general per a tornar a resoldre-les.

a) $(x-3)\cdot(x-7)=0$ b) $(x+2)\cdot(x-4)=0$ c) $(x-8)\cdot(x-4)=0$

d) $(x-2)\cdot(x+5)=0$ e) $(x+6)\cdot(x-3)=0$ f) $(x-5)\cdot(x+3)=0$

8. Determina el nombre de solucions reals que tenen les següents equacions de segon grau calculant el seu discriminant, i després resol-les.

a) $x^2+5x-2=0$ b) $5x^2+2x-4=0$ c) $2x^2+4x+11=0$

d) $2x^2-3x+8=0$ e) $3x^2-x-5=0$ f) $4x^2+2x-7=0$

9. Escriu tres equacions de segon grau que no tinguen cap solució real. *Ajuda*: Utilitza el discriminant.

10. Escriu tres equacions de segon grau que tinguen una solució doble.

11. Escriu tres equacions de segon grau que tinguen dues solucions reals i distintes.

12. Escriu tres equacions de segon grau que no tinguen solució real.

13. Resol les següents equacions polinòmiques:

a) $x^5-37x^3+36x=0$ b) $x^3-2x^2-5x=0$ c) $2x^3-\frac{1}{2}x^2-4x=0$

d) $x^4-5x^2-2=0$ e) $2x^4=32x^2-96$ f) $x(x-3)(2x+3)(3x-5)=0$

14. Resol les següents equacions aplicant un canvi de variable:

a) $x^8+81=82x^4$ b) $x^4-24x^2+144=0$ c) $x^6-7x^3-8=0$ d) $x^4+8x^2-9=0$

15. Resol les següents equacions racionals:

a) $2x+\frac{3}{x}=5$ b) $\frac{3}{5x}+\frac{1}{2x}=x$ c) $\frac{1}{x-3}+2=\frac{5}{x-3}$ d) $\frac{2x}{3-2x}-5x=1$

e) $\frac{2}{x+1}=\frac{3(2x+1)}{x-1}+3$ f) $\frac{2x-3}{x+1}-\frac{4+5x}{x}=7$ g) $\frac{3x-2}{x+1}-\frac{2+3x}{x-1}=4$

h) $\frac{3}{1-x}=\frac{5}{x}+\frac{2}{x-x^2}$ i) $\frac{3x}{x-2}-\frac{5x}{x^2-4}=\frac{3x}{2}$ j) $\frac{1}{2}=\frac{x-5}{3-4x}$

16. Resol les següents equacions irracionals:

a) $x=-3+\sqrt{5+2x^2}$ b) $\sqrt{25-x}=x-5$ c) $7+\sqrt{x^2-3x+2}=3x$

d) $\sqrt{x}-\sqrt{x-2}=1$ e) $\sqrt{1-x}-\sqrt{x+1}+1=0$ f) $\sqrt{x}-\frac{3}{\sqrt{x}}=5$

g) $3\sqrt{x-2}-4=\frac{2}{\sqrt{x+1}}$ h) $\sqrt{x-1}-\frac{2}{\sqrt{x-1}}=1$ i) $\sqrt{x+2}+\frac{1}{\sqrt{x-3}}=4$

17. Resol les equacions següents: a) $3^{3x}=\frac{1}{81}$ b) $5^{2x}=\frac{1}{625}$

Sistemes

18. Resol els següents sistemes pel mètode de substitució:

a) $\begin{cases} 4x - 3y = 1 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 4y = 6 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ x + y = 4 \end{cases}$

19. Resol els següents sistemes pel mètode d'igualació:

a) $\begin{cases} -3x + 2y = -1 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 7x - 4y = 10 \\ -8x + 3y = -13 \end{cases}$

20. Resol els següents sistemes pel mètode de reducció:

a) $\begin{cases} 7x - 2y = 5 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 2y = 10 \\ -x - 6y = -14 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - 6y = 0 \\ -7x + 5y = -9 \end{cases}$

21. Resol de forma gràfica els següents sistemes

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x + 3y = 5 \\ x - 7y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ -7x + 5y = 3 \end{cases}$

