CAPÍTOL 2: NOMBRES

LibrosMareaVerde.tk

www.apuntesmareaverde.org.es

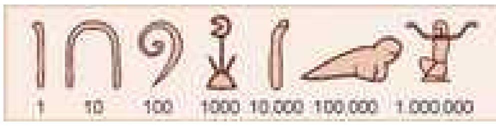
Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos

Revisora: Nieves Zuasti

Il·lustracions: Banc d'imatges de l'INTEF

Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay

Sistema de numeració egipci

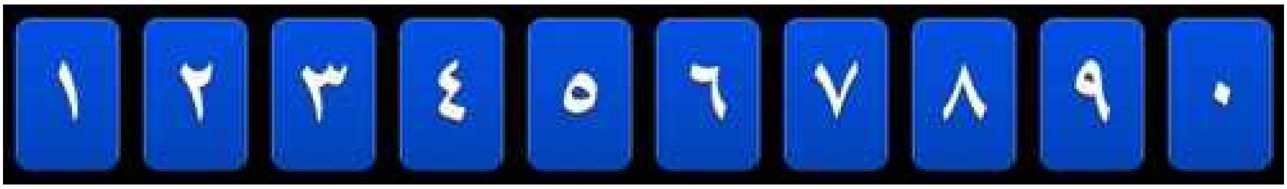


Il·lustració: A. Ortega

Índex

Il·lustració: A. Ortega

Sistema de numeració maia



Nombres aràbics

Resum

Ja coneixes molts tipus de nombres, els nombres naturals, que serveixen per a comptar, els nombres decimals, que ens serveixen, entre moltes altres coses, per a usar els cèntims, les fraccions… També coneixes, del curs passat, els nombres enters, els positius, els negatius i el zero. En la història de la humanitat apareixen molt abans les fraccions, a Egipte i en Babilònia, que els nombres negatius. Als balanços comptables, per exemple, es posava en roig els deutes (però no s'usava el signe menys). Al Renaixement Tartaglia i Cardano ja van obtindre solucions negatives d'algunes equacions (de tercer grau) però fins al segle XVII no es va generalitzar el seu ús. Observa que ja s'usaven expressions decimals i fraccions positives i no obstant això es va tardar molt a utilitzar els nombres negatius.

En aquest capítol revisarem com es treballa amb nombres positius i negatius, fraccions i decimals, a sumar-los, restar-los, multiplicar-los, dividir-los, a calcular si valor absolut, a representar-los en una recta i a comparar-los.

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

1. NOMBRES

Recorda que:

El conjunt dels nombres naturals es representa per la lletra $\mathbb{N}$ i està format pels nombres 1, 2, 3, 4,…

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$$

És un conjunt infinit, perquè no té un últim element, encara que si té un primer element, l'1. És un conjunt ben ordenat perquè donats dos nombres naturals sempre sabem si u és menor que l'altre.

1.1. El sistema de numeració

El sistema de numeració decimal

En el **sistema de numeració decimal** el valor d'una xifra en un nombre és deu vegades major que el de la xifra situada a la seua dreta i deu vegades menor que el valor de la situada a la seua esquerra. Per això es diu que és un **sistema posicional**: el valor d'una xifra en un nombre depèn del lloc que ocupe aqueixa xifra.

Altres sistemes de numeració decimal usats actualment són els que s'usen en països àrabs com:

Europeu	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Aràbic-Índic	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
Aràbic-Índic Oriental (Persa i Urdu)	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹

Activitats resoltes

- Al nombre 9835067 tenim:

- La xifra de les unitats: el $7 = 7 \cdot 10^0$

-Després la xifra de les desenes: el 3, el valor del qual al número és 10 vegades més que l'anterior, per tant el seu valor serà: $6 \cdot 10 = 60$

-Al tercer lloc, les centenes: el 0, el valor del qual serà el que resulte de multiplicar la xifra situada en tercer lloc per 100 (o per 10^2): $0 \cdot 10^2 = 0$

-En quart lloc les unitats de miler: 2, el valor de les quals obtenim multiplicant per 1000 (o per 10^3) la xifra situada en aqueix lloc: $5 \cdot 10^3 = 5000$

-Després, les desenes de miler: 5 el valor de les quals serà: $3 \cdot 10^4 = 30000$

-En sisè lloc, les centenes de miler: 6, el valor de les quals s'obté multiplicant la xifra per 10^5: $8 \cdot 10^5 = 800000$

-I, finalment, les unitats de milió: 4, el valor de les quals obtenim multiplicant-les per 10^6: $9 \cdot 10^6 = 9000000$

Amb açò observem que el nombre 4652031 es pot escriure utilitzant potències de 10 de la forma:

$$9835067 = 9 \cdot 10^6 + 8 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

1	一一
2	二二
3	三三
4	四四
5	五五
6	六六
7	七七
8	八八
9	九九
10	十十
0	零 / 〇

Nombres

Activitats proposades

1. Escriu mitjançant potències de 10 els nombres següents:

a) 8216 b) 591274 c) 918273 d) 90003040506

2. Quin lloc ocupa la xifra 7 als següents nombres? En quin dels nombres té major valor? I menor?

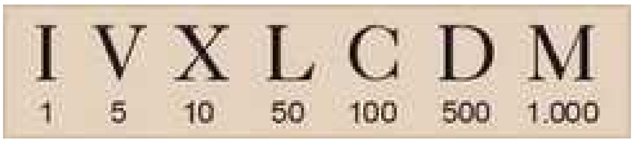
a) 708544 b) 67339001 c) 5092175 d) 9847

3. Raona per què, al nombre natural 77777 amb xifres repetides, aquestes no tenen el mateix valor.

Nombres romans

Un altre sistema de numeració que encara s'usa és el dels **nombres romans**. Et recordes de les seues equivalències?

I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1000.



Rellotge amb nombres romans

Exemple:

- El nombre MDL equival al sistema decimal al 1550. Si ara li afegim un V, és a dir: MDLV, el nombre és el 1555, però les xifres M, D, i L continuen tenint el mateix valor en ambdós nombres.

Activitats proposades

4. Escriu mitjançant potències de 10 els següents nombres romans en la nostra numeració:

a) MDCVX b) MMMCCXXXIIII c) MMCDXXVI d) MMCCCXLIII

Altres sistemes de numeració

Un dels primers sistemes de numeració que es va utilitzar va ser el de **base 12** fa ja més de 5000 anys. Encara s'usa quan comptem objectes a dotzenes o amb alguns mesuraments del temps.

El sistema de **base 2** o sistema binari també és molt utilitzat hui en dia, sobretot als ordinadors i calculadores a causa de la seua simplicitat, ja que per a escriure nombres en aquest sistema només es necessiten dues xifres distintes, el 0 i l'1

Activitats proposades

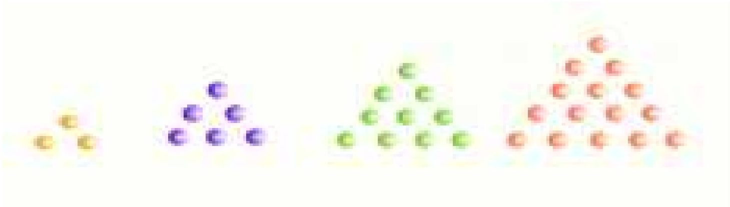
5. Escriu els nombres de l'1 al 10 en el sistema binari.

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

1.2. Els nombres triangulars, quadrats, pentagonals…

Els grecs, i en particular els pitagòrics solien representar els nombres mitjançant pedretes, càlculs, sobre l'arena i els ordenaven formant dibuixos geomètrics poligonals.

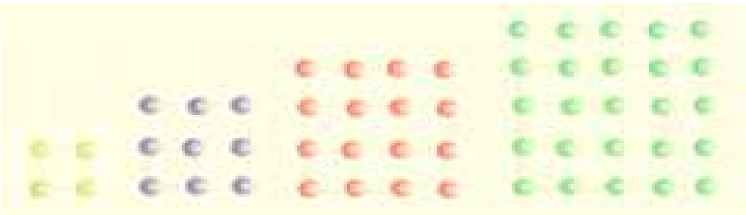
Si els ordenes formant triangles obtens els nombres triangulars:



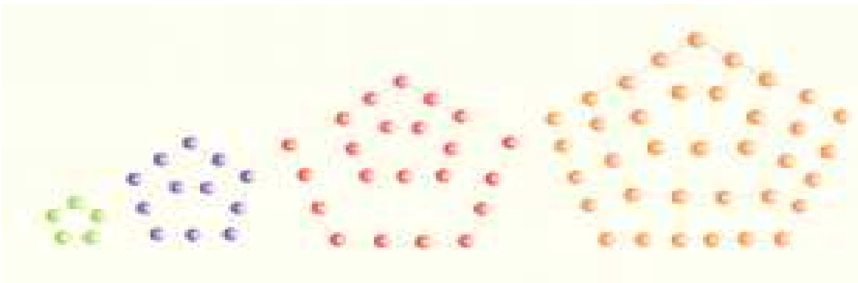
Observa que els nombres triangulars són: 1, 3, 6, 10, 15….

- Afig 3 nombres triangulars més.

Si els ordenem formant quadrats obtens els quadrats perfectes que ja coneixes: 1, 4, 9, 16, 25…



Es poden ordenar formant pentàgons:



Els nombres pentagonals són: 1, 5, 12, 22, 35…

I així amb altres polígons.

