Matemàtiques orientades a les ensenyances acadèmiques.

3º B d'ESO

Capítol 2: Potències i arrels

LibrosMareaVerde.tk

www.apuntesmareaverde.org.es

Autora: Nieves Zuasti

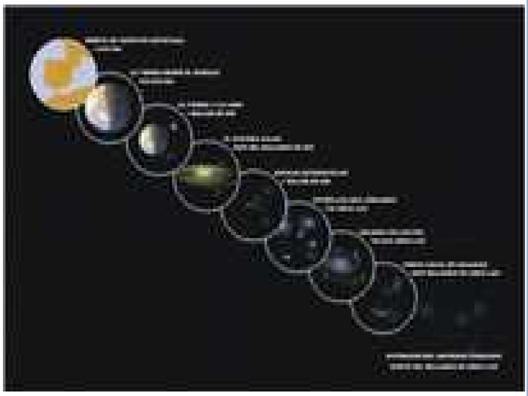
Traducció: Pedro Podadera. Instituto Juan de Garay de Valencia

Revisor: Sergio Hernández

Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

Índex

Resum



En aquest capítol utilitzem els grans números, les potències, que ens permeten descriure de manera més fàcil la immensitat de l'Univers, expressar les seues distàncies, la massa dels cossos celests, el nombre de galàxies, estreles i planetes.

També ens fixarem en els xicotets nombres, el món microscòpic expressat en forma de potència d'exponent negatiu.

Utilitzarem la notació científica per a grans i xicotets nombres.

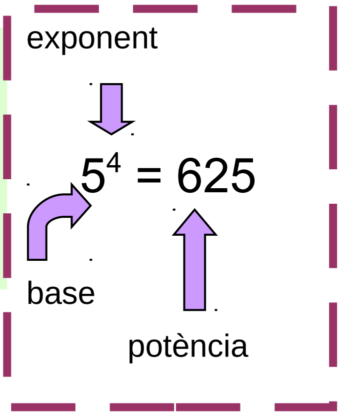
Repassarem les operacions amb potències d'exponent un nombre natural, introduint les potències amb exponents negatius i racionals. Ja coneixem les potències de base un nombre natural, ara usarem les mateixes idees utilitzant bases de nombres negatius i racionals. Ja coneixes els radicals, ara veurem que un radical és una potència d'exponent un nombre fraccionari i que podem utilitzar les propietats de les potències amb ells.

1. OPERACIONS AMB POTÈNCIES

Recorda que la **potència** a^n de base un nombre natural a i exponent natural n és un producte de n factors iguals a la base:

$$a^n = a \cdot a \cdot a \ldots^{n \text{ factors}} \ldots\ldots \cdot a \qquad (n > 0)$$

El factor que es repeteix és la **base** i el nombre de vegades que es repeteix és **l'exponent**. Al resultat se l'anomena potència**.**



Ja coneixes les propietats de les operacions amb potències, que repassarem. En aquest capítol veurem que si l'exponent o si la base és un nombre negatiu o fraccionari, aqueixes propietats es mantenen.

Recorda:

$a^0 = 1$

$1^m = 1$

$(-1)^m = 1$ m parell

$(-1)^n = -1$ n imparell

$0^n = 0$

$a = a^1$

1.1. Producte de potències

Amb la mateixa base

El producte de potències de la mateixa base és una altra potència amb la mateixa base i d'exponent, la suma dels exponents.

$$b^m \cdot b^n \cdot b^p = b^{m+n+p}$$

Exemple:

$(-5)^4 \cdot (-5)^{-3} \cdot (-5)^2 \cdot (-5)^{-6} = (-5)^{4+(-3)+2+(-6)} = (-5)^{-3} = 1/(-5)^3 = 1/--125$

Amb el mateix exponent

El producte de potències amb el mateix exponent és una altra potència la base de la qual es calcula multiplicant les bases, elevada al mateix exponent.

$$a^m \cdot b^m \cdot c^m = (a \cdot b \cdot c)^m$$

Exemple:

$(-3)^2 \cdot (5)^2 \cdot (-1)^2 \cdot (-4)^2 = [(-3) \cdot (5) \cdot (-1) \cdot (-4)]^2 = (+60)^2 = 3600$

1.2. Quocient de potències

Amb la mateixa base

El quocient entre dues potència de la mateixa base és una altra potència amb la mateixa base i el seu exponent es calcula restant els exponents.

$$c^m : c^n = c^{m-n}$$

Exemple:

$(-12)^7 : (-12)^2 = (-12)^{7-2} = (-12)^5$

Amb el mateix exponent

Per a dividir potències amb el mateix exponent, es divideixen les bases i el resultat s'eleva al mateix exponent.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Exemple:

$18^4 : 3^4 = (18/3)^4 = 6^4$

Exemple:

$(5)^3 : (-14)^3 = (5/-14)^3$

Potències d'exponent enter negatiu

Una potència de base real $a \neq 0$, *i* exponent natural $n < 0$ és l'invers de la mateixa amb exponent positiu.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

L'expressió a^{-n} pot ser el resultat de dividir dues potències de la mateixa base, ja que:

$$a^x : a^y = a^{x-y} \quad \text{si } x < y \quad (x-y) < 0.$$

Exemple:

$6^3 : 6^8 = 6^{3-8} = 6^{-5} = 1/6^5$

1.3. Potència d'un producte

La potència d'un producte pot calcular-se realitzant primer el producte i elevant el resultat a la potència o bé, elevant cada un dels factors a la potència i realitzant després el producte.

$$\boldsymbol{(a \cdot b \cdot c \cdot d)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n \cdot d^n}$$

Exemple:

$[(-2) \cdot (+5) \cdot (-4)]^3 = (+40)^3 = +64000 = (-2)^3 \cdot (+5)^3 \cdot (-4)^3 = (-8) \cdot (+125) \cdot (-64) = +64000$

1.4. Potència d'un quocient

La potència d'un quocient pot calcular-se efectuant primer el quocient i elevant el resultat a la potència, o bé elevar dividend i divisor a la potència i després efectuar el quocient.

$$\boldsymbol{(a : b)^m = a^m : b^m}$$

Exemple:

$[(5) : (-4)]^2 = (5/-4)^2 = (-1{,}25)^2 = +1{,}5625 = (5)^2 : (-4)^2 = 25 : 16 = 1{,}5625$

1.5. Potència d'una altra potència

En elevar una potència a una altra potència obtenim una potència amb la mateixa base i l'exponent de la qual és el producte dels exponents:

$$\boldsymbol{((d)^m)^n = d^{m \cdot n}}$$

Exemple:

$((-5)^3)^6 = (-5)^{3x6} = (-5)^{18}$

Activitats resoltes

- Es conta que l'inventor dels escacs se'l va mostrar al rei Shirham de l'Índia, que es va entusiasmar tant que li va oferir regalar-li el que volguera. L'inventor va demanar un gra de blat per la primera casella, dos per la segona, 4 per la tercera, i així duplicant la quantitat en cada casella. Quants grans de blat caldria posar en l'última casella, en la 64?