22. Resol els sistemes següents:

a) $\begin{cases} \dfrac{2x-3}{3} - \dfrac{y-1}{5} = -1 \\ \dfrac{2x+3}{2} + \dfrac{3y-1}{4} = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} - \dfrac{2y+3}{5} = -3 \\ 5x + 2y = -10 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dfrac{2x+3}{2} + \dfrac{3y-2}{3} = 2 \\ 7x - y = 1 \end{cases}$

23. Copia al teu quadern i completa els següents sistemes incomplets de manera que es complisca el que es demana en cada un:

Compatible indeterminat

a) $\begin{cases} (\ )x + 3y = (\ ) \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

Incompatible

b) $\begin{cases} -5x + y = 2 \\ (\ )x + y = 6 \end{cases}$

La seua solució siga *x*=2 i *y*=1

c) $\begin{cases} 3x - y = (\ ) \\ (\ )x + y = 7 \end{cases}$

Incompatible

d) $\begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 4x + (\ )y = (\ ) \end{cases}$

La seua solució siga $x = -1$ i $y = 1$

e) $\begin{cases} 3x + (\ )y = -1 \\ (\ )x + 3y = 5 \end{cases}$

Compatible indeterminat

f) $\begin{cases} (\ )x + 6y = (\ ) \\ 2x + 3y = -2 \end{cases}$

24. Escriu tres sistemes lineals que siguen incompatibles.

25. Escriu tres sistemes lineals que siguen compatibles indeterminats.

26. Escriu tres sistemes lineals que siguen compatibles determinats.

27. Resol els següents sistemes pel mètode d'igualació i comprova la solució gràficament. De quin tipus és cada sistema?

a) $\begin{cases} -2x + 6y = 13 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = -3 \\ 4x - 4y = -12 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - y = 4 \\ -x + 3y = -5 \end{cases}$

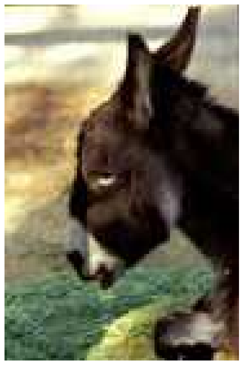
Problemes

28. En una botiga lloguen bicicletes i tricicles. Si tenen 51 vehicles amb un total de 133 rodes, quantes bicicletes i quants tricicles tenen?

29. Quina és l'edat d'una persona si en multiplicar-la per 15 li falten 100 unitats per a completar el seu quadrat?

30. Descompon 8 en dos factors la suma dels quals siga 6.

31. El triple del quadrat d'un nombre augmentat en el seu duple és 85. Quin nombre és?



32. La suma dels quadrats de dos nombres imparells consecutius és 394. Determina els dits nombres.

33. Van carregats un ase i un mul. L'ase es queixava del pes que portava damunt. El mul li va contestar: Si jo portara un dels teus sacs, portaria el doble de càrrega que tu, però si tu prens un dels meus, els dos portarem la mateixa càrrega. Quants sacs porta cada un?

34. Quin nombre multiplicat per 3 és 40 unitats menor que el seu quadrat?

35. Calcula tres nombres consecutius la suma de quadrats dels quals és 365.

36. D'ací a 11 anys, l'edat de Miquel serà la mitat del quadrat de l'edat que tenia fa 13 anys. Quina edat té Miquel?

37. Dos nombres naturals es diferencien en 2 unitats i la suma dels seus quadrats és 580. Quins són els dits nombres?

38. La suma de dos nombres és 5 i el seu producte és –84. De quins nombres es tracta?

39. Maria vol formar safates d'un quilogram amb massapans i mantegades. Si les mantegades li costen a 5 euros el quilo i els massapans a 7 euros el quilo, i vol que el preu de cada safata siga de 6 euros, quina quantitat haurà de posar de cada producte? Si vol formar 25 safates, Quina quantitat de mantegades i de massapans necessitarà?

40. Determina els catets d'un triangle rectangle la suma dels quals és 7 cm i la hipotenusa del dit triangle medeix 5 cm.

41. El producte de dos nombres és 4 i la suma dels seus quadrats 17. Calcula els dits nombres

42. La suma de dos nombres és 20. El doble del primer més el triple del segon és 45. De quins nombres es tracta?

43. A un garatge hi ha 30 vehicles entre cotxes i motos. Si en total hi ha 100 rodes, quants cotxes i motos hi ha al garatge?