Aquests nombres es van usar en *l'Escola Pitagòrica* associant al nombre una imatge geomètrica.

Activitats proposades

6. Anomenem C_n al nombre quadrat i T_n al nombre triangular que ocupen el lloc n. Ja saps que C_n és igual a n^2: $C_n = n^2$ Comprova que $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$ és una expressió per als nombres triangulars.

7. Observa els nombres quadrats perfectes. Mira en la figura i comprova que pots formar-los com a suma de dos nombres triangulars: 4 = 3 + 1, 9 = 6 + 3… Expressa-ho de forma general.

8. Escriu tres nombres triangulars, tres quadrats i tres pentagonals més dels ja indicats.

9. Dibuixa tres nombres hexagonals.

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

1.3. Nombres enters

Hi ha ocasions de la vida quotidiana en què és necessari usar nombres diferents dels naturals, nombres positius i negatius. Els nombres naturals no resulten ser suficients.

Recorda que:

Els nombres **enters** són una ampliació dels nombres naturals:

- Els nombres **enters positius** són els nombres naturals i s'escriuen precedits del signe +: +1, +2, +3, +4, +5…
- Els enters negatius van precedits del signe –: –1, –2, –3….
- El zero és l'únic nombre enter que no és ni negatiu ni positiu i no porta signe.

El conjunt dels nombres enters es representa per **Z**.

$$\mathbf{Z} = (0, +1, -1, +2, -2, +3, -3, +4, -4, \ldots)$$

En escriure un nombre enter positiu no se sol escriure el seu signe: + 2 = 2; +6 = 6.

Exemple:

- Joan està treballant i el primer mes guanya 1000 euros però gasta 500 euros, per tant Joan *té en total* 1000 − 500 = 500 €. No obstant això, si el primer mes guanya 1000 però els seus gastos són majors (lloguer del pis, impostos…) i ascendeixen a 2000 euros, es diu que va *perdre en total* 2000 – 1000 = 1000 euros. Unes vegades hi ha un *guany* net, i altres una *pèrdua*, depenent de si els guanys van ser majors que els gastos o viceversa. Aquestes dues possibilitats es poden expressar utilitzant el signe dels nombres negatius (o positius): al primer cas va guanyar en total 1000 – 500 = +500 euros, i al segon va guanyar en total 1000–2000 = – 1000. Euros. Així, s'entén que una pèrdua és un *guany negatiu*.

Els nombres negatius apareixen en considerar:

- El capital d'una empresa que hi ha fallit.
- Temperatures per davall de zero graus.
- Dates abans de Crist.
- Profunditat d'un submarí davall el nivell del mar.
- Es diu "*les sis menys cinc*" o les "*huit menys vint*".

Valor absolut d'un nombre

La distància que separa un nombre del zero es defineix com a **valor absolut** del nombre.

- És sempre un nombre positiu (o zero).
- S'escriu entre dues barres **| |**.

Exemple:

- El valor absolut de +4, és 4, i s'escriu: |+4| = 4;
- El valor absolut de –9,3 és 9,3 i per tant |–9,3| = 9,3, de la mateixa manera:
- |+23,5| = 23,5 i |–5/6| = 5/6.

Activitats proposades

10. Escriu el nombre que millor representa la situació que es planteja:

a) Un submarí navega a 345 m de profunditat

b) Hui el termòmetre marcava 15°C

c) El cotxe estava en el soterrani 5.

d) Arquimedes va morir l'any 212 abans de Crist

11. Expressa aquests enunciats amb un nombre positiu, negatiu o zero:

a) M'he quedat sense diners.

b) Miguel va nàixer l'any dos mil.

c) El garatge està al tercer soterrani.

12. Indica el significat dels nombres –4, 0 i +7 en cada una de les situacions següents:

a) En un garatge b) En una temperatura c) En un compte

13. Calcula el valor absolut dels nombres següents:

a) $|+43|$ b) $|-7{,}2|$ c) $|\ 0\ |$ d) $|-81{,}7|$

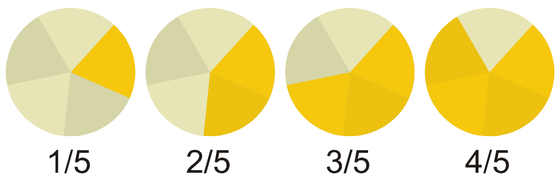
1.4. Fraccions

Els objectes matemàtics anomenats **fraccions** permeten que les persones s'entenguen en parlar de trossos, parts o porcions, tant si s'ha trossejat en porcions idèntiques com si són de diferents grandàries.

Una fracció és el quocient de dos nombres enters.

Comencem amb un exemple.

- Si dividim un bescuit en 5 parts iguals, cada porció és una de les cinc parts en què hem dividit el bescuit. Escriurem $\frac{1}{5}$ per a representar cada tros, és a dir, cada una de les cinc cinquenes parts del bescuit. Si col·loquem en una safata tres d'aqueixes porcions, sobre la safata hi haurà tres cinquenes parts de bescuit: $\frac{3}{5}$



El bescuit complet pot representar-se de la manera següent $\frac{5}{5} = 1$ ja que està format per cinc cinquenes parts.

En general, una ***fracció*** és una expressió de la forma $\frac{m}{n}$ on tant *m* com *n* són nombres naturals. Per a referir-nos a ella direm *"m partit de n"*; *m* rep el nom de ***numerador*** i *n* és el ***denominador***.

Per a valors baixos del denominador, disposem de denominacions alternatives:

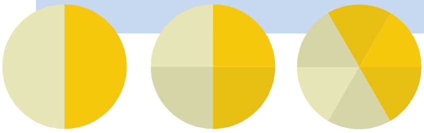
$\frac{1}{2}$, un mig $\frac{2}{3}$, dos terços $\frac{3}{4}$, tres quarts $\frac{4}{5}$, quatre quints $\frac{3}{10}$, tres desens

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

A partir del valor 11 del denominador: $\frac{7}{11}$, set onzens $\frac{11}{23}$, onze partit vint-i-tres

Una pregunta natural que sorgeix és la següent: és possible, o té sentit, que siga major el numerador que el denominador? La resposta és afirmativa, sí.

Les fraccions el numerador de les quals és major que el denominador reben el nom de **fraccions impròpies**. Les fraccions el numerador de les quals és menor que el denominador reben el nom de **fraccions pròpies.**



1/2 2/4 3/6

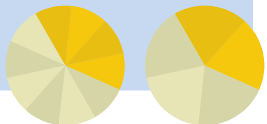
Reducció d'una fracció. Fraccions irreductibles

Dues fraccions $\frac{m}{n}$ i $\frac{p}{q}$ són **equivalents** si $m\cdot q = n\cdot p$

Els fracciones 1/2 i 2/4 són **equivalents** perquè representen la mateixa proporció. És el mateix mitja tortada que dos quarts de tortada.

A partir d'una fracció *m*/*n*, si *r* és qualsevol nombre natural llavors la fracció (***m·r***)/(***n·r***) és **equivalent** a *m*/*n*:

$$\frac{m\cdot r}{n\cdot r} = \frac{m}{n}$$



4/10 = 2/5

Exemple:

- Una fracció equivalent a 1/3 és, per exemple, 10/30, ja que $\frac{1}{3} = \frac{1\cdot 10}{3\cdot 10} = \frac{10}{30}$

Anteriorment vam dir que 1/2 i 2/4 són fraccions equivalents. Per la mateixa raó, altres fraccions equivalents són 3/5, 6/10 i 24/40 ja que $\frac{3}{5} = \frac{3\cdot 2}{5\cdot 2} = \frac{6}{10}$, $\frac{6}{10} = \frac{6\cdot 4}{10\cdot 4} = \frac{24}{40}$, $\frac{3}{5} = \frac{3\cdot 8}{5\cdot 8} = \frac{24}{40}$.

Una manera alternativa de destacar aquestes relacions consisteix a dir que les fraccions 3/5 i 6/10 són reduccions de la fracció 24/40, mentre que 3/5 és una reducció de 6/10. Podem intuir que la fracció 3/5 no pot reduir-se més, és una **fracció irreductible**.

Obtindrem la major reducció d'una fracció *p/q* en dividir tant *p* com *q* entre el seu **màxim comú divisor**.

Una fracció és **irreductible** quan el màxim comú divisor del seu numerador i denominador és 1.

Exemple:

- Una reducció de 24/40 és 6/10, perquè l'obtenim en dividir tant 24 com 40 entre 4. Com el màxim comú divisor de 24 i 40 és 8, la major reducció de la fracció 24/40 és 3/5. En ser el màxim comú divisor de 3 i 5 igual a 1, la fracció 3/5 és irreductible, tal com era d'esperar.

Exemple:

- De vegades, una fracció es redueix a un nombre natural com, per exemple, la fracció 30/6, ja que el màxim comú divisor de 30 i 6 és igual a 6, i en dividir 30, el numerador, entre 6 obtenim 5.

Dues fraccions són equivalents si es redueixen a una mateixa fracció irreductible.

