

2º ESO

2n ESO

CAPÍTOL 8: MAGNITUDS PROPORCIONALS: PERCENTATGES

Propiedad Intelectual

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-009653

Fecha y hora de registro: 2013-07-27 20:33:23.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.drights.com>



LibrosMareaVerde.tk

www.apuntesmareaverde.org.es




Autora: Nieves Zuasti

Revisores: Milagros Latasa i Fernanda Ramos

Il·lustracions: Banc d'imatges de l'INTEF

Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay

Índex

1. RAÓ I PROPORCIÓ

1.1. RAÓ

1.2. PROPORCIÓ

2. MAGNITUDS DIRECTAMENT PROPORCIONALS

2.1. REGLA DE TRES DIRECTA

2.2. PERCENTATGES

2.3. DESCOMPTE PERCENTUAL

2.4. INCREMENT PERCENTUAL

3. ESCALES: PLANS I MAPES

4. MAGNITUDS INVERSAMENT PROPORCIONALS

4.1. PROPORCIÓ INVERSA

4.2. REGLA DE TRES INVERSA

5. REGLA DE TRES COMPOSTA

Resum

En aquest capítol revisarem els coneixements que tens del curs anterior sobre raons, percentatges, proporcionalitat directa, regla de tres simple... i aprendrem a utilitzar instruments que ens permeten establir comparacions entre magnituds.



Interpretació de mapes

Estudiarem les diferències entre proporcionalitat directa i inversa, aplicant mètodes de resolució de problemes. Utilitzarem també la regla de tres composta.

Aprendrem a aplicar i interpretar tot allò que s'ha relacionat amb la proporcionalitat i la seua aplicació en la vida quotidiana.

Aplicarem els coneixements sobre proporcionalitat en la interpretació d'escala i mapes, utilitzant la idea de semblança, figures semblants, ampliació i reducció de figures, raó de semblança i escales. Estudiarem la raó entre les superfícies de figures semblants

RAÓ I PROPORCIÓ

1.1. Raó

Ja saps que:

Raó, en Matemàtiques, és una comparació entre els valors de dues variables.

S'expressa en forma de quocient, de forma semblant a una fracció i es llig **"A és a B"**

Exemple:

- Comprem 5 kg de taronges per 4 €. Podem establir la relació entre el preu (4 €) i la quantitat (5 kg)

$$4 : 5 = 0,8 \text{ € el quilo}$$

$\frac{4}{5}$ és la **raó** entre euros i pes de taronges.

D'aquesta manera si comprem altres quantitats de taronges podrem calcular el preu a pagar.

Exemple:

- La raó que relaciona el gasto de 10 persones i els 500 litres d'aigua que gasten en un dia, es pot escriure:

$$\frac{10 \text{ persones}}{500 \text{ litres}} \quad \text{o bé} \quad \frac{500 \text{ litres}}{10 \text{ persones}}$$

En qualsevol dels casos estem expressant que la raó entre litres d'aigua i persones és:

$$500 : 10 = 50 \text{ litres per persona}$$

Si foren 5 persones d'una mateixa família la quantitat d'aigua gastada serà de 250 litres. Si són 400 persones d'una urbanització la quantitat d'aigua serà 20000 litres, és a dir:

$$\frac{10}{500} = \frac{400}{20000} = \frac{5}{250} = \frac{1}{50} \quad \text{o bé} \quad \frac{500}{10} = \frac{20000}{400} = \frac{250}{5} = \frac{50}{1}$$

Idees clares

Una **raó** és un quocient. S'expressa en forma de **fracció** però els seus termes no expressen una part d'una mateixa magnitud sinó la **relació** entre dues magnituds.

Els termes de la raó poden ser nombres enters o decimals.

Activitats proposades

- Set persones gasten 280 litres d'aigua diàriament. Quina és la raó entre els litres consumits i el nombre de persones? Quina és la raó entre les persones i els litres consumits?
- Mig quilo de cireres costà 1,90 €. Expressa la raó entre quilos i euros.

Observa:

Una **fracció** expressa una part d'un tot d'**una única magnitud**, mitjançant els seus termes, numerador (les parts que prenen) i denominador (el total de les parts en las que s'ha dividit eixe tot)

No obstant això, els termes d'**una raó** fan referència a quantitats de **dues magnituds**, el primer s'anomena "antecedent" i el segon "consecuent"

3. La raó entre dues magnituds és 36. Escriu un exemple dels valors que poden tindre aquestes dues magnituds.

1.1. Proporció

Ja saps que:

Una **proporció** és la **igualtat** entre dues raons.

Els termes primer i quart són els **extrems** i el segon i tercer són els **mitjans**.

$$\frac{\text{extrem}}{\text{mitjà}} = \frac{\text{mitjà}}{\text{extrem}}$$

S'anomena "**raó de proporcionalitat**" al quocient entre dos variables. I el seu valor constant ens permet obtindre raons semblants.

Quan manipulem una sèrie de dades de dos parells de magnituds que presenten una mateixa raó, es poden ordenar en un quadre de proporcionalitat.

Exemple:

Al quadre de a baix s'observa que cada arbre dóna $\frac{200}{5} = 40$

kg de fruita. És la **raó de proporcionalitat**.