Observem que el nombre de grans de blat de la casella n és 2^{n-1} pel que hem de calcular 2^{63}. Calculem $2^2 = 4$. Doncs:

$(2^2)^2 = 2^4 = 16$

$((2^2)^2)^2 = 2^8 = 16 \cdot 16 = 256$

$(((2^2)^2)^2)^2 = (2^8)^2 = 2^{16} = 256 \cdot 256 = 65536$

$((((2^2)^2)^2)^2)^2 = (2^{16})^2 = 2^{32} = 65536 \cdot 65536 = 4294967296$

$(((((2^2)^2)^2)^2)^2)^2 = (2^{32})^2 = 2^{64} = 4294967296 \cdot 4294967296 = 18446744073709551616$

I ara, per calcular 2^{63} podem dividir potències de la mateixa base:

$2^{63} = 2^{64}/2 = 9223372036854775808$ grans de blat, un nombre enorme i difícil de manejar.

Per calcular el nombre total de grans de blat observem que la suma de grans fins a la casella n és 2^n per la qual cosa hem de calcular 2^{64}, que estimant 1200 grans per kg donen poc més de 15 bilions de Tm i això correspon a la producció mundial de 21685 anys. Impossible que el rei tinguera tant de blat!

Activitats proposades

Alga marina (fotografia microscòpica)

1. Determina el signe de les potències:

$(-1)^9$ $(5)^{12}$ $(-12)^{-5}$ $(8)^{-4}$

2. Expressa en forma d'una única potència:

$(-7)^3 \cdot (-7)^5 \cdot (-7)^2 \cdot (-7)^6$

$(3)^2 \cdot (3)^7 \cdot (3) \cdot (3)^4 \cdot (3)^3$

3. Expressa en forma de potència:

$(-6)^4 \cdot (4)^4 \cdot (-1)^4 \cdot (-5)^4$

4. Expressa en forma de potència:

$(-8)^9 : (-8)^3$ $(-3)^2 : (-3)^7$

5. Expressa en forma de potència:

$(+75)^4 : (-3)^4$ $(-5)^8 : (8)^8$

6. Expressa en forma de potència:

$((-2)^5)^6$ $((7)^3)^{-5}$

2. POTÈNCIES DE NOMBRES RACIONALS

La potència d'un número racional és un altre nombre racional el numerador i denominador del qual queden elevats a la potència. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Exemple: $$\left(\frac{-2}{5}\right)^4 = \left(\frac{-2}{5}\right)\cdot\left(\frac{-2}{5}\right)\cdot\left(\frac{-2}{5}\right)\cdot\left(\frac{-2}{5}\right) = \frac{(-2)^4}{5^4} = \frac{16}{625}$$

2.1. Potències de base racional i exponent negatiu

El resultat d'elevar un nombre racional a una potència negativa és una altra potència la base de la qual és el nombre racional invers, elevat al mateix exponent, positiu.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Exemple:

$(4/9)^{-5} = (9/4)^5$

2.2. Producte de potències de base racional

Es mantenen les propietats de les potències de base un nombre natural.

Amb la mateixa base

El resultat de multiplicar potències amb la mateixa base és una altra potència amb la mateixa base i exponent la suma dels exponents.

$(a/b)^m \cdot (a/b)^n \cdot (a/b)^p = (a/b)^{m+n+p}$

Exemple:

$(2/5)^3 \cdot (2/5) \cdot (2/5)^{-4} \cdot (2/5)^5 = (2/5)^{3+1+(-4)+5} = (2/5)^5$

Amb el mateix exponent

El resultat de multiplicar potències amb el mateix exponent és una altra potència la base de la qual és el producte de les bases, elevada al mateix exponent.

$(a/b)^m \cdot (c/d)^m \cdot (e/f)^m = [(a/b) \cdot (c/d) \cdot (e/f)]^m$

Exemple:

$(-2/3)^4 \cdot (1/4)^4 \cdot (3/5)^4 = [(-2/3) \cdot (1/4) \cdot (3/5)]^4 = (-6/60)^4 = (-1/10)^4$

Activitats proposades

7. Calcula: a) $(5/3)^3$ b) $(-2/7)^{-4}$ c) $(-1/6)^4$ d) $(-5/2)^{-2}$

8. Expressa com a única potència: a) $(-3/4)^3 \cdot (-3/4)^2 \cdot ((-3/4)^{-8}$ b) $(1/8)^{-5} \cdot (1/8)^4 \cdot (1/8)^{-2}$

9. Expressa com a única potència:

a) $(5/4)^6 \cdot (-2/3)^6 \cdot (-1/7)^6$ b) $(-3/5)^{-4} \cdot (-3/8)^{-4} \cdot (-1/4)^{-4}$

2.3. Quocient de potències de base racional

Amb la mateixa base

El resultat de dividir potències amb la mateixa base és una altra potència amb la mateixa base i l'exponent la diferència dels exponents.

$$(a/b)^m : (a/b)^n = (a/b)^{m-n}$$

Exemple:

$(-1/3)^3 : (-1/3)^4 = (-1/3)^{3-4} = (-1/3)^{-1}$

Amb el mateix exponent

El resultat de dividir potències amb el mateix exponent és una altra potència la base de la qual és el quocient de les bases, elevada al mateix exponent.

$$(a/b)^m : (c/d)^m = [(a/b) : (c/d)]^m$$

Exemple:

$(-3/4)^{-5} : (7/8)^{-5} = [(-3/4) : (7/8)]^{-5} = (-24/28)^{-5} = (-6/7)^{-5} = (-7/6)^5$

2.4. Operacions combinades amb potències

Exemple:

$$\frac{(-3)^3\cdot(-3)^{-5}\cdot(-3)}{(-3)^8\cdot(-3)^{-6}} = \frac{(-3)^{3-5+1}}{(-3)^{8-6}} = \frac{(-3)^{-1}}{(-3)^2} = (-3)^{-1-2} = (-3)^{-3} = \frac{1}{(-3)^3} = -\frac{1}{27}$$

Exemple:

$$\frac{\left(5^4\cdot(-2)^4\cdot 3^4\right)^3}{(9^2\cdot 4^2)^3} = \frac{\left[(5\cdot(-2)\cdot 3)^4\right]^3}{\left[(3^2)^2\cdot(2^2)^2\right]^3} = \frac{\left[(-30)^4\right]^3}{\left[\left[(3\cdot 2)^2\right]^2\right]^3} = \frac{\left[(-30)^4\right]^3}{\left[6^4\right]^3} = \left[(-5)^4\right]^3 = (-5)^{12} = 244140625.$$