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

Activitats proposades

14. Assenyala diferents accions que obliguen a repartir, o subdividir, un cert objecte, ser o activitat.

15. Troba situacions de la vida quotidiana en què apareguen fraccions.

16. Redueix les següents fraccions a la seua expressió irreductible: a) $\frac{24}{18}$ b) $\frac{21}{49}$ c) $\frac{7}{7}$

17. Determina si les següents parelles de fraccions són o no equivalents:

a) $\frac{4}{8} i \frac{3}{6}$ b) $\frac{3}{11} i \frac{33}{9}$ c) $\frac{5}{8} i \frac{105}{168}$

18. Obtín tres fraccions equivalents a cada una de les que figuren a continuació: a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{9}{4}$

19. Decideix si les següents parelles de fraccions són o no equivalents: a) $\frac{4}{5}$ i $\frac{12}{15}$ b) $\frac{2}{3}$ i $\frac{10}{15}$

20. Obtín tres fraccions equivalents a cada una de les que figuren a continuació:

a) $\frac{-1}{5}$ b) $\frac{9}{-4}$ c) $\frac{-3}{7}$ b) $\frac{2}{-15}$

1.5. Expressions decimals

Però hi ha altres formes d'expressar quantitats que no es corresponen amb quantitats completes, com per exemple, el preu d'un producte: 3,25 euros.

Una **expressió decimal** consta de dues parts:

- la seua **part entera**, el nombre que està a l'esquerra de la coma
- i la seua **part decimal**, que es troba a la dreta de la coma

La part decimal indica porcions que cal afegir a la part entera dividint la unitat en 10, 100, 1000 … parts.

Exemples: $1'3 = 1 + \frac{3}{10}$ $1'03 = 1 + \frac{3}{100}$

Activitats proposades

21. Busca altres situacions de la vida real on apareguen nombres decimals.

Conversió d'una fracció a expressió decimal

Donada una fracció s'obté la seua expressió decimal, dividint.

Exemples: $\frac{93}{8} = 11'625$ $\frac{46}{11} = 4'1818181818181....$

Recorda que qualsevol fracció té un desenrotllament decimal **exacte** o **periòdic**.

Les expressions decimals periòdiques el desenrotllament decimal periòdic de les quals comença immediatament després de la coma s'anomenen **periòdics purs**. Si el període es troba més enllà de la coma estem davant d'un nombre decimal **periòdic mixt** i la part decimal situada entre la coma i el

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

període s'anomena **avantperíode**.

Exemple:

$$\frac{178}{70} = 2'5\overline{428571}$$

Hem arribat a l'expressió decimal de la fracció 178/70. És el nombre decimal de part entera 2, avantperíode 5 i període 428571.

Activitats proposades

22. Converteix en expressió decimal les fraccions següents: a) $\frac{97}{2}$ b) $\frac{345}{4}$

23. Transforma les següents fraccions en expressió decimal: a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{7}{9}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{4}{11}$ e) $\frac{25}{12}$

Conversió d'una expressió decimal en fracció

Si l'expressió decimal és **exacta**, basta dividir per una potència de 10 de manera que desaparega la coma.

Exemple: $31'528 = \frac{31528}{1000}$

Si és **periòdic pur**, vegem la forma de procedir:

$$X = 7'\overline{31}$$

$$100 \cdot X = 100 \cdot 7'\overline{31} = 100 \cdot 7'31313131..... = 731'313131..... = 731'\overline{31}$$

$$100 \cdot X - X = 731 - 7 \Rightarrow 99 \cdot X = 724 \Rightarrow X = \frac{724}{99}$$

Un nombre decimal **periòdic pur** es converteix en aquella fracció que té per numerador, la diferència entre el nombre format per la part entera i el període menys la part entera, i per denominador al nombre format per una quantitat de nous igual al nombre de xifres del període.

Exemples: $0,\overline{5} = \frac{5}{9}$ $0,\overline{934} = \frac{934}{999}$ $4,\overline{6} = \frac{46-4}{9} = \frac{42}{9} = \frac{14}{3}$

Si és **periòdic mixt**, vegem la forma de procedir amb un exemple:

$$X = 7,6\overline{31}$$

$$10 \cdot X = 10 \cdot 7,6\overline{31} = 76'31313131.....$$

$$1000 \cdot X = 1000 \cdot 7,6\overline{31} = 7631,313131.....$$

$$(1000 - 10) \cdot X = 7631 - 76 \Rightarrow X = \frac{7631-76}{990} = \frac{6555}{990}$$

Una expressió decimal **periòdica mixta** es converteix en aquella fracció que té per numerador a la diferència entre, el nombre natural format per la part entera, l'avantperíode i el període, menys el nombre natural format per la part entera i l'avantperíode, i per denominador al nombre format per una quantitat de nous igual al nombre de xifres del període seguit d'una quantitat de zeros coincident amb el nombre de xifres de l'avantperíode.

Exemple: $0'\overline{349} = \dfrac{349-3}{990} = \dfrac{346}{990}$ $\qquad 8'07\overline{458} = \dfrac{807458-807}{99900} = \dfrac{806651}{99900}$

Observa que:

Si calculem la suma $0'\overline{3} + 0'\overline{6}$. Pareix natural que:

$$0'\overline{3} + 0'\overline{6} = 0'333333.....+ 0'666666.....= 0'999999.....= 0'\overline{9}$$

Per un altre costat $0'\overline{3} = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$ i $0'\overline{6} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$. Així que sumant $0'\overline{3} + 0'\overline{6} = \dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{3} = \dfrac{3}{3} = 1$ de manera que $1 = 0'\overline{9} = 0'999999.....$

1.6. Aproximacions, truncaments i arredoniments

- Si pagarem amb un bitllet de 50 euros una compra que ascendeix a 32’69 euros, esperem una volta de 17’31 euros. Si a la caixa no hi ha monedes d’un cèntim, ens proposaran que donem per bona una volta de 17’30 euros. És una *aproximació a la baixa*.
- Si realitzem una compra per un import de 12’44 euros i la saldem amb 12’45 euros estem davant d’una *aproximació a l’alça*.

Una manera de realitzar una aproximació a la baixa d’un nombre decimal és el ***truncament***. Consisteix a decidir quantes xifres decimals volem considerar i, simplement, eliminar les restants a partir de l’última xifra decimal mostrada.

Una altra forma de realitzar una aproximació és a través d’un ***arredoniment***. Aquest consisteix a decidir quantes xifres decimals tindrà l’aproximació, realitzar el truncament oportú i, en funció de quina siga la primera xifra decimal no considerada, mantindre o incrementar en una unitat la part decimal del truncament. El criteri per a efectuar, o no, el dit increment és el següent:

- Quan la primera xifra decimal eliminada és 0, 1, 2, 3 o 4, **l’arredoniment** coincideix amb el truncament.
- Si la primera xifra decimal no considerada és un 5, 6, 7, 8 o 9, **l’arredoniment** s’obté en augmentar en una unitat la part decimal del truncament.

Exemple:

- Arredonim i trunquem l’expressió decimal 45,98351.

	Arredoniment	***Truncament***
Dècimes	46,0	45,9
Centèsimes	45,98	45,98
Mil·lèsimes	45,984	45,983
Deumil·lèsimes	45,9835	45,9835

Activitats proposades

24. Aproxima per truncament els següents nombres decimals de manera que aparega un desenrotllament decimal fins a les mil·lèsimes:

a) $11'1234$ b) $6'\overline{6}$ c) $9'3\overline{50}$ d) $8'\overline{71}$ e) $8'334\overline{8}$ f) $2'64\overline{08}$

25. Aproxima per arredoniment fins la mil·lèsima els següents nombres decimals:

a) $11'1234$ b) $6'\overline{6}$ c) $9'3\overline{50}$ d) $8'\overline{71}$ e) $8'334\overline{8}$ f) $2'64\overline{08}$ g) $3'9\overline{996}$

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d’Imatges d’INTEF

2. REPRESENTACIÓ GRÀFICA

2.1. Representació a la recta numèrica

Recorda que:

Per a representar **nombres enters** a la recta numèrica:

1. Hem de traçar una recta horitzontal i marquem el **zero**, que s'anomena **origen**
2. Dividim la recta en segments iguals, de longitud 1
3. Col·loquem els nombres positius a partir del zero a la dreta i els nombres negatius a partir del zero a l'esquerra.

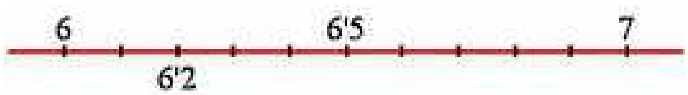
–5 –4 –3 –2 –1 0 **1 2 3 4**

Exemple:

- Representa en una recta numèrica: –2, 0, 4, –1, 8, –7, –3 i 1

–8 –7 –6 –5 –4 –3 –2 –1 0 1 2 3 4 5 6 7 8

Per a representar un nombre decimal com 6'2 en primer lloc ens fixem en la seua part entera, 6, la qual cosa ens informa de que 6'2 es troba entre els nombres naturals 6 i 7. Com la seua part decimal posseeix una sola xifra, són 2 desenes, haurem de dividir el segment d'extrems 6 i 7 en deu parts iguals per a, finalment, situar 6'2 sobre la segona de les marques.



Activitats proposades

26. Representa en una recta numèrica al teu quadern els següents nombres i ordena'ls de menor a major: –8, 5, 1, –5, 8, –3, –7 i 0.