Amb aqueixa dada podem emplenar el quadre per als següents casos.

kg de fruita	200	400	80	40	400	120	3000	800
núm. d'arbres	5	10	2	1	10	3	75	20



Propietat fonamental de les proporcions:

En tota proporció, el producte dels extrems és igual al producte dels mitjans.

Exemple:

$$\frac{3000}{75} = \frac{800}{20} \Rightarrow 3000 \cdot 20 = 75 \cdot 800$$

Idees clares

Observa que la raó de proporcionalitat ens serveix per a establir una relació entre les dos variables per a qualsevol dels valors que puguin adoptar

Activitats proposades

4. Completa les proporcions següents:

a) $\frac{5}{22} = \frac{45}{x}$

b) $\frac{0,3}{x} = \frac{7}{14}$

c) $\frac{x}{9,5} = \frac{4,7}{1,9}$

d) $\frac{0,05}{100} = \frac{x}{400}$

5. Ordena aquestes dades per a compondre una proporció:

a) 12, 3, 40, 10

b) 24, 40, 50, 30

c) 0,36; 0,06; 0,3; 1,8

6. Copia al teu quadern i completa la taula sabent que la raó de proporcionalitat és 2,5:

0,5	9	6		20			2,5
			50		8	25	

2. MAGNITUDS DIRECTAMENT PROPORCIONALS

Ja saps que:

Dues magnituds són **directament proporcionals** quan en multiplicar o dividir a la primera per un nombre, la segona queda multiplicada o dividida pel mateix nombre.

Exemple:

El nombre de vaques i la quantitat de pinso que es necessita. Per exemple si el nombre de vaques fóra el triple caldrà tindre triple quantitat de pinso.



No obstant això, hi ha relacions entre magnituds que no són de proporcionalitat perquè quan una es multiplica o es divideix per un nombre, l'altra no queda multiplicada o dividida de la mateixa manera.

Exemple:

El pes i la grandària del peu d'una persona no són magnituds proporcionals: El doble de l'edat no significa el doble de nombre de sabata.

Idees clares

Quan dues magnituds són directament proporcionals, el doble, triple... de la primera suposa el doble, triple... de la segona

Hi ha magnituds que no es relacionen proporcionalment.

Activitats proposades

7. Assenyalta d'aquests parells de magnituds, les que són directament proporcionals:

- La quantitat de filets que he de comprar i el nombre de persones que vénen a menjar.
- El pes d'una persona i la seua altura.
- El nombre de pisos que puja un ascensor i les persones que caben en ell
- El preu d'una tela i el que necessite per a fer un vestit.
- Les entrades venudes per a un concert i els diners recaptats
- El pes d'una persona i el seu sou.



8. Calcula els termes que falten per a completar les proporcions:

$$a) \frac{25}{50} = \frac{30}{x}$$

$$b) \frac{300}{100} = \frac{7}{x}$$

$$c) \frac{7,5}{56,9} = \frac{x}{2}$$

9. Ordena aquests valors de manera que formen una proporció directa:

$$a) 3,9 \quad 0,3 \quad 1,3 \quad 0,1$$

$$b) 5, 12, 6,10$$

$$c) 0,18 \quad 4 \quad 0,4 \quad 18$$

Hi ha més d'una solució?

2.1. Regla de tres directa

Ja saps que

Per a resoldre problemes de proporcionalitat directa, podem utilitzar el **mètode de reducció a la unitat**.

Exemple:

- ✚ Cinc viatges a Mèxic costaren 6500 €. Quant pagarem per 14 viatges d'un grup d'amics idèntics?

Primer calculem el preu d'un viatge, $6500 : 5 = 1300$ €.

Després calculem el cost dels 14 bitllets: $1300 \cdot 14 = 18200$ €

La **regla de tres** és un altre procediment per a calcular el quart terme d'una proporció



Exemple:

- ✚ Amb tres quilos de dacsca les meues gallines mengen durant 7 dies. Quants quilos necessitaré per a donar-les de menjar 30 dies?

Formem la proporció ordenant les dades: $\frac{3 \text{ kg}}{x \text{ kg}} = \frac{7 \text{ días}}{30 \text{ días}} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 30}{7} = 12,86 \text{ kg}$

Una altra forma habitual de plantejar la regla de tres és situant les dades d'aquesta manera:

3 kg _____ 7días

$$x = \frac{3 \cdot 30}{7} = 12,86 \text{ kg}$$

x kg _____ 30 dies

Idees clares

Reduir a la unitat significa calcular el valor d'un per a poder calcular qualsevol altra quantitat.

A la **regla de tres directa** ordenem les dades de manera que el valor desconegut s'obté multiplicant en creu i dividint pel tercer terme.

Activitats proposades

- El cotxe de Joan gasta 5,5 litres de gasolina cada 100 km, quants litres gastarà en un viatge de 673 km?
- En una rifa s'han venut 250 paperetes i s'han recaptat 625 euros. A quant es venia cada papereta? Quant haurien recaptat si hagueren



venut 900 paperetes?

12. Una fabada per a 6 persones necessites 750 g de fesols, quantes persones poden menjar fabada si utilitzem 6 kg de fesols?
13. Quatre camisetes ens costaren 25,5 €, quant pagarem per 14 camisetes iguals?