Activitats proposades

10. Calcula:

a) $(-2/5)^4 : (-2/5)^7$ b) $(5/8)^3 : (5/8)^{-2}$

11. Calcula:

a) $(1/5)^{-3} : (2/9)^{-3}$ b) $(-6)^5 : (-2/9)^5$

12. Calcula:

a) $\dfrac{3^2\cdot\dfrac{2^5}{5^5}}{(-4)\cdot 4^5}$ b) $\dfrac{\left(\dfrac{-2}{3}\right)^2\cdot\left(\dfrac{-1}{6}\right)^2}{\left(\dfrac{3}{8}\right)^{-4}\cdot\left(\dfrac{3}{8}\right)^6}$

3. NOTACIÓ CIENTÍFICA

3.1. Nombres grans i nombres xicotets

Un nombre expressat en notació científica està format per un nombre decimal la part entera del qual està entre 1 i 9, multiplicat per 10^n, sent n un nombre enter positiu o negatiu.

$$a \cdot 10^n \quad \text{sent} \quad 1 \leq a \leq 9$$

Si l'exponent n és positiu s'utilitza per a expressar nombres grans i si l'exponent ***n* és** negatiu per a expressar nombres xicotets

Exemples:

$3420000000000 = 3{,}42 \cdot 10^{12}$ $\qquad$ $0{,}000000000057 = 5{,}7 \cdot 10^{-11}$

Activitats resoltes

- En la llegenda dels escacs utilitzem números molt grans. Si no ens interessa tanta aproximació sinó fer-nos una idea únicament dels grans que són, podem usar la notació científica.

Una aproximació per al nombre de grans de blat de la casella 64 és $9 \cdot 10^{18}$, amb la qual cosa ens fem una idea millor de com és d'enorme que amb el número:

92233720368547758089223372036854775808 que dóna un poc de mareig.

- Escriu en notació científica: 2^{16}, 2^{32} i 2^{64}

$2^{16} = 65536 \approx 6{,}5 \cdot 10^4$ $\qquad$ $2^{32} = 4294967296 = 4 \cdot 10^9$ $\qquad$ $2^{64} = 18446744073709551616 = 1{,}8 \cdot 10^{19}$

3.2. Operacions amb notació científica

Suma o diferència

Per realitzar sumes i restes, amb expressions en notació científica, es transforma cada expressió decimal de manera que s'igualen els exponents de 10 en cada un dels termes

Exemple:

Per calcular $4 \cdot 10^8 + 2{,}3 \cdot 10^6 - 6{,}5 \cdot 10^5$ expressem tots els sumands amb la mateixa potència de 10, triant la menor, en aquest cas 10^5:

$4000 \cdot 10^5 + 23 \cdot 10^5 - 6{,}5 \cdot 10^5$

Traiem factor comú: $10^5 \cdot (4000 + 23 - 6{,}5) = 4016{,}5 \cdot 10^5 = 4{,}0165 \cdot 10^8$

Producte

El producte d'expressions en notació científica és el resultat de multiplicar els nombres decimals i sumar els exponents de base 10.

Exemple:

$2,5 \cdot 10^{5} \cdot 1,36 \cdot 10^{6} = (2,5 \cdot 1,36) \cdot 10^{5+6} = 3,4 \cdot 10^{11}$

Quocient

El quocient de dues expressions en notació científica és el resultat de dividir els números decimals i restar els exponents de base 10.

Exemple:

$5,4 \cdot 10^{9} : 4 \cdot 10^{7} = (5,4 : 4) \cdot 10^{9-7} = 1,35 \cdot 10^{2}$

Activitats resoltes

- Per fer el quocient per a calcular 2^{63} dividint 2^{64} entre 2 en notació científica:

$2^{63} = 2^{64} / 2 = 1,8 \cdot 10^{19} / 2 = 0,9 \cdot 10^{19} = 9 \cdot 10^{18}$.

Usa la calculadora

Les calculadores utilitzen la notació científica. Moltes calculadores per a escriure $9 \cdot 10^{18}$ escriuen 9e+18.

13. Utilitza la teua calculadora per a obtindre 2^{16}, 2^{32} i 2^{64} i observa com dóna el resultat.

14. Utilitza la calculadora per obtindre la teua edat en segons en notació científica.

Activitats proposades

15. Efectua les operacions en notació científica:

a) $0,000257 + 1,4 \cdot 10^{-5}$ b) $200000000 - 3,5 \cdot 10^{6} + 8,5 \cdot 10^{5}$

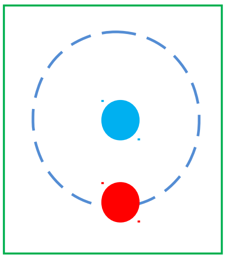
16. Efectua les operacions en notació científica:

a) $(1,3 \cdot 10^{5}) \cdot (6,1 \cdot 10^{-3})$ b) $(4,7 \cdot 10^{-8}) \cdot (3 \cdot 10^{6}) \cdot (2,5 \cdot 10^{-4})$

17. Efectua les operacions en notació científica:

a) $(5 \cdot 10^{-8}) : (1,5 \cdot 10^{-3})$ b) $(3,25 \cdot 10^{-5}) \cdot (5 \cdot 10^{2}) : (6,15 \cdot 10^{-7})$

18. S'estima que el volum de l'aigua dels oceans és de 1285600000 km^3 i el volum d'aigua dolça és de 35000000 km^3. Escriu aqueixes quantitats en notació científica i calcula la proporció d'aigua dolça.



19. Se sap que en un àtom d'hidrogen el nucli constitueix el 99 % de la massa, i que la massa d'un electró és aproximadament de $9,109 \cdot 10^{-31}$ kg. Quina massa té el nucli d'un àtom d'hidrogen? (*Recorda*: Un àtom d'hidrogen està format pel nucli, amb un protó, i per un únic electró)

20. A Joan li han fet una anàlisi de sang i té 5 milions de glòbuls rojos en cada mm^3. Escriu en notació científica el nombre aproximat de glòbuls rojos que té Joan estimant que té 5 litres de sang.