Autora: Raquel Hernández
Traducció al valencià: Pedro Podadera IES Juan de Garay
Il·lustracions: Raquel Hernández i Banc d'Imatges d'INTEF

44. L'edat actual de Pere és el doble de la de Raquel. D'ací a 10 anys, les seues edats sumaran 65. Quants anys tenen actualment Pere i Raquel?

45. A la meua classe hi ha 35 persones. Ens han regalat a cada xica 2 bolígrafs i a cada xic 1 quadern. Si en total hi havia 55 regals. Quants xics i xiques som a classe?

46. Entre el meu iaio i el meu germà tenen 56 anys. Si el meu iaio té 50 anys més que el meu germà, quina edat té cada un?

47. Dos entrepans i un refresc costen 5€. Tres entrepans i dos refrescos costen 8€. Quin és el preu de l'entrepà i el refresc?

48. En una granja hi ha pollastres i vaques. Si es compten els caps, són 50. Si es compten les potes, són 134. Quants pollastres i vaques hi ha a la granja?

49. Un rectangle té un perímetre de 172 metres. Si el llarg és 22 metres major que l'ample, quines són les dimensions del rectangle?

50. En una bossa hi ha monedes d'1 € i 2 €. Si en total hi ha 40 monedes i 53 €, quantes monedes de cada valor hi ha a la bossa?

51. En una baralla entre aranyes i vespes, hi ha 70 caps i 488 potes. Sabent que una aranya té 8 potes i una vespa 6, quantes vespes i aranyes hi ha a la baralla?

52. Una classe te 32 estudiants, i el nombre de xics és triple al xiques, quants xics i xiques hi ha?

53. Violant té 6 anys més que el seu germà Pol, i sa mare té 49 anys. D'ací a 2 anys l'edat de la mare serà doble de la suma de les edats dels seus fills, quines edats tenen?

54. Es mesclen 15 kg de dacsa de 2,3 € el quilogram amb 27 kg de dacsa de preu desconegut, resultant el preu de la mescla de 3 € el kg. Quin preu tenia la segona dacsa?

55. L'altura d'un trapezi isòsceles és de 4 cm, el perímetre, 24 cm, i els costats inclinats són iguals a la base menor. Calcula l'àrea del trapezi.

56. Dos autobusos ixen, un des de Madrid i l'altre des de València a les 8 del matí. Un va a 100 km/h i l'altre a 120 km/h. A quina hora s'encreuen? A quants km de Madrid estaran? La distància entre Madrid i València és de 350 km.

57. En un concurs es guanyen 50 euros per cada resposta encertada i es perden 100 per cada fallada. Després de 20 preguntes, Pilar porta guanyats 250 euros. Quantes preguntes ha encertat?

58. Joan ha comprat 6 sucs i 4 batuts per 4,6 €, després ha comprat 4 sucs i 7 batuts i li han costat 4,8 €. Calcula els preus d'ambdues coses.

Autora: Raquel Hernández
Traducció al valencià: Pedro Podadera IES Juan de Garay
Il·lustracions: Raquel Hernández i Banc d'Imatges d'INTEF

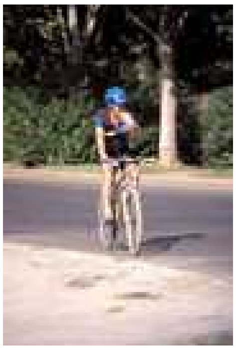
59. Quina fracció és igual a 1 quan es suma 1 al numerador i és igual a $\frac{1}{2}$ quan es suma 1 al denominador?

60. El quocient d'una divisió és 2 i el residu és 1. Si el divisor disminueix en 1 unitat, el quocient augmenta en una unitat i el residu nou continua sent 1. Trobar el dividend i el divisor.

61. Dues amigues van anar a pescar. Al final del dia una va dir: "Si tu em dónes un dels teus peixos, llavors jo tindré el doble que tu". L'altra li va respondre: "Si tu em dónes un dels teus peixos, jo tindré el mateix nombre de peixos que tu". Quants peixos tenia cada una?

62. Calcula les dimensions d'un rectangle sabent que la seua àrea és 30 cm^2, i el perímetre del qual mesura 26 cm.

63. Un vianant ix d'una ciutat "A" a una velocitat de 4 km/h, i es dirigeix a una ciutat "B" que està a 12 km de la ciutat "A", 30 minuts després ix un ciclista de la ciutat "B" a una velocitat de 16 km/h i es dirigeix cap a "A", quant temps porta el vianant caminant en el moment de la trobada? A quina distància de "B" s'encreuen?