2.2. Percentatges

Ja saps que

El **percentatge** o **tant per cent** és la proporció directa més utilitzada en la nostra vida quotidiana.

Als comerços, informacions periodístiques, o a les anàlisis de resultats de qualsevol activitat apareixen percentatges.


Un percentatge és una raó amb denominador 100.

El seu símbol és %.






La seua aplicació es realitza mitjançant un senzill procediment:

“Para calcular el % d'una quantitat es multiplica pel tant i es divideix entre 100”

Exemple:


 Calcula el 41 % de 900 El 41 % de 900 = $\frac{41 \cdot 900}{100} = 369$

Alguns percentatges es poden calcular mentalment en tractar-se d'un càlcul senzill:

-  El 50 % equival a la mitat de la quantitat
-  El 25 % és la quarta part de la quantitat
-  El 75 % són les tres quartes parts de la quantitat
-  El 10 % és la desena part de la quantitat
-  El 200 % és el doble de la quantitat

Exemple:

-  El 25 % de 800 és la quarta part de 800, per tant és $800 : 4 = 200$

GRANS REBAIXES!!
40 % DE DESCOMPTE
EN TOTS ELS ARTICLES

Idees clares

Si qualsevol quantitat la divideixes en 100 parts, el 40 % són quaranta parts d'aqueixes cent.

El total d'una quantitat s'expressa com el 100 %

Activitats proposades

14. Calcula mentalment:
- a) El 50 % de 240 b) el 1 % de 570 c) el 10 % de 600 d) el 300 % de 9.
15. Completa la taula:

Quantitat inicial	%	Resultat
500	25	

720		108
60	140	
	60	294

16. En un hotel estan allotjades 400 persones. D'elles, 40 són italianes, 120 franceses, 100 són alemanyes i la resta russes. Calcula el % que representa cada grup sobre el total.

2.3. Descompte percentual

En molts comerços apareixen els preus abans de la rebaixa i els preus rebaixats. Amb aqueixes dos dades podem calcular el % de descompte.

Exemple:

Una camisa costava 34 € i en temporada de rebaixes es ven a 24 €, què % de descompte s'ha aplicat sobre el preu anterior?

Calculem l'import de la rebaixa $34 - 24 = 10$ €.

Establím la proporció: $\frac{34}{10} = \frac{100}{x}$, $x = \frac{10 \cdot 100}{34} = 29,41$ %



Exemple:

En comprar un ordinador m'ofereixen un 12 % de descompte per pagar-lo al comptat. He pagat 528 €. Quant valia l'ordinador sense descompte?

El preu inicial equival al 100 %. En aplicar el descompte, només pagarem $100 - 12 = 88$ %.

Per tant, hem de calcular el 100 %: $\frac{528 \cdot 100}{88} = 600$ €



Idees clares

El **descompte** és la diferència entre la quantitat inicial i la quantitat final. Amb aquestes dades podem calcular el % de descompte aplicat.

En descomptar-nos un x % d'una quantitat, només pagarem el $(100 - x)$ %.

Activitats proposades

17. En una botiga ofereixen un 15 % de descompte en comprar una llavadora que costa 420 €. Quant suposa el descompte? Quin és el preu final de la llavadora?

18. Quin d'aquestes dues ofertes ofereix un major % de descompte:

Abans 44,99 €
Ara 31,99 €

Abans 11,99
Ara 9,99

19. Completa:

- D'una factura de 540 € he pagat 459 €. M'han aplicat un % de descompte
- M'han descomptat el 16 % d'una factura de € i he pagat 546 €.
- Per pagar al comptat un moble m'han descomptat el 12 % i m'he estalviat 90 €. Quin era el preu del moble sense descompte?

2.4. Increment percentual

Als **increments percentuals**, la quantitat inicial és menor que la final ja que el tant per cent aplicat s'afegit a la quantitat inicial.

Exemple:

- Per no pagar una multa de 150 € m'han aplicat un 12 % de recàrrec.

Puc calcular el 12 % de 150 i sumar-lo a 150: $\frac{12 \cdot 150}{100} = 18 \text{ €}$.

En total pagaré $150 + 18 = 168 \text{ €}$.

Exemple:

- Una altra forma d'aplicar l'increment percentual pot ser calcular el % final a pagar:

Al cas anterior: $100 + 12 = 112 \%$

Calculem el 112 % de 150 €: $\frac{112 \cdot 150}{100} = 168 \text{ €}$.

Exemple:

- En un negoci he obtingut un 36 % de guanys sobre el capital que vaig invertir. Ara el meu capital ascendeix a 21760 €. Quants diners tenia al principi?

L'increment percentual del 36 % indica que els 21760 € són el 136 % del capital inicial.

Hem de calcular el 100 %: $\frac{21760 \cdot 100}{136} = 16000 \text{ €}$.



2.5. Impost sobre el valor afegit IVA

Els articles de consum i les activitats econòmiques porten associades un impost IVA que suposa un increment sobre el seu preu de cost. A Espanya l'IVA general que s'aplica és el 21 %.