4. ARRELS

5.1. Radicals d'índex qualsevol

L'arrel enèsima d'un nombre *a* és un nombre *x* que en elevar-lo a *n*, dóna com resultat *a*.

$$\sqrt[n]{a} \Leftrightarrow x^n = a.$$

Recorda:
n = índex de l'arrel
a = radicand
$x = \sqrt[n]{a}$ arrel

L'arrel quadrada d'un nombre real no negatiu *a és* un únic nombre no negatiu *x* que elevat al quadrat ens dóna *a*:

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow x^2 = a \quad , a \geq 0,\ x \geq 0.$$

Observació

No confongues resoldre una equació, $x^2 = 9$, que té dues arrels, 3 i –3, amb calcular una **arrel**, com $\sqrt{9}$ que és **únicament** 3.

Imagina quin embolic tan horrible seria calcular $\sqrt{9}+\sqrt{1}+\sqrt{4}$ si el resultat poguera ser:

3 + 1 + 2 = 6, o bé, 3 – 1 – 2 = 0, o bé –3 + 1 – 2 = –4, o bé 3 – 1 + 2 = 4 …

L'arrel enèsima d'un nombre en el camp real o no existeix o es **única**.

Observa que $\sqrt{-1}$ no existeix en el camp real. Cap nombre real en elevar-lo al quadrat dóna un nombre negatiu. Només podem calcular arrels d'exponent parell de nombres positius. No obstant això $\sqrt[3]{-1} = -1$, perquè (–1) · (–1) · (–1) = –1.

Activitats resoltes

- Quant mesura el costat d'una habitació quadrada enrajolada amb 144 taulells quadrats de 25 cm de costat?

Cada costat tindrà $\sqrt{144}$ = 12 taulells, que mesuren 25 cm, doncs mesurarà 12 · 25 = 300 cm = 3 m de llarg.

- En un depòsit cúbic caben 1000 cubs d'1 dm^3, quant mesura la seua aresta? I si caben 12167 cubs?

Calculem $\sqrt[3]{1000}$ = 10. L'aresta mesura 10 dm. Calculem ara $\sqrt[3]{12167}$ = 23. L'aresta mesura 23 dm perquè 23 · 23 · 23 = 12167.

- Calcula $\sqrt[3]{-64}$; $\sqrt[3]{-8}$; $\sqrt[3]{-27}$; $\sqrt[3]{-1000}$.

Les arrels de radicand negatiu i índex imparell, si existeixen: $\sqrt[3]{-64} = -4$; $\sqrt[3]{-8} = -2$; $\sqrt[3]{-27} = -3$; $\sqrt[3]{-1000} = -10$.

4.2. Potències d'exponent fraccionari

Es defineix $x^{\frac{1}{n}}$ com $\sqrt[n]{x}$:

$$x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$$

Per tant, la potència $x^{\frac{m}{n}}$ pot expressar-se en forma de radical, de manera que ***n*** serà l'índex de l'arrel i ***m*** l'exponent del radicand.

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$$

Exemple:

$5^{2/3} = \sqrt[3]{5^2}$

Les propietats de les potències d'exponent fraccionari coincideixen amb les de les potències d'exponent un nombre natural.

Activitats resoltes

- Simplifica els radicals $\sqrt[4]{2^{12}}$, $\sqrt[10]{7^{15}}$ usant potències d'exponent fraccionari.

Escrivim el radical com a potència d'exponent fraccionari i simplifiquem les fraccions:

$$\sqrt[4]{2^{12}} = 2^{\frac{12}{4}} = 2^3 = 8.$$

$$\sqrt[10]{7^{15}} = 7^{\frac{15}{10}} = 7^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{7^3} = 7 \cdot \sqrt{7}$$

- Calcula $\sqrt{484}$ y $\sqrt[3]{27000}$ factorizando prèviament els radicands

$$\sqrt{484} = \sqrt{2^2 \cdot 11^2} = 2 \cdot 11 = 22$$

$$\sqrt[3]{27000} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

- Calcula $25^{0,5}$; $32^{\frac{3}{5}}$ y $\left(3^{\frac{6}{5}}\right)^{\frac{5}{2}}$

$$25^{0,5} = 25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = 5$$

$$32^{\frac{3}{5}} = \left(2^5\right)^{\frac{3}{5}} = 2^{\frac{5 \cdot 3}{5}} = 2^3 = 8$$

$$\left(3^{\frac{6}{5}}\right)^{\frac{5}{2}} = 3^{\frac{6 \cdot 5}{5 \cdot 2}} = 3^3 = 27$$

4.3. Extracció de factors d'un radical

Tenim $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$ amb $m > n$, per extraure factors de l'arrel realitzem el quocient: m dividit entre n té de quocient p i de residu r: $m = n \cdot p + r$. El resultat és $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n]{x^{n\cdot p+r}} = x^{\frac{n\cdot p+r}{n}} = x^{p+\frac{r}{n}} = x^p \cdot \sqrt[n]{x^r}$.

Si $m > n$, $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m} = x^p \cdot \sqrt[n]{x^r}$.

Exemple:

$\sqrt[3]{x^5} = x \cdot \sqrt[3]{x^2}$

$\sqrt{2^4 \cdot 3^3 \cdot 5} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot 5} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3 \cdot 5} = 12 \cdot \sqrt{15}$

Activitats proposades

21. Calcula totes les solucions:

a) $\sqrt{121}$ b) $\sqrt[3]{-8}$ c) $\sqrt[4]{10000}$ d) $\sqrt[5]{-1}$ e) $\sqrt[7]{1}$

22. Expressa en forma de radical

a) $(-3)^{4/5}$ b) $8^{1/3}$ c) $5^{2/3}$

23. Extrau els factors possibles en cada radical:

a) $\sqrt[4]{a^6 b^5}$ b) $\sqrt[3]{6^5 \cdot 3^4 \cdot 2^6}$ c) $\sqrt{4 \cdot 5^3 \cdot 9^3}$

4.4. Operacions amb radicals

Com els radicals es poden escriure com a potències, tenen les propietats que ja coneixes de les potències.

Arrel d'un producte

L'arrel d'un producte és igual al producte de les arrels dels factors

$$\sqrt[n]{x \cdot y \cdot z} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} \cdot \sqrt[n]{z}$$

Exemple:

$\sqrt[3]{8 \cdot 27 \cdot 64} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{64} = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

Arrel d'un quocient

L'arrel d'un quocient és igual al quocient de l'arrel del dividend i l'arrel del divisor

$$\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$$

Exemple:

$$\sqrt[5]{\frac{32}{243}} = \frac{\sqrt[5]{32}}{\sqrt[5]{243}} = \frac{2}{3}$$

Recorda

Hi ha operacions amb radicals que **NO** estan permeses.