64. Es desitja mesclar oli de 3 €/l amb un altre oli de 4,2 €/l de manera que la mescla resulte a 3,50 €/l. Quants litres de cada classe han de mesclar-se per a obtindre 200 litres de la mescla?

65. En intercanviar les xifres d'un nombre de dues xifres s'obté un altre que és 27 unitats major. Troba el nombre inicial.

66. La diagonal d'un rectangle mesura 26 cm, i el perímetre 42 cm. Troba els costats del rectangle.

67. Una tanca rodeja un terreny rectangular de 1000 m^2. Si la tanca mesura 130 metres, calcula les dimensions del terreny.

68. Diversos amics faran un regal de bodes que costa 900 euros, que pagaran a parts iguals. A última hora s'apunten dos amics més, amb la qual cosa cada un toca a 15 euros menys. Quants amics eren inicialment? Quant pagarà al final cada un?

69. Les diagonals d'un rombe es diferencien en 3 cm i la seua àrea és de 20 cm^2. Calcula el seu perímetre.

70. Un tren ix de Bilbao cap a Alcàzar de San Joan a una velocitat de 140 km/h. Una hora més tard ix un altre tren d'Alcàzar de San Joan cap a Bilbao a 100 km/h; la distància entre les dues ciutats és de 500 km. Al cap de quant temps s'encreuen els dos trens? A quina distància d'Alcàzar de San Joan?

71. Un cotxe ix d'una ciutat "A" a una velocitat de 70 km/h i 30 minuts més tard un altre cotxe ix de "A" en la mateixa direcció i sentit a una velocitat de 120 km/h, quant temps tardarà el segon a atrapar al primer i a quina distància de "A" es produeix la trobada?

AUTOAVALUACIÓ

1. La solució de l'equació $3(x-1)-2(x-2)=5$ és:

a) $x = 2$ b) $x = 4$ c) $x = -2/3$ d) $x = 3$

2. Les solucions de l'equació $156 = x(x-1)$ són:

a) $x = 11$ i $x = -13$ b) $x = 13$ i $x = -12$ c) $x = 10$ i $x = 14$ d) $x = -12$ i $x = -11$

3. Les solucions de l'equació $\frac{4x-1}{3} - \frac{x+2}{6} = \frac{x^2}{2}$ són:

a) $x = 2$ i $x = 2/3$ b) $x = 1/3$ i $x = 4$ c) $x = 1$ i $x = 4/3$ d) $x = 5/3$ i $x = 3$

4. Les solucions de l'equació $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ són:

a) 1, –1, 4, –4 b) 1, –1, 2, –2 c) 2, –2, 3, –3 d) 2, –2, 5, –5

5. Les solucions de l'equació $2(x+2) - x(2-x) = 0$ són:

a) Infinites b) $x = 9$ i $x = 5$ c) no té solució d) $x = 1$ i $x = 4$

6. Les rectes que formen el sistema $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x + 6y = 4 \end{cases}$ són:

a) Secants b) Paral·leles c) Coincidents d) S'encreuen

7. La solució del sistema $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -2x + 3y = 1 \end{cases}$ és:

a) $x = 2$ i $y = 1$ b) $x = 1$ i $y = 1$ c) $x = 3$ i $y = 2$ d) No té solució

8. La solució del sistema $\begin{cases} 3 + 2x - 7 = x - 1 + y \\ 2x - 9y = 13 \end{cases}$ és:

a) $x = 2$ i $y = -1$ b) $x = -2$ i $y = 1$ c) $x = 1$ i $y = 0$ d) $x = 3$ i $y = 1$

9. A una granja, entre pollastres i porcs hi ha 27 animals i 76 potes. Quants pollastres i porcs hi ha a la granja?

a) 16 pollastres i 11 porcs b) 15 pollastres i 12 porcs c) 13 pollastres i 14 porcs

10. Quina és l'edat d'una persona si en multiplicar-la per 15, li falten 100 unitats per a arribar al seu quadrat?

a) 20 anys b) 7 anys c) 25 anys d) 8 anys