És important que, en la publicitat, observem si el preu que s'indica d'un article o servei és amb IVA inclòs.

Idees clares

Als **increments percentuals**, la quantitat inicial augmenta perquè se li aplica un tant per cent major que el 100 %.

L'IVA és un impost que suposa un increment sobre el preu inicial

Activitats proposades

20. Calcula el preu final després d'aplicar el 68 % d'increment percentual sobre 900 €.

21. Una persona inverteix 3570 € en accions, i al cap d'un any la seua inversió s'ha convertit en 3659,25 €. Calcula l'augment percentual aplicat al seu diners.

22. El preu de venda dels articles d'una botiga és el 135 % del preu a què els comprà el comerciant. A quin preu comprà el comerciant un article que està a la venda per 54 €?
23. Als Estats Units hi ha la norma de deixar un mínim del 10 % de propina en restaurants o taxis sobre l'import de la factura. Calcula en aquesta taula el que han degut pagar aquests clients que han quedat molt satisfets i afigen un 15 % de propina:

Import factura	34 \$	105 \$	90,4 \$	100,20 \$	12 \$
Preu final					

24. El preu d'un televisor és 650€ + 21% IVA. El pagarem en sis mesos sense recàrrec. Calcula la quota mensual.

3. ESCALES: PLANS I MAPES

Els dibuixos, fotografies, mapes o maquetes representen objectes, persones, edificis, superfícies, distàncies ...

Perquè la representació siga perfecta han de guardar en tots els seus elements una mateixa raó de proporcionalitat que denominem “**escala**”

L'**escala** és una raó de proporcionalitat entre la mesura representada i la mesura real, expressades en una mateixa unitat de mesura.

Exemple:

- ✚ En un mapa apareix l'escala següent: **1 : 5 000 000** i s'interpreta que 1 cm del mapa representa 5 000 000 cm a la realitat, és a dir a 50000 m, és a dir a 50 km

Exemple:

- ✚ Hem fotografiat la catedral de Santiago de Compostel·la. La grandària de la foto ens dóna una escala:

$$1 : 600$$

Les dues torres de la fatxada tenen a la foto una altura de 3,5 cm. L'altura real de les torres serà:

$$3,5 \cdot 600 = 2100 \text{ cm} = 21 \text{ m}$$

Les escales ens permeten observar que la imatge real i la del dibuix són **semblants**.

Idees clares

L'**escala** utilitza el cm com a unitat de referència i s'expressa en comparació a la unitat.

Per exemple: 1 : 70000

Dues figures són semblants quan tenen la mateixa forma i els seus costats són proporcionals.

Activitats proposades

25. Escriu quatre exemples en què s'utilitzen escales.
26. La distància entre Madrid i València és 350 km. Al mapa, la distància entre ambdues ciutats és de 3,7 cm, a quina escala està dibuixat el mapa?
27. Completa la següent taula tenint en compte que l'escala aplicada és 1 : 1000

Dibuix	Mesura real
36 cm	

0,005 cm

7.7 km

28. Calcula l'escala corresponent en cada exemple de la taula:

Dibuix	Mesura real	Escala
1,5 cm	900 m	
7 cm	7.7 hm	
4 cm	12 km	

4. MAGNITUDS INVERSAMENT PROPORCIONALS

4.1. Proporcionalitat inversa

Dues magnituds són **inversament proporcionals** quan en multiplicar o dividir la primera per un nombre, la segona queda dividida o multiplicada pel mateix nombre.

Exemple:

- Un cotxe va a 90 km/h i tarda 3 hores a arribar al seu destí. Si una moto va a 45 km/h, tardarà 6 hores a recórrer la mateixa distància.

Es comprova que si la velocitat és el doble, el temps serà la mitat, i ambdós han recorregut els mateixos quilòmetres: $90 \cdot 3 = 270$ km $45 \cdot 6 = 270$ km

A la proporcionalitat inversa, **la raó de proporcionalitat** és el producte d'ambdues magnituds

Hi ha moltes situacions en què trobem una relació de proporcionalitat inversa entre dues magnituds.

Exemples:

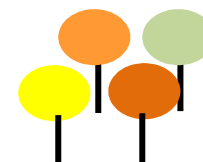
- El nombre d'invitats a un aniversari i el tros de tortada que li toca a cada u.
- Les persones que col·laboren en una mudança i el temps que tarden.

Quan coneixem la raó entre dues magnituds inversament proporcionals, podem elaborar una taula per a diferents valors:

Exemple:

- Tenim una bossa amb 60 caramels. Podem repartir-los de diverses maneres segons el nombre de xiquets: 60 és la raó de proporcionalitat.

Nombre de xiquets	6	12	30	15	20
Nombre de caramels per a cada un	10	5	2	4	3



Observa que quan el nombre de xiquets augmenta, els caramels que rep cada un disminueixen.

Idees clares

Matemàtiques 2n d'ESO. Capítol 8: Magnituds proporcionals. Percentatges

www.apuntesmareaverde.org.es

LibrosMareaVerde.tk



Autora: Nieves Zuasti Soravilla

Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay

Il·lustracions: Banc d'imatges d'INTEF

Perquè dues magnituds siguin inversament proporcionals, quan una creix l'altra decreix en la mateixa proporció.