$10=\sqrt{100}=\sqrt{64+36}$ que es distint de:

$\sqrt{64}+\sqrt{36}=8+6=14$

Arrel d'una arrel

L'arrel d'una arrel és igual a una altra arrel amb el mateix radicand i l'índex del qual és el producte dels índexs.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[n\cdot m]{x}$$

Exemple:

$\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}}=\sqrt[3\cdot 2]{64}=\sqrt[6]{64}=\sqrt[6]{2^6}=2$

4.5. Operacions combinades

Exemple:

$x^{2/3} \cdot y^{1/3} = \sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[3]{y}=\sqrt[3]{x^2\cdot y}$

Exemple:

$$\frac{x^{\frac{7}{4}}}{x^{\frac{5}{3}}}=\frac{\sqrt[4]{x^7}}{\sqrt[3]{x^5}}=\frac{x\cdot\sqrt[4]{x^3}}{x\cdot\sqrt[3]{x^2}}=\frac{\sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

Activitats proposades

24. Expressa en forma de producte o de quocient:

a) $\sqrt[3]{a\cdot b}$ b) $\sqrt{2\cdot 5\cdot 7}$ c) $\sqrt[2]{\frac{7}{6}}$ d) $\sqrt{\frac{x^3}{y}}$

25. Expressa en forma d'única arrel:

a) $\sqrt[3]{\sqrt{18}}$ b) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{25}}}$

26. Expressa en forma de potència:

a) $\sqrt[4]{2^3}\cdot\sqrt{2^5}$ b) $\frac{\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[4]{5^2}}{\sqrt{5^3}}$

27. Simplifica l'expressió:

a) $\left(\frac{x^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{x}}\right)^3$ b) $\frac{\sqrt{x^3}\cdot\sqrt[5]{x^{11}}}{\sqrt[3]{x}}$

4.6. Arrels quadrades

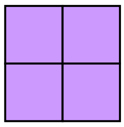
Ja saps que:

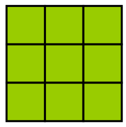
L'arrel quadrada exacta d'un nombre *a* és un altre nombre *b* el quadrat del qual és igual al primer:

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a$$

Exemple:

a) En poder construir un quadrat de costat 2 amb 4 quadrats xicotets es diu que 2 és l'arrel quadrada de 4, ja que $2^2 = 4$, i per tant diem que 2 és l'arrel *quadrada* de 4, és a dir:





$$\sqrt{4} = 2.$$

Obtindre l'arrel quadrada exacta és l'operació oposada d'elevar al quadrat.

b) Podem construir un quadrat de costat 3 amb 9 quadrats xicotets, per tant com $3^2 = 9$ doncs:

$$\sqrt{9} = 3.$$

En escriure $\sqrt{64} = 8$ es llig que l'arrel *quadrada* de 64 és 8.

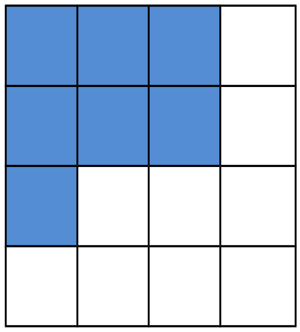
Al signe √ se li denomina **radical**, s'anomena **radicand** al nombre col·locat davall, en aquest cas 64 i es diu que el **valor de l'arrel** és 8.

Exemple:

Sabem que l'àrea d'un quadrat és 121 cm^2, quant val el seu costat?

El seu costat valdrà l'arrel quadrada de 121. Com $11^2 = 121$, doncs l'arrel quadrada de 121 és 11. El costat del quadrat és 11.

Exemple:



Es pot construir un quadrat amb 7 quadrats xicotets?

Observa que es pot formar un quadrat de costat 2, però sobren 3 quadrats xicotets, i que per a fer un quadrat de costat 3 falten 2 quadrats xicotets.

El nombre 7 no és un quadrat perfecte, no té arrel quadrada exacta perquè amb 7 quadrats xicotets no es pot construir un quadrat.

És més, aquells nombres naturals que no tenen arrel quadrada exacta, la seua expressió decimal és un nombre irracional, amb infinites xifres decimals no periòdiques.

Però podem afirmar que $2 < \sqrt{7} < 3$.

Com 4 és un quadrat perfecte i $\sqrt{4} = 2$, i 9 és també un altre quadrat perfecte i $\sqrt{9} = 3$, els nombres, 5, 6, 7, i 8 no són quadrats perfectes i la seua arrel quadrada és un nombre irracional.

Amb més dificultat es pot aproximar aqueixos valors, així $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$, (Multiplica 2,6 per si mateix, i 2,7 per si mateix, i comprova que es verifica la desigualtat) o podem obtindre més xifres decimals:

$2,64 < \sqrt{7} < 2,65$, o bé $2,64575131 < \sqrt{7} < 2,64575132$.

Podem trobar un valor aproximat de l'arrel.

Per calcular arrels quadrades pots utilitzar la calculadora, amb la tecla $\boxed{\sqrt{}}$

És important conéixer els quadrats perfectes, perquè mentalment, t'ajuda a saber entre quins valors enters està l'arrel quadrada que vols calcular.

Observa que:

El quadrat d'un nombre, positiu o negatiu, és sempre un nombre positiu. Llavors no hi ha l'arrel quadrada d'un nombre negatiu.

Activitats proposades

28. Escriu la llista dels 12 primers quadrats perfectes.

29. Calcula **mentalment** al teu quadern les arrels següents:

a) $\sqrt{49}$ b) $\sqrt{25}$ c) $\sqrt{100}$ d) $\sqrt{64}$ e) $\sqrt{81}$ f) $\sqrt{1}$ g) $\sqrt{0}$.

30. Calcula **mentalment** al teu quadern les aproximacions enteres de les arrels següents:

a) $\sqrt{51}$ b) $\sqrt{27}$ c) $\sqrt{102}$ d) $\sqrt{63}$ e) $\sqrt{80}$ f) $\sqrt{2}$ g) $\sqrt{123}$.

31. Indica quines arrels quadrades seran nombres naturals, quins nombres irracionals i quins no existeixen:

a) $\sqrt{36}$ b) $\sqrt{-25}$ c) $\sqrt{-100}$ d) $\sqrt{32}$ e) $\sqrt{-7}$ f) $\sqrt{10}$ g) $\sqrt{100}$.

CURIOSITATS. REVISTA

Cèl·lules solars de silici de grandària microscòpica

El programa de Tecnologia Solar del Departament d'Energia dels Estats Units, en el seu objectiu d'aconseguir major eficiència en la producció d'energia solar, ha creat cèl·lules microscòpiques de silici. Aquestes cèl·lules utilitzen 100 vegades menys material de silici policristalí de 20 micròmetres de grossor amb un significatiu cost menor de fabricació. Aquestes cèl·lules converteixen quasi un 15 % de la llum solar en energia elèctrica.