27. Situa en la següent recta els nombres 8'43, 8'48, 8'51 i 8'38

2.2. Comparació de nombres

En representar els nombres en la recta numèrica queden **ordenats**.

Com més a la dreta estiga un nombre situat en la recta numèrica és major, i com més a l'esquerra estiga situat és menor.

Exemple:

- –7 està més a l'esquerra que +4 per tant –7 és menor que +4. S'escriu $-7 < +4$

El signe **<** es llig "menor que" i el signe **>** es llig "major que".

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

Decidir si un nombre decimal és major o menor que un altre és prou senzill. Si les seues parts enteres són distintes, elles ja determinen quin és major.

Exemple:

13’66 és major que 11’4, perquè el primer té part entera 13 i el segon 11.

Si tenen la mateixa part entera passem a mirar la seua primera xifra decimal, la de les desenes. Si són diferents, ja podem decidir.

Exemple:

7’25 és menor que 7’3, ja que tenen la mateixa part entera i la primera xifra decimal de 7’3 és major que la primera xifra decimal de 7’25.

En general, si coincideixen les parts enteres busquem la primera xifra decimal en què els nombres difereixen. La que siga major pertanyerà al nombre més gran decimal.

Exemple:

- Podem ordenar números utilitzant els signes anteriors:

$$-7,8 < -3,5 < -2,9 < -1,3 < 0 < 2,7 < 4,4 < 8,2.$$

O bé:

$$8,2 > 4,4 > 2,7 > 0 > -1,3 > -2,9 > -3,5 > -7,8.$$

- Pareix rar que el 0 siga major que un altre nombre, però pensa que es té més si no es té res, que si es deu diners. Si el termòmetre marca 0 é C no fa molta calor, però menys calor fa si marca –10ºC. És a dir: $0 > -10$

Activitats proposades

28. Representa en una recta numèrica al teu quadern els següents nombres i ordena’ls de menor a major: –8, 5, 1, –5, 8, –3, –7 i 0.

29. Completa en el teu quadern amb el signe **<** (menor) o **>** (major) segons corresponga:

a) –13,6 –67,1 b) –80,2 +94,5 c) +37 +48 d) +52 –64 e) –21 |–25|

30. Ordena de menor a major

a) +5,1, –4,9, –1,5, +18,2, 5,17 b) +6,9, –7,2, –8,5, –5,9, –7,21

31. Assenyala quin nombre és el major per a cada una de les següents parelles:

a) –0,872 i –0,8721 b) 3,58 i |–3,57| c) 7,0001 i 7,00001 d) –4,78 i –8,92

32. Escriu dos nombres decimals que siguen, simultàniament, majors que 6’147 i menors que 6’2.

3. OPERACIONS

3.1. Suma i resta. Propietats

Suma de nombres enters

Recorda que:

Per a **sumar** dos nombres enters del mateix signe se sumen els seus valors absoluts i es posa el signe dels sumands

Per a **sumar** dos nombres enters de distint signe es resten els seus valors absoluts i es posa el signe del sumant de major valor absolut

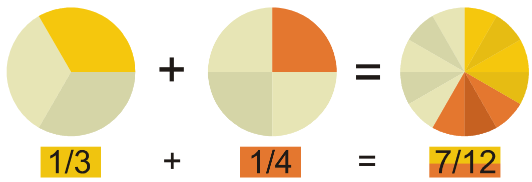
Exemple:

- Tens 75 € i et donen 50 € llavors tens 125 €: **+75 + 50** = **+125.**
- Deus 75 € i gastes 50 € llavors acumules un deute de 125 €: **–75 – 50** = **–125.**
- Tens 75 € però deus 50 € llavors tens 25 €: **–50 + 75 = +25.**
- Deus 75 € i tens 50 € llavors deus 25 €: **–75 + 50 = –25.**

Suma de fraccions

Recorda que:

Per a realitzar la suma de dues fraccions hem d'aconseguir que tinguen el mateix denominador buscant fraccions equivalents. Així, per a sumar $\frac{m}{n}+\frac{p}{q}$ haurem de buscar i



trobar dos nombres naturals *r* i *s* que ens transformen cada una de les anteriors fraccions en altres **equivalents**, ($m·r$)/($n·r$) i ($p·s$)/($q·s$), de manera que les noves fraccions tinguen el **mateix denominador**, és a dir, que ***n·r = q·s***, i en este cas: $\frac{m}{n}+\frac{p}{q}=\frac{m\cdot r}{n\cdot r}+\frac{p\cdot s}{q\cdot s}=\frac{m\cdot r}{n\cdot r}+\frac{p\cdot s}{n\cdot r}=\frac{m\cdot r+p\cdot s}{n\cdot r}$

Com hi ha moltes parelles de nombres naturals *r* i *s* que fan possible aqueixa igualtat, buscarem els més menuts.

Ja que *n·r* és múltiple de *n* i *q·s* és múltiple de *q*, aconseguirem *r* i *s* a partir del mínim **comú múltiple** de *n* i *q*.

$$n\cdot r = q\cdot s = m.c.m.(n,q)$$

El valor de *r* resulta de dividir aqueix mínim comú múltiple entre *n* i el de *s* s'obté en dividir el mínim comú múltiple entre *q*.

Exemple: $\frac{7}{4}+\frac{5}{6}$

Els denominadors són diferents, 4 i 6. El seu mínim comú múltiple és 12. En dividir 12 entre 4 ens dóna 3 i en fer-ho entre 6 obtenim 2. $\frac{7}{4}=\frac{7\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{21}{12}$ $\frac{5}{6}=\frac{5\cdot 2}{6\cdot 2}=\frac{10}{12}$

Finalment

$$\frac{7}{4}+\frac{5}{6}=\frac{21}{12}+\frac{10}{12}=\frac{31}{12}$$

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

Suma d’expressions decimals

Suma d’expressions decimals. Ara basta amb què les parts decimals tinguen el mateix nombre de xifres. Si no la tenen des d’un principi, afegim els zeros que siguen necessaris per aconseguir-ho.

Exemples:

$67'7 + 71'15 = 67'70 + 71'15 = 138'85$ $\quad$ $44'39 + 23 = 44'39 + 23'00 = 67'39$

- Si una persona té 8 euros i 42 cèntims d’euro i una altra té 7 euros i 94 cèntims, quants diners tenen entre les dos?

Hem de sumar. En total tenen 8 + 7 = 15 euros i 42 + 94 = 136 cèntims. Però, com 100 cèntims d’euro és el mateix que 1 euro, 136 cèntims d’euro és igual a 1 euro més 36 cèntims. D’esta manera, aqueixes dues persones tenen 15 + 1 = 16 euros i 36 cèntims.

Propietats de la suma

Commutativa. No importa en quina orde sumem dos nombres:

$$a + b = b + a$$

Exemple:

$714'66 + 2'47 = 717'13$ $\quad$ $2'47 + 714'66 = 717'13$

Associativa. Ens permet sumar més de dos nombres agrupant-los com vulguem, de dos en dos.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Exemple:

$$95'7 + 30'02 + 17'4 = (95'7 + 30'02) + 17'4 = 125'72 + 17'4 = 143'12$$

$$95'7 + 30'02 + 17'4 = 95'7 + (30'02 + 17'4) = 95'7 + 47'42 = 143'12$$

Element neutre. El nombre 0 sumat a qualsevol altre nombre no l'altera.

Exemple:

$0 + 78'324 = 78'324 = 78'324 + 0$

Oposat d’un nombre: L’oposat d’un nombre és un altre nombre del mateix valor absolut i distint signe que verifica que a + Op(+a) = 0.

S’escriu: Op(+a) = –a, Op(–a) = +a o bé: – (+a) = –a, –(–a) = +a

Exemple:

- Op(+5) = –5 Op(–7,3) = +7,3 – (+5) = –5 –(–7,3) = +7,3.

Resta

Per a **restar** dos nombres se suma al primer l’oposat del segon.

El signe menys **davant d’un parèntesi** canvia els signes dels nombres que hi ha dins del parèntesi.

Activitats proposades

33. Troba el resultat de les sumes següents:

a) (+12,8) + (+57) + (–4,6) b) (–83,2) – (–24,1) + (–10,5) c) (–35) + (–48) + (+92)

34. Efectua aquestes operacions:

a) (+3,8) + (+4,2) – (–52) b) (–614) + (–77) + (–811) c) (–97) – (–12) + (+26) d) (–45) + (+52)

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d’Imatges d’INTEF

35. Un autobús comença el viatge amb 30 passatgers. A la primera parada s'abaixen 16 i es pugen 21. A la segona s'abaixen 17 i es pugen 24, i a la tercera s'abaixen 9. Quants passatgers hi ha a l'autobús?