La raó de proporcionalitat inversa es calcula multiplicant les dues magnituds.

Activitats proposades

29. Cinc treballadors acaben la seua tasca en 8 dies. El nombre de treballadors i el nombre de dies que tarden, són magnituds directa o inversament proporcionals? Quina és la raó de proporcionalitat?

30. Completa la taula de proporcionalitat inversa i assenjala el coeficient de proporcionalitat.

Velocitat en km/h	100	120			75
Temps en hores	6		20	4	

4.2. Regla de tres inversa

Una proporció entre dos parells de magnituds inversament proporcionals en la que es desconeix un dels seus termes es pot resoldre utilitzant la **regla de tres inversa**.

Exemple:

✚ Sis persones realitzen un treball en 12 dies, quant tardarien a fer el mateix treball 8 persones?

El coeficient de proporcionalitat inversa és el mateix per a les dues situacions: $12 \cdot 6 = 72$

Plantegem la regla de tres:

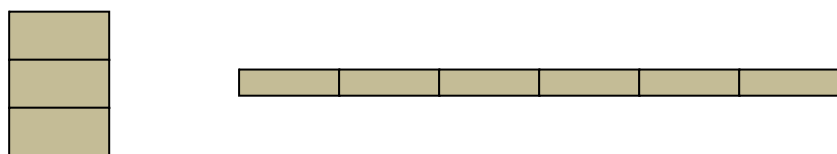
6 persones tarden 12 dies $12 \cdot 6 = 8 \cdot x$ $x = \frac{6 \cdot 12}{8} = 9$ dies

8 persones tarden X dies

En geometria trobem exemples de proporcionalitat inversa

Exemple:

✚ Aquestes dues superfícies tenen distinta forma però la mateixa àrea:



Observa que la primera té tres unitats d'altura i una de base i la segona, una altura de mitja unitat i sis unitats de base.

$$3 \cdot 1 = 0,5 \cdot 6 = 3$$

Exemple:

Matemàtiques 2n d'ESO. Capítol 8: Magnituds proporcionals. Percentatges

www.apuntesmareaverde.org.es

LibrosMareaVerde.tk



Traducci



- Observa aquests gots. La seua capacitat depèn tant de la seua altura com de la seua base. Si dos gots distints tenen la mateixa capacitat però distinta forma a major base menor altura i viceversa.

Idees clares

Per a resoldre la regla de tres inversa s'ha de tindre en compte que el producte de cada parell de magnituds ha de ser el mateix, el seu coeficient de proporcionalitat inversa.

Activitats proposades

- Hem tallat una peça de tela en 24 draps de 0,80 m de llarg cada u. Quants draps de 1,20 m de llarg podrem tallar?
- Cinc amics volen fer un regal d'aniversari. Han de posar cada un 5,40 €. Altres quatre amics s'uneixen per a contribuir al regal, quants euros ha de posar ara cada un?
- Per a pintar una casa, el pintor dedica 8 hores diàries durant 6 dies. Si treballara 10 dies, quantes hores diàries necessitaria?

4. REGLA DE TRES COMPOSTA

En alguns problemes de proporcionalitat apareixen més de dues magnituds relacionades entre si, establint el que anomenem una proporcionalitat composta.

Les relacions entre les magnituds poden ser totes directes, totes inverses o directes i inverses. Per això, hem d'aplicar els mètodes de resolució tant de regla de tres directa o inversa, una vegada analitzat l'enunciat.

Exemple:

- Sis màquines realitzen 750 peces durant 4 dies. Quantes peces realitzaran huit màquines iguals durant 10 dies?

Plantegem les dades:

6 màquines 750 peces 4 dies

8 màquines x peces 10 dies

La relació entre les tres magnituds és directament proporcional ja que en augmentar o disminuir cada una d'elles, les altres dos augmenten o disminueixen.

Per a calcular el resultat, apliquem la proporcionalitat directa en dos passos:

a) Màquines i peces: $x = \frac{8 \cdot 750}{6}$ ara cal tindre en compte els dies

b) Al ser una proporció directa $x = \frac{8 \cdot 750 \cdot 10}{6 \cdot 4} = 2500$ peces

Exemple:

- Tres fonts obertes durant 8 hores i brollant 12 litres cada minut omplien completament un estany. Quantes fonts hem d'obrir per a omplir el mateix estany en 5 hores i brollant 20 litres per minut?

Plantegem les dades:

5 fonts 8 hores 12 L/min

x fonts 6 hores 20 L/min

La relació entre aquestes tres magnituds és inversament proporcional, ja que amb major cabal, tardaran menys temps a omplir el depòsit.

El producte de les tres variables $5 \cdot 8 \cdot 12$ ha de ser igual al producte de $x \cdot 6 \cdot 20$, per tant

$$x = \frac{5 \cdot 8 \cdot 12}{6 \cdot 20} = 4 \text{ !!br0ken!!}$$

Activitats proposades

34. Sis persones gasten 2100 € durant 4 mesos en despeses de transport. Si el gasto durant 10 mesos ha sigut de 3600 €, a quantes persones correspon?
35. Amb una jornada de 8 hores diàries, un equip de 20 persones tarda 9 dies a concloure un treball. Quantes persones es necessiten per a realitzar el mateix treball?

CURIOSITATS. REVISTA

La divina proporció

La proporció harmònica

La proporció àuria

Imagines que existeix una proporció amb eixos noms! A més a més, està per tot arreu!

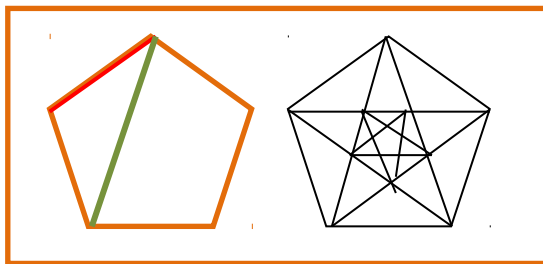
Què és?

Com el seu nom indica és una proporció. Una longitud es divideix en dos, $a + b$, de manera que es verifiqui:

Aqueix quocient dóna un nombre, un valor, a què s'anomena **nombre d'or** i és aproximadament igual a 1,618...

Teano va ser una matemàtica grega que visqué al segle sisé abans de la nostra era. Es casà amb Pitàgores i treballà en la seua escola difonent els coneixements científics i matemàtics per tots els pobles del Mediterrani, entre ells **la proporció àuria**. Se sap que Teano escrigué moltes obres i tractats sobretot tipus de temes. Se li atribueixen escrits sobre poliedres regulars, sobre temes filosòfics i sobre les propietats del pentàgon regular, símbol de l'Escola Pitagòrica, i la seua relació amb la divina proporció.

Si dibuixem un pentàgon regular, i tracem les seues diagonals. Es fa al seu interior un altre pentàgon regular més xicotet, i el procés pot realitzar-se de forma successiva



La raó entre la diagonal del pentàgon i un dels seus costats és el nombre d'or:

$$\frac{\text{Segment verd}}{\text{Segment roig}} = \frac{\text{Diagonal}}{\text{costat}} = 1,618\dots$$

S'anomena "La Divina Proporció" perquè els objectes amb aquesta proporció son harmoniosos a la vista.

Moltes flors són pentagonals



Si vols saber si tu ets harmònica has de mesurar la teua altura i també la distància des del teu melic al sòl. Si aqueixa raó és pròxima al nombre d'or, ho



La relació entre la distància entre les espirals de l'interior de alguns cargols és la proporció àuria



La relació entre les falanges dels dits és la divina proporció

A l'Home de Vitruvi, Leonardo da Vinci va estudiar la Divina Proporció. Cerca en Internet per a saber més



RESUM

Concepte	Definició	Exemple
Raó	Comparació entre els valors de dues variables	Preu i quantitat
Proporció	Igualtat entre dos raons	A és a B com C és a D
Magnituds directament proporcionals	Si es multiplica o divideix una de les magnituds per un nombre, l'altra queda multiplicada o dividida pel mateix nombre	24 és a 10 com 240 és a 100
Raó de Proporcionalitat directa	Quocient entre els valors de dues magnituds	$\frac{300}{25}$
Percentatges	Raó amb denominador 100	$\frac{23}{100}$
Escales i plans	Comparació entre grandària real i grandària representada	1 : 20000
Magnituds inversament proporcionals	Si es multiplica o divideix una de les magnituds per un nombre, l'altra queda dividida o multiplicada pel mateix nombre	A per B és igual a C per D
Raó de proporcionalitat inversa	Producte d'ambdues magnituds	45 · 70

PERCENTATGE AMB CALCULADORA

A la calculadora pots trobar una funció que et permet calcular el % de manera directa.

Per a això has de seguir els passos següents:

1. Escribeu la quantitat
2. Multiplica pel tant
3. Posa SHIFT i %. El resultat que apareix a la pantalla és la solució.

Exemple:

650	*	16	SHIF	%	=	104
-----	---	----	------	---	---	-----

Una forma fàcil d'afegir o restar l'import del tant per cent a la quantitat final pot fer-se de la manera següent:

- Segueix els passos 1, 2 i 3 anteriors
- Posa la tecla + si el que vols és un augment percentual
- Posa la tecla – per a una disminució percentual

Exemple:

1370	*	12	SHIFT	%	164.4	+	1534.4
------	---	----	-------	---	-------	---	--------

1370	*	12	SHIFT	%	164.4	–	1205.6
------	---	----	-------	---	-------	---	--------


EXERCICIS I PROBLEMES de 2n d'ESO

1. Què és una raó entre dos nombres? Com s'anomenen els seus termes? Escriu diversos exemples.
2. Com s'anomenen els termes d'una proporció? Escriu proporcions que es poden formar amb aquests nombres i comprova la propietat fonamental:
 - a) 6, 24, 12, 3
 - b) 35, 0,5, 1,25, 7
3. Amb 8 kg de farina hem confeccionat 15 pastissos. Quants pastissos podem elaborar amb 30 kg de farina?

4. Completa la taula i calcula el coeficient de proporcionalitat:

Litres de gasolina	8	25		4	
Euros	11,36		56,8		25,56

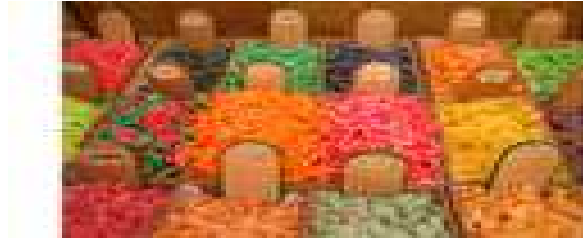
5. A Espanya molts productes porten al preu un impost anomenat IVA (Impost sobre el Valor Afegit), del 21 %. Als tiquets dels establiments solen marcar el preu final, sumant el 21 % d'IVA. Calcula el preu final d'una batidora que val 110 € + IVA
6. Amb 48 € puc comprar 20 peces de fusta. Si les peces costaren 1,50 € cada una, quantes podria comprar amb els mateixos diners?
7. En quina d'aquestes receptes és major la proporció entre la farina i el sucre?

MASSA DE ROSQUILLES 2kg de farina 6 ous 1kg i mig de sucre	MASSA DE ROSQUILLES Mig quilo de farina 4 ous 400 g de sucre	
--	--	---

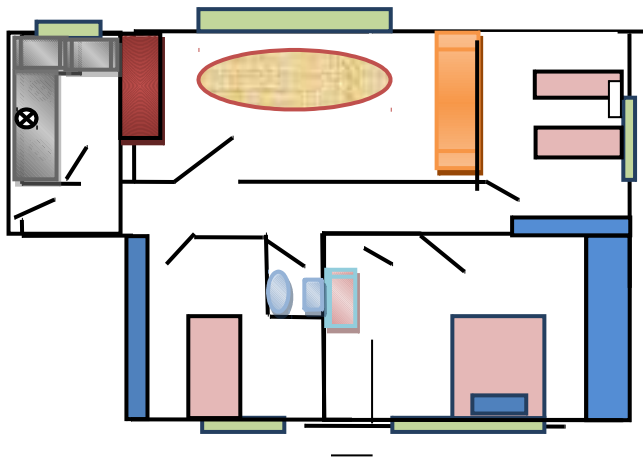
8. Tenim el pinso suficient per a donar de menjar a les 45 vaques durant 30 dies. Si venem 9 vaques, amb la mateixa quantitat de pinso, quants dies podrem donar de menjar a les restants?
9. Calcula la raó de proporcionalitat i completa la taula de proporcionalitat inversa:

Velocitat en km/h	90	120		75	
Temps en hores	4,5		10		3

10. Cada gominola costa 5 cèntims i pesa 4 g. Comprem una bossa de 100 g de gominoles. Quantes gominoles conté la bossa? Quant ens costaran?



11. Si obrim dos aixetes el depòsit s'ompli en 4 hores i mitja. Quant temps tardaran en omplir el mateix depòsit 5 aixetes amb el mateix cabal?
12. Observa el pla d'aquesta vivenda dibuixat a una escala 1 : 400. Quines són les dimensions reals del saló? I de la cuina?



13. Expressa en euros el canvi de 1400 \$, si cada euro cotitza a 1,26 \$
14. L'aigua en congelar-se augmenta un 10 % el seu volum. Quants litres d'aigua necessitem per aconseguir una barra de gel de 75 dm^3 ?
15. Un pantaló costava 36 € però a les rebaixes es ven a 28 €. Què % han rebaixat?
16. El preu d'una televisió és 847 €, IVA inclòs. Calcula el preu sense IVA.
17. Assenyala en cada parell de magnituds si són directa o inversament proporcionals:
- La quantitat d'arbres talats i els quilos de llenya emmagatzemats
 - La velocitat del tren i el temps que tarda a arribar al seu destí
 - La grandària de la bossa i la quantitat de bosses necessàries per a guardar la compra
 - La distància que recorre un automòbil i la gasolina que gasta
 - Les persones que assisteixen a l'aniversari i la grandària del tros de tortada que toca a cada un
 - El radi d'una circumferència i la seua longitud
 - Les peretes que il·luminen una sala i el gasto en electricitat.
18. Per a buidar un depòsit hem empleat 17 poals de 22 litres cada u. Si la següent vegada els poals tenen una capacitat de 34 litres quants necessitarem?
19. En aquesta etiqueta es veu el preu inicial i el preu rebaixat. Calcula el % de rebaixa que s'ha aplicat

Matemàtiques 2n d'ESO. Capítol 8: Magnituds proporcionals. Percentatges

www.apuntesmareaverde.org.es

LibrosMareaVerde.tk

Autora: Nieves Zuasti Soravilla

Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay

Il·lustracions: Banc d'imatges d'INTEF



Abans	23,95
Després	15,95

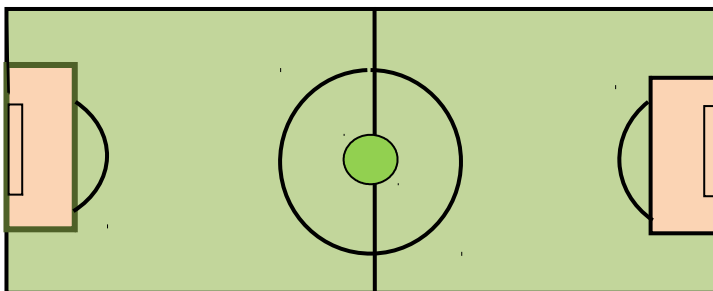
20. L'1 de gener de 2010 l'abonament de 10 viatges del metre de Madrid passà a costar 9 €, el que suposava un augment d'un 21,6 % sobre el seu anterior preu. En 2013, l'abonament de 10 viatges costa 12,20 €. Què % ha augmentat el preu del bo entre 2010 i 2013? Quant costava l'abonament abans de la pujada de 2010? Què % ha augmentat el seu cost des d'abans de la pujada de 2010?
21. Un empleat públic que gana 1154€ nets al mes patirà un retall de sou del 5% a partir de l'1 de gener de 2014. Quants diners deixarà de guanyar al cap d'un trimestre?
22. En les ciutats s'han instal·lat parquímetres, de manera que es cobra l'aparcament mitjançant unes tarifes. Hi ha dos tipus de zones amb distintes tarifes.

A la vista d'aquest quadre de preus Quant costa estacionar un cotxe en zona blava i en zona verda durant 80 minuts? I durant 45 minuts?

Zona blava	Tarifa	Zona verda	Tarifa
Fins a vint minuts	0,25 €	Fins a vint minuts	0,55 €
Mitja hora	0,45 €	Mitja hora	1,05 €
Una hora	1,20 €	Una hora	2,25 €
Hora i mitja	1,90 €	Hora i mitja (estada màxima autoritzada)	3,50 €
Dues hores	2,50 €		



23. El preu d'un ordinador portàtil és 899 € IVA (21%) inclòs. Calcula el seu preu sense IVA.
24. El joc quatre de pneumàtics per a un cotxe s'oferta a 324 € + IVA (21%). Calcula el preu de cada roda.
25. En un dibuix, el camp de futbol mesura 24 cm per 16 cm. El camp mesura 90 m de llarg. Quant mesura d'amplà? A quina escala està dibuixat?



26. En un mapa dibuixat a escala 1 : 250000, la distància entre dos punts és de 0,15 m. Calcula la distància real en km.
27. La base i l'altura d'un rectangle mesuren 14 cm i 32 cm. A quina escala hem dibuixat un altre rectangle semblant a l'anterior, de 49 cm de base? Calcula la seua altura.

- 28.** Amb 840 kg de pinso alimentem a 12 animals durant 8 dies. Quants animals semblants podrien alimentar-se amb 2130 kg durant 15 dies?
- 29.** Per a emmagatzemar 2580 kg de mercaderia en 4 dies contractem a 6 persones. Si només podem comptar amb 5 persones i la càrrega és de 3000 kg Quants dies es tardarà en l'emmagatzematge?

AUTOAVALUACIÓ de 2n d'ESO

- La quantitat d'animals d'un zoològic i els excrements diaris que s'arreglen és una relació
 - Proporcional directa
 - proporcional inversa
 - no és proporcional
- Set caixes de galletes d'un quilo i mig cada una ens han costat 12.6 €. Si vull comprar 22 kg de galletes, em costaran:
 - 22,4 €
 - 30.6 €
 - 26.4 €
 - 24.2 €
- En aplicar un 24 % de descompte sobre una factura, hem hagut de pagar 699,20€. L'import total de la factura sense descompte era:
 - 920€
 - 1220€
 - 880€
- De Jaén a Cadis es tarden 4h i 15 minuts per carretera a una mitjana de 86 km/h. Si pugem la velocitat a 100 km/h, quant es tardarà a fer el recorregut?
 - 3h 39 minuts
 - 3h 6 minuts
 - 3h 56 minuts
- La distància entre dues ciutats és 108 km. En el mapa es representa amb una distància de 6 cm. L'escala del mapa és:
 - 1:180000
 - 1: 18000
 - 1:1600000
 - 1:1800000
- Una sala d'espectacles té capacitat per a 280 persones. El preu de cada entrada és 14 €. Hui s'han venut el 85 % de la sala, i d'elles, 50 amb un 15 % de descompte. La recaptació total ha sigut:
 - 3227 €
 - 2998 €
 - 3028 €
- Les dades que completen aquesta taula de proporcionalitat inversa són:

Persones que realitzen un treball	30		10	9	
Dies que tarden a realitzar-lo	15	6			25

 - 12; 5; 4,5; 50
 - 75; 45; 30; 18
 - 75; 45; 50; 18
- Quatre persones han pagat 1540 € per set nits d'hotel. Quant pagaran 6 persones si desitgen passar 12 nits en el mateix hotel?
 - 3690 €
 - 3960 €
 - 3820 €
- Un fuster tarda 18 dies a realitzar 3 armaris treballant 5 hores al dia. Quants dies necessitarà per a construir 5 armaris, emprant 3 hores al dia?
 - 40 dies
 - 30 dies
 - 50 dies
- 48 estudiants necessiten 12450 € per a organitzar un viatge d'estudis de 10 dies. Quants dies durarà el viatge si disposen d'un 15 % més de diners i acudeixen 8 estudiants menys?
 - 12 dies
 - 18 dies
 - 15 dies