La creu d'Einstein

Albert Einstein havia anunciat, a partir de la seua teoria de la relativitat general, l'anomenat "espillcòsmic" o "lent gravitacional". Aquest efecte pot explicar la formació de quatre o més imatges a partir d'una sola font molt distant. La creu de la imatge va resultar ser un sol quàsar situat a uns 10.000 milions d'anys-llum a què es va dir Creu d'Einstein, la llum dels quals queda corbada en la seua trajectòria per una galàxia-lent situada deu vegades més prop.

Sabies que...

a les operacions en notació exponencial també les anomenen de "coma flotant" perquè l'exponent equival a la posició del decimal? Als ordinadors, la potència de càlcul se mesura en *mflops*, o milers d'operacions en coma flotant per segon, en angles *floating point operations per secound*, abreviat "flops". El teu ordinador igual pot fer un milió d'aquestes operacions per segon, un "*giga flops*"!

Autora: Nieves Zuasti
Traducció: Pedro Podadera. Instituto Juan de Garay de Valencia
Revisor: Sergio Hernández
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

La presència dels bacteris

S'estima que existeixen 100 milions de bacteris, de 600 espècies diferents, per cada mil·límetre cúbic de saliva i 40 milions de bacteris en un gram de terra. Alguns científics calculen que en l'interior de la Terra podria haver-hi fins a 100.000 bilions de tones de bacteris, de manera que si totes estigueren sobre la superfície, cobririen el nostre planeta fins una altura de 15 metres. Hi ha molta més vida en l'interior que en l'exterior.

Al Papir de Ajmeed (1650 a.C.) es mostra com els egipcis extreien arrels quadrades. En l'antiga Índia, en els manuscrits del Baudhayana Sulba Sutra Aryabhata (800-500 a.C.) s'anota un mètode per a calcular arrels quadrades.

A Europa, no s'han trobat referències abans de Cataneo (1546). El símbol de l'arrel quadrada va ser introduït en 1525 pel matemàtic Christoph Rudolff, i és una forma estilitzada de la r minúscula.

Autora: Nieves Zuasti
Traducció: Pedro Podadera. Instituto Juan de Garay de Valencia
Revisor: Sergio Hernández
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

RESUM

	POTÈNCIES I ARRELS	*Exemples*
Producte i quocient de potències	Al producte de potències amb la mateixa base es sumen els exponents. En el quocient es resten els exponents Amb el mateix exponent: En el producte, es multipliquen les bases i s'eleva el resultat al mateix exponent. En el quocient es divideixen les bases i s'eleva el resultat al mateix exponent	$(-5)^4 \cdot (-5)^2 = (-5)^6$ $3^2 : 3^7 = 3^{-5}$ $2^5 \cdot 7^5 = 14^5$ $(-5)^3 : (4)^3 = (-5/4)^3$
Potència d'un producte i d'un quocient	La potència d'un producte és igual al producte de cada un dels factors elevats a la potència $(a \cdot b \cdot c \cdot d)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n \cdot d^n$ La potència d'un quocient és igual al quocient del dividend i el divisor elevats a la potència $c^m : c^n = c^{m-n}$	$(5 \cdot 2 \cdot 3)^4 = 5^4 \cdot 2^4 \cdot 3^4$ $(-7/2)^6 = 7^6/(-2)^6$
Potència d'una altra potència	$((d)^m)^n = d^{mxn}$	$((-4)^3)^5 = (-4)^{15}$
Potència de base racional	$(a/b)^n = a^n/b^n$	$(6/5)^2 = 6^2/5^2$
Potència d'exponent negatiu	$a^{-n} = 1/a^n$	$8^{-3} = 1/8^3$
Notació científica: operacions	$a \cdot 10^{\pm n}$ siendo $1 \leq a \leq 9$. + n para grandes números –n para pequeños números	$320000000 = 3{,}2 \cdot 10^8$ $0{,}0000000009 = 9 \cdot 10^{-10}$
Radicals: arrels d'índex qualsevol	$\sqrt{49} = 7$; $\sqrt[3]{-216} = -6$; $\sqrt[3]{64} = 4$; $\sqrt[4]{81} = 3$; $\sqrt[5]{-32} = -2$	
Potències d'exponent racional	Una potència amb exponent racional pot expressar-se en forma d'arrel l'índex de la qual és el denominador de l'exponent i el radicand queda elevat al numerador de l'exponent: $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$	$8^{2/5} = \sqrt[5]{8^2}$
Extracció de factors d'un radical	Si $m = n \cdot c + r$ doncs $\sqrt[n]{a^m} = a^c \cdot \sqrt[n]{a^r}$	$\sqrt[3]{8^7} = 8^2 \cdot \sqrt[3]{8}$
Operacions amb radicals	$\sqrt[n]{x \cdot y \cdot z} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} \cdot \sqrt[n]{z}$; $\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$	$\sqrt[4]{5 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{2} =$ $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{1}{3}$

EXERCICIS I PROBLEMES.

Potències

1. Expressa en forma d'única potència:

a) $2^5 \cdot (-3)^5 \cdot (-1)^5$

b) $(-1)^3 \cdot (-1)^8 \cdot (1)^5$

c) $4^3 \cdot (-2)^3 \cdot (-1)^3 \cdot 5^3$

d) $(-5)^2 \cdot (-5)^4 \cdot (5)$

e) $(-9)^2 \cdot 9^3 \cdot 9^4 \cdot 9$

f) $(-18)^4 : (-3)^4$

g) $(6)^5 : (6)^2$

h) $(-3)^2 : (-3)^4$

2. Expressa en forma d'única potència:

a) $\dfrac{4^2 \cdot 4^3 \cdot 4}{5^6 \cdot (-1)^6}$

b) $[(2)^7 : (-3)^7] \cdot (-4)^3 \cdot (-4)^4$

c) $\dfrac{[-2^4 \cdot (-3)^4 \cdot 6^4]^3 : [(-4)^8 \cdot (-4)^4]}{9^6 \cdot 9^4 : 9}$

d) $\dfrac{(-3)^2 \cdot (10)^2 : (-5)^2}{7^5 : 7^3}$

3. Expressa en forma de potència d'exponent positiu:

a) $(-4)^{-3}$ b) $(9)^{-3}$ c) $(-2)^5 : (-2)^9$ d) $(-5) \cdot (-5)^2 : (-5)^6$

4. Expressa en forma d'única potència:

a) $((2)^4)^3$ b) $((-3)^{-2})^5$ c) $((-1)^4)^3$ d) $((5)^2)^{3/5}$

5. Expressa en forma d'única potència:

a) $(-3/5)^4$ b) $(2/9)^4$ c) $(1/5)^{-3}$ d) $(2/3)^{-4}$

6. Expressa en forma d'única potència:

a) $(2/3)^{-4} \cdot (2/3)^3 \cdot (2/3)^5$
b) $(1/6)^3 \cdot (3/5)^3 \cdot (-6/7)^3$
c) $(-5/3)^4 : (-2/3)^4$
d) $(4/9)^3 : (4/9)^5$
e) $((-4/3)^{-3})^5$
f) $((2/7)^{-1})^{-3}$