36. Un avió vola a 3672 m i un submarí està submergit a 213 m, quina distància en metres els separa?

37. Arquimedes va nàixer l'any 287 a.C. i va morir l'any 212 a. C. Quants anys tenia?

38. Expressa al nombre 100 de quatre formes distintes com a suma i resta de 3 nombres enters.

39. Expressa al nombre zero com a suma i resta de quatre nombres enters.

Arquímedes

40. Realitza les següents sumes de fraccions:

a) $\frac{1}{5}+\frac{4}{3}$ b) $\frac{7}{6}+\frac{4}{9}$ c) $\frac{5}{8}+\frac{5}{2}$ d) $\frac{67}{100}+\frac{13}{24}$

41. Calcula: a) $\frac{5}{14}-\frac{7}{6}$ b) $\frac{11}{6}-\frac{13}{5}$ c) $\frac{13}{100}-\frac{13}{240}$ d) $\frac{50}{21}-\frac{7}{3}$

3.2. Producte i quocient. Propietats

Producte de nombres enters

Recorda que:

Per a **multiplicar** dos nombres enters es deu:

1º) Multiplicar els seus valors absoluts

2º) Aplicar la **regla dels signes** seguint el següent:

És a dir, s'assigna el signe **+** si ambdós factors tenen el mateix signe, i el signe **–** si tenen distint signe.

$+ \cdot + = +$

$- \cdot - = +$

$+ \cdot - = -$

$- \cdot + = -$

Exemples:

(+7) · (+3) = +21 **(–1) · (–1) = +1** **(+8) · (–4) = –32** **(–2) · (+9) = –18**

- Lluís guanya 1000 euros al mes, si no gasta res, quant estalviarà al cap de 7 mesos?

  (+1000) · (+7) =+7000 € estalviarà al cap de 7 mesos.

- El rebut mensual és de 65 euros al mes. Quant gastarà al cap de 4 mesos?

  (–65) · (+4) = –260 € gastarà al cap de 4 mesos.

- Àlvar gasta 12 euros al mes en llepolies. Deixa de comprar-les durant 5 mesos. Quant ha estalviat? **(–12) · (–5) = +60 €** estalviarà al cap de 5 mesos.

Producte de fraccions

Per a **multiplicar** dues fraccions multipliquem els seus numeradors entre si i el mateix fem amb els

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

denominadors: $\frac{m}{n}\cdot\frac{p}{q}=\frac{m\cdot p}{n\cdot q}$

Exemple: $\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{7}=\frac{5\cdot 4}{8\cdot 7}=\frac{20}{56}$

Podem simplificar, reduir, el resultat: $\frac{20}{56}=\frac{4\cdot 5}{4\cdot 14}=\frac{5}{14}$

Producte d'expressions decimals

Per a realitzar el producte de dues expressions decimals es deu:

- Multiplicar, en primer lloc, els nombres ignorant la coma que posseeix cada un d'ells.

Al resultat d'aqueix producte li posem una coma perquè sorgisca una expressió decimal amb una part decimal de longitud igual a la suma de les quantitats de xifres decimals que tenen les expressions decimals multiplicades.

Exemples:

$5'7\cdot 3'3=18'81$

- 5,7·3,3 = 18,81 93,05·72,4 = 6736,820 = 6736,82 44,16·8 = 353,28

Propietats de la multiplicació.

Commutativa. No importa en quina orde multipliquem dos nombres.

$$a\cdot b=b\cdot a$$

Exemples: 3 · 5 = 5 · 3 = 15 3 · (–5) = (–5) · 3 = –15 1,552·5,9 = 5,9·1,552 = 9,1568

$$\frac{7}{9}\cdot\frac{11}{5}=\frac{11}{5}\cdot\frac{7}{9}=\frac{77}{45}$$

Associativa. Ens permet multiplicar més de dos nombres agrupant-los com vulguem de dos en dos.

$$a\cdot b\cdot c=(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$$

Exemples: (2 · 3) · 5 = 2 · (3 · 5) = 30 (2 · 3) · (–5) = 2 · (3 · (–5)) = –30

5,7·3,2·7,14 = (5,7·3,2)·7,14 = 5,7·(3,2·7,14) = 130,2336 $\frac{7}{9}\cdot\frac{11}{5}\cdot\frac{1}{2}=\left(\frac{7}{9}\cdot\frac{11}{5}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{7}{9}\cdot\left(\frac{11}{5}\cdot\frac{1}{2}\right)=\frac{77}{90}$

Element neutre. El nombre 1 multiplicat per qualsevol altre nombre, no l'altera.

1·*a* = *a* = *a*·1

Exemple: 2·1 = 2 1·(–5) = (–5) 7,3512·1 = 7,3512 $1\cdot\frac{7}{9}=\frac{7}{9}$

Observa que:

De vegades hi ha un nombre que multiplicat per un altre ens dóna la unitat. Quan aqueix nombre existeix, s'anomena invers. Dins del conjunt dels nombres naturals i dels nombres enters, no hi ha l'element invers. Però amb les fraccions, sí.

Exemple: $\frac{5}{11}\cdot\frac{11}{5}=\frac{55}{55}=1$ $\frac{1}{11}\cdot\frac{11}{1}=\frac{11}{11}=1$ $\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{2}=\frac{10}{10}=1$

Propietat distributiva de la multiplicació respecte de la suma.

Quan en una multiplicació un dels factors és la suma de dos nombres, com, per exemple,

$$8{,}3\cdot(6{,}5+1{,}04)$$

tenim dues opcions per a conèixer el resultat:

a) realitzar la suma i, després, multiplicar

$$6{,}5+1{,}04=6{,}50+1{,}04=7{,}54 \qquad 8{,}3\cdot 7{,}54=62{,}582$$

b) distribuir, aplicar, la multiplicació a cada un dels sumands i, després, sumar:

$$8{,}3\cdot(6{,}5+1{,}04)=(8{,}3\cdot 6{,}5)+(8{,}3\cdot 1{,}04)=53{,}95+8{,}632=62{,}582$$

Comprovem que obtenim el mateix resultat:

La propietat distributiva de la multiplicació respecte de la suma ens diu que

***a* · (*b* + *c*) = (*a* · *b*) + (*a* · *c*)**

En general, la propietat distributiva de la multiplicació respecte de la suma amb fraccions ens diu:

$$\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{m}{n}+\frac{p}{q}\right)=\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{m}{n}\right)+\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{p}{q}\right)$$

Convé comentar que aquesta propietat distributiva llegida en sentit contrari, de dreta a esquerra, és el que comunament denominem **traure factor comú**:

$$\frac{12}{5}+\frac{22}{15}=\frac{2\cdot 6}{5}+\frac{2\cdot 11}{5\cdot 3}=\left(\frac{2}{5}\cdot 6\right)+\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{11}{3}\right)=\frac{2}{5}\cdot\left(6+\frac{11}{3}\right)$$

Exemples:

6350 · 4 – 6350 · 3 = 6350 · (4 – 3) = 6350 · 1 = 6350

635 · 2 + 3 · 35 = (2 + 3) · 635 = 5 · 635 = 3175

928 · 6 – 928 · 5 = 928 · (6 – 5) = 928 · 1 = 928

928 · 7 + 928 · 3 = 928 · (7 + 3) = 928 · 10 = 9280

$$\frac{8}{3}\cdot\left(\frac{6}{5}+\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{8}{3}\cdot\frac{6}{5}\right)+\left(\frac{8}{3}\cdot\frac{1}{4}\right)=\frac{58}{15}$$

Activitats proposades

42. Realitza els següents productes i divisions de nombres enters:

a) (+35) · (+2) b) (+4) · (–72) c) (–8) · (–45) d) (–5) · (+67)

e) (+28) : (+2) f) (+27) : (–3) g) (–36) : (–2) h) (–54) : (+9)

43. Calcula al teu quadern els següents productes i divisions de nombres enters:

a) (+721) · (+3) b) (+562) · (–3) c) (–915) · (–2) d) (–6) · (+72)

e) (+303) : (+3) f) (+505) : (–5) g) (–160) : (–4) h) (–704) : (+2)

44. Efectua mentalment i anota els resultats al teu quadern:

a) (+2) · (+40) b) (+30) · (–2) c) (–60) · (–3) d) (–50) · (+8)

e) (+80) : (+4) f) (+18) : (–3) g) (–15) : (–5) h) (–70) : (+7)

45. Calcula: a) $\frac{8}{22}\cdot\frac{3}{75}$ b) $6\cdot\frac{7}{11}$ c) $23\cdot\frac{1}{23}$ d) $\frac{9}{10}\cdot\frac{11}{3}$

46. Multiplica les següents fraccions i redueix, simplifica, el resultat:

a) $\frac{4}{9}\cdot\frac{6}{8}$ b) $\frac{9}{15}\cdot\frac{5}{3}$ c) $\frac{14}{25}\cdot\frac{5}{21}$ d) $\frac{6}{15}\cdot\frac{10}{12}$

47. Calcula: a) 7,3·2,54 b) 2,89·7,21 c) 3,54·5,2·6,8 d) 6,9·7,5·6,1

48. Trau factor comú i calcula mentalment:

a) 756 · 4 – 756 · 3 b) 350 · 8 + 350 · 2 c) 927 · 13 – 927 · 3 d) 700 · 33 – 700 · 3

49. Efectua:

a) $9\cdot(4{,}01+3{,}4)$ b) $7{,}3\cdot(12+5{,}14)$ c) $2{,}9\cdot(25{,}8-21{,}97)$

50. Realitza els productes indicats:

a) $\frac{7}{3}\cdot\left(\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{4}\right)$ b) $\left(\frac{7}{3}\cdot\frac{6}{5}\right)\cdot\frac{1}{4}$ c) $\frac{7}{3}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{4}$

51. Efectua les operacions següents:

a) $\frac{9}{2}+\left(\frac{5}{3}\cdot\frac{7}{8}\right)$ b) $\left(\frac{9}{2}+\frac{5}{3}\right)\cdot\frac{7}{8}$ c) $\frac{9}{2}\cdot\left(\frac{5}{3}+\frac{7}{8}\right)$

Divisió de nombres naturals

Exemple:

- Al menjador de l'institut les taules són de 4 persones i a la classe de 1r de l'ESO hi ha 35 alumnes, quantes taules ocuparan?