7. Expressa en forma d'única potència:

a) $$\frac{(2/3)^3 \cdot (-1/5)^3 \cdot (-4/9)^3 \cdot (1/2)^3}{(-1/4)^3 \cdot (-1/4)^{-2} \cdot (-1/4) \cdot (-1/4)^4}$$

b) $((-1/3)^4)^{3/2} \cdot (2/5)^{1/6}$

c) $$\frac{(2/5)^{1/2} \cdot (2/5)^{3/4} \cdot (2/5)^{-1/6}}{(7/8)^3 : (1/6)^3}$$

8. Expressa en forma de notació científica:

a) 140000000 b) 32800 c) 71000000000000000 d) 0,0000075

e) –18000000 f) 0,00000000042 g) –0,009 h) 0,00000000007

9. Busca informació expressada en notació científica sobre:

a) La distància entre la Terra i la Lluna

b) Unitat de massa atòmica

c) Km que corresponen a un any llum

d) Un googol

e) La longitud d'ona dels rajos còsmics

10. Realitza les operacions i expressa el resultat en notació científica:

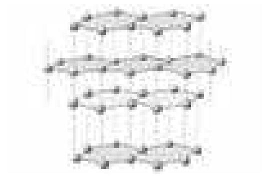
a) $4 \cdot 10^3 + 2{,}4 \cdot 10^6 - 1{,}7 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^3$

b) $2{,}3 \cdot 10^{-5} - 3{,}45 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-3}$

c) $3 \cdot 10^{-4} \cdot 4{,}5 \cdot 10^2$

d) $1{,}8 \cdot 10^5 : 5 \cdot 10^8$

11. L'estrela Sírius està a uns 8,611 anys llum del nostre planeta. Expressa en metres, mitjançant notació científica la distància que recorreria una nau espacial que realitzara un trajecte d'anada i tornada a Sírius. (*Recorda*: Un any llum, la longitud que recorre la llum en un any, és aproximadament igual a $9{,}46 \times 10^{12}$ km (9 460 730 472 580,8 km amb més aproximació))



Grafito

12. La massa d'un electró en repòs s'estima en $9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg, la d'un protó és de $1{,}672 \cdot 10^{-27}$ kg, i la d'un neutró $1{,}64 \times 10^{-27}$ kg. Calcula la massa d'un àtom de carboni 14 (C_{14}) format per sis protons, sis electrons i 6 + 2 = 8 neutrons. (El C_{14} és un isòtop que té dos neutrons més que el carboni normal i que s'utilitza per a datar).

13. Calcula i expressa en notació científica:

a) $0{,}00829 + 4 \cdot 10^{-3} + 7{,}45 \cdot 10^{-5} - 6{,}32 \cdot 10^{-4}$

b) $5 \cdot 10^{6} - 2{,}8 \cdot 10^{7} - 3 \cdot 10^{5}$

c) $5 \cdot 10^{-2} - 4 \cdot 10^{2} + 1{,}4 \cdot 10^{-3}$

d) $3 \cdot 10^{-5} \cdot (-2{,}7) \cdot 10^{-3} + 4{,}2 \cdot 10^{-6}$

14. Expressa el resultat d'aquesta operació en notació científica:

a) $\dfrac{2{,}4 \cdot 10^{-3} - 1{,}5 \cdot 10^{-4}}{0{,}025 + 3 \cdot 10^{-4}}$

b) $\dfrac{(1{,}3 \cdot 10^{4}) \cdot (5 \cdot 10^{3})}{(4 \cdot 10^{5}) \cdot (2{,}3 \cdot 10^{6})}$

Cultiu d'Escherichia coli

15. S'estima que existeixen 40 milions de bacteris en un gram de terra. Expressa en notació científica de forma aproximada el nombre de bacteris que existeixen en uns camions que estan descarregant 50 tones mètriques d'arena en una platja.

16. Si $x = 240000$ $y = 0{,}00058$ $z = 7{,}2 \cdot 10^{6}$

Calcula i expressa en notació científica a) $x \cdot y$ b) $2x + y \cdot 10^{7}$ c) $3x - 5y$

17. Arquimedes, al seu tractat *L'arenario* conta una manera per expressar nombres molt grans, com el nombre de grans d'arena que hi ha en tota la Terra. Anem a estimar-los ara per un altre procediment. Estimem quants grans d'arena necessitem per tindre un gram d'arena. Et pareix que 50 grans d'arena?. S'estima que la massa de la Terra és de:

$$M_T = 5\ 980\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 \text{ g} = 598 \cdot 10^{25} \text{ g}$$

Calcula de forma aproximada el nombre de grans d'arena que hi ha en tota la Terra.

18. Veiem en Internet que la massa de Mart és de 639E21 kg, que la massa de Júpiter és de 1,898E27 kg, i que la massa de la Terra és de 5,972E24 kg.

a) Calcula quantes vegades cabria la Terra en el planeta Júpiter.

b) Calcula la relació entre la massa de la Terra i la de Mart.

Autora: Nieves Zuasti
Traducció: Pedro Podadera. Instituto Juan de Garay de Valencia
Revisor: Sergio Hernández
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

Arrels

19. Calcula:

a) $\sqrt{12100}$ b) $\sqrt[3]{-0{,}008}$ c) $\sqrt[3]{-125}$ d) $\sqrt[5]{-1}$ e) $\sqrt{0{,}49}$

20. Calcula:

a) $\sqrt[4]{2{,}0736}$ b) $\sqrt[5]{-0{,}00001}$ c) $\sqrt{33640000}$ d) $\sqrt[3]{-2{,}7\cdot 10^{-6}}$

21. Expressa en forma d'arrel:

a) $(-4)^{3/5}$ b) $7^{1/6}$ c) $(21)^{1/3}$ d) $(-5)^{2/3}$

22. Expressa en forma de potència:

a) $\sqrt[5]{6^3}$ b) $\sqrt{(-7)^5}$ c) $\sqrt{3^5}$ d) $\sqrt[3]{(-30)^4}$

23. Extrau els factors possibles d'aquests radicals:

a) $\sqrt{3^3\cdot 10^5\cdot 2}$ b) $\sqrt[3]{6^9\cdot 2^5}$ c) $\sqrt[4]{x^{11}\cdot y^5}$ d) $\sqrt[3]{3^4\cdot 5^6}$

24. Extrau els factors possibles d'aquests radicals:

a) $\sqrt[3]{a^7\cdot b^3\cdot c^{-6}}$ b) $\sqrt{5^{-5}\cdot 3^{-6}}$ c) $\sqrt[4]{10^5 : 6^8}$ d) $\sqrt{x^3\cdot x^8\cdot x}$

25. Simplifica:

a) $\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^3}$ b) $\sqrt[3]{\left(\frac{-4}{5}\right)\cdot\left(\frac{-4}{5}\right)^5}$ c) $\sqrt{\frac{x^3\cdot y^4}{x^8\cdot y}}$ d) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{4}\right)^5 : \left(\frac{4}{3}\right)^5}$

26. Expressa en forma de producte:

a) $\sqrt{3\cdot 50\cdot 12}$ b) $\sqrt[3]{5^2\cdot 2^4\cdot 3^6}$ c) $\sqrt{8\cdot 3^4\cdot 9}$ d) $\sqrt[3]{a^8\cdot b^2\cdot c^6}$

27. Expressa en forma de quocient:

a) $\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)}$ b) $\sqrt[5]{\frac{15}{32}}$ c) $\sqrt[3]{\frac{-7}{9}}$ d) $\sqrt{\frac{15}{24}}$

28. Expressa en forma d'única arrel:

a) $\sqrt{\sqrt{48}}$ b) $\sqrt[3]{\sqrt{450}}$ c) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{9000}}$ d) $\sqrt[2]{\sqrt[5]{-1}}$

29. Simplifica les operacions:

a) $\sqrt[3]{3^5}\cdot\sqrt[3]{2^4}$ b) $\left(\sqrt[3]{-27}\right)\cdot 5^{\frac{2}{3}}$ c) $\sqrt[5]{2^{12}} : \sqrt[5]{3^8}$ d) $\sqrt[2]{3}\cdot\sqrt[2]{10^5} : \sqrt{2^3}$

30. Simplifica les operacions:

a) $\sqrt[3]{x^5} : \sqrt[2]{x^3}$ b) $\sqrt{\sqrt{10^{12}}}$ c) $\sqrt{5\cdot(-2)^6\cdot(-3)^6}$ d) $\sqrt[5]{(-6)^{12}} : \sqrt[5]{(-6)^7\cdot 3^{10}}$

31. Simplifica les operacions:

a) $\sqrt[2]{\sqrt[3]{64}} : 5^{\frac{2}{3}}$ b) $\dfrac{(-4)^5\cdot\sqrt[3]{(-4)}}{\sqrt{2^3} : \sqrt{2^5}}$ c) $\dfrac{\left(\left(-7^3\right)\right)^{\frac{1}{4}}\cdot\sqrt[3]{(-7)^2}}{\sqrt{\sqrt{(-7)}}}$

AUTOEVALUACIÓ

1. El resultat de les operacions següents és: $(-6)^3 \cdot (-6)^{-5} \cdot (-6)$ i $(12)^7 : (12)^5$

a) 6 i 12^2 b) 1/6 i 12^5 c) $-1/6$ i 12^2

2. El resultat de les operacions següents és: $(-5)^4 \cdot (-1)^4 \cdot (6)^4$ i $(-8)^7 : (5)^7$

a) $(-30)^4$ i $(-3)^7$ b) 30^4 i $(-8/5)^7$ c) 30^4 i $(-3)^7$

3. El resultat de les operacions següents és: $((-2)^5)^3$; $((-1)^5)^7$ i $((-5)^{2/3})^6$

a) $(-2)^{15}$; (-1) i $(5)^{8/3}$ b) -2^{15}; (-1) i -5^4 c) $(-2)^{15}$; (-1) i $(-5)^4$

4. El resultat de les operacions següents és: $(8)^{-3}$; $(-2)^{-4}$ i $(10^5)^{-2}$

a) 1/512; 1/16 i $1/10^{10}$ b) $1/8^3$; $-1/2^4$ i $1/10^{10}$

5. El resultat de les operacions següents és: $(5/7)^3$; $(-1/3)^{-2}$ i $(-2/5)^4$

a) $5^3/7^3$; $1/3^2$ i $-2^4/5^4$ b) $5^3/7^3$; 3^2 i $2^4/5^4$

6. El resultat de les operacions següents és: $(2/3)^3 \cdot (2/3)^2 \cdot (2/3)^{-5}$

a) 1 b) 2/3 c) $-2/3$ d) $(2/3) \cdot (-3/2)$

7. Les expresions $3{,}1 \cdot 10^8$ i 0,0000000095 corresponen a :

a) 3100000000 i $9{,}5 \cdot 10^{-10}$ b) 310000000 i $9{,}5 \cdot 10^{-10}$ c) 310000000 i $9{,}5 \cdot 10^{-9}$

8. El resultat d'aquesta operació és: $(0{,}00098 + 3 \cdot 10^{-6} - 4{,}2 \cdot 10^{-4}) \cdot 2{,}5 \cdot 10^5$

a) 124,5 b) 2407,5 c) 107,5 d) 140,75

9. El resultat de les operacions següents és: $\sqrt[3]{-1331}$; $\sqrt{256}$ y $\sqrt[5]{-1}$

a) $-11, 16, -1$ b) $11, 16, 1$ c) $-11, -16, -1$

10. Les següents expresions corresponen a: $(-4)^{3/5}$; $(3)^{1/2}$ i $(-5)^{4/3}$

a) $\sqrt[5]{-4^3}$; $\sqrt{3}$ i $\sqrt[3]{-5^4}$ b) $\sqrt[5]{(-4)^3}$; $\sqrt{3}$ i $\sqrt[3]{(-5)^4}$ c) $-\sqrt[5]{4^3}$; $\sqrt{3}$ i $\sqrt[3]{-(5^4)}$

11. El resultat d'extraure factors d'aquests radicals és: $\sqrt[3]{(-5)^4}$ i $\sqrt{2^3 \cdot 5^5}$

a) $(-5) \cdot \sqrt[3]{(-5)}$ i $2 \cdot 5^3 \sqrt{2 \cdot 5}$ b) $(-5) \cdot \sqrt[3]{(-5)}$ i $50\sqrt{10}$ c) $(-5) \cdot \sqrt[3]{(-5)}$ i (-5)·³√(-5)

12. Les operacions següents poden expressar-se: $\sqrt[3]{-(5):12}$ i $\sqrt[3]{\sqrt[3]{-18}}$

a) $\dfrac{\sqrt[3]{-5}}{\sqrt[3]{12}}$ i $\sqrt[9]{-18}$ b) $\dfrac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{12}}$ i $\sqrt[6]{-18}$ c) $\dfrac{\sqrt[3]{-5}}{\sqrt[2]{12}}$ i $\sqrt[9]{18}$