Veiem que hi haurà 8 taules ocupades i sobraran 3 alumnes que han d'assentar-se en una altra taula:

$$\begin{array}{r|l} 35 & 4 \\ \hline 3 & 8 \end{array}$$

Cada un dels nombres que intervenen en la divisió s'anomenen:

35 ⟶ Dividend 4 ⟶ Divisor 8 ⟶ Quocient 3 ⟶ Residu

A més, com ja saps, es verifica que: 35 = (4 · 8) + 3

Aquesta propietat es verifica sempre per a qualsevol divisió. En general:

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline r & C \end{array}$$

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

Es verifica que:

D* = (*d* · *c*) + *r

Dividend és igual a divisor per quocient més el residu

Exemple:

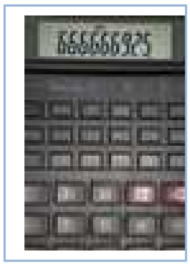
- El quocient entre 3658 i 65 és 56 i el residu 18. Escriu la relació que existeix entre aquests quatre valors.

$$3658 = 65 \cdot 56 + 18$$

Exemples:

27/3, 27: 3 i $\frac{27}{3}$ signifiquen el mateix: la divisió o el quocient de 27 entre 3.

Divisions amb calculadora



Ja sabem que dividir amb calculadora és molt fàcil, però què fem si ens demanen el residu de la divisió i només podem usar la calculadora?

- És molt senzill. Vegem-ho amb un exemple. Si fem:

325 ÷ 5 = 65 la divisió és exacta.

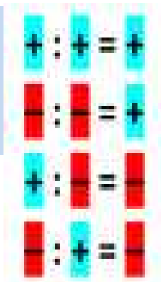
Però si fem:

325 ÷ 15 = 21.6666666667

Al primer cas està clar que el quocient és 65 i el residu és 0, però i al segon cas?

Clarament el quocient és 21. Ara per a calcular el residu hem de multiplicar aquest quocient pel divisor i restar-se'l al dividend. El residu serà: 325 – (15 · 21) = 10.

Quocient de nombres enters



Per a **dividir** dos nombres enters es deu:

1º) Calcular el quocient dels seus valors absoluts

2º) Assignar al resultat un signe mitjançant la regla següent:

Exemple:

(+36) : (+6) = +6

(–32) : (–4) = +8

(+27) : (–3) = –9

(–49) : (+7) = –7

Activitats proposades

52. Realitza les següents divisions i comprova amb cada una d'elles la propietat $D = d \cdot c + r$

8214 : 26 b) 271093 : 452 c) 1112220000 : 385 d) 274 : 25

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

3.3. Jerarquia d'operacions

A l'expressió: 5 · 4 + 3, quina operació realitzaries abans, la multiplicació o la suma?

Hi ha una **prioritat** en les operacions on no hi ha parèntesi i és que la multiplicació i la divisió sempre es realitzen abans que les sumes i les restes.

Per tant, l'operació anterior seria: 5 · 4 + 3 = 20 + 3 = 23

I en 9 : 3 · 2? Són divisions i multiplicacions amb la mateixa prioritat. Podem convindre que primer es realitza la primera operació, la que està més a l'esquerra: 9 : 3 · 2 = 3 · 2 = 6.

Prioritat d'operacions:

En operacions amb parèntesi, primer cal realitzar les que estan entre **parèntesis** i després les altres.

En operacions sense parèntesi, primer s'efectuen les **multiplicacions** i **divisions** i després, les **sumes i restes.**

En operacions de la mateixa prioritat, primer la de més a l'esquerra.

Exemple:

Observa la diferència entre aquestes dues operacions:

(17 + 8) · 6 = 25 · 6 = 150 17 + 8 · 6 = 17 + 48 = 65

Notes

És important escriure els parèntesis només quan siga necessari. Per exemple, a l'expressió: (21 · 2) + 30 resulta innecessari, ja que per la prioritat a les operacions, ja sabem que hem d'efectuar el producte abans que la suma.

Si realitzem una operació a la calculadora sense parèntesi aquesta ja respecta la jerarquia a les operacions, per la qual cosa si l'operació necessitara parèntesi, hem d'incloure'ls a la calculadora.

Exemple:

Jerarquia d'operacions	[(+7 – 5) · (+4 – 8 – 3)] + (– 27) : (–3) + 20
1) Es resolen els parèntesis	[(+2) · (– 7)] + (– 27) : (–3) + 20
2) Es realitzen multiplicacions i divisions	[– 14] + (+9) + 20
3) S'efectuen sumes i restes	Resultat = 15

Activitats proposades

53. Realitza les operacions següents:

a) +4 – (+5) · (-3) b) +6 + (–9) : (+2–5) c) –3 + [–4 – (–26) : (+2)]

54. Realitza les operacions següents:

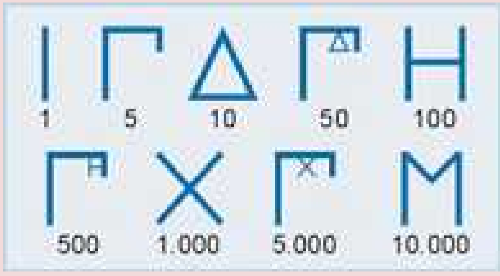
a) +8 + (–1) · (+6) b) –6 + (–7) : (+7) c) +28 – (–36) : (–9–9)

d) +11 + (+7) · (+6 – 8) e) –7 – [+4 – (–6) : (+6)] f) +9+ [+5 + (–8) · (–1)]

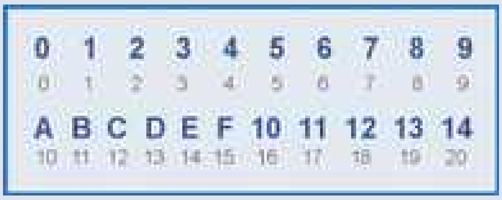
Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

CURIOSITATS. REVISTA

Sistemes de numeració



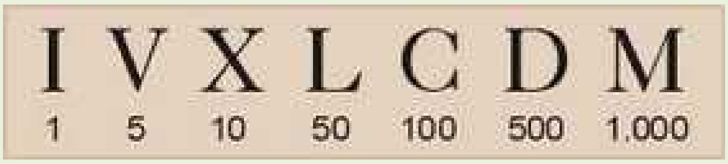
Com saps, a Babilònia, fa més de cinc mil anys, s'usava un sistema de numeració en ***base dotze*** i un en ***base 60***. Imagines quants dígits feien falta! Hui encara perviuen quan diem que l'any té 12 mesos, o que una hora té 60 minuts i un minut, 60 segons.

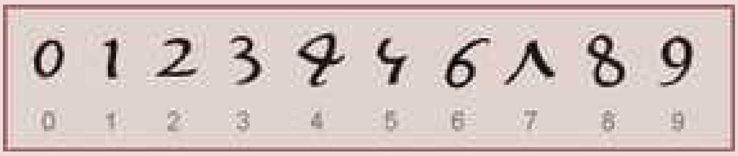


Sistema en base 16 que s'usa als ordinadors

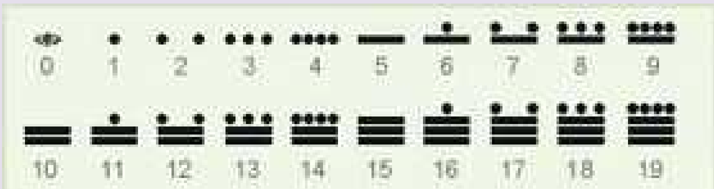
Els ordinadors utilitzen un sistema de numeració binari, amb només dos dígits, el 0 i l' 1.

Encara que també s'empra un sistema en base **16**, que s'anomena **sistema hexadecimal**.





Nombres xinesos



Nombres maies

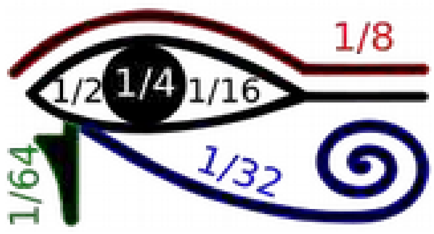
Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

Fraccions a Egipte

A l'Antic Egipte i a Babil·lònia, fa més de 5000 anys, ja s'empraven fraccions. A Egipte s'usaven fraccions unitaries, es a dir, amb numerador 1: 1/2, 1/3, 1/4, 1/5... L'Ull d'Horus és un jeroglífic que representa les fraccions unitaries de denominador una potència de 2:

= 1/2, = 1/4, = 1/8,

= 1/16, = 1/32, = 1/64



Imatge de Wikipedia. Si vols saber més has de trobar L'Ull d'Horus a Wikipedia.

Història dels nombres enters

Els xinesos utilitzaven els nombres negatius fa més de dos mil quatre-cents anys, ja que eren capaços de representar amb varetes negres els nombres negatius i amb roges els positius.

Els matemàtics hindús usaven "els béns", "els deutes" i "el no-res".

No obstant això a Europa la història de l'acceptació com a nombres dels negatius va ser un procés que va durar més de mil anys, ple d'avanços i retrocessos. Es va tardar molt a considerar als negatius com a nombres. Al segle XVII apareixen, al Diccionari Matemàtic, com a arrels ***falses***.

Ací tens algunes frases de persones famoses:

- Girard (1590-1639): *Per què aqueixes solucions **impossibles**?*
- Descartes (1596-1650): *No poden existir nombres menors que gens*.
- Stendhal (1783- 1842): *Qual no seria el meu desconcert quan ningú podia explicar-me que menys per menys és més*.
- Newton (1642- 1727): Les *quantitats són afirmatives, o siga, majors que gens, o negatives, és a dir, menors que gens. Així, a les coses humanes les possessions poden anomenar-se béns positius però els deutes béns negatius...*
- D'Alembert (1717- 1783) va escriure a l'Enciclopèdia: *Dir que la quantitat negativa és menys que gens és expressar una cosa que no es concep*.

Comenta amb els teus companys i companyes les frases de dalt.

Producte

Encara que a primària s'empra el símbol "x", per a denotar el producte el simbolitzarem ara com un punt: ·

Leibniz va escriure a *Bernoulli* dient que no li agradava emprar per al producte la lletra x ja que s'enganyava amb la lletra *x (incògnita)* i va començar a emprar el punt.

Els anglesos, que no seguixen a *Leibniz* per fer-li ombra a *Newton*, usen el punt en lloc de la coma per a expressar els nombres decimals: 3,5 = 3'5 = 3.5, i els ordinadors també.

Quocient

La paraula "***quocient***" vol dir el resultat de fer una "**divisió**" Els símbols emprats per a representar-les són:

/, : , i la fracció: -

La barra horitzontal de fracció, , és d'origen àrab, incòmoda si s'escriu en una única línia, per la qual cosa, de nou *Leibniz*, la va començar a substituir per la línia obliqua i els dos punts.

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

RESUM

Concepte	*Definició*	*Exemples*
El sistema de numeració decimal és posicional	El valor d'una xifra en un nombre depèn del lloc que ocupa al nombre	L'1 no té el mateix valor a 1792 que a 5431.
Jerarquia de les operacions	-A les operacions amb parèntesi, primer es realitzen els parèntesis i després les altres. -A les operacions sense parèntesi primer es realitzen multiplicacions i divisions i després sumes i restes. -A operacions de la mateixa prioritat, primer la de més a l'esquerra.	L'operació 2 + 3 · 7 té com resultat 23, no 35, que és el que resultaria efectuant abans la suma que el producte.
Nombres enters	$Z = \{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$	
Ordenació de nombres	És més gran el que estiga més a la dreta a la recta numèrica.	82,6>36,1>0>–3>–36,7 –2,59<–1,3
Multiplicació	Es multipliquen els valors absoluts i s'aplica la regla dels signes: **+ · + = +; – · – = +; + · – = –; – · + = –**	(+5) · (+6) = +30 (–1) · (–87) = +87 (–5) · (+6) = –30 (+9) · (–4) = –32
Fraccions equivalents	Són fraccions que representen la mateixa proporció.	$\frac{10}{25}$ i $\frac{6}{15}$
Suma i resta de fraccions amb diferent denominador	Transformem cada fracció en una altra equivalent de manera que les noves fraccions tinguen el mateix denominador, i les sumem.	$\frac{9}{10}+\frac{7}{15}=\frac{9\cdot 3}{10\cdot 3}+\frac{7\cdot 2}{15\cdot 2}=$ $=\frac{27}{30}+\frac{14}{30}=\frac{27+14}{30}=\frac{41}{30}$
Fracció irreductible	Una fracció és irreductible quan el màxim comú divisor del seu numerador i denominador és 1.	$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{10}{9}$
Comparació de fraccions	Podem determinar quin és la major de dues o més fraccions reduint a comú denominador.	$\frac{18}{11} < \frac{7}{4} < \frac{15}{8}$
Expressions decimals	Consten de dues parts: la seua part entera i la seua part decimal	21'375 Part entera: 21 Part decimal: 375
Expressió decimal exacta i periòdica	Exacta: La seua part decimal té una quantitat finita de xifres. Periòdic: La seua part decimal té una quantitat infinita de xifres que es repeteixen periòdicament. Poden ser purs o mixtos	5,7767 Pur: $3,\overline{07} = 3,0707070.....$ Mixt: $4,8\overline{13} = 4,813131.....$

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

EXERCICIS I PROBLEMES. Matemàtiques 2n d'ESO

Repàs nombres naturals

1. Realitza les operacions següents:

a) $(34 + 52) \cdot 5$ b) $89 \cdot 2 + 12$ c) $55 + 67 \cdot 3 + 13$ d) $280 - 110 \cdot 2 + 90$

2. Digues quals de les següents operacions tenen el mateix resultat:

a) $8 \cdot (22 - 20)$ b) $8 \cdot 22 - 20$ c) $8 \cdot 22 - 8 \cdot 20$ d) $8 \cdot (22 + 20)$ e) $8 \cdot 22 + 20$

3. Realitza les operacions de l'exercici anterior en la calculadora i comprova la importància d'afegir els parèntesis.

4. Realitza les operacions següents:

a) $23·6 + (35–13) :11–4·7$ b) $48:4·8:2– (3·12):6$ c) $357–23·7 +280:14$ d) $20·9–11·7+265:53$

Nombres enters

5. Efectua al teu quadern:

a. $6 - (8 + 10 - 1 - 2)$ b. $7 + (2 - 8 - 1) - (8 - 1 + 6)$

c. $(10 - 2 - 7) - (1 - 9 - 16)$ d. $-(9 - 6 - 8) - (- 7 - 10 + 2)$

6. Lleva parèntesi i efectua al teu quadern:

a. $15 + [2 - 8 - (10 - 3)]$ b. $7 - [(5 - 8) - (6 - 12)]$ c. $(5 - 14) - [2 - (2 - 4 - 3)]$

d. $(1 - 11 + 6) - [(3 - 2) - (4 - 16)]$ e. $[8 - (4 - 16)] - [10 - (5 - 12)]$

7. Efectua al teu quadern aplicant la regla dels signes:

a. $(+4) \cdot (+8)$ b. $(-11) \cdot (-5)$ c. $(+12) \cdot (-6)$ d. $(-11) \cdot (-10)$ e. $(+16) : (+4)$

f. $(-12) : (+6)$ g. $(+24) : (-3)$ h. $(-81) : (-9)$ i. $(-63) : (+7)$ j. $(-30) : (-10)$

8. Troba al teu quadern:

a. $(-2)^1$ b. $(-2)^2$ c. $(-2)^3$ d. $(-2)^4$ e. $(-2)^5$

f. $(-2)^6$ g. $(-2)^7$ h. $(-2)^8$ i. $(-2)^9$ j. $(-2)^{10}$

9. Efectua les operacions i comprova com varia el resultat segons la posició dels parèntesis:

a. $18 - 7 \cdot 3$ b. $(18 - 7) \cdot 3$ c. $(-12) - 4 \cdot (-8)$

d. $[(-12) - 4] \cdot (-8)$ e. $(-5) \cdot (+7) + (-3)$ f. $(-5) \cdot [(+7) + (-3)]$

10. Calcula mentalment:

a. $(-1)^1$ b. $(-1)^2$ c. $(-1)^3$ d. $(-1)^4$ e. $(-1)^5$

f. $(-1)^6$ g. $(-1)^7$ h. $(-1)^8$ i. $(-1)^9$ j. $(-1)^{10}$

11. Calcula al teu quadern:

$(-6)^4$ b. $(+5)^5$ c. $(-3)^3$ d. $(+4)^3$ e. $(-9)^2$ f. $(-10)^6$

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

12. Representa gràficament i ordena en sentit decreixent, calcula els oposats i els valors absoluts dels següents nombres enters:

$$-5, 7, -3, 0, -6, 1, 2$$

13. Antoni fa els comptes totes les nits i al seu quadern té anotat: Dilluns: Papà m'ha tornat 10 euros que em devia: Dimarts: He venut segells de la meua col·lecció i m'han pagat 5 euros. Dimecres: Em compre uns croms per 3 euros. Dijous: M'he pres un gelat per 1 euro. Si Antoni tenia 15 euros el dilluns al matí, quant té cada nit? Ha augmentat el seu diners o ha disminuït? En quant?

14. De quina planta ha eixit un ascensor que després de pujar 7 pisos arriba al pis 4?

15. Jaume ha començat un negoci, i de moment perd 100 euros cada dia. Comparant amb la seua situació actual, quina era la seua situació fa 5 dies?

16. Pere disposa en 2013 d'una màquina per a viatjar en el temps. Decideix avançar 240 anys, en quin any es trobaria? I si retrocedeix 390 anys, a quin any viatja?

17. A quina edat es va casar una persona que va nàixer l'any 9 abans de Crist i es va casar l'any 19 després de Crist?

18. En quin any va nàixer una dona que l'any 27 després de Crist va complir 33 anys?

19. En quin any es va casar un home que va nàixer l'any 20 abans de Crist i es va casar als 27 anys?

20. Fa una hora el termòmetre marcava –5 ºC i ara marca 5 ºC. La temperatura ha augmentat o ha disminuït? Quant ha variat?

21. Al matí un termòmetre marcava 7 graus sota zero. La temperatura baixa 12 ºC al llarg del matí. Quina temperatura marca al migdia?

22. A quina planta ha arribat un ascensor d'un edifici que estava al soterrani 2 i ha pujat 7 pisos?

23. Un joc

a) Ompli amb nombres enters les caselles en blanc de tal manera que la suma de totes les files i columnes siga sempre **3**.

–6		**+6**
	+2	
		0

b) Ompli amb nombres enters les caselles en blanc de tal manera que el producte de totes les files i columnes siga sempre **–70**.

		+7
	–7	
–7		**+2**

24. Una persona protestava per la seua mala sort. Havia perdut el seu treball i només li quedaven uns euros a la butxaca. El diable se li va acostar i li va fer una estranya proposició:

–Jo puc fer que els teus diners es dupliquen cada vegada que encreues el pont que travessa el riu. L'única condició és que jo t'esperaré a l'altre costat i has d'entregar-me 24 €.

El tracte pareixia avantatjós. No obstant això, quan va creuar per tercera vegada, en donar al diable els 24 € es va quedar sense res. Havia sigut enganyat. Quants diners tenia en un principi?

Fraccions

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

25. Realitza els càlculs següents:

a) $\dfrac{\frac{5}{2}+\frac{2}{3}}{5}\cdot\dfrac{1}{8}$ b) $\dfrac{4}{\frac{3}{5}-\frac{2}{3}}+1$ c) $\dfrac{\frac{1}{3}-\frac{4}{9}}{\frac{5}{3}-\frac{9}{2}}-2$ d) $\left(\dfrac{4}{3}\cdot\dfrac{9}{8}\right):\left(\dfrac{5}{6}+\dfrac{9}{8}\right)$

26. A un sopar assisteixen 8 persones. De postres hi ha un pastís que ja ha sigut dividit en 8 porcions iguals. Després de repartir les postres arriben de sobte 2 persones més. Els que estaven des d’un principi ofereixen als nouvinguts que proven el pastís i se n’adonen de que de les 8 porcions hi ha 6 que no s’han tocat i 2 que han sigut ingerides. Indica què s’ha de fer perquè les persones que no han provat la tortada reben la mateixa quantitat.

27. Maria es 70 cm més alta que la mitat de la seua altura. Quina estatura té?

28. Si una persona viu 80 anys, i es passa adormint un terç de la seua vida, quant ha dormit?

29. Indica quines de les següents fraccions són pròpies i quines són impròpies:

a) $\dfrac{8}{3}$ b) $\dfrac{2}{5}$ c) $\dfrac{5}{2}$ d) $\dfrac{16}{7}$ e) $\dfrac{21}{4}$ f) $\dfrac{5}{6}$

30. Transforma en nombre mixt les fraccions impròpies de l’activitat anterior.

31. En un espectacle diuen que s’han venut els $\dfrac{5}{4}$ de les entrades d’un teatre que té capacitat per a 500 espectadors. Quantes entrades s’han venut? Què opines del resultat que s’obté en trobar els $\dfrac{5}{4}$ de 500?

32. En un iceberg es manté submergida les nou desenes parts del seu volum. Si emergeix 318 km^3, quin és el volum submergit? I el volum total?

33. En un bosc hi ha pins, roures i alzines. Els pins ocupen els 3/7 i els roures, 1/3. Quin espai ocupen les alzines?

34. Neus i Josep tenen el mateix sou mensual, Neus gasta els 3/5 del seu sou i Josep els 5/7, qui gasta més?

35. Copia al teu quadern i ompli els llocs buits:

a) $\dfrac{7}{6}+\dfrac{5}{3}=\dfrac{7}{6}+\dfrac{\ }{6}=\dfrac{\ }{6}$

b) $\dfrac{7}{10}-\dfrac{5}{14}=\dfrac{\ }{70}-\dfrac{\ }{70}=\dfrac{\ }{70}$

36. 1/3 dels ingressos d’una família es gasten en rebuts (aigua, telèfon, comunitat de veïns,...) , a menjar gasten 3/7, quina part els queda per a estalviar i altres gastos?

37. En un país es valora que es gasta 250 litres d’aigua per persona i dia, i d’aqueixa quantitat les llars consumixen els 3/20 del total. Si es desperdicien els 1/7, quants litres d’aigua es desperdicia en un dia en una casa de 5 habitants?

38. El teu professor/a ha dedicat 5 hores a corregir exàmens i encara li queden ¼ sense corregir, quant temps haurà de dedicar encara?

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d’Imatges d’INTEF

39. Copia al teu quadern i completa les següents fraccions de manera que totes elles siguen equivalents:

a) $\frac{\ }{5}$ b) $\frac{34}{\ }$ c) $\frac{\ }{2}$

40. Realitza els següents càlculs i, en cada cas, redueix la fracció resultant:

a) $\frac{4}{3}\cdot\frac{9}{8}$ b) $\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{6}$ c) $\frac{5}{6}:\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{16}:\frac{3}{10}$

41. Tres nàufrags en una illa deserta arrepleguen gran quantitat de cocos i se’n van a dormir. A la nit s’alça un d’ells, que no es fia dels altres, reparteix els cocos en tres muntons iguals, amaga la seua part i torna a dormir. Després, s’alça un altre i fa el mateix amb els cocos restants. El mateix fa el tercer. Al matí següent reparteixen els cocos i també el repartiment és exacte. Quants cocos hi havia en total si se sap que eren menys de 100? Quants té cada nàufrag?

42. Un rajà regala a les seues filles unes perles i diu que les repartisquen de la manera següent: a la primera filla li deixa la sisena part de les perles, a la segona, la cinquena part de les que queden, a la tercera, la quarta part, i així successivament. Resulta que a totes les filles els ha tocat el mateix nombre de perles. Quantes filles tenia el rajà? Quantes perles?

Expressions decimals

43. Troba una fracció tal que en multiplicar-la pel nombre $1{,}8\overline{7}$ done como resultat un nombre natural.

44. Aproxima per truncament a desenes i centèsimes els següents nombres decimals:

a) 9,235 b) 57,0001 c) $8{,}\overline{7}$ d) $3{,}52\overline{87}$ e) $5'99\overline{96}$

45. Arredoneix els següents nombres decimals fins a les desenes i fins a les centèsimes:

a) 8,9351 b) $5{,}19\overline{90}$ c) $83{,}\overline{74}$ d) 77,992 e) $56{,}\overline{01}$

46. En cada un dels arredoniments que has realitzat a l’exercici anterior, distingeix si es tracta d’una aproximació a l’alça o a la baixa.

47. Vicent va comprar en la papereria 15 bolígrafs i 8 llapis. Si cada bolígraf costava 0’72 euros i cada llapis 0’57 euros quant es va gastar Vicente?

48. Pilar s’ha comprat tres bolígrafs iguals que, en total, li han costat 1,53 euros. També va comprar un quadern que costava quatre vegades més que cada bolígraf. Calcula el preu del quadern.

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d’Imatges d’INTEF

AUTOAVALUACIÓ DE 2n D'ESO

1. Quin és el resultat de 20 · (15 + 3)?

a) 303 b) 380 c) 360 d) 90

2. El resultat de l'operació: {(–5 + 8) · (–3 – 5) + (–7 + 1) : (+9 – 3)} és:

a) –25/6 b) +24 c) –25 d) +20

3. Un termòmetre ha pujat 4 ºC, després ha baixat 6 ºC, després ha baixat 8 ºC i, finalment, marca menys 9 é C. La temperatura inicial era:

a) –1 ºC b) –19 ºC c) +1 ºC d) –14 ºC

4. En viatjar des d'una latitud de 9º Nord fins a una altra de 20º Sud, la variació de latitud és:

a) 11 Sud b) 29º Nord c) 11º Nord d) 29º Sud

5. Si estàs situada al punt –15 de la recta numèrica dels nombres enters, quins moviments et porten fins a +10?

a) +13 – 3 + 4 b) – 1 + 14 c) + 18 – 5 d) +14 +12 – 1

6. Assenyala la fracció inversa de la fracció $\frac{5}{9}$:

a) $\frac{18}{9}$ b) $\frac{15}{27}$ c) $\frac{5}{9}$ d) $\frac{9}{5}$

7. El resultat de l'operació $(\frac{2}{5} - \frac{5}{2})\cdot 2 + \frac{51}{10}$ és :

a) $\frac{9}{10}$ b) $\frac{105}{10}$ c) $\frac{30}{5}$ d) 3

8. Tria la fracció irreductible que siga el resultat de l'operació $\frac{5}{2} \cdot \frac{10}{9} + \frac{1}{3}$

a) $\frac{65}{18}$ b) $\frac{28}{9}$ c) $\frac{50}{18}$ d) $\frac{25}{9}$

9. Indica quina de les següents fraccions és menor que $\frac{1}{5}$:

a) $\frac{2}{16}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{7}$

10. Ordena de menor a major els nombres:

5,67; 5,68; 5,6666; 5,63; 5,5; 5,8; 5,6070.

Autors: Eduardo Cuchillo, Ana Lorente i Fernanda Ramos
Traducció: Pedro Podadera, IES Juan de Garay
Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF