

2n d'ESO

Activitats i exercicis

ÍNDEX:

1. Resolució de problemes.	2
2. nombres	6
3. Potències i arrels	13
4. Divisibilitat	19
5. Sistemes de mesura.	24
6. Longituds i àrees. Semblança	30
7. Cossos geomètrics. Volums	37
8. Magnituds proporcionals. Percentatges	44
9. Àlgebra	50
10. Taules i gràfiques. El pla cartesià. Funcions.	60
11. Estadística i probabilitat	68

librosmareaverde.tk
www.apuntesmareaverde.org.es

Autors de Llibres Marea Verda.
Traducció: IES Binissalem (Balears)



CAPÍTOL 1: RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

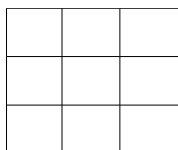
ACTIVITATS PROPOSADES

1. FASES EN LA RESOLUCIÓ D'UN PROBLEMA

1. Inventa problemes semblants!
2. El comptakilòmetres del pare d'en Joan marca 74.791 km. Si les revisions són cada 5.000 km, quants quilòmetres li falten per a la pròxima revisió? La mare de na Maria observa que el comptakilòmetres del seu cotxe marca 24.312 km, quants quilòmetres li falten per a la pròxima revisió?
3. L'aula de na Maria mesura 8 metres de llarg per 5 d'ample. Es desitja posar un rodapeu que val a 8 € el metre. Quants euros costarà posar-ho? Estima quant mesura la teva aula de llarg i quant d'ample, i calcula quant costaria posar aquest mateix rodapeu.

2. ESTRATÈGIES EN LA RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

4. Si la teva paga setmanal és de deu euros, i estalvies tota la paga d'un mes Podries comprar-te un ordinador portàtil (que estimes que val uns 900 euros)? I amb totes les pagues d'un any?
5. Pensa en una piscina a la qual hagi anat alguna vegada. Estima els litres d'aigua que pot contenir.
6. Informen que a una manifestació hi han anat 500.000 persones, com creus que les han comptat?
7. Si tota la població mundial es donàs la mà, quina longitud es formaria? (Estima que la població mundial, en aquest moment, és major que set mil milions de persones).
8. Quantes lleties hi ha en un paquet d'un quilo?
9. **Aprèn a fer màgia.** Pensa un nombre. Suma-li 10. Dobra el resultat. Resta-n'hi 6. Calcula'n la meitat. Lleva el nombre del principi. El teu resultat és 7! Com ho he endevinat?
10. En quants zeros acaba el producte dels mil primers nombres enters?
11. Quadrat Màgic



Amb els nombres del 20 al 28 completa en el teu quadern el quadrat màgic de manera que obtingues la mateixa suma en totes direccions, en horitzontal, en vertical, i fins i tot en les dues diagonals.

12. **"El dipòsit":** D'un dipòsit ple d'aigua se'n treu la tercera part del contingut, i encara queden 1.200 litres d'aigua Quina capacitat té el dipòsit? Si dibuixes el dipòsit, de seguida sabràs la solució.
13. Es calcula que Teano, la dona de Pitàgores va néixer cap a l'any 519 abans de Crist, quants anys han passat des del seu naixement?
14. Una persona ha de creuar un riu en una barca amb un llop, una cabra i una col llombarda, en la que només pot anar ella i una de les tres coses, tenint en compte que si no està davant el llop es menja a la cabra i la cabra es menja el col llombarda. Com aconseguix transportar-los a l'altre costat del riu?
15. Amb quatre quats es pot aconseguir 2: $4 : 4 + 4 : 4 = 1+1=2$
Aconseguix utilitzant quatre quats 1, 3, 4, 7.
16. Cada entrada costava 4 € i jo li vaig entregar 10 €. No em va preguntar res, em va donar dues entrades i em va tornar 2 €. Com va poder saber el taquiller que jo volia dues entrades de cine?
17. Dues persones es troben en el desert on s'han perdut des de fa dies. Per a millor sobreviure, decidixen compartir els seus pans, un en té tres i l'altre cinc. En aquest moment apareix una tercera persona que no té menjar. Comparteixen així els seus vuit pans entre els tres. Finalment els rescaten i, en agraïment, quan arriben a la ciutat, la tercera persona els convida a sa casa i els recompensa donant tres monedes al primer i cinc monedes al segon. La seva filla que ha presenciada l'escena li indica al pare que el repartiment no és just. Per què? Com s'han de repartir les 8 monedes?
18. Busca un nombre que sumat amb el seu següent doni com resultat 11.

3. EMOCIONS I RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

19. Sense alçar el llapis uneix amb 4 traços rectes aquests nou punts.

```

  o       o       o
  |       |       |
  o       o       o
  |       |       |
  o       o       o
  
```

Dibuixa en el teu quadern nou punts com els de la figura i intenta unir-los, amb 4 traços sense alçar el llapis.

20. Amb 3 escuradents, tots iguals, pots construir un triangle equilàter. Amb 5 escuradents pots construir 2 triangles equilàters, com podem construir quatre triangles equilàters iguals amb sis escuradents amb la condició que el costat de cada triangle sigui la longitud de l'escuradents?

4. JOCS I PROBLEMES

21. Prepara unes quantes monedes d'un cèntim a la mà (o boletes de paper, o fitxes...). Posa la mateixa quantitat a cada mà, almenys 10. Passa 6 monedes de la mà dreta a l'esquerra. Elimina de la mà esquerra tantes monedes com et queden en la dreta. Què observes? Jo sóc mag i puc endevinar quantes monedes et queden en la mà esquerra! Són 12? Com funciona el truc? Prova a passar 4 o 5 objectes en compte de 6, com funciona ara?

22. **Un altre joc: És** un joc de **calculadora** i pot ser un joc cooperatiu; un joc en què es posen en comú les diferents estratègies i es discuteix sobre el millor procediment, el més senzill o el més original. Consta de quatre fitxes com les de la figura, on s'indiquen les tecles que està permès polsar, i el resultat, a què cal arribar.

3	6	5	7	10	7	2	7
+	-	x	/	+	-	+	-
/	=	+	=	x	=	x	=
33		147		123		95	

- El joc consisteix, en primer lloc, a obtenir el resultat amb la calculadora.
- Has d'anotar tots els mètodes trobats. Pensa i anota en el teu quadern quin és el procediment que t'ha resultat més eficaç.
- Escric, utilitzant parèntesi, les expressions que ha utilitzat la calculadora.
- Modifica el joc confeccionant noves fitxes, modificant aquestes amb altres tecles i amb altres resultats.

CURIOSITATS. REVISTA

Un enigma

Quatre parets, sense portes
Amb sis talls les faràs
I té a més en compte
Que el més senzill de cinc és.

Del llibre de Lluís Balbuena "Contes de Zero"

Un joc: EL NIM

És un joc per a dos jugadors

De cada fila, per torn, es poden prendre una, dues o tota la fila. Perd qui ha de prendre l'última fitxa.

```

  o   o
  |   |
  o   o   o
  |   |   |
  o   o   o   o
  
```

L'ós

Un caçador compta a un grup d'amics:

– Caminarem 2 km cap al sud, després 2 km a l'est, i finalment 2 km al nord. Em vaig trobar en el lloc de partida. I allí vaig caçar un ós. De quin color era l'ós?

Amic 1: – Naturalment, era blanc.

Amic 2: – Fals! Aquí no hi ha óssos!

– Analitza on estava el caçador.

RESUM

Problema	És una situació en la que hi ha que aconseguir un objectiu superant una sèrie d'obstacles, sempre que el subjecte que afronta la situació no conegui procediments o algorismes que li permetin assolir l'objectiu.
Fases en la resolució de un problema	Fase 1: Abans de començar a actuar, intenta entendre bé el problema. Fase 2: Cerca una bona estratègia. Fase 3: Du a terme la teva estratègia. Fase 4: Comprova el resultat. Pensa si és raonable. Comprova l'estratègia.
Algunes estratègies	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Estima el resultat. ➤ Experimenta, juga amb el problema. ➤ Fes-lo m'és fàcil per començar. ➤ Fes un diagrama, un esquema... ➤ Mira si tu problema se sembla a algun que ja coneguis. ➤ Escull una bona notació.
Emocions i resolució de problemes	Emoció positiva: Idea feliç. Ja ho tenc! Eureka! Emoció negativa: Bloqueig.
Jocs d'estratègia	Per a ser un bon jugador en jocs d'estratègia pots utilitzar les tècniques que has après amb la resolució de problemes.

EXERCICIS I PROBLEMES

1. **"L'hotel dels embolics"**: Un hotel té infinites portes totes tancades, un client graciós s'alça a la nit i les obre totes. Un segon client tanca les que són nombre parell. Un tercer client modifica les que són múltiple de tres, si està oberta la tanca i si està tancada l'obre. El quart el mateix de quatre en quatre i així successivament. Com estan les portes al matí?
2. **Ajuda i solució**: Anau anotant les portes que es van quedant obertes fins a comprovar que són: 1, 4, 9, 16... Com són aquests nombres? Quants divisors tenen?
3. El radi de la Terra és de 6.240 km aproximadament. Rodejam la terra amb un cable. Quant hauriem d'augmentar la longitud del cable perquè se separàs per l'equador una distància de dos metres? Menys de 15 m? Més de 15 m i menys de 15 km? Més de 15 km?
4. **La invitació**: En Joan convida na Marta i n'Elena a berenar. Prepara una llimonada i es disposa a servir-la. Na Marta la vol amb poca llimona i Elena amb molta. En Joan ha posat el suc de llimona i l'aigua en dues gerres iguals i en la mateixa quantitat. Per a complaure a les seves convidades agafa un got de la gerra amb llimona i ho tira a la de l'aigua, i a continuació agafa un got de la mateixa grandària de la mescla i ho tira a la de la llimona. Què hi haurà, més llimona en la gerra de l'aigua o més aigua en la gerra de la llimona?
Ajuda: Per a començar fes-ho més fàcil. Pensa en dues bosses iguals una amb boles negres i l'altra amb boles roges.
5. "Els cadells": Un nin té una cistella amb pastissos i en regala a una amiga la meitat més mig pastís, del que li queda li dona a un amic la meitat més mig pastís, a la seva cosina la meitat del que li queda més mig pastís, i al seu primer la meitat del que li queda més mig pastís i li queda un pastís. Quants pastissos hi havia a la cistella?
Ajuda: Fes un esquema
6. Volem posar un rivet al voltant de la vorera del teu pupitre. El metre de rivet val a un euro. Estima les dimensions del pupitre. Quant costaria posar-lo.
7. Un amic diu a un altre:
 - El producte de les edats de les meves tres filles és 36, i la suma és el nombre de la casa en què vius. Endevena quines edats tenen?
 - No, em falta una dada.
 - Tens tota la raó, la major toca el piano.
 Quina edat tenen les filles?
8. En una trama de quatre per quatre, quin és el nombre més gran de costats que pot tenir un polígon amb vèrtexs en punts de la trama? Generalitza a altres trames.
9. Dissenya figures de cartolina que per mitjà d'un sol tall puguem dividir en quatre trossos iguals.

10. Com repartir equitativament 8 litres entre dos utilitzant únicament tres gerres de 8, 5 i 3 litres.
11. Estima quant mesura la teva habitació de llarg, d'alt i d'ample. Si vols pintar-la i el pot de pintura costa 5,2 €, i diu en les instruccions que pots pintar amb ell, 10 m², quant costarà pintar-la?

12. **Monedes Ordenades**

Mou només tres monedes per a aconseguir que el triangle quedi d'aquesta manera:



13. A la base de Plutó arriben embarcaments de 6 llaunes de 100 boles d'un gram. Un dia arriba el missatge "Urgent. Una llauna s'ha omplert amb boles defectuoses, cada una amb un excés de pes d'un mil·ligram. Identifiquin-la" Com fer-ho amb una sola pesada? Un mes més tard arriba un altre missatge: "Alguna de les sis llaunes, potser totes elles, poden estar plenes amb boles defectuoses, amb un sobrepès d'un mil·ligram. Identifiquin i destrueixin totes les boles defectuoses" Pots fer-ho amb una sola pesada?
14. Una estudiant té l'insòlit nom palindròmic d'Inès Lil Seni. El seu amic, estudiant de matemàtiques, avorrit un matí per una lliçó un poc rotlló, s'entreté intentant compondre un criptograma numèric. Escriu el nom en forma de multiplicació:
- $$\begin{array}{r} \text{INES} \\ \times \text{LIL} \\ \hline \text{SENI} \end{array}$$
- Serà possible reemplaçar cada lletra per un dels deu dígit i obtenir una multiplicació correcta? El jove descobreix amb sorpresa que sí, i també que la solució és única. (Cap dels dos nombres de quatre xifres comença per zero).
15. La piscina del poliesportiu municipal s'ha hagut de buidar per un problema de contaminació. Aquest procés s'ha realitzat en tres fases per a poder utilitzar l'aigua en la neteja de les instal·lacions, primer s'ha tret la tercera part, després la meitat de la resta i encara queden 150 m³ d'aigua. Quina capacitat té la piscina?

CAPÍTOL 2: NOMBRES

ACTIVITATS PROPOSADES

1. NOMBRES

1. Escriu per mitjà de potències de 10 els nombres següents:
a) 8216 b) 591274 c) 918273 d) 90003040506
2. ¿Quin lloc ocupa la xifra 7 en els següents nombres? En quin dels nombres té major valor? I menor?
a) 708544 b) 67339001 c) 5092175 d) 9847
3. Raona per què, en el nombre natural 77777 amb xifres repetides, aquestes no tenen el mateix valor.
4. Escriu per mitjà de potències de 10 els següents nombres romans en la nostra numeració:
a) MDCVX b) MMMCCXXXIII c) MMCDXXVI d) MMCCCXLIII
5. Escriu els nombres de l'1 al 10 en el sistema binari.
6. Anomenam C_n al nombre quadrat i T_n al nombre triangular que ocupen el lloc n . Ja saps que C_n és igual a n^2 ($C_n = n^2$) Comprova que $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$ és una expressió per als nombres triangulars.
7. Observa els nombres quadrats perfectes. Mira en la figura i comprova que pots formar-los com a suma de dos nombres triangulars: $4 = 3 + 1$, $9 = 6 + 3$... Expressa-ho de forma general.
8. Escriu tres nombres triangulars, tres quadrats i tres pentagonals més dels ja indicats.
9. Dibuixa tres nombres hexagonals.
10. Escriu el nombre que millor representa la situació que es planteja:
a) Un submarí navega a 345 m de profunditat
b) Avui el termòmetre marcava 15°C
c) El cotxe estava en el soterrani 5.
d) Arquimedes va morir l'any 212 abans de Crist
11. Expressa aquests enunciats amb un nombre positiu, negatiu o zero:
a) M'he quedat sense diners.
b) Miguel va néixer l'any dos mil.
c) El garatge està en el tercer soterrani.
12. Indica el significat dels nombres -4 , 0 i $+7$ en cada una de les situacions següents:
a) En un garatge b) En una temperatura c) En un compte
13. Calcula el valor absolut dels nombres següents:
a) $|+43|$ b) $|-7,2|$ c) $|0|$ d) $|-81,7|$
14. Assenyala diferents accions que obliguen a repartir, o subdividir, un cert objecte, ens o activitat.
15. Troba situacions de la vida quotidiana en les quals apareguin fraccions.
16. Redueix les següents fraccions a la seva expressió irreductible: a) $\frac{24}{18}$ b) $\frac{21}{49}$ c) $\frac{7}{7}$
17. Determina si les següents parelles de fraccions són o no equivalents:
a) $\frac{4}{8}$ i $\frac{3}{6}$ b) $\frac{3}{11}$ i $\frac{33}{9}$ c) $\frac{5}{8}$ i $\frac{105}{168}$
18. Obté tres fraccions equivalents a cada una de que figuren a continuació: a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{9}{4}$
19. Decideix si les següents parelles de fraccions són o no equivalents: a) $\frac{4}{5}$ i $\frac{12}{15}$ b) $\frac{2}{3}$ i $\frac{10}{15}$
20. Obté tres fraccions equivalents a cadascuna de les següents:
a) $\frac{-1}{5}$ b) $\frac{9}{-4}$ c) $\frac{-3}{7}$ d) $\frac{2}{-15}$

21. Busca altres situacions de la vida real on apareixien nombres decimals.
22. Converteix en expressió decimal les fraccions següents: a) $\frac{97}{2}$ b) $\frac{345}{4}$
23. Transforma les següents fraccions en expressió decimal: a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{7}{9}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{4}{11}$ e) $\frac{25}{12}$
24. Aproxima per truncament els següents nombres decimals fins a les mil·lèsimes:
a) $6'\overline{6}$ b) $9'35\overline{0}$ c) $8'7\overline{1}$ d) $8'334\overline{8}$ e) $2'640\overline{8}$
25. Aproxima per arrodoniment fins la mil·lèsima els següents nombres decimals:
a) $6'\overline{6}$ b) $9'35\overline{0}$ c) $8'7\overline{1}$ d) $8'334\overline{8}$ e) $2'640\overline{8}$ f) $3'999\overline{6}$

2. REPRESENTACIÓ GRÀFICA

26. Representa en una recta numèrica, en el teu quadern, els següents nombres i ordena'ls de menor a major:
-8, 5, 1, -5, 8, -3, -7 i 0.

27. Situa en la següent recta els nombres $8'43$, $8'48$, $8'51$ i $8'38$



28. Representa en una recta numèrica els següents nombres i ordena'ls de menor a major: -8, 5, 1, -5, 8, -3, -7 i 0.
29. Completa en el teu quadern amb el signe < (menor) o > (major) segons correspongui:
a) -13,6 -67,1 b) -80,2 +94,5 c) +37 +48 d) +52 -64 e) -21 |-25|
30. Ordena de menor a major a) +5,1, -4,9, -1,5, +18,2, 5,17 b) +6,9, -7,2, -8,5, -5,9, -7,21
31. Assenyala quin nombre és el major per a cada una de les següents parelles:
a) -0,872 i -0,8721 b) 3,58 i |-3,57| c) 7,0001 i 7,00001 d) -4,78 i -8,92
32. Escriu dos nombres decimals que siguin, simultàniament, majors que $6'147$ i menors que $6'2$.

3. OPERACIONS

33. Troba el resultat de les sumes següents:
a) $(+12,8) + (+57) + (-4,6)$ b) $(-83,2) - (-24,1) + (-10,5)$ c) $(-35) + (-48) + (+92)$
34. Efectua aquestes operacions
a) $(+3,8) + (+4,2) - (-52)$ b) $(-614) + (-77) + (-811)$ c) $(-97) - (-12) + (+26)$ d) $(-45) + (+52)$
35. Un autobús comença el viatge amb 30 passatgers. A la primera parada en baixen 16 i en pugen 21. A la segona en baixen 17 i en pugen 24, i a la tercera en baixen 9. Quants passatgers hi ha a l'autobús?
36. Un avió vola a 3672 m i un submarí està submergit a 213 m en la mateixa vertical, quina distància en metres els separa?
37. Arquimedes va néixer l'any 287 a. C. i va morir l'any 212 a. C. Quants anys tenia?
38. Expressa al número 100 de quatre formes diferents com a suma i resta de 3 nombres enters.
39. Expressa el número zero com a suma i resta de quatre nombres enters.
40. Realitza les següents sumes de fraccions: a) $\frac{1}{5} + \frac{4}{3}$ b) $\frac{7}{6} + \frac{4}{9}$ c) $\frac{5}{8} + \frac{5}{2}$ d) $\frac{67}{100} + \frac{13}{24}$
41. Calcula: a) $\frac{5}{14} - \frac{7}{6}$ b) $\frac{11}{6} - \frac{13}{5}$ c) $\frac{13}{100} - \frac{13}{240}$ d) $\frac{50}{21} - \frac{7}{3}$
42. Realitza els següents productes i divisions de nombres enters:
a) $(+35) \cdot (+2)$ b) $(+4) \cdot (-72)$ c) $(-8) \cdot (-45)$ d) $(-5) \cdot (+67)$
e) $(+28) : (+2)$ f) $(+27) : (-3)$ g) $(-36) : (-2)$ h) $(-54) : (+9)$

43. Calcula en el teu quadern els següents productes i divisions de nombres enters:
- a) $(+721) \cdot (+3)$ b) $(+562) \cdot (-3)$ c) $(-915) \cdot (-2)$ d) $(-6) \cdot (+72)$
 e) $(+303) : (+3)$ f) $(+505) : (-5)$ g) $(-160) : (-4)$ h) $(-704) : (+2)$
44. Efectua mentalment i anota els resultats en el teu quadern:
- a) $(+2) \cdot (+40)$ b) $(+30) \cdot (-2)$ c) $(-60) \cdot (-3)$ d) $(-50) \cdot (+8)$
 e) $(+80) : (+4)$ f) $(+18) : (-3)$ g) $(-15) : (-5)$ h) $(-70) : (+7)$
45. Calcula: a) $\frac{8}{22} \cdot \frac{3}{75}$ b) $6 \cdot \frac{7}{11}$ c) $23 \cdot \frac{1}{23}$ d) $\frac{9}{10} \cdot \frac{11}{3}$
46. Multiplica les següents fraccions i simplifica el resultat:
- a) $\frac{4}{9} \cdot \frac{6}{8}$ b) $\frac{9}{15} \cdot \frac{5}{3}$ c) $\frac{14}{25} \cdot \frac{5}{21}$ d) $\frac{6}{15} \cdot \frac{10}{12}$
47. Calcula: a) 7,3·2,54 b) 2,89·7,21 c) 3,54·5,2·6,8 d) 6,9·7,5·6,1
48. Extreu factor comú i calcula mentalment:
- a) $756 \cdot 4 - 756 \cdot 3$ b) $350 \cdot 8 + 350 \cdot 2$ c) $927 \cdot 13 - 927 \cdot 3$ d) $700 \cdot 33 - 700 \cdot 3$
49. Efectua: a) $9 \cdot (4,01 + 3,4)$ b) $7,3 \cdot (12 + 5,14)$ c) $2,9 \cdot (25,8 - 21,97)$
50. Realitza els productes indicats: a) $\frac{7}{3} \cdot \left(\frac{6}{5} \cdot \frac{1}{4}\right)$ b) $\left(\frac{7}{3} \cdot \frac{6}{5}\right) \cdot \frac{1}{4}$ c) $\frac{7}{3} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{4}$
- 51.
52. Efectua les operacions següents: a) $\frac{9}{2} + \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{7}{8}\right)$ b) $\left(\frac{9}{2} + \frac{5}{3}\right) \cdot \frac{7}{8}$ c) $\frac{9}{2} \cdot \left(\frac{5}{3} + \frac{7}{8}\right)$
53. Realitza les següents divisions i comprova amb cada una d'elles la propietat $D = d \cdot c + r$
- a) $8214 : 26$ b) $271093 : 452$ c) $1112220000 : 385$ d) $274 : 25$
54. Realitza les operacions següents:
- a) $+4 - (+5) \cdot (-3)$ b) $+6 + (-9) : (+2-5)$ c) $-3 + [-4 - (-26) : (+2)]$
55. Realitza les operacions següents:
- a) $+8 + (-1) \cdot (+6)$ b) $-6 + (-7) : (+7)$ c) $+28 - (-36) : (-9-9)$
 d) $+11 + (+7) \cdot (+6-8)$ e) $-7 - [+4 - (-6) : (+6)]$ f) $+9 + [+5 + (-8) \cdot (-1)]$

EXERCICIS I PROBLEMES

Repàs.

Nombres naturals

- Realitza les operacions següents: a) $(34 + 52) \cdot 5$ b) $89 \cdot 2 + 12$ c) $55 + 67 \cdot 3 + 13$ d) $280 - 110 \cdot 2 + 90$
- Indica quines de les següents operacions tenen el mateix resultat:
 a) $8 \cdot (22 - 20)$ b) $8 \cdot 22 - 20$ c) $8 \cdot 22 - 8 \cdot 20$ d) $8 \cdot (22 + 20)$ e) $8 \cdot 22 + 20$
- Realitza les operacions de l'exercici anterior amb la calculadora i comprova la importància d'afegir els parèntesis.
- Realitza les operacions següents:
 a) $23 \cdot 6 + (35 - 13) : 11 - 4 \cdot 7$ b) $48 : 4 \cdot 8 : 2 - (3 \cdot 12) : 6$ c) $357 - 23 \cdot 7 + 280 : 14$ d) $20 \cdot 9 - 11 \cdot 7 + 265 : 53$

Nombres enters

- Efectua en el teu quadern:
 a. $6 - (8 + 10 - 1 - 2)$ b. $7 + (2 - 8 - 1) - (8 - 1 + 6)$
 c. $(10 - 2 - 7) - (1 - 9 - 16)$ d. $-(9 - 6 - 8) - (-7 - 10 + 2)$
- Lleva parèntesi i efectua en el teu quadern:
 a. $15 + [2 - 8 - (10 - 3)]$ b. $7 - [(5 - 8) - (6 - 12)]$
 c. $(5 - 14) - [2 - (2 - 4 - 3)]$ d. $(1 - 11 + 6) - [(3 - 2) - (4 - 16)]$
 e. $[8 - (4 - 16)] - [10 - (5 - 12)]$

7. Efectua en el teu quadern aplicant la regla dels signes:
- a. $(+4) \cdot (+8)$ b. $(-11) \cdot (-5)$ c. $(+12) \cdot (-6)$ d. $(-11) \cdot (-10)$ e. $(+16) : (+4)$
 f. $(-12) : (+6)$ g. $(+24) : (-3)$ h. $(-81) : (-9)$ i. $(-63) : (+7)$ j. $(-30) : (-10)$
8. Calcula en el teu quadern:
- a. $(-2)^1$ b. $(-2)^2$ c. $(-2)^3$ d. $(-2)^4$ e. $(-2)^5$
 f. $(-2)^6$ g. $(-2)^7$ h. $(-2)^8$ i. $(-2)^9$ j. $(-2)^{10}$
9. Efectua les operacions i comprova com varia el resultat segons la posició dels parèntesis:
- a. $18 - 7 \cdot 3$ b. $(18 - 7) \cdot 3$ c. $(-12) - 4 \cdot (-8)$
 d. $[(-12) - 4] \cdot (-8)$ e. $(-5) \cdot (+7) + (-3)$ f. $(-5) \cdot [(+7) + (-3)]$
10. Calcula mentalment: a. $(-1)^1$ b. $(-1)^2$ c. $(-1)^3$ d. $(-1)^4$ e. $(-1)^5$ f. $(-1)^6$ g. $(-1)^7$ h. $(-1)^8$ i. $(-1)^9$ j. $(-1)^{10}$
11. Calcula en el teu quadern: a) $(-6)^4$ b. $(+5)^5$ c. $(-3)^3$ d. $(+4)^3$ e. $(-9)^2$ f. $(-10)^6$
12. Representa gràficament i ordena en sentit decreixent, calcula els oposats i els valors absoluts dels següents nombres enters: -5, 7, -3, 0, -6, 1, 2
13. N'Antoni fa els comptes totes les nits i en el seu quadern té anotat: Dilluns: Mon pare m'ha tornat 10 euros que em devia: Dimarts: He venut segells de la meva col·lecció i m'han pagat 5 euros. Dimecres: He comprat una baldufa per 3 euros. Dijous: M'he pres un gelat per 1 euro. Si n'Antoni tenia 15 euros el dilluns al matí, quant té cada nit? Han augmentat el seus doblers o han disminuït? En quant?
14. De quina planta ha sortit un ascensor que després de pujar 7 pisos arriba al 4t pis?
15. En Jaume ha començat un negoci, i de moment perd 100 euros cada dia. Comparat amb la seva situació actual, quina era la seva situació fa 5 dies?
16. En Pere disposa en el 2013 d'una màquina per a viatjar en el temps. Decideix avançar 240 anys, en quin any es trobaria? I si retrocedeix 390 anys, a quin any viatja?
17. A quina edat es va casar una persona que va néixer l'any 9 abans de Crist i es va casar l'any 19 després de Crist?
18. Quin any va néixer una dona que l'any 27 després de Crist va complir 33 anys?
19. Quin any es va casar un home que va néixer l'any 20 abans de Crist i es va casar als 27 anys?
20. Fa una hora el termòmetre marcava -5°C i ara marca 5°C . La temperatura ha augmentat o ha disminuït? Quant ha variat?
21. A les 6 de la matinada un termòmetre marcava 7 graus sota zero. La temperatura baixa 12°C al llarg del matí. Quina temperatura marca al migdia?
22. A quina planta ha arribat un ascensor que estava en el soterrani 2 i ha pujat 7 pisos?
23. Un Joc:

<p>a) Omple amb nombres enters les caselles en blanc de tal manera que la suma de totes les files i totes les columnes sigui sempre 3.</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;">-6</td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;">+6</td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;">+2</td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;">0</td></tr> </table>	-6		+6		+2				0	<p>b) Omple amb nombres enters les caselles en blanc de tal manera que el producte de totes les files i totes les columnes sigui sempre -70.</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;">+7</td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;">-7</td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td></tr> <tr><td style="width: 30px; height: 30px;">-7</td><td style="width: 30px; height: 30px;"></td><td style="width: 30px; height: 30px;">+2</td></tr> </table>			+7		-7		-7		+2
-6		+6																	
	+2																		
		0																	
		+7																	
	-7																		
-7		+2																	

24. Una persona protestava per la seva mala sort. Havia perdut el seu lloc de treball i només li quedaven uns euros a la butxaca. El diable se li va acostar i li va fer una estranya proposició:
-Jo puc fer que els teus diners es dupliquin cada vegada que passis pel pont que travessa el riu. L'única condició és que jo t'esperaré a l'altre costat i has d'entregar-me 24 €.
 El tracte pareixia avantatjós. No obstant això, quan va creuar per tercera vegada, al donar al diable els 24 € es va quedar sense res.

L'havia enganyat. Quants diners tenia en un principi?

Fraccions

Realitza els càlculs següents: a) $\frac{5}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{8}$ b) $\frac{4}{\frac{3}{5} - \frac{2}{3}} + 1$ c) $\frac{\frac{1}{3} - \frac{4}{9}}{\frac{5}{3} - \frac{2}{2}} - 2$ d) $\left(\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{8}\right) : \left(\frac{5}{6} + \frac{9}{8}\right)$

25. A un sopar hi assisteixen 8 persones. De postres hi ha un pastís que ja ha estat dividit en 8 porcions iguals. Després de repartir les postres arriben de sobte 2 persones més. Els que hi eren des d'un principi ofereixen als nouvinguts de provar el pastís i se'n adonen de que de les 8 porcions n'hi ha 6 que no s'han tocat i 2 que han estat ingerides. Indica què s'ha de fer perquè les persones que no han provat la tortada rebin la mateixa quantitat.
26. Na Maria és 70 cm més alta que la meitat de la seva altura. Quina estatura té?
27. Si una persona viu 81 anys, i es passa dormint un terç de la seva vida, quant ha dormit?
28. Indica quines de les següents fraccions són pròpies i quines són impròpies:
a) $\frac{8}{3}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{5}{2}$ d) $\frac{16}{7}$ e) $\frac{21}{4}$ f) $\frac{5}{6}$
29. Transforma en nombre mixt les fraccions impròpies de l'activitat anterior.
30. En un espectacle es diu que s'han venut els $\frac{5}{4}$ de les entrades d'un teatre que té capacitat per a 500 espectadors. Quantes entrades s'han venut? Què opines del resultat que s'obté al trobar els $\frac{5}{4}$ de 500?
31. En un iceberg es mantenen submergides les nou desenes parts del seu volum. Si emergeixen 318 km³, quin és el volum submergit? I el volum total?
32. En un bosc hi ha pins, roures i alzines. Els pins ocupen els $\frac{3}{7}$ i els roures, $\frac{1}{3}$. Quin espai ocupen les alzines?
33. Na Neus i en Josep tenen el mateix sou mensual, Na Neus gasta els 3/5 del seu sou i en Josep els 5/7, qui gasta més?
34. Copia en el teu quadern i completa els llocs buits:
a) $\frac{7}{6} + \frac{5}{3} = \frac{7}{6} + \frac{5}{6} = \frac{\quad}{6}$ b) $\frac{7}{10} - \frac{5}{14} = \frac{\quad}{70} - \frac{\quad}{70} = \frac{\quad}{70}$
35. $\frac{1}{3}$ part dels ingressos d'una família es gasten en rebuts (aigua, telèfon, comunitat de veïns,...), en menjar gasten les parts, quina part els queda per a estalviar i altres despeses?
36. En un país es calcula que es gasten 250 litres d'aigua per persona i dia, i d'aquesta quantitat les llars consumeixen els $\frac{3}{20}$ del total. Si a cada llar es desaprofita $\frac{1}{7}$ part del que consumeix, quants litres d'aigua es desaprofiten cada dia en una casa de 5 habitants?
37. El teu professor/a ha dedicat 5 hores a corregir exàmens i encara li queden $\frac{1}{4}$ sense corregir, quant de temps haurà de dedicar encara a corregir?
38. Copia en el teu quadern i completa les següents fraccions de manera que totes elles siguin equivalents:
a) $\frac{\quad}{5}$ b) $\frac{34}{\quad}$ c) $\frac{\quad}{2}$
39. Realitza els següents càlculs i, en cada cas, redueix la fracció resultant:
a) $\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{8}$ b) $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{6}$ c) $\frac{5}{6} : \frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{16} : \frac{3}{10}$
40. Tres naufragats en una illa deserta arpleguen gran quantitat de cocos i se'n van a dormir. A la nit s'aixeca un d'ells, que no se'n fia dels altres, reparteix els cocos en tres munts iguals, amaga la seva part i torna a dormir. Després, s'aixeca un altre i fa el mateix amb els cocos restants. El mateix fa el tercer. Al matí següent reparteixen els cocos i també el repartiment és exacte. Quants cocos hi havia en total si sabem que eren menys de 100? Quants en té cada naufragat?
41. Un rajà regala a les seves filles unes perles i diu que les reparteixin de la manera següent: a la primera filla li deixa la sisena part de les perles, a la segona, la cinquena part de les que queden, a la tercera, la quarta part, i així successivament. Resulta que a totes

les filles els ha tocat el mateix nombre de perles. Quantes filles tenia el rajà? Quantes perles?

Expressions decimals

42. Troba una fracció tal que en multiplicar-la pel número $1,8\overline{7}$ doni com resultat un nombre natural.
43. Aproxima per truncament a desenes i centèsimes els següents nombres decimals:
 a) 9,235 b) 57,0001 c) $8,\overline{7}$ d) $3,52\overline{87}$ e) $5'999\overline{6}$
44. Arrodoneix els següents nombres decimals fins a les desenes i fins a les centèsimes:
 a) 8,9351 b) $5,199\overline{0}$ c) $83,\overline{74}$ d) 77,992 e) $56,\overline{01}$
45. En cada un dels arrodoniments que has realitzat en l'exercici anterior, distingeix si es tracta d'una aproximació a l'alça o a la baixa.
46. En Vicenç va comprar a la papeteria 15 bolígrafs i 8 llapis. Si cada bolígraf costava 0'72 euros i cada llapis 0'57 euros, quant es gastà en Vicenç?
47. Na Pilar ha comprat tres bolígrafs iguals que, en total, li han costat 1,53 euros. També ha comprat un quadern que costa quatre vegades més que cada bolígraf. Calcula el preu del quadern.

AUTOAVALUACIÓ

1. Quin és el resultat de $20 \cdot (15 + 3)$?
 a) 303 b) 380 c) 360 d) 90
2. El resultat de l'operació: $\{(-5 + 8) \cdot (-3 - 5) + (-7 + 1) : (+9 - 3)\}$ és:
 a) $-25/6$ b) +24 c) -25 d) -5
3. Un termòmetre ha pujat 4 °C, després ha baixat 6 °C, després ha baixat 8 °C i, finalment, marca menys 9 °C. La temperatura inicial era:
 a) -1 °C b) -19 °C c) +1 °C d) -14 °C
4. En viatjar des d'una latitud de 9° Nord fins a una altra de 20° Sud, la variació de latitud és:
 a) 11° Sud b) 29° Nord c) 11° Nord d) 29° Sud
5. Si estam situats en el punt -15 de la recta numèrica dels nombres enters, quins moviments ens porten fins a +10?
 a) +13 - 3 + 4 b) - 1 + 14 c) + 18 - 5 d) +14 +12 - 1
6. Assenyala la fracció inversa de la fracció $\frac{5}{9}$:
 a) $\frac{18}{9}$ b) $\frac{15}{27}$ c) $\frac{5}{9}$ d) $\frac{9}{5}$
7. El resultat de l'operació $(\frac{2}{5} - \frac{5}{2}) \cdot 2 + \frac{51}{10}$ és: a) $\frac{9}{10}$ b) $\frac{105}{10}$ c) $\frac{30}{5}$ d) 3
8. Tria la fracció irreductible que sigui el resultat de l'operació $\frac{5}{2} \cdot \frac{10}{9} + \frac{1}{3}$:
 a) $\frac{65}{18}$ b) $\frac{28}{9}$ c) $\frac{50}{18}$ d) $\frac{25}{9}$
9. Indica quina de les següents fraccions és menor que $\frac{1}{5}$:
 a) $\frac{2}{16}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{7}$
10. Ordena de menor a major els nombres: 5,67; 5,68; 5,6666; 5,63; 5,5; 5,8; 5,6070.

RESUM

Concepte	Definició	Exemples
El sistema de numeració decimal és posicional	El valor d'una xifra en un nombre depèn del lloc que ocupa en el nombre	L'1 no té el mateix valor en 1792 que en 5431.
Jerarquia de las operacions	-A les operacions amb parèntesis, primer es resolen els parèntesis i després el demés. -A las operacions sense parèntesis primer es resolen les multiplicacions i divisions i després les sumes i restes. -A les operacions d'igual prioritats, primer la de més a l'esquerra.	L'operació $2 + 3 \cdot 7$ té como a resultat 23, no 35, que es el que resultaria efectuant abans la suma que el producte.
Nombres enters	$\mathbb{Z} = \{\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \dots\}$	
Ordenació de nombres	Es major el que estigui més a la dreta a la recta numèrica.	$82,6 > 36,1 > 0 > -3 > -36,7$ $-2,59 < -1,3$
Multiplicació	Es multipliquen els valors absoluts i s'aplica la regla dels signes: $+\cdot + = +$ $-\cdot - = +$ $+\cdot - = -$ $-\cdot + = -$	$(+5) \cdot (+6) = +30$ $(-1) \cdot (-87) = +87$ $(-5) \cdot (+6) = -30$ $(+9) \cdot (-4) = -32$
Fraciones equivalents	Son fraccions que representen la mateixa proporció.	$\frac{10}{25}$ i $\frac{6}{15}$
Suma i resta de fraccions amb diferent denominador	Transformam cada fracció en una altra d'equivalent, usant el M.C.M. dels denominadors, de manera que les noves fraccions tinguin el mateix denominador. Després les sumam.	$\frac{9}{10} + \frac{7}{15} = \frac{9 \cdot 3}{10 \cdot 3} + \frac{7 \cdot 2}{15 \cdot 2} =$ $= \frac{27}{30} + \frac{14}{30} = \frac{27+14}{30} = \frac{41}{30}$
Fracció irreductible	Una fracció és irreductible quan el màxim comú divisor del seu numerador i denominador és 1. (Quan no tenen divisors comuns i per tant no es poden simplificar més).	$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{10}{9}$
Comparació de fraccions	Podem determinar quina és la major de dues o més fraccions reduint-les a comú denominador.	$\frac{18}{11} < \frac{7}{4} < \frac{15}{8}$
Expressions decimals	Consten de dues parts: la part entera i la part decimal	21'375 Part entera: 21; Part decimal: 375
Expressió decimal exacta i periòdica	Exacta: La seva part decimal té una quantitat finita de xifres. Periòdica: La seva part decimal té una quantitat infinita de xifres que es repeteixen periòdicament. Poden ser purs o mixts .	Exacte: 5,7767 Pur: 3,0$\overline{7}$ = 3,0707070..... Mixt: 4,81$\overline{3}$ = 4,813131.....

CAPÍTOL 3: POTÈNCIES I ARRELS

ACTIVITATS PROPOSADES

1. POTÈNCIES

- Calcula mentalment les següents potències i escriu el resultat en el teu quadern:
a) 5^2 b) 3^4 c) 10^6 d) 4^3 e) 1^7 f) 1000^3
- Calcula en el teu quadern les potències següents:
a) 3^7 b) 7^5 c) 2^{10} d) 9^5 e) 25^3 f) 16^4 .
- Escriu en el teu quadern el quadrat i el cub dels deu primers nombres naturals.
- Indica quines de les següents potències són quadrats i quins són cubs:
a) 7^2 b) 11^2 c) 5^3 d) 5^4 e) 8^2 f) 16^3 g) 10^2
- Llegeix de dues formes diferents les potències següents:
a) 8^3 b) 3^2 c) 16^4 d) 48^2 e) 4^5 f) 6^6 .
- Calcula mentalment:
a) 1^{6562} ; b) 0^{8526} c) 9327^0 d) 0^{3782} ; e) 1^{1000} ; f) 9761^0 .
- Completa la taula següent en el teu quadern:

a	a ²	a ³	a ⁴	a ⁵
2				
	9			
		64		
			1	
				0

- Busca els exponents de les potències següents:
a) $10^x = 100.000$ b) $10^x = 100.000.000$ c) $10^x = 1000$
- Expressa en forma polinòmica usant potències de 10:
a) 82.345 b) 3.591.825 c) 700.098 d) 2.090.190.
- Calcula: a) $3 \cdot 10^6$ b) $5 \cdot 10^8$ c) $2 \cdot 10^4$ d) $34 \cdot 10^5$

11. Utilitza la **calculadora** per a obtenir potències successives d'un nombre. Si marques un nombre, a continuació dues vegades seguides la tecla de multiplicar i després la tecla igual obtens el quadrat del nombre.

- Comprova-ho. Marca **8 * * =**, què obtens?
- Continua polsant la tecla igual y obtindràs les potències successives: **8 * * = = = ...**
- Utilitza la teva calculadora per a obtenir les potències successives de 2.
- Torna a utilitzar-la per a obtenir les potències successives de 31 i anota-les en el teu quadern.

2. OPERACIONS AMB POTÈNCIES I PROPIETATS

12.

Aplica les propietats de les potències en el teu quadern:

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|------------------------------|---------------------------------|
| a) $8^{10} \cdot 8^2$ | b) $5^{23} \cdot 5^3$ | c) $2^5 \cdot 2^3 \cdot 2^6$ | d) $10^5 \cdot 10^7 \cdot 10^9$ |
| e) $(6^3)^2$ | f) $(4^2)^4$ | g) $(3^0)^6$ | h) $(7^3)^2$ |
| i) $9^{10} : 9^2$ | j) $3^{23} : 3^3$ | k) $11^8 : 11^3$ | l) $5^{30} : 5^9$ |
| m) $14^4 : 14^4$ | n) $1^{35} : 1^{35}$ | o) $7^3 : 7^0$ | p) $8^4 \cdot 8^0$ |

T'has preguntat per què un nombre elevat a 0 és igual a 1? Analitza l'operació següent:

$$\frac{25}{25} = 1 \quad \text{i compara-la amb} \quad \frac{25}{25} = \frac{5^2}{5^2} = 5^{2-2} = 5^0 \quad \Rightarrow \quad 5^0 = 1$$

Per aquest motiu es diu que tot nombre diferent de zero elevat a zero és igual a u

13. Calcula: a) $(5 \cdot 2)^7$ b) $(64 : 4)^3$
14. Calcula mentalment:
 a) $2^3 \cdot 2^3$ b) $3^2 \cdot 3^2$ c) $5^2 \cdot 5^2$
 d) $10^{31} \cdot 10^{40} \cdot 10^4 \cdot 10^2$ e) $1^{20} \cdot 1^{27} \cdot 1^{18}$ f) $0^{41} \cdot 0^{86}$
15. Escriu en forma d'una única potència a) $7^5 \cdot 7^6 \cdot 7^4$ b) $6^4 \cdot 6^6 \cdot 6^7$ c) $5^{20} \cdot 5^{17}$ d) $8^6 \cdot 2^5 \cdot 2^3$
16. Calcula mentalment: a) $2^3 \cdot 2^2 \cdot 2$ b) $1^4 \cdot 1^6 \cdot 1^7$ c) $10^{15} \cdot 10^5$ d) $0^2 \cdot 0^6 \cdot 0^{12}$
17. Calcula mentalment: a) $10^5 \cdot 10^3 \cdot 10^2$ b) $0^3 \cdot 0^7 \cdot 0^8$ c) $1^{46} \cdot 1^{200}$ d) $5^5 \cdot 2^5$
18. Escriu en forma d'una única potència i calcula: a) $2^5 \cdot 5^5$ b) $10^3 \cdot 3^3$ c) $2^6 \cdot 5^6$ d) $10^5 \cdot 5^5$
19. Escriu en forma d'una única potència: a) $\frac{3^7 \cdot 3^{11} \cdot 3^0}{3^5 \cdot 3^3}$ b) $\frac{1,6^6 \cdot 1,6^{20} \cdot 1,6^1}{1,6^{15} \cdot 1,6^9}$ c) $\frac{(2/3)^5 \cdot (2/3)^{15} \cdot (2/3)^2}{(2/3)^{10} \cdot (2/3)^6}$
20. Escriu en forma d'una única potència:
 a) $\frac{(-3)^7 \cdot (-3)^{11} \cdot (-3)^0}{(-3)^5 \cdot (-3)^3}$ b) $\frac{(-1,6)^6 \cdot (-1,6)^{20} \cdot (-1,6)^1}{(-1,6)^{15} \cdot (-1,6)^9}$ c) $\frac{(-2/3)^5 \cdot (2/3)^{15} \cdot (-2/3)^2}{(2/3)^{10} \cdot (-2/3)^6}$
21. Calcula utilitzant la **calculadora**: a) $41^3 \cdot 41^2 \cdot 41$ b) $53^3 \cdot 53^2$ c) $5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2$ d) $27^3 \cdot 27$
22. Calcula utilitzant la **calculadora**: a) $58^2 \cdot 58^3 \cdot 58$ b) $3^4 \cdot 23^2$ c) $0,6^3 \cdot 0,6^5$ d) $301^2 \cdot 301$
23. Calcula utilitzant la **calculadora**: a) $7,4^2 \cdot 7,4^3 \cdot 7,4$ b) $0,82^4 \cdot 0,82^2$ c) $7,35^3 \cdot 7,35^5$ d) $0,002^2 \cdot 0,002$
- ### 3. ARRELS
24. Escriu la llista dels 12 primers quadrats perfectes.
25. Calcula **mentalment** en el teu quadern les arrels següents:
 a) $\sqrt{49}$ b) $\sqrt{25}$ c) $\sqrt{100}$ d) $\sqrt{64}$ e) $\sqrt{81}$ f) $\sqrt{1}$ g) $\sqrt{0}$
26. Calcula **mentalment** en el teu quadern les aproximacions enteres de les arrels següents:
 a) $\sqrt{51}$ b) $\sqrt{27}$ c) $\sqrt{102}$ d) $\sqrt{63}$ e) $\sqrt{80}$ f) $\sqrt{2}$ g) $\sqrt{123}$
27. Indica quines arrels quadrades seran nombres naturals, quines, nombres irracionals i quines no existeixen:
 a) $\sqrt{36}$ b) $\sqrt{-25}$ c) $\sqrt{-100}$ d) $\sqrt{32}$ e) $\sqrt{-7}$ f) $\sqrt{10}$ g) $\sqrt{100}$
28. Calcula mentalment en el teu quadern les arrels següents:
 a) $\sqrt[4]{81}$ b) $\sqrt[4]{16}$ c) $\sqrt[3]{64}$ d) $\sqrt[3]{8}$ e) $\sqrt[3]{1000}$ f) $\sqrt[5]{1}$ g) $\sqrt[3]{0}$
29. Introdueix els següents factors en el radical: a) $2 \cdot \sqrt[4]{5}$ b) $10 \cdot \sqrt[3]{3}$ c) $2 \cdot \sqrt[3]{4}$ d) $5 \cdot \sqrt[4]{4}$ e) $3 \cdot \sqrt[3]{7}$
30. Extreu del radical tots els factors possibles: a) $\sqrt[3]{10000x^9y^3}$ b) $\sqrt[5]{100000}$ c) $\sqrt[4]{81a^8b^6c^4}$ d) $\sqrt[3]{1000a^7b^4}$
31. Calcula: a) $3\sqrt{8} + 5\sqrt{32} - 6\sqrt{2}$ b) $4\sqrt{27} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{81}$.

EXERCICIS I PROBLEMES

Potències

1. Escriu en forma de potències de 10:
a) Un milió b) Un bilió c) Una centena de miler.

2. Calcula en el teu quadern les potències següents:
a) 25^0 b) 10^6 c) $5 \cdot 10^4$ d) 2^4 e) 4^2
f) 10^2 g) 10^5 h) 10^{12} i) 10^6 j) 6^3

3. Escriu en el teu quadern una aproximació de les següents quantitats, per mitjà del producte d'un nombre per una potència de 10:
a) 600000000 b) 250000000 c) 914000000000

4. Escriu en el teu quadern una aproximació abreviada de les quantitats següents:
a. La distància de la Terra al Sol → 150 000 000 km
b. El nombre d'àtoms que hi ha en un gram d'oxigen: 37643750 000 000 000 000 000 àtoms

5. Resol en el teu quadern:
a) $(2^5 : 2)^3 \cdot 2^4$ b) $(7^4)^2$ c) $6^5 : 3^5$
d) $(9 : 3)^5$ e) $(15 : 5)^3$ f) $(21 : 7)^3$
g) $(75 : 5)^4$ h) $(4 : 2)^5$ i) $8^2 : 2^5$

6. Calcula $(4^3)^2$ i $4^{(3)^2}$ Són iguals? La potenciació té la propietat associativa?

7. Escriu en el teu quadern el resultat en forma de potència:
a) $36 \cdot 6^2$ b) $3^3 \cdot 81$ c) $36 : 6^2$

8. Factoritza i expressa com a producte de potències de base 2, 3 i 5:
a.) $12^7 : 6^7$ b) $(2^5 \cdot 2^2) : 16$ c) $(5^6 \cdot 36) : 10^4$ d) $(16 \cdot 4^2) : 2^5$

9. Calcula: a) $(2 + 3)^2$ i $2^2 + 3^2$ Són iguals? b) Calcula $6^2 + 8^2$ i $(6 + 8)^2$ Són iguals?

10. Calcula en el teu quadern:
a) $2^3 + 2^4$ b) $3^5 - 3^4$ c) $5^3 \cdot 5^2$ d) $10^4 \cdot 10^3$ e) $7^4 : 7^2$ f) $10^5 : 10^3$

11. La superfície de la cara d'un cub mesura 36 cm^2 . Quin és el seu volum?

12. Calcula en el teu quadern: a) $(2^3 \cdot 8 \cdot 2^5) : (2^6 \cdot 2^3)$ b) $(5^2 \cdot 5^4 \cdot 5) : (5 \cdot 5^2 \cdot 5)$

13. Calcula 5^3 i 3^5 Són iguals? Es poden intercanviar la base i l'exponent en una potència? Calcula $5 \cdot 3$ i $3 \cdot 5$ Són iguals?

14. Descompon en factors primers, utilitzant potències: 12; 36; 48; 100; 1000; 144.

15. Efectua les següents operacions amb potències donant el resultat en forma de potència d'una sola base, la que creguis més adequada en cada cas:
a) $(5^3 \cdot 5^2)^3$ b) $(16^2 : 4^3)^3$ c) $(9^2 : 3^3)^2$
d) $(2^5 : 2^2)^3$ e) $3,7^5 \cdot 3,7^2$ f) $(2,5^5 \cdot 2,5^2) : 2,5$

16. Efectua les següents operacions donant el resultat com a una única potència:
a) $(7^{12} \cdot 49^3)^6$ b) $9^4 \cdot 27^2$ c) $(5^{10} \cdot 5^2)^2$
d) $(7^{10} : 7^2)^2$ e) $(9^5 \cdot 81^2)^3$ f) $(6^7 \cdot 36^5)^3$

17. Un camp quadrat mesura 3600 metres quadrats. Quants metres de tanca és necessari comprar per a tancar-ho?
18. A quin nombre cal elevar 2^2 per a obtenir 4^4 ? I per a obtenir 8^8 ?
19. Dibuixa quadrats de costats 5, 6, 7 i 10 i indica quants quadrats de costat 1 contenen.

Arrels

20. Calcula en el teu quadern:
- a) $\sqrt{121}$ b) $\sqrt{49}$ c) $\sqrt{1}$ d) $\sqrt{0}$
 e) $\sqrt{169}$ f) $\sqrt{196}$ g) $\sqrt{36}$ h) $\sqrt{144}$
21. La superfície d'un quadrat és de 1000000 metres quadrats, Quant mesura el seu costat? I el seu perímetre?
22. Calcula en el teu quadern les arrels següents:
- a) $\sqrt[5]{32}$ b) $\sqrt[3]{1000}$ c) $\sqrt{625}$
 d) $\sqrt[4]{81}$ e) $\sqrt[3]{27}$ f) $\sqrt{1000000}$
23. Extreu en el teu quadern factors dels radicals següents:
- a) $\sqrt{60}$ b) $\sqrt{250}$ c) $\sqrt[3]{125a^6b^5c^3}$ d) $\sqrt[3]{8a^4b^7c^1}$
 e) $\sqrt{49b^5x^8}$ f) $\sqrt[3]{125b^6c^5}$ g) $\sqrt[3]{216b^4x^7}$ h) $\sqrt[4]{81b^5m^9}$
24. Introdueix els següents factors en el radical:
- a) $3x\sqrt{x}$ b) $5\sqrt{100}$ c) $6\sqrt{32}$ d) $4\sqrt{20}$
 e) $2\sqrt[3]{3}$ f) $7a\sqrt[3]{3}$ g) $5\sqrt[5]{2^4}$ h) $a\sqrt[3]{5}$
25. Dibuixa en el teu quadern quadrats d'àrea 36, 49, 64 i 100 unitats.
26. Escribeu el signe = o \neq en lloc de l'interrogant:
- a) $\sqrt{64+36} ? \sqrt{64} + \sqrt{36}$ b) $\sqrt{9+16} ? \sqrt{9} + \sqrt{16}$
27. Resol en el teu quadern:
- a) $9\sqrt{20} + 2\sqrt{80} - 4\sqrt{180}$ b) $30\sqrt{27} + 9\sqrt{3} - 23\sqrt{12}$
 c) $5\sqrt{2} - 7\sqrt{8} + 12\sqrt{50}$ d) $6\sqrt{28} - 2\sqrt{63} + 4\sqrt{7}$
28. Calcula en el teu quadern:
- a) $5 \cdot \sqrt{16} - 32 : 2^3 + 2\sqrt{144} + \sqrt{49}$ b) $3 \cdot 10^2 - 5 \cdot \sqrt{64} + 7^0$
 c) $5 \cdot 3^2 - 2 \cdot (1 + \sqrt{36}) - 2$ d) $32 : 2^3 - 2 \cdot \sqrt{25} + 2^2$

Problemes

29. Un xalet està edificat sobre una parcel·la quadrada de 7 225 m² d'àrea. Quant mesura el costat de la parcel·la?
30. L'hotel dels embolics : Un hotel tenia infinites habitacions totes ocupades. Un client gracios s'aixeca de nit i obre totes les portes. Un altre client s'aixeca també i tanca les portes de nombre parell. Un tercer client s'aixeca i modifica les portes que són múltiple de 3, si estan obertes, les tanca, i si les troba tancades, les obre. Un quart client el mateix, però amb les que són múltiple de 4. I així tota la nit, tots els clients. Al matí següent com estan les portes? Quines portes estan obertes?
31. Calcula en quilòmetres i notació científica la distància que hi ha des de la Terra al Sol sabent que la velocitat de la llum és aproximadament de 300 000 km/s i que la llum del Sol tarda 8,25 minuts a arribar a la Terra.
32. Troba el volum d'un cub de 1,5 m d'aresta.
33. Una parcel·la és quadrada, i la mesura de la seva àrea és 8 100 m². Troba l'àrea d'una altra parcel·la el costat de la qual és el doble que el de l'anterior.
34. La superfície de la cara d'un cub mesura 49 cm quadrats. Quin és el seu volum?

35. En Joan fa dissenys de jardins amb plantes formant quadrats. Li sobren 4 plantes en formar un quadrat i n'hi falten 9 per poder formar-ne un altre amb una planta més per costat. Quantes plantes té? T'ajudarà a saber-ho fer un dibuix.
36. En Manel té una habitació quadrada. Amb 15 rajoles més podria enrajolar una habitació més gran també quadrada. Quantes rajoles té la seva habitació actual?
37. **Arquimedes**, en el seu tractat *L'arenari* comptava una manera per a expressar nombres molt grans, com el nombre de grans d'arena que hi ha en tota la Terra. És, efectivament, un nombre molt gran, però no infinit. Imagina que tota la Terra està formada per grans d'arena. Pots calcular el seu volum coneixent el seu radi que és de 6500 km? Recorda, el volum d'una esfera és $V=(4/3)\pi r^3$.
- Calcula el volum de la Terra en km^3 , i escriu aquest volum en notació exponencial.
 - Passa el volum a mm^3 , en notació exponencial.
 - Estima quants grans d'arena hi caben en 1 mm^3 . Suposa que, per exemple, hi caben 100 grans.
 - Calcula quants n'hi caben en tota la Terra multiplicant el volum en mm^3 per 100.
 - Has obtingut $1,15 \cdot 10^{32}$ grans d'arena?

RESUM

Potència	Una potència a^n de base un nombre real a i exponent natural n és un producte de n factors iguals a la base	$7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^3$. 7 és la base i 3 l'exponent
Quadrats i cubs	Les potències d'exponent 2 s'anomenen quadrats i les d'exponent 3 cubs.	7^2 és 7 al quadrat i 7^3 és 7 al cub .
Potències de 1 i de 0	Qualsevol nombre diferent de 0 elevat a 0 és igual a 1. El nombre 1 elevat a qualsevol nombre és igual a 1. El nombre 0 elevat a qualsevol nombre diferent de zero és igual a 0.	$145^0 = 1$; $1^{395} = 1$; $0^{7334} = 0$.
Potències de base 10	Una potència de base 10 és igual a la unitat seguida de tants zeros com unitats té l'exponent. La unitat seguida de zeros és pot expressar sempre com una potència de 10.	$10^6 = 1.000.000$ $10000000 = 10^7$
Notació científica.	Per escriure un nombre en notació científica s'expressa com un nombre diferent de zero multiplicat per una potència de base 10.	$3\ 000\ 000 = 3 \cdot 10^6$.
Producte de potències de igual base	Per multiplicar potències de la mateixa base es deixa la mateixa base i es sumen els exponents.	$9^2 \cdot 9^3 = (9 \cdot 9) \cdot (9 \cdot 9 \cdot 9) = 9^{2+3} = 9^5$
Quocient de potències de igual base	Per dividir potències de la mateixa base es deixa la mateixa base i es resten els exponents.	$23^8 : 23^7 = 23^{8-7} = 23^1$
Elevar una potència a una altra potència	Per calcular la potència d'una altra potència es deixa la mateixa base i es multipliquen els exponents.	$(5^4)^6 = 5^{24}$
Arrel quadrada	L'arrel quadrada d'un nombre a és un altre nombre b tal que en elevar-lo al quadrat ens dona a .	$\sqrt{9} = 3$ $\sqrt{81} = 9$
Arrel enèsima		$\sqrt[3]{8} = 2 \Leftrightarrow 2^3 = 8$
Introduir i extreure factors en/de radicals		$10\sqrt[3]{2} = \sqrt{10^3 \cdot 2} = \sqrt{2000}$
		$\sqrt[4]{405} = \sqrt[4]{81 \cdot 5} = 3\sqrt[4]{5}$

AUTOAVALUACIÓ

1. Quin és el resultat de les tres potències següents: $(-2)^4$, $(-4)^3$ i $(-5)^2$
 a) $-16, -12, 25$ b) $16, -64, 25$ c) $32, -64, 10$ d) $-64, -32, -26$

2. Quin és el resultat de l'operació $4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^2$?
 a) 900 b) $9 \cdot 10^4$ c) $20 \cdot 10^2$ d) 500

3. Escriu $=$ (igual) o \neq (distint) segons correspongui:
 a) $3^3 \square 27$ b) $1^{35} \square 35$ c) $732^0 \square 732$ d) $10^5 \square 50$

4. Quina de les respostes correspon a la multiplicació $(-3)^3 \cdot (-3)^2 \cdot (-3)^5$?
 a) $(-3)^{30}$ b) $(-9)^{10}$ c) 3^{10} d) -19683

5. Quina de les respostes correspon a la divisió $0'7^6 : 0'7^4$?
 a) $0'7^2$ b) $0'7^3$ c) $0'7^{10}$ d) $6/4$

6. Quina de les solucions és la correcta per a l'operació $((-5) \cdot (-2) \cdot (-1))^3$?
 a) -1000 b) -30 c) 100 d) 60

7. Tria la resposta que correspongui al resultat de $((-0'2)^2)^4$:
 a) $(0'2)^8$ b) $(-0'2)^6$ c) $0'032$ d) $-0'0016$

8. L'arrel quadrada de 81 val?
 a) 18 b) 8,7 c) 9 d) 3

9. Assenyala el nombre que no és quadrat perfecte:
 a) 169 b) 441 c) 636 d) 1024 e) 700

10. El costat d'una superfície quadrada de 196 centímetres quadrats mesura:
 a) 19 cm b) 14 cm c) 13 cm d) 17 cm

CAPÍTOL 4: DIVISIBILITAT.

ACTIVITATS PROPOSADES

1. DIVISIBILITAT

1. Calcula els set primers múltiples d'11 i de 7.
2. Quins dels següents nombres són múltiples de 15?
15, 16, 30, 40, 45, 100, 111, 141, 135.
3. Troba els múltiples de 12 compresos entre 13 i 90.
4. A partir de la igualtat: $5 \cdot 8 = 40$, escriu les relacions que existixen entre aquests tres nombres.
5. Escriu frases usant les expressions: "ser múltiple de", "ser divisor de" i "ser divisible per" i els nombres 27, 3 i 9.
6. Digues quins dels següents nombres són múltiples de 3:
21, 24, 56, 77, 81, 90, 234, 621, 600, 4520, 3411, 46095, 16392, 385500
-Coincideixen els nombres triats, amb els divisors de 3? -I amb els que són divisibles per 3?
7. Escriu quatre nombres que siguin divisibles per 10 i per 7 al mateix temps.
8. Substitueix A per un valor apropiat perquè:
 - a) 15A72 sigui múltiple de 3.
 - b) 2205A sigui múltiple de 6.
 - c) 6A438 sigui múltiple d'11.
9. Tots els nombres divisibles per 2 ho són també per 4? I al revés? Raona la resposta.
10. Sabries deduir un criteri de divisibilitat per 15? Posa'n un exemple.

11. Completa en el teu quadern la següent taula escrivint verdader o fals:

nombre	¿Es...?	Vertader/Fals
984486728	Divisible per 2	
984486725	Divisible per 5	
984486720	Divisible per 3	
783376500	Divisible per 6	
984486728	Divisible pe 4	
23009845	Divisible per 11	

12. Intenta explicar per què es verifica el criteri de divisibilitat per 5.
13. Per explicar el criteri de divisibilitat per 4 observa que 10 no és divisible per 4, però 100 sí que ho és. Intenta explicar-ho.
14. Per explicar un criteri de divisibilitat per 3, observa que $10 = 9 + 1$. Pots treure factor comú 9 en tots els sumands en què sigui possible, i veure quins són els sumands que ens queden.
15. Per explicar un criteri de divisibilitat per 11, observa que $10 = 11 - 1$. Pots treure factor comú 11 en tots aquells sumands en què sigui possible, i analitzar quins són els sumands que ens queden.
16. Calcula els múltiples de 75 compresos entre 1 i 200.
17. Indica si les següents afirmacions són verdaderes o falses:
 - a) 50 és múltiple de 10.
 - b) 2 és divisor de 30.
 - c) 4 és múltiple de 16.
 - d) 66 és divisible per 11.
 - e) 80 és divisor de 8.
 - f) 3 és divisible per 12.

18. Substitueix x i y per valors apropiats per tal que el següent nombre sigui divisible per 9 i per 10 al mateix temps: $372x54y$.
19. Quin únic nombre amb tres xifres iguals és divisible per 2 i per 9 al mateix temps?
20. Calcula tots els divisors dels nombres següents:
a) 75 b) 88 c) 30 d) 25 e) 160 f) 300

2. NOMBRES PRIMERS

21. Escribe la llista dels primers 15 nombres primers.
22. Quants nombres primers creus que hi ha? Creus que s'acaben en un moment donat o que són infinits?
23. Completa el garbell d'Eratòstenes fins al número 200.
24. En aquest cas, quin és l'últim nombre primer del qual has de ratllar els seus múltiples?
Observa que $13 \cdot 13 = 169$ i $17 \cdot 17 = 289$.
25. Busca els diferents significats de les paraules "garbell" i "algorisme (o algoritme)", en quins contextos més els pots utilitzar?
26. Descompon en factors primers els nombres següents:
a) 50 b) 36 c) 100 d) 110
27. Descompon en factors primers els nombres següents:
a) 150 b) 121 c) 350 d) 750
28. Descompon en factors primers els nombres següents:
a) 1240 b) 2550 c) 4520 d) 5342
29. Si descomponem en factors primers els nombres: 10, 100, 1000, 10000 i 100000, què és el que observes? Ho podries fer de forma més ràpida sense necessitat d'usar el mètode general?
30. Què succeeix al descompondre en factors primers els nombres 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256? Continua la sèrie amb 7 nombres més.
31. Calcula el M.C.D dels següents parells de nombres:
a) 70 i 45 b) 121 i 55 c) 42 i 66 d) 224 i 80
32. Calcula el M.C.D dels nombres següents:
a) 33, 11 i 22 b) 66, 42 i 120 c) 75, 25 i 200 d) 81, 44 i 16
33. Calcula el M.C.M. dels següents parells de nombres:
a) 40 i 24 b) 16 i 40 c) 30 i 66 d) 24 i 80
34. Calcula el M.C.M. dels nombres següents:
a) 33, 11 i 22 b) 66, 42 i 120 c) 75, 25 i 200 d) 81, 44 i 16
35. Na Joana i na Neus tenen 30 boles blanques, 10 boles blaves i 90 boles vermelles. Volen fer el nombre més gran de collars iguals sense que sobri cap bola.
a) Quants collars iguals poden fer?
b) Quin nombre de boles de cada color tindrà cada collar?
36. L'àvia pren moltes pastilles. Just en despertar-se, a les 9 del matí, en pren una per al colesterol que ha de prendre cada 8 hores, una altra per a la tensió que ha de prendre cada 12 hores i una tercera per a la circulació que ha de prendre cada 4 hores. Al cap de quantes hores tornarà a prendre els 3 medicaments al mateix temps? A quina hora?
37. En Joan compra en una floristeria 24 roses i 36 clavells. Quants rams iguals pot elaborar si col·loca la màxima quantitat de flors de cada tipus perquè no en sobri cap? Quantes roses i clavells ha de col·locar en cada ram?
38. En Raül té diversos avisos en el seu mòbil: un que dona un senyal cada 30 minuts, un altre que dona un senyal cada 60 minuts i

un tercer que dona un senyal cada 120 minuts. Si a les 10 del matí els 3 senyals d'avís han coincidit,

- a) Quantes hores han de passar com a mínim perquè tornin a coincidir els tres avisos?
b) A quina hora succeirà?

39. Quina seria la menor quantitat de pastissos que hauríem de comprar perquè es poguessin repartir en parts iguals entre grups de 10, 20 i 30 nins? Determina en cada cas quants pastissos la toca a cada xiquet.

EXERCICIS I PROBLEMES

Divisibilitat

1. Escribe quatre nombres de tres xifres que siguin divisibles per 11 i per 2 al mateix temps.
2. Escribe els deu primers múltiples de 4 i els deu primers múltiples de 6. Quins són comuns a ambdós?
3. substitueix A per un valor apropiat perquè:

a) $24A75$ sigui múltiple de 5. b) $1107A$ sigui múltiple de 3. c) $5A439$ sigui múltiple de 6.
4. Indica quins dels següents nombres són múltiples de 3:
1, 30, 50, 60, 70, 75, 100, 125, 150
5. Cerca tots els divisors de 210.
6. Completa en el teu quadern la següent taula escrivint verdader o fals:

nombre	¿És...?	Vertader/Fals
30087	Divisible per 3	
78344	Divisible per 6	
87300	Múltiple de 11	
2985644	Múltiple de 4	
1	Divisor de 13	
98	Divisor de 3	

Nombres primers

7. Calcula el M.C.M. i M.C.D. de m i n sense esbrinar el valor numèric de cadascun:

- a) $m = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ $n = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
 b) $m = 3 \cdot 5$ $n = 2 \cdot 7$
 c) $m = 22 \cdot 3 \cdot 52$ $n = 22 \cdot 32$
 d) $m = 3 \cdot 5 \cdot 72$ $n = 2 \cdot 52 \cdot 7$

8. Escribe en el teu quadern i completa les afirmacions següents:

- a) Quan dos nombres són primers entre si no tenen factors primers comuns, llavors el mínim comú múltiple d'ambdós és
- b) Quan dos nombres són primers entre si no tenen factors primers comuns, llavors el màxim comú divisor d'ambdós és

9. Calcula mentalment el M.C.M. i M.C.D. dels nombres següents:

- a) 4 i 8 d) 7 i 10 g) 10 i 15 j) 2 i 2 m) 2, 3 i 4
 b) 2 i 3 e) 6 i 12 h) 2 i 5 k) 4 i 1 n) 3, 6, i 12
 c) 3 i 12 f) 6 i 9 i) 4 i 6 l) 3 i 7 o) 3, 4 i 6

10. Calcula:

- a) M.C.M.(8, 40) M.C.D.(8, 40)
 b) M.C.M.(15, 35) M.C.D.(15, 35)
 c) M.C.M.(84, 360) M.C.D.(84, 360)

11. En un tram de vorera hi ha tres fanals. Un s'encén cada 12 segons. Un altra cada 18 i un altra cada 60. A les 18:30 de l'horabaixa els 3 coincideixen encesos. Esbrina quantes vegades coincidiran en els 5 minuts següents

12. Tres autobusos surten de la mateixa estació en tres direccions diferents. El primer tarda 1 hora i 45 minuts a tornar al punt de partida, i

roman un quart d'hora a l'estació. El segon tarda 1 hora i 5 minuts i roman 7 minuts a l'estació. El tercer tarda 1 hora i 18 minuts i roman 12 minuts a l'estació. Se sap que la primera sortida ha tingut lloc a les 6 del matí. Calcula:

- A quina hora tornaran a sortir junts de l'estació.
- El nombre de viatges efectuats per cada un en aquest moment.

- Un artesà té 32 pedres de coral, 88 de turquesa, 56 perles i 66 d'atzabeja. Amb totes elles desitja elaborar el nombre més gran possible de collars iguals. Quants en pot fer?
- L'ordinador de na Lluïsa escaneja amb l'antivirus cada 180 minuts i fa actualitzacions cada 240 minuts, cada quants minuts fa les dues coses al mateix temps?
- Al llarg d'una carretera hi ha un telèfon d'emergència cada 10 km, un pou d'aigua cada 15 km i una gasolinera cada 20 km. Cada quant coincidixen un telèfon, un pou i una gasolinera junts?
- Per a celebrar el seu aniversari, na Sònia compra 12 barrets de paper, 6 collars, 18 anells i 36 caramels. Si vol omplir bosses de regal amb la mateixa quantitat d'obsequis de cada tipus a cadascuna, quantes bosses podrà omplir? Què haurà de posar a cada bossa?
- Una màquina omple una caixa de 256 botelles en un minut i una altra màquina omple la mateixa quantitat de botelles en un minut i mig. Si totes dues comencen a embotellar líquids a les 9:00 am. A quina hora acabaran d'omplir una caixa les dues màquines en el mateix moment? Quantes botelles haurà omplert cada màquina durant aquest període?

AUTOAVALUACIÓ

- ¿Quina de les següents afirmacions és vertadera?
 - Si dos nombres són primers, el seu màxim comú divisor és 1.
 - Si dos nombres són primers, el seu mínim comú múltiple és 1.
 - El mínim comú múltiple de dos nombres sempre és major que el producte dels dos nombres.
 - El màxim comú divisor de dos nombres sempre és major que el producte dels dos nombres.
- ¿Quina de les solucions és la correcta per al conjunt dels divisors de 63?
 - $D(63) = \{1, 3, 7, 21, 63\}$
 - $D(63) = \{1, 2, 9, 21, 63\}$
 - $D(63) = \{1, 3, 7, 9, 21, 63\}$
 - $D(63) = \{0, 1, 3, 7, 9, 21, 63\}$
- La descomposició de 81000 en factors primers és:
 - $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^3$
 - $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$
 - $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2$
 - $2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^3$
- Què podem dir dels nombres 183, 143 i 1973 ?
 - Tots són primers
 - Cap és primer
 - 143 és primer
 - 1973 és primer
- Quina de les següents afirmacions és verdadera ?
 - Si un nombre és múltiple de 2, també ho és de 4.
 - 11 és múltiple de 121.
 - 33 és divisor d'11.
 - Si un nombre és múltiple de 2 i de 3, també ho és de 6.
- La propietat que s'il·lustra en la següent igualtat $2 \cdot (3 + 4) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4$ és:
 - La propietat commutativa.
 - La propietat distributiva.
 - La propietat associativa.
 - Aquesta igualtat no és certa.
- El M.C.D.(650, 700) és:
 - 10
 - 30
 - 20
 - 50
- Un operari revisa l'excavadora de la seva empresa cada 28 dies i la grua cada 35. Si va revisar les dues l'1 de maig, quan tornaran a coincidir?
 - El 17 de setembre
 - L'1 de setembre
 - El 17 d'agost
 - Aquest any no tornaran a coincidir
- Volem cobrir una paret de 615x225 centímetres, amb taulers quadrats de costat el major possible i no tallar cap tauler.

Quants taulers són necessaris?

a) 615 b) 15 c) 225 d) No és possible

RESUM

Concepte	Definició	Exemples
- Divisor - Divisible - Múltiple	- a és divisor de b quan en dividir b entre a el residu és 0. - a es múltiple de b (o a es divisible per b) quan en dividir a entre b el residu es 0. - -	<ul style="list-style-type: none"> • 2 i 5 són divisors de 10. • 10 és múltiple de 2 i de 5. • 10 és divisible per 2 i per 5.
Criteris de divisibilitat	2: Si acaba en 0 o xifra parell. 3: Si la suma de les seves xifres dóna un múltiple de 3. 5: Si acaba en 0 o en 5. 11: Si la diferència entre la suma de las xifres que ocupen lloc senar i la suma de las xifres que ocupen lloc parell dóna 0 o múltiple d'11.	<ul style="list-style-type: none"> • 7892 és divisible por 2. • 4510 és divisible por 2 y por 5. • 2957 és divisible por 3. • 2057 és múltiple de 11.
Nombre primer	Té únicament dos divisors: 1 i ell mateix.	23 i 29 són nombres primers.
Nombre compost	Té més de dos divisors, es a dir, no es primer.	25 i 32 són nombres composts.
Garbell d' Eratòstenes	És un algorisme que permet calcular tots els nombres primers menors que un de donat.	Els nombres primers menors de 20 són: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19
Descompondre un nombre en factors primers	És expressar-lo como a producte de nombres primers.	$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
Mínim comú múltiple de varis nombres	És el menor dels múltiples que tenen en comú.	M.C.M.(18, 12)= 36
Màxim comú divisor de varis nombres	És el major dels divisors comuns a tots ells.	M.C.D.(18, 12) = 4

CAPÍTOL 5: SISTEMES DE MESURA

ACTIVITATS PROPOSADES

1. SISTEMA INTERNACIONAL D'UNITATS

1. Classifica com a magnituds o unitats de mesura. Indica quines de les unitats de mesura pertanyen al SI:
a) Centímetre cúbic b) Temps c) Hora d) Memòria d'un ordinador e) Gram f) Massa h) Quilòmetres per hora
2. Investiga a quines magnituds corresponen les següents unitats pocs corrents:
a) Àrea b) Herzi c) Iuan d) Grau Fahrenheit e) Any llum
3. Indica almenys una unitat del Sistema Internacional d'Unitats adequada per a expressar les magnituds següents:
a) L'edat de la Terra b) La grandària d'un jardí
c) La capacitat d'un bidó d) La distància entre Madrid i València
f) La massa d'un armari d) El que tardes a fer un problema
4. Copia en el teu quadern i relaciona cada magnitud amb la seva possible mesura:

12 ° C	2 km	33 m ²	5 l	0,55 g
temperatura	longitud	superfície	capacitat	massa
5. Si en Ramon mesura 1,65 metres i en Jesús mesura 164 centímetres: Qui és més alt?
6. Contesta amb una regla graduada:
a) Mesura la longitud del teu quadern. Quant mesura? b) Mesura un llapis. Quant mesura?
7. Esbrina quant mesura de llarg la teva habitació.
8. Expressa les següents longituds en centímetres:
a) 54 dm b) 21,08 m c) 8,7 hm d) 327 mm
9. Expressa les següents longituds en les unitats que s'indiquen en cada cas:
a) 8 m 1 mm en centímetres b) 3,5 km 27 dam en centímetres c) 13 km 21 mm en mil·límetres
d) 7 hm 15 cm en centímetres e) 2 dam 5 dm en metres f) 990,6 m 340 mm en decímetres.
10. Observa la taula anterior i calcula:
a) 35 dam² = ____ m² b) 67 m² = ____ mm² c) 5 km² = ____ m² d) 7 m² = ____ hm²
11. Passa 98 hm² 37 dam² a centímetres quadrats.
12. Expressa les següents superfícies en àrees:
a) 1678 ha b) 5 ha c) 8 ha 20 a d) 8100 ca
13. La superfície d'un camp de futbol és de 7.140 metres quadrats. Expressa aquesta mesura en cada una d'aquestes unitats:
a) Centímetres quadrats b) Decàmetres quadrats c) Hectàrees d) Àrees.
14. Expressa en metres cúbics 3,2 dam³ 5600 dm³.
15. Expressa aquests volums en decàmetres cúbics:
a) 0,38 m³ b) 81 dm³ c) 1,23 hm³ d) 52 m³
16. Quants decilitres té un litre?
17. Expressa en hectolitres:
a) 34 l b) 1.232 cl c) 57 dal d) 107 hl
18. Ordena de menor a major aquestes mesures:
a) 7,0001 hm³ b) 23.000 L c) 8 ml d) 4 mm³

19. Calcula el volum (en litres i en cm^3) d'una caixa que mesura 20 cm d'ample, 20 cm de llarg i 5 cm d'alt.
20. Expressa les següents quantitats en hectograms:
 a) 17 g b) 59 dag c) 73,5 kg d) 350 g
21. Expressa en grams les masses següents:
 a) 3,6 dag b) 59 kg c) 740,5 kg 8,5 dag d) 3 dag 15,10 dg
22. Expressa en quilograms: a) 5 t 5 q 2,5 mag b) 9,35 t 750 dag c) 712 q 459 hg d) 22 t 3 mag 8 kg
23. Estima la massa de:
 a) el teu quadern b) el teu bolígraf c) la teva cartera d) la teva taula

2. MESURA D'ANGLES

24. Passa a forma complexa els següents angles a) $12500''$ b) $83'$ c) $230''$ d) $17600''$
25. Passa de forma incomplexa a forma complexa
 a) $12^\circ 34' 40''$ b) $13^\circ 23' 7''$ c) $49^\circ 56'32''$ d) $1^\circ 25' 27''$
26. Completa la taula:

EXPRESSIÓ EN SEGONS	EXPRESSIÓ EN MINUTS I SEGONS	EXPRESSIÓ EN GRAUS, MINUTS Y SEGONS
8465''		
	245' 32''	
		$31.3' 55''$

27. Calcula :
 $34^\circ 45' 30'' + 12^\circ 27' 15''$ b) $16^\circ 30' 1'' + 12^\circ 13' 12'' + 2^\circ 1'$
 $16^\circ 45' + 23^\circ 13' + 30^\circ 20' 30''$ d) $65^\circ 48' 56'' - 12^\circ 33' 25''$
 $35^\circ 54' 23'' - 15^\circ 1' 35''$ e) $43^\circ 32' 1'' - 15^\circ 50' 50''$

3. MESURA DEL TEMPS

28. Quants segons té una hora?
29. Quantes hores té una setmana? Quants minuts?
30. Quantes setmanes té un any no bixest?

4. UNITATS MONETÀRIES

1 dòlar = 0.8952 €	1 dírhama = 0,9161 €	1 ien = 0.00814 €	1 bolivià = 0.12847 €
--------------------	----------------------	-------------------	-----------------------

31. Amb les equivalències del quadre anterior, canvia 1.200 € a lliures, bolivians, iens i Dírhams:
32. Amb les equivalències del quadre anterior, canvia a euros les quantitats següents:
 a) 390 \$ b) 4051,5 درهم c) 104.800 ¥ (iens) d) 5.103 Bs
33. Na Jerònia es vol comprar una tablet. A Espanya costa 350 €, als Estats Units 400 \$ i 60 \$ de transport, a Xina 2.700¥ i 2 00 ¥ de transport. On és més barat comprar la tablet?
34. En Jordi es comunica regularment amb amics per internet: John, d'Escòcia; Irina, de Bolívia i Taiko de Japó. Vol comprar una bici que costa 200 €. Els vol dir a cada un dels seus amics el preu en la seva moneda nacional. Realitza els càlculs.

EXERCICIS I PROBLEMES

Unitats de longitud

1. Descompon en les seves diferents unitats, en forma complexa:
 a) 3945,67 cm b) 415,95 mm c) 5148 m d) 67,914 km e) 0,82 dam
2. Completa amb el nombre o unitat corresponent:
 a) 50 hm = 5000 _____ b) 300 hm = 30 _____ = _____ m
 c) _____ dm = _____ m = 2300 mm d) 40 km = 4000 _____ = _____ dm
3. Ordena de menor a major:
 2,7 m; 30 cm; 0,005 km; 2600 mm; 0,024 hm; 26 dm.

4. Calcula la longitud que falta o sobra per tenir 1 m:
a) 27 cm b) 300 mm + 25 cm c) 0,00034 km + 0,22 dam d) 0, 3 m + 27 cm + 120 mm
5. Uns amics estan planejant fer El Camí de Santiago caminant des de Frómista (Palència). La distància a recórrer és d'uns 400 km. Ells calculen que a un pas còmode poden caminar 5 km en cada hora. Si pensen caminar 6 hores al dia, quants dies tardaran a fer el camí?
6. Rebeca i la seva companya de classe han comprovat que el grossor d'un paquet de 500 folis mesura 6 cm. Quin és el grossor d'un foli? Quants folis hi ha en una caixa de 21 cm d'alt?
7. Un parc rectangular mesura 100 m de llarg i 75 m d'ample. En Joan vol córrer 5 km. Quantes voltes al parc ha de donar?
8. Expressa en U.A. (1 unitat astronòmica, la distància de la Terra al Sol, equival a 149.597.870.700 metres -aproximadament 150 milions de km-)
a) 38.000 km b) 8.000 m c) un milió de micres d) dos milions de metres

Unitats de superfície

9. Completa les següents igualtats
a) $3,5 \text{ dam}^2 = \text{_____ m}^2 = \text{_____ dm}^2$ b) $0,08 \text{ km}^2 = \text{_____ m}^2 = \text{_____ cm}^2$
c) $32 \text{ cm}^2 = \text{_____ dm}^2 = \text{_____ dam}^2$ d) $6075 \text{ m}^2 = \text{_____ dm}^2 = \text{_____ hm}^2$
10. Expressa les següents superfícies en les unitats que s'indiquen en cada cas:
a) 3 m^2 2 cm^2 5 mm^2 en decímetres quadrats b) 6 dam^2 2 dm en metres quadrats
c) $9,3 \text{ hm}^2$ 5 m^2 6 cm^2 en decàmetres quadrats d) 7 dm^2 5 dam^2 en mil·límetres quadrats
11. Expressa en hectàrees:
a) $3,2 \text{ km}^2$ b) 1.000 ca c) 600.000 dam² d) 824 m² e) 67 a f) 200 mm²
12. Expressa les següents superfícies en àrees:
a) 800 ha b) 261 ca c) 3 ha 3 a 3ca d) 37 m²
13. La superfície de Xina és de 9560000 km². Quantes ha té?
14. Dibuixa en el teu quadern el contorn de la teva mà.
a) Retalla després un quadrat d'1 cm de costat i estima, en centímetres quadrats, la superfície de la teva mà.
b) Si utilitzes un paper normal de 60 g/m², i dibuixes la teva mà com a l'exercici anterior i ho retalles, al pesar el paper amb un pes molt precís, obtens novament la superfície de la mà. (Abans dels ordinadors es calculaven així, amb paper i tisores, algunes superfícies!). Quant mesura en cm²?
15. El pare d'en Pere vol comprar un terreny de 7,3 ha a 3,2 € cada m². Quant li costarà?

Unitats de volum i de capacitat

16. Pensa en un cub de costat una unitat. Pensa ara en un cub del doble de costat. Quants cubs dels primers són necessaris per obtenir aquest cub?
17. Expressa en metres cúbics: $28,7 \text{ hm}^3$ 2.800 dam^3 5 m^3 45 dm^3 .
18. Expressa en litres:
a) 8,1 hl b) 451 ml c) 2,3 kl d) 0,528 kl e) 6,25 cl f) 7,2 ml
19. Completa les igualtats següents:
a) $2 \text{ m}^3 = \text{_____ l}$ b) $33 \text{ cl} = \text{_____ dm}^3$ c) $500 \text{ mm}^3 = \text{_____ ml}$
d) $230 \text{ ml} = \text{_____ dm}^3$ e) $0,02 \text{ hm}^3 = \text{_____ l}$ f) $0,016 \text{ hl} = \text{_____ m}^3$
g) $0,35 \text{ dm}^3 = \text{_____ ml}$ h) $230 \text{ cl} = \text{_____ cm}^3$ i) $0,25 \text{ hm}^3 = \text{_____ kl}$
20. En una urbanització s'arreglen cada setmana 27 m³ de residus sòlids. Si hi viuen 42 famílies, quants litres estimes que produeix cada família al dia?

Unitats de massa

21. Que té més massa, un kg de paper o un kg de plom?
22. Expressa en grams les masses següents:
a) 2,7 dag b) 51,3 kg c) 35,7 kg 8,6 dag d) 35 g 26,29 dg

23. Copia en el teu quadern i completa:
 a) $1 \text{ g} = \dots \text{ dg} = \dots \text{ cg} = \dots \text{ mg} = \dots \text{ dag}$ b) $1 \text{ kg} = \dots \text{ hg} = \dots \text{ dag} = \dots \text{ g} = \dots \text{ cg} = \dots \text{ mg}$
 c) $1 \text{ Tm} = \dots \text{ kg} = \dots \text{ g} = \dots \text{ hg} = \dots \text{ dag}$ d) $1 \text{ Qm} = \dots \text{ kg} = \dots \text{ g} = \dots \text{ Tm} = \dots \text{ hg} = \dots \text{ cg}$

24. Copia en el teu quadern la taula següent i completa-la:

	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
0,943 hg							
75282,9 dg							
64,92 kg							
4375 dag							
369266 cg							

25. La densitat es defineix com el quocient entre la massa i el volum. L'or té una densitat de 19,3 i la plata de 10,5. De dues polseres de la mateixa massa, una de plata i l'altra d'or, quina tindrà major volum?

Mesura d'angles

26. Un angle mesura la cinquena part d'un recte. Expressa aquesta mesura en graus, minuts i segons.
27. Calcula:
 a) $36^\circ 57' 37'' + 45^\circ 18' 54''$ b) $46^\circ 37' 35'' + 82^\circ 32' 41'' + 43^\circ 5''$ c) $26^\circ 34' + 84^\circ 21'' + 81^\circ 39' 49''$
 d) $56^\circ 54' 56'' - 23^\circ 59' 96''$ e) $78^\circ 5' 34'' - 26^\circ 5' 47''$ f) $44^\circ 43' 2'' - 26^\circ 47' 31''$
28. La suma de dos angles és $236^\circ 57' 46''$. Si un d'ells mesura $68^\circ 57' 58''$, quant mesura l'altre?

Unitats de temps

29. En Joaquim va cada dia a l'escola i tarda 15 minuts en fer el trajecte. Si el curs té 50 setmanes i hi va de dilluns a divendres, quin temps gasta en un any fent aquest trajecte? Estima el temps que el tu utilitzes en un any venint a l'Institut. (1 any té 52 setmanes i 1 curs té 210 dies).
30. Si dorms 8 hores al dia, quantes hores has dormit en una setmana? I en un any? Aquestes hores, quants dies són?
31. N'Enric va cada dia a l'escola i tarda 20 minuts en fer el trajecte. Si el curs té 30 setmanes i va de dilluns a divendres, quants segons gasta en un any en fent aquest trajecte? Estima en hores el temps que tu utilitzes en el teu cas particular.
32. Si dorms 8 hores al dia, quants minuts has dormit en una setmana?, i quants segons? Quants minuts en un any? I segons?
33. Set guardes de seguretat han de repartir-se per igual un servei de vigilància de 24 hores. Expressa en hores i minuts el temps que ha de romandre vigilant cadascun d'ells.

Unitats monetàries

34. Amb la següent taula d'equivalències, canvia dos mil euros a dòlars, lliures, iuans i sols.

Euros (€)	Lliures (£)	Dòlars (\$)	Sols (S/)	Bolivians (Bs)	Iens (¥)	Iuans (¥)	Dírham (MAD)
1	0,86	1,3	3,6	9	131	8	11,1

35. Na Sara té amics per molts països. Ha comprat un ordinador que costa 400 €. Els vol dir als seus amics el preu en la seva moneda nacional. A) Què li diria al del Japó? B) I al del Marroc? C) I al del Regne Unit? Realitza els càlculs.

36. Amb les equivalències del quadre adjunt, canvia a euros les quantitats següents:

Euros (€)	Lliures (£)	Dòlars (\$)	Sols (S/)	Bolivians (Bs)	Iens (¥)	Iuans (¥)	Dírham (درهم)
1	0,86	1,3	3,6	9	131	8	11,1

- a) 4025 Dòlars b) 5162 Lliures c) 215,925 ¥ (iens) d) 6.214 Bs

37. En Pere es vol comprar un mòbil que a Espanya costa 500 €, als Estats Units 500 \$ i 50 \$ pel transport, a Xina 3900 ¥ i 150 ¥ de transport. On és més barat comprar aquest mòbil?

AUTOAVALUACIÓ

1. Un cub de 3 cm de costat, quin volum té?
a) 9 cm^3 b) $0,27 \text{ dm}^3$ c) $0,003 \text{ m}^3$ d) 27 cm^3 .
2. De les següents mesures, quina és la major?
a) 5,78 dal b) 578 L c) 5,78 kl d) 0,578 hl.
3. El resultat de sumar $0,07 \text{ kg} + 0,62 \text{ dag} + 9,3 \text{ hg}$ és:
a) 1000 g b) 1 kg 62 g c) 10 hg 62 g d) 1006,2 g.
4. La mesura més adequada per a expressar el volum del contingut d'una tassa és:
a) 2 L b) 2 cl c) 200 cm^3 d) 2000 ml
5. Na Glòria ha tornat d'un viatge dels Estats Units amb 650 \$ en metàl·lic. Els canvia a euros i aquests els canviarà a sols en un nou viatge a Perú. Quants sols tindrà?
a) 3042 S/ b) 1800 S/ c) 235 S/ d) 140 S/
6. Una gerra de 2 litres d'aigua pesa quan està buida 200 g. Si omplim les $\frac{3}{4}$ parts de la gerra, quant pesa?
a) 1500 g b) 1,7 kg c) 16 hg d) 10,7 kg
7. El nombre de segons d'una setmana és:
a) 25200 s b) 604800 s c) 602520 s d) 10080 s
8. El nombre de segons d'un dia és:
a) 1440 s b) 85931 s c) 86400 s d) 10080 s
9. Transforma a segons: 2 graus, 45 minuts i 3 segons:
a) 9903 s b) 2070 s c) 99030 s d) 10303 s
10. En Jeroni ha canviat mil euros a dòlars, estant el canvi a 1,31 dòlars l'euro, quants dòlars li han donat?
a) 131 \$ b) 1310 \$ c) 763 \$ d) 1257 \$

RESUM

Magnitud	Una magnitud es pot mesurar en diferents unitats de mesura .
La distància (magnitud) es pot mesurar en metres, centímetres, kilòmetres,... (diferents unitats de mesura)	
Longitud: metre	$\text{km} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{hm} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{dam} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{m} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{dm} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{cm} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{mm}$
0,32 km = 32 m = 3.200 cm 3.400 mm = 34 dm = 0,34 dam	
Superfície: metre quadrat	$\text{km}^2 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 100} \\ \xleftarrow{:100} \end{array} \text{hm}^2 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 100} \\ \xleftarrow{:100} \end{array} \text{dam}^2 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 100} \\ \xleftarrow{:100} \end{array} \text{m}^2 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 100} \\ \xleftarrow{:100} \end{array} \text{dm}^2 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 100} \\ \xleftarrow{:100} \end{array} \text{cm}^2 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 100} \\ \xleftarrow{:100} \end{array} \text{mm}^2$
0,0014 km ² = 0,14 hm ² = 14 dam ² 23.000 mm² = 230 cm² = 2,3 dm² = 230 dm²	
unitats agràries	1 ha = 1 hm ² 1 a = 1 dam ² 1 ca = 1 m ²
5 km ² = 500 hm ² = 500 ha 13.000 m² = 13.000 ca = 1,3 ha	
Volum: metre cúbic	$\text{km}^3 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 1000} \\ \xleftarrow{:1000} \end{array} \text{hm}^3 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 1000} \\ \xleftarrow{:1000} \end{array} \text{dam}^3 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 1000} \\ \xleftarrow{:1000} \end{array} \text{m}^3 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 100} \\ \xleftarrow{:1000} \end{array} \text{dm}^3 \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 1000} \\ \xleftarrow{:1000} \end{array} \text{cm}^3 \text{mm}^3$
3,2 hm ³ = 320 dam ³ = 32.00 m ³ 2.800 mm³ = 28 cm³ = 0,28 dm³	
Capacitat: El litre	$\text{kl} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{hl} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{dal} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{L} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{dl} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{cl} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{ml}$
3,7 kl = 37 hl = 370 dal = 3.700 L 85 ml = 8,5 cl = 0,85 dl = 0,085 L	
Litres i m³.	1 l = 1 m ³ 1 L = 1 dm ³ 1 ml = 1 cm ³
4,5 cl = 45 ml = 45 cm ³ 3 hl = 0,3 kl = 0,3 m³ 3 hl = 300 L = 300 dm³	
Massa: kilogram	$\text{kg} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{hg} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{dag} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{g} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{dg} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{cg} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 10} \\ \xleftarrow{:10} \end{array} \text{mg}$
2300 kg = 2,3 t 0,23 dag = 2,3 g = 2.300 mg 5,3 hg = 53.000 cg	
Mesura d'angles	Un grau = 1° = 1 / 360 part d'un angle complet. Minut: 1 minut = 1' = 1/60 part d'un grau. Segon: 1 segon = 1'' = 1/60 part d'un minut
unitats de temps	Un dia és el temps que tarda la Terra en fer una volta al voltant del seu eix. Un any és el temps que tarda la Terra en donar una volta al voltant del Sol. Un dia té 24 hores. Una hora té 60 minuts . Un minut té 60 segons .
unitats monetàries	1 € = 0,86 £ = 9 Bs = ... (varia constantment)
200 € = 200 € $\frac{0,86 \text{ £}}{1 \text{ €}} = \frac{200 \cdot 0,86}{1} \frac{\text{£}}{\text{€}} = 172 \text{ £}$ 1.800 Bs = 1.800 Bs $\frac{1 \text{ Bs}}{9 \text{ Bs}} = \frac{1.800}{9} \frac{1}{\text{Bs}} \frac{\text{Bs}}{\text{€}} = 1.800 \text{ €}$	

CAPÍTOL 6: LONGITUDS I ÀREES

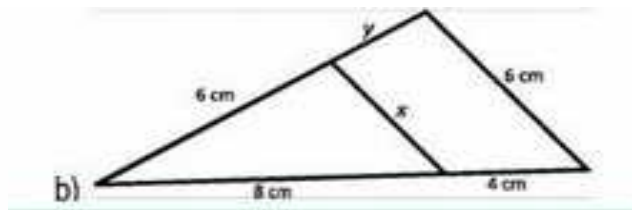
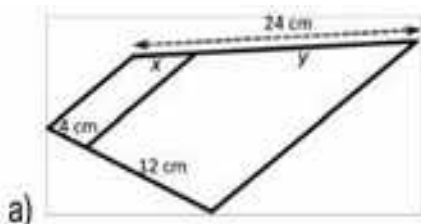
ACTIVITATS PROPOSADES

1. TEOREMA DE PITÀGORES

- És possible trobar un triangle rectangle els catets del qual mesuren 7 i 24 cm i la seva hipotenusa 26 cm? Si la teva resposta és negativa, troba la mesura de la hipotenusa d'un triangle rectangle els catets del qual mesuren 7 i 24 cm. Utilitza la calculadora per resoldre aquesta activitat si et fa falta.
- Calcula la longitud de la hipotenusa dels següents triangles rectangles de catets:
a) 8 cm i 6 cm b) 12 m 9 m c) 6 dm i 14 dm d) 22,9 km i 36,1 km.
- Calcula la longitud del catet que falta en els següents triangles rectangles d'hipotenusa i catet:
a) 27 cm i 12 cm b) 32 m 21 m c) 28 dm i 12 dm d) 79,2 km i 35,6 km
- Calcula l'àrea d'un triangle equilàter de costat 7 m. *Ajuda:* Utilitza el teorema de Pitàgores per calcular l'altura.
- Calcula l'àrea d'un hexàgon regular de costat 8 cm. *Ajuda:* Utilitza el teorema de Pitàgores per calcular la seva apotema.
- Calcula el volum d'un tetraedre regular de costat 5 dm.
- Calcula la superfície d'un icosaedre regular d'aresta 5 dm.
- Calcula la longitud de la diagonal d'un quadrat de costat 12 m.
- Calcula la longitud de la diagonal d'un rectangle de base 13 cm i altura 5 cm.

2. SEMBLANÇA

- Indica si són semblants els següents parells de triangles:
a) Triangle amb un angle de 70° i un altre de 50° . Triangle amb un angle de 70° i un altre de 60° .
b) Triangle isòsceles amb angle desigual de 80° . Triangle isòsceles amb angle igual de 50° .
c) $A = 30^\circ$, $b = 7$ cm, $c = 9$ cm. $A' = 30^\circ$, $b' = 3,5$ cm, $c' = 4,5$ cm
d) $a = 4$ cm, $b = 5$ cm, $c = 7$ cm. $a' = 12$ cm, $b' = 15$ cm, $c' = 22$ cm
- Calcula el valor desconegut perquè els triangles siguin semblants:
a) $a = 9$ cm, $b = 6$ cm, $c = 12$ cm. $a' = 6$ cm, $b' = 4$ cm, $c' = ?$
b) $A = 45^\circ$, $b = 8$ cm, $c = 4$ cm. $A' = 45^\circ$, $b' = 16$ cm, $c' = ?$
- Un triangle té les longituds dels seus costats de 6 cm, 7 cm i 7 cm. Un triangle semblant a ell té un perímetre de 80 cm. Quant mesuren els seus costats?
- Calcula els valors de x i y en les següents figures.



- Un pal se subjecta amb cables d'acer que van del seu extrem superior al sòl. La distància de l'ancoratge d'un dels cables a la base del pal és de 3 metres. Posam una barra de 60 centímetres de manera que està perpendicular al sòl i just toca el sòl i el cable. La seva distància a l'ancoratge del cable és 45 centímetres. Calcula la longitud del pal i la longitud del cable d'acer.
- Na Maria mesura 165 cm d'estatura. La seva ombra mesura 80 cm. En aquest mateix instant es mesura l'ombra d'un edifici i mesura 7 m. Quant mesura l'edifici?
- El diàmetre d'un préssec és tres vegades major que el del seu pinyol, i mesura 9 cm. Calcula el volum del préssec, suposant que és esfèric, i el del seu pinyol, també esfèric. Quina és la raó de proporcionalitat entre el volum del préssec i el del pinyol?
- A la pizzeria tenen pizzes de diversos preus: 1 €, 3 € i 4 €. Els diàmetres d'aquestes pizzes són: 15 cm, 25 cm i 40 cm, quina resulta més econòmica? Calcula la relació entre les àrees i compara-la amb la relació entre els preus.
- Estam dissenyant una maqueta per fer un dipòsit cilíndric de 1000 litres de capacitat i 5 metres d'altura. Volem que la capacitat de la maqueta sigui d'1 litre. Quina altura ha de tenir la maqueta?

19. La maqueta que veus al marge d'una piràmide escalonada babilònica mesura d'altura mig metre, la raó de proporcionalitat és $k = 100$. Quant mesura la piràmide real?



20. Completa la següent taula tenint en compte que l'escala aplicada és 1 : 1000

Dibuix	Mesura real
26 cm	
	11 km
0,05 m	

21. Calcula l'escala corresponent en cada exemple de la taula:

Dibuix	Mesura real	Escala
1,4 cm	700 m	
7 cm	0,7 hm	
4 cm	20 km	

22. Escribeu quatre exemples en els quals s'utilitzin escales.

23. La distància entre Madrid i València és 350 km. En el mapa, la distància entre ambdues ciutats és 2,7 cm, a quina escala està dibuixat el mapa?

2. PERÍMETRES I ÀREES DE POLÍGONS

24. La base d'un triangle rectangle mesura 8 cm. Si la seva hipotenusa mesura 10 cm, quina és l'àrea d'aquest triangle rectangle? (Ajuda: Utilitza el teorema de Pitàgores per a calcular l'altre catet. Com els catets són ortogonals, un és la base i l'altre, l'altura)

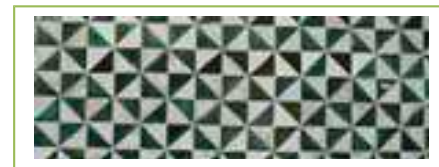
25. Les rajoles de la figura mesuren 24 cm de llarg i 9 cm d'ample. Quina àrea ocupa cadascuna de les rajoles?



26. Mesura la base i l'altura de la teva taula. De quina figura es tracta? Quant mesura la seva àrea?

27. El marc d'un quadre de forma rectangular mesura, a la part interior, 180 cm d'ample i 293 cm d'alt. Quina és l'àrea de la tela del quadre que podem veure?

28. Cada un dels triangles de la figura tenen una base de 20 mm i una altura de 12 mm. Quant val l'àrea de cada triangle? Si en total hi ha 180 triangles, quina àrea ocupen en total?



29. La base d'un triangle rectangle mesura 6 cm. Si la seva hipotenusa mesura 14 cm, quina és l'àrea d'aquest triangle rectangle? (Ajuda: Utilitza el teorema de Pitàgores per a calcular l'altre catet. Com els catets són ortogonals, un és la base i l'altre, l'altura)

30. En un estel amb forma de rombe, les seves diagonals mesuren 93 i 44 cm. Quant mesura l'àrea de l'estel?

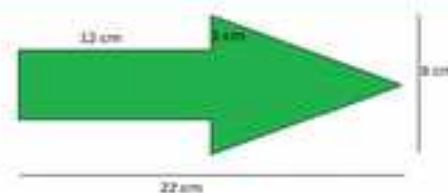
31. Un trapezista està realitzant acrobàcies sobre un trapezi de bases 2,3 i 1,7 m i altura 1,4 m. Quant mesura l'àrea del trapezi que usa el trapezista?

32. Calcula l'àrea d'un romboide de 24 cm de base i 21 cm d'altura. Si doblegem les mesures de la base i l'altura, quina és l'àrea del nou romboide?

33. Donat un hexàgon regular de costat 4 cm, calcula la longitud de l'apotema i determina la seva àrea.


34. Donat un triangle equilàter de costat 4 cm, calcula la longitud de l'altura i determina la seva àrea.

35. Calcula l'àrea dels següents polígons irregulars:



36. Calcula el perímetre dels polígons anteriors.

4. PERÍMETRES I ÀREES DE FIGURES CIRCULARS

37. Busca 3 objectes rodons, per exemple un got, una tassa, un plat, una botella... i utilitza una cinta mètrica de modista per mesurar la seva longitud. Mesura també el seu diàmetre. Calcula el seu quocient. Anota les aproximacions de π que hagis obtingut.
38. La Terra és aproximadament una esfera de radi 6.379 km. Quant mesura l'Equador?
39. Antigament es definia un metre com: "la deumilionèsima part del quadrant del meridià terrestre que passa per París" o, dit d'una altra manera la deumilionèsima part de la distància del Pol Nord a l'Equador. Segons aquesta definició, quant mesura (en metres) el perímetre terrestre? I el seu diàmetre?
40. Un far gira descrivint un arc de 160° . A una distància de 5 km, quina és la longitud de l'arc de circumferència en el qual es veu la llum?
- 
41. El radi de la circumferència exterior del rosetó de la figura és de 4 m, i la de la següent figura és de 3 m.
 a) Calcula la diferència entre les longituds de les dues circumferències consecutives.
 b) Calcula l'àrea tancada per la circumferència que rodeja a la figura interior en forma de flor sabent que el seu radi és de 2 m.
42. Calcula l'àrea d'una corona circular de radis 15 i 7 cm.
43. Calcula l'àrea d'un sector circular i d'un segment circular de radi 15 cm i que forma un angle de 60° . Observa que per a calcular l'altura del triangle necessites usar el Teorema de Pitàgores.
44. Calcula l'àrea del sector de corona circular de radis 10 cm i 12 cm i que forma un angle de 60° .
45. Calcula l'àrea del sector circular i del segment circular de radi 12 cm i que forma un angle de 90° .

EXERCICIS I PROBLEMES

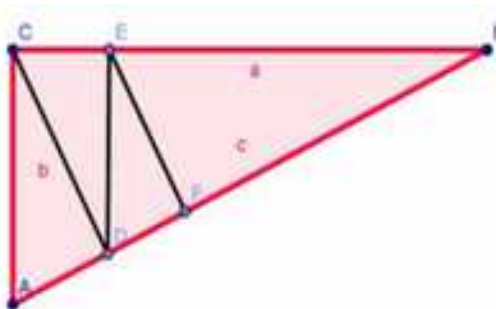
Teorema de Pitàgores

- És possible construir un triangle rectangle els catets del qual mesuren 10 cm i 6 cm i la hipotenusa 15 cm? Raona la teva resposta.
- Dibuixa en paper quadriculat en el teu quadern un triangle rectangle els catets del qual mesuren 3 i 4 quadrets. Dibuixa després un altre triangle rectangle de catets 6 i 8 quadrets. Mesura les dues hipotenuses i anota els resultats. És la mesura de la segona hipotenusa doble que la de la primera? Raona la resposta. Calcula les àrees formades pels quadrats construïts sobre els catets i la hipotenusa.
- Dibuixa un triangle que no sigui rectangle, que sigui acutangle, i comprova que no verifica el teorema de Pitàgores. Dibuixa'n ara un que sigui obtusangle, i de nou comprova que no ho verifica. Raona la resposta.
- Quant mesura la diagonal d'un rectangle de dimensions 8,2 cm i 6,9 cm?
- Calcula la longitud de la hipotenusa dels següents triangles rectangles de catets:
 a) 16 cm i 12 cm b) 40 m i 30 m c) 5 dm i 9,4 dm d) 2,9 km i 6,3 km.
- Calcula la longitud del catet que falta en els següents triangles rectangles d'hipotenusa i catet:
 25 cm i 15 cm b) 35 m i 21 m c) 42 dm i 25 dm d) 6,1 km i 4,2 km
- Calcula la longitud de la diagonal d'un quadrat de costat 8 m.
- Calcula la mesura de la hipotenusa d'un triangle rectangle els catets del qual mesuren 12 cm i 5 cm
- Un triangle rectangle té un catet de 6 cm i una hipotenusa de 10 cm. Quin és el seu perímetre? I la seva àrea?

Semblança

- Indica si són semblants els següents parells de triangles:
 a) Un angle de 30° i un altre de 20° . Un angle de 120° i un altre de 20° .
 b) Triangle isòsceles amb angle desigual de 80° . Triangle isòsceles amb un angle igual de 50° .
 c) $A = 40^\circ$, $b = 8$ cm, $c = 12$ cm. $A' = 40^\circ$, $b' = 4$ cm, $c' = 6$ cm
 d) $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 6$ cm. $a' = 12$ cm, $b' = 16$ cm, $c' = 24$ cm
- Calcula el valor desconegut perquè els triangles siguin semblants:
 a) $a = 15$ cm, $b = 9$ cm, $c = 12$ cm. $a' = 10$ cm, $b' = 4$ cm, $c' = ?$
 b) $A = 50^\circ$, $b = 3$ cm, $c = 7$ cm. $A' = 50^\circ$, $b' = 18$ cm, $a' = ?$

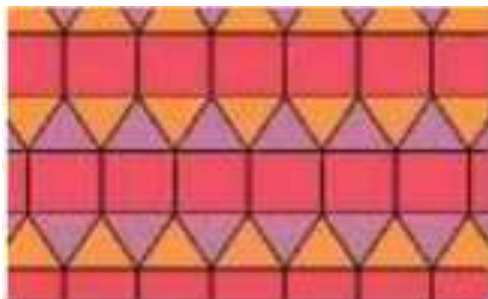
12. Les longituds dels costats d'un triangle són 12 cm, 14 cm i 14 cm. Un triangle semblant a ell té un perímetre de 80 cm. Quant mesuren els seus costats?
13. Dibuixa en el teu quadern un pentàgon regular. Traça les seves diagonals. El triangle format per un costat del pentàgon i les dues diagonals del vèrtex oposat es denomina triangle auri, perquè en dividir el costat major entre el menor s'obté el nombre d'or. Quant mesuren els seus angles? Busca a la figura que has traçat altres triangles auris. Quina és la relació de proporcionalitat?
14. Quina és la suma dels angles interiors d'un rombe?
15. L'ombra d'un edifici mesura 15 m, i la del primer pis 2 m. Sabem que l'altura d'aquest primer pis és de 3 m, quant mesura l'edifici?



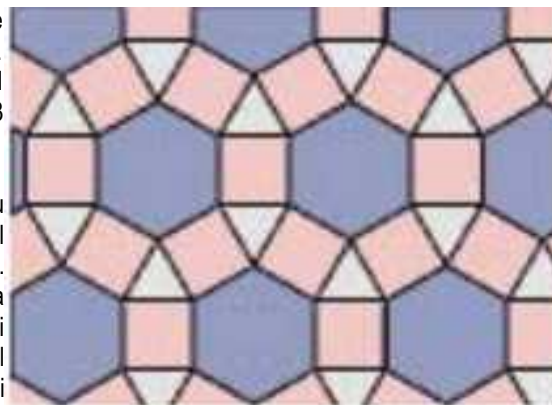
16. En el museu de Bagdad es conserva un llistó en el qual apareix dibuixat un triangle rectangle ABC , de costats $a = 60$, $b = 45$ i $c = 75$, subdividit en 4 triangles rectangles menors ACD , CDE , DEF i EFB , i l'escriba calcula la longitud del costat AD com 27. Ha utilitzat la semblança de triangles? Com es podria calcular? Quines dades necessites? Calcula l'àrea del triangle ABC i del triangle ACD . Determina la longitud dels segments CD , DE i EF .
17. Un triangle rectangle isòsceles té un catet de longitud 20 cm, igual a la hipotenusa d'un altre triangle semblant al primer. Quant valen les àrees de cadascun dels dos triangles?
18. El mapa a escala 1:5000000 d'un poble té una àrea de 700 cm^2 , quant mesura la vertadera superfície del poble?
19. Unint els punts mitjans dels costats d'un triangle s'obté un altre triangle. Com són? Quina relació hi ha entre els seus perímetres? I entre les seves àrees?
20. L'altura i la base d'un triangle rectangle mesuren respectivament 6 i 15 cm; i és semblant a un altre de base 30 cm. Calcula l'altura del nou triangle i les àrees de tots dos.
21. Calcular l'àrea d'un pentàgon regular de 4 cm de costat i 3,4 cm de radi.
22. Calcula la longitud de la hipotenusa dels triangles rectangles següents, de catets:
 a) 4 cm i 3 cm b) 8 m 6 m c) 3 dm i 7 dm d) 27,3 km i 35,8 km.
23. Calcula la longitud del catet que falta en els següents triangles rectangles d'hipotenusa i catet:
 a) 5 cm i 3 cm b) 10 m 6 m c) 25 dm i 10 dm d) 34,7 km i 12,5 km
24. Calcula l'àrea d'un triangle equilàter de costat 8 m. Ajuda: Utilitza el teorema de Pitàgores per calcular l'altura.
25. Calcula l'àrea d'un hexàgon regular de costat 7 cm. Ajuda: Utilitza el teorema de Pitàgores per calcular-ne l'apotema.
26. Calcula l'àrea total d'un tetraedre regular de costat 3 dm.
27. Calcula la longitud de la diagonal d'un rectangle de base 6 cm i altura 4 cm.
28. Per sostenir un arbre lligam una corda a una altura de 2,5 m, i la subjectam al sòl a una distància de 3 m. Quina quantitat de corda necessites?
29. Si un estel té una corda de 15 m de llargària i està volant per sobre d'un fanal que dista 5 m d'en Xavier, a quina altura del sòl està l'estel?
30. Calcula l'àrea d'un rombe, de 4 cm de costat, la diagonal major del qual mesura 6 cm.
31. Calcula l'àrea d'un triangle isòsceles sabent que els seus costats iguals mesuren 7 cm i el seu perímetre 20 cm.
32. Quina és l'àrea d'un rectangle la diagonal del qual mesura 13 cm i la seva altura 5 cm?
33. Calcula el perímetre d'un rombe les diagonals del qual mesuren 24 i 10 cm respectivament.

Problemes

34. Dibuixa en el teu quadern el disseny del mosaic del marge. Observa que està format per quadrats, triangles i hexàgons, tots ells del mateix costat. Si aquest costat mesura 5 cm, calcula: a) L'àrea del quadrat; b) L'àrea del triangle; c) L'àrea de l'hexàgon. d) Considera la part formada per 3 hexàgons, 13 triangles i 13 quadrats. Calcula l'àrea total.



35. Dibuixa en el teu quadern el disseny del mosaic del marge. Observa que està format per quadrats i triangles, tots ells del mateix costat. Si aquest costat mesura 7 cm, calcula:



36. a) L'àrea del quadrat; b) L'àrea del triangle. c) Considera quatre franges del mosaic i relaciona les àrees dels quadrats amb la dels triangles. Quina proporció apareix? Calcula l'àrea total d'aquestes quatre franges.

37. Calcula l'àrea d'un hexàgon de la figura si el seu costat mesura 9 cm. Calcula l'àrea d'un triangle. Què ocupa major àrea, un hexàgon o els 6 triangles que té al voltant?

38. Una escala ha d'aconseguir una altura de 7 m, i se separa de la paret una distància de 2 m, quina és la seva longitud?

39. Tenim dos terrenys del mateix perímetre, un quadrat i l'altre rectangular. El rectangular mesura 200 m de llarg i 60 m d'ample. Calcula:

- a) La diagonal del terreny quadrat. b) La diagonal del rectangle
c) L'àrea de cada terreny. d) Quin té major superfície?

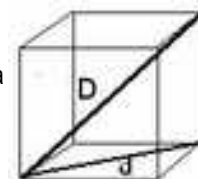


40. Es vol dissenyar un sota-gots. Pot ser quadrat de 12 cm de costat o circular de 7 cm de radi. a) Calcula les superfícies en cada cas. Als sota-gots se'ls vol folrar la vorera amb cintes adhesiva. b) Quina longitud de vorera s'ha de folrar en cada cas? c) Quin és menor? d) Tenim 50 cm de cinta, i volem aprofitar-la tota, quin quadrat podem dissenyar i quin sota-gots circular? e) Calcula l'àrea de cadascun.

41. Un constructor està rehabilitant un edifici. Per a les finestres rectangulars, que mesuren 1,2 m d'ample i 1,5 m d'alt, talla travessers per a posar a la seva diagonal. Quant han de mesurar?

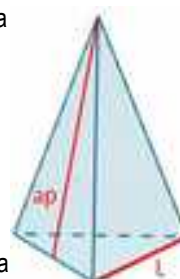
42. La piràmide de Keops mesura uns 230 metres de costat. Podem, amb dificultat, mesurar l'altura d'una cara, estimem que mesura uns 180 m, però com podem conèixer l'altura de la piràmide? Quant mesura?

43. Un cub mesura d'aresta 8 cm. Calcula utilitzant el teorema de Pitàgores la longitud de la diagonal d'una cara (d), i la longitud de la diagonal del cub (D).



44. Una piràmide triangular regular té una altura de 7 cm i el radi de la circumferència circumscriu a la seva base és de 4 cm. Calcula utilitzant el teorema de Pitàgores:

- a) Longitud d'una aresta.
b) Altura del triangle de la base.
c) Perímetre de la base
d) Altura d'una cara (ap)
e) Perímetre d'una cara



45. Un con té una altura de 10 cm i la generatriu de 12 cm. Quant mesura el radi de la seva base?



46. Mira aquest bonic fris del museu de Berlín! Feix a escala un disseny en el teu quadern i pren mesures. Si la longitud del fris és d'un metre: a) Calcula la superfície de cada pètal de la flor. b) Calcula la superfície de cada tros de trena. c) Calcula la superfície de cada peça en forma d'escata de peix.



47. Dibuixa en el teu quadern un esquema del mosaic del marge. Sabem que mesura d'ample 1,2 m. a) Calcula el costat de l'estrella de 8 puntes. b) La superfície d'aquesta estrella, c) La superfície de la creu.

AUTOAVALUACIÓ

1. La hipotenusa d'un triangle rectangle de catets 2 i 6 *cm* mesura:
a) 6,32 *cm* b) 7 *cm* c) 0,05 *m* d) 627 *mm*
2. En un triangle rectangle d'hipotenusa 10 m i un catet 7 m, l'altre catet mesura:
a) 714 *cm* b) 7,4 *m* c) 8 *m* d) 8925,1 *mm*
3. El costat d'un hexàgon regular mesura 7 m, llavors la seva àrea mesura aproximadament:
a) 4,3 *dam*² b) 21 *m*² c) 40 *m*² d) 1273057 *cm*²
4. L'àrea d'un rectangle de 10 *cm* de diagonal i 8 *cm* de base és:
a) 53 *cm*² b) 80 *cm*² c) 48 *cm*² d) 62 *cm*²
5. El rombe de diagonals 54 *dm* i 72 *dm* té aproximadament com a perímetre:
a) 45 *dm* b) 181 *dm* c) 126 *dm* d) 200 *m*
6. El trapezi de bases 7 *cm* i 5 *cm* i costat 8 *cm*, té com a àrea:
a) 49 *cm*² b) 48 *cm*² c) 50 *cm*² d) 48,37 *cm*²
7. La diagonal d'un quadrat de costat 1 m mesura aproximadament:
a) 3,14 *m* b) 1,4 *m* c) 1,26 *m* d) 1,7 *m*
8. La hipotenusa d'un triangle rectangle de catets 3 i 4 *cm* mesura:
a) 6,32 *cm* b) 5 *cm* c) 0,052 *m* d) 62 *mm*
9. En un triangle rectangle d'hipotenusa 10 m i un catet 6 m, l'altre catet mesura:
a) 87 *cm* b) 4 *m* c) 8 *m* d) 5,1 *mm*
10. El perímetre d'un rombe de diagonals 12 *cm* i 16 *cm* és:
a) 34 *cm* b) 70 *cm* c) 40 *cm* d) 62 *cm*

RESUM

		Exemples
Teorema de Pitàgores	En un triangle rectangle, el quadrat de la hipotenusa al quadrat és igual a la suma dels quadrats dels catets: $a^2 = b^2 + c^2$	$25 = 5^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16$
Àrea del quadrat	$A = \text{costat}^2 = c^2$	$S \ c = 4 \text{ cm} \Rightarrow A = 16 \text{ cm}^2$
Àrea del rectangle	$A = \text{base per altura} = a \cdot b$	Si $a = 3 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm} \Rightarrow A = 15 \text{ cm}^2$.
Àrea del paral·lelogram	$A = \text{base per altura} = a \cdot b$	$a = 7 \text{ m}$, $b = 9 \text{ m} \Rightarrow A = 63 \text{ m}^2$
Àrea del triangle	$A = (\text{base per altura})/2 = \frac{b \cdot h}{2}$	$a = 5 \text{ m}$, $b = 6 \text{ m} \Rightarrow A = 15 \text{ m}^2$
Àrea del trapezi	L'àrea d'un trapezi és igual al producte de la suma de las bases per la altura, dividit per dos. $A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$	$B = 7$; $b = 3$; $h = 5 \Rightarrow A = 25$
Àrea del rombe	L'àrea d'un rombe és igual al producte de les diagonals, dividit per dos. $A = \frac{D \cdot d}{2}$	$D = 4$, $D = 9 \Rightarrow A = 36/2 = 18$
Perímetre d'un polígon	El perímetre d'un polígon és igual a la suma de tots els costats.	Costat = 6 cm , apotema = 5 cm , nombre de costats = $5 \Rightarrow$ Perímetre = $6 \cdot 5 = 30 \text{ cm}$; Àrea = $30 \cdot 5 / 2 = 75 \text{ cm}^2$.
Àrea de un polígon regular	L'àrea d'un polígon regular és igual al producte del perímetre per l'apotema, dividit per dos. $A = \frac{P \cdot a}{2}$	
Semblança	Dues figures són semblants si els seus angles són iguals i els seus costats proporcionals.	Si el costat del quadrat mesura 5 m , un altre de semblant de costat 15 m , $k = 3$, té una àrea multiplicada per 9 , i el volum del cub multiplicat per 27 .
Raó de semblança	Si la raó de semblança és k , la raó entre les àrees és k^2 , i entre els volums k^3 .	

CAPÍTOL 7: COSSOS GEOMÈTRICS. VOLUMS

ACTIVATATS PROPOSADES

1. L'ESPAI

1. Busca una llauna de tomàtiga fregida i el tros de cartó que hi ha a l'interior d'un rotllo de paper higiènic.



- a) Quina forma tenen les bases de la llauna?
- b) Hi ha cantons angulosos en algun dels objectes?
- c) Fica unes tisores en el cartó del rotllo de paper higiènic i talla'l. Quina figura plana obtens?
- d) Imagina que vols posar tapa i base al rotllo de cartó perquè tenguí la mateixa forma que la llauna de tomàtiga fregida. Quina figura plana has d'utilitzar?

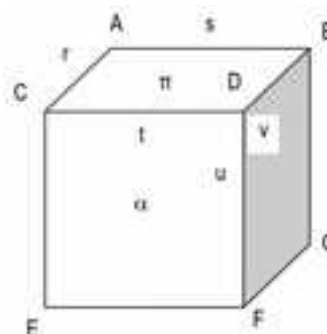


2. Busca una caixa de galetes. Mesura-la i dóna el valor de les seves tres dimensions.
3. Dibuixa en un paper aquesta caixa de galetes. És difícil, perquè estàs representant en 2 dimensions (el full) un objecte tridimensional (la caixa).
4. Dibuixa un baló de futbol, una llauna de conserves i un dònut en un full de paper.
5. Talla un triangle isòsceles de paper. Aferra un fil al llarg del seu eix de simetria i fes-lo girar. Quina figura s'obté?
6. Para a cada un dels apartats següents, escriu en el teu quadern 5 objectes quotidians que tinguin la forma requerida:
 - a) esfera
 - b) cilindre
 - c) poliedre regular
 - d) prisma
 - e) piràmide
 - f) con

7. Aprèn a fer un cub amb papiroflèxia:

http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=13498&directory=67

8. Indica la recta que passa pels punts D i F.
9. Indica el pla que passa pels punts C, D i E.
10. Indica el pla que conté la recta t i el punt B.
11. Indica el pla que conté les rectes s i t.
12. Indica un pla paral·lel al pla de la pissarra.

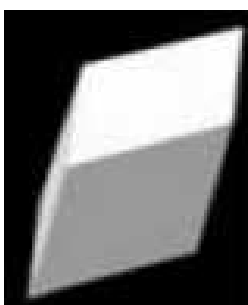


13. Dibuixa en el teu quadern un croquis de la teva aula i assenjala els plans que siguin secants al pla de la superfície de treball.
14. Dibuixa en el teu quadern un cub. Anomena tots els seus punts amb lletres majúscules, totes les seves rectes amb lletres minúscules, i tots els seus plans amb lletres gregues. Indica:
 - a) Tres parells de rectes que siguin paral·leles. Indica en cada cas sobre quin pla es troben
 - b) Tres parells de rectes que es creuin.
 - c) Tres parells de rectes que siguin secants. Indica en cada cas en quin punt es tallen, i en quin pla es troben.
15. Indica les rectes que estan contingudes en el pla α . Indica les que són paral·leles al mencionat pla. Indica aquelles que són secants assenyalant el punt d'intersecció.
16. Dibuixa en el teu quadern la planta, el perfil i l'alçada de:
 - a) un cub
 - b) un cilindre
 - d) un con
 - e) una esfera
 - f) una piràmide
17. Dibuixa en el teu quadern una tomografia de:
 - a) Una esfera amb talls paral·lels al seu equador
 - b) Un cilindre amb talls paral·lels a la base
 - c) Un con amb talls paral·lels a la base.
 - d) Un cub amb talls paral·lels a una cara
 - e) Un cub amb talls paral·lels a una aresta.

18. Dibuixa en el teu quadern un desenvolupament per construir un cub. Dibuixa les pestanyes per a aferrar-lo.
19. Dibuixa en el teu quadern un desenvolupament per construir una caixa amb tapa.
20. Dibuixa en el teu quadern el desenvolupament d'un cilindre.
21. Les rectes paral·leles en la realitat es mantenen paral·leles en el dibuix.
22. Els segments iguals sobre rectes paral·leles mantenen la mateixa longitud.
23. Dibuixa en el teu quadern una taula en perspectiva cavallera.
24. Descriu un tetraedre dient quants vèrtexs té, quantes arestes i quantes cares.
25. Dibuixa en el teu quadern la planta, el perfil i l'alçada d'un cub.
26. Dibuixa en el teu quadern una habitació en perspectiva cavallera.
27. Dibuixa una tomografia d'una botella tallant per plans paral·lels a la seva base.

2. POLIEDRES

28. Fes models en cartolina dels cinc poliedres regulars. Pots fer-ho en equip amb els teus companys.
29. Hi ha poliedres en els quals totes les seves cares són polígons regulars però que no són poliedres regulars. Descriu el poliedre del marge. Per què no és un poliedre regular?



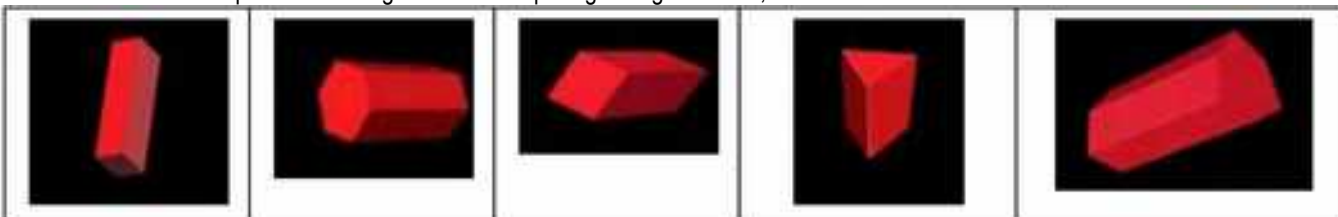
30. Hi ha poliedres amb totes les seves cares iguals que no són poliedres regulars. Com el poliedre format per 6 rombes que s'anomena *romboedre*. Descriu-lo. Construeix-ne un amb el desenvolupament indicat:

31. En una trama de triangles dibuixa el desenvolupament d'un poliedre que tingui 6 cares triangles equilàters i construeix el mencionat poliedre. Té totes les seves cares iguals i polígons regulars. Per què no és un polígon regular?

32. Hi ha unes xocolatines que tenen forma de prisma triangular regular. Quins altres prismes regulars pots construir amb unes quantes d'elles? construeix també prismes que no siguin regulars.

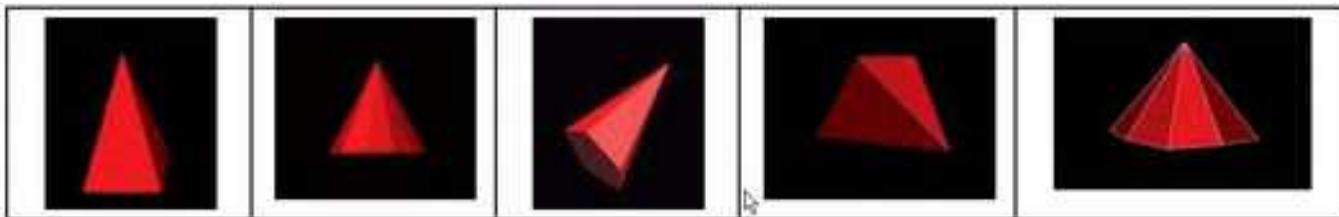


33. Classifica els prismes de la figura en funció que siguin regulars o no, rectes o oblics i del nombre de costats de les seves bases.



34. A partir del desenvolupament d'un prisma quadrangular regular recte, pensa com ha de ser el desenvolupament d'un prisma quadrangular regular oblic. Construeix-lo!
35. Recorda: Una diagonal és un segment que uneix dos vèrtexs no consecutius d'un poliedre. Quantes diagonals té un prisma regular triangular? I un prisma regular quadrangular?
36. Descriu un ortoedre, digues el nombre d'arestes i vèrtexs, i el nombre de cares, descrivint la seva forma. (De vegades se l'anomena caixa *de sabates*).
37. Construeix una piràmide pentagonal regular usant un desenvolupament com l'indicat.
38. Sabent com és el desenvolupament d'una piràmide pentagonal regular, i que un tronc de piràmide s'obté tallant aquesta per un pla, pensa i dibuixa com ha de ser el desenvolupament del tronc de piràmide pentagonal regular.

39. Classifica les piràmides de la figura en funció de que siguin regulars o no, rectes o obliques i del nombre de costats de la base.



40. A partir del desenvolupament d'una piràmide quadrangular regular recta, pensa i dibuixa com ha de ser el desenvolupament d'una piràmide quadrangular obliqua. Construeix-la!
41. Calcula la superfície d'un octaedre regular de 5 cm d'aresta.
42. Calcula l'àrea d'un prisma quadrangular oblic la base del qual és un rombe amb diagonals que mesuren 6 cm i 8 cm i la seva altura mesura 12 cm.
43. Quant cartó és necessari per construir una caixa de sabates amb arestes de longituds de 12 cm, 22 cm i 10 cm?
44. Si amb un litre de pintura podem pintar 20 m^2 , quants litres de pintura són necessaris per pintar un icosaedre regular de 38 cm d'aresta?
45. Troba el volum d'una piràmide hexagonal regular si cada costat de la base mesura 3 cm i l'altura 12 cm.
46. Troba el volum d'un octaedre de 8 cm d'aresta. *Indicació:* pots descompondre l'octaedre en dues piràmides quadrades regulars.

3. COSSOS DE REVOLUCIÓ

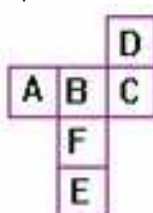
47. Dibuixa sobre cartolina el desenvolupament corresponent a un cilindre sabent que el radi de la seva base mesura 2 cm i la seva altura 10 cm (abans hauràs de calcular el perímetre de la base per dibuixar la longitud del rectangle que obtens en el desenvolupament de l'àrea lateral). Afegeix-li aletes per poder aferrar-lo amb cola i munta'l.
48. Troba la superfície d'un cilindre sabent que la seva altura mesura 12 cm i el radi de la base 3 cm.
49. Cerca a casa una llauna de tonyina en conserva (cilíndrica). Mesura la seva altura i el diàmetre de les seves bases. Dibuixa el desenvolupament del cilindre que dóna lloc a aquesta llauna. a) Retalla-ho i forma una rèplica en cartolina de la llauna de tonyina. b) Calcula l'àrea total de cartolina que necessites com a mínim. c) Calcula el volum total de la llauna i comprova si a l'etiqueta està indicat correctament.

EXERCICIS I PROBLEMES

L'espai

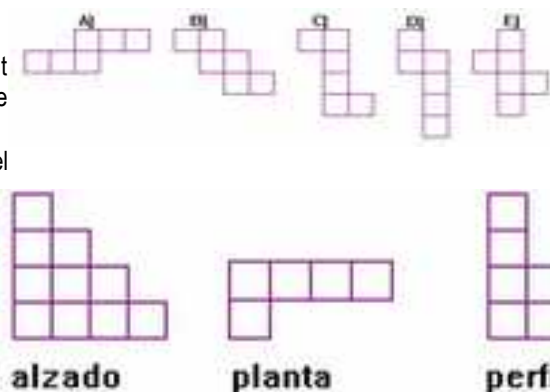
1. Dibuixa en el teu quadern la planta, l'alçat i el perfil d'una cadira.
2. Dibuixa en el teu quadern una tomografia de:
- Una piràmide recta hexagonal amb talls paral·lels a la seva base
 - Un con amb talls paral·lels a la seva base
 - Un con recte amb talls paral·lels a la seva altura
 - Una prisma quadrangular amb talls paral·lels a una cara
3. Mira al teu voltant i escriu en el teu quadern el nom de cinc objectes indicant la seva descripció geomètrica.
4. Dibuixa una taula en perspectiva cavallera.

5. Quin dels següents desenvolupaments no pot ser el desenvolupament d'un cub? Raona la resposta. Només hi ha 11 possibilitats de desenvolupaments del cub diferents. Busca'n almenys tres més.



6. Si constrüeixes un cub amb el desenvolupament de la figura de l'esquerra, la cara oposada a la lletra F seria...

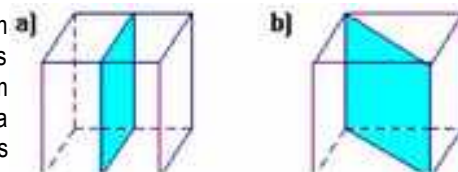
7. Hem construït un cos format per cubs petits. Observa a la dreta el dibuix del seu perfil, planta i alçada, quants cubs hem utilitzat?



8. Dibuixa en el teu quadern un tetraedre. Anomena tots els seus punts amb lletres majúscules, totes les seves rectes amb lletres minúscules, i tots els seus plans amb lletres gregues. Indica:
- Tres parells de rectes que es creuen. Quins són? Descricu-les.
 - Tres parells de rectes que siguin secants. Indica en cada cas en quin punt es tallen, i en quin pla es troben.
 - Hi ha rectes paral·leles?
9. En el dibuix del tetraedre anterior, quants plans hi ha? Hi ha plans paral·lels? Indica dos plans secants assenyalant en quina recta es tallen.

Poliedres

10. Pot existir un poliedre regular en el qual les seves cares siguin hexàgons? Quin és el nombre mínim de polígons que poden coincidir en un vèrtex? L'angle exterior de l'hexàgon és de 120° , quant val la suma de 3 angles?
11. Utilitza una trama de triangles i dibuixa en ella 6 rombes d'angles de 60° i de 120° . Forma amb ells el desenvolupament d'un poliedre, i construeix-ho. És un romboedre.
12. En una trama triangular retalla 2 triangles. Pots construir amb ells un poliedre? I amb 4? Retalla'n 5 i intenta construir un poliedre. Ara amb 6. És un treball difícil. El major que podries construir és amb 20. Sabries donar-ne una explicació?
13. Pensa en un cub. Compta les seves cares, les seves arestes i els seus vèrtexs. Anota els resultats en el teu quadern. Comprova si verifica la relació d'Euler: **Vèrtexs + cares = Arestes + 2**. Fes el mateix pensant en un prisma hexagonal i en una piràmide triangular.
14. Un baló de futbol, és un poliedre? Descricu-lo.
15. Construeix diversos poliedres. Almenys 5. Pots fer-ho de diferents formes: Amb el seu desenvolupament en cartolina; amb canyetes de refresc, fil i cola; amb escuradents i plastilina... Segur que se t'ocorren altres possibilitats!
16. Comprova que en unir els centres de les cares d'un cub s'obté un octaedre, i viceversa, si s'uneixen els centres de les cares d'un octaedre s'obté un cub. Es diu que són duals. Comprova que en unir els centres de les cares d'un icosaedre s'obté un dodecaedre, i viceversa. L'icosaedre i el dodecaedre són duals. Què s'obté si s'uneixen els centres de les cares d'un tetraedre? Quin poliedre és dual al tetraedre?
17. És possible tallar un cub en dos cossos geomètrics iguals de moltes formes com per exemple per mitjà d'un pla que passi per dues arestes i dues diagonals de les cares, o per mitjà d'un pla que passi pel punt mitjà de quatre arestes, tal com s'observa en la il·lustració. Fes el desenvolupament pla de la secció del cub de la figura b), i construeix dues d'aquestes seccions. Descricu-les. Pensa altres dos exemples de seccions del cub en dos cossos geomètrics iguals, confecciona el seu desenvolupament pla i construeix aquestes seccions.



18. Quantes diagonals té un cub? Una diagonal és un segment que uneix dos vèrtexs que no estiguin a la mateixa cara.
19. Pensa en un cub. Imagina que talles un dels seus cantons creant una secció en forma de triangle equilàter. Imagina que continues tallant per mitjà de plans paral·lels, què obtens?, amb quin tall aconseguixes el major triangle equilàter? I si continues tallant, què succeïx? Es pot obtenir un hexàgon regular? (Ajuda: Si no ets capaç d'imaginar tant pots tallar un cub fet de plastilina).
20. Dibuixa en el teu quadern tres tomografies diferents d'un cub.
21. De quina manera pots obtenir amb un únic tall d'un cub, dos prismes triangulars rectes.
22. Calcula la diagonal d'un ortoedre de costats 8, 3 i 5 cm.
23. Escricu 3 objectes quotidians que siguin **prismes quadrangulars**. Els prismes quadrangulars s'anomenen també **paral·lelepípedes**, i si les seves cares formen angles rectes s'anomenen **ortoedres**. Dels objectes que has apuntat, quins són paral·lelepípedes i quins són ortoedres?
24. Dibuixa en el teu quadern un prisma triangular i un prisma pentagonal assenyalant les cares laterals, bases,, arestes, vèrtexs i altura.
25. Observa, en un prisma, quantes cares concorren en un vèrtex? És sempre el mateix nombre?
26. Un prisma pot tenir moltes cares, però quin és el seu nombre mínim?
27. Dibuixa el desenvolupament d'una piràmide recta quadrangular, i el d'una altra d'hexagonal.

28. Pensa en un poliedre que tingui 5 cares i 5 vèrtexs. Quin tipus de poliedre és?
29. Quantes diagonals té un prisma hexagonal regular? I una piràmide hexagonal regular?
30. Dibuixa en perspectiva una piràmide pentagonal regular. Dibuixa el seu perfil, la seva planta i la seva alçada. Dibuixa una tomografia tallant per un pla paral·lel a la base.
31. Construeix un piràmide regular quadrangular de costat de la base 1 cm i altura 2 cm. Deixa la base sense tancar. construeix un prisma regular quadrangular de costat de la base 1 cm i altura 2 cm. Deixa una base sense tancar. Omple d'arena (o semblant) la piràmide i aboca-ho dins del prisma, repeteix l'operació i compta quantes vegades necessites fer-ho per a omplir el prisma.
32. Si en una piràmide pentagonal regular l'apotema mesura 10 cm i el costat de la base 4 cm, quant mesura la seva aresta?
33. Quant mesura l'aresta lateral d'una piràmide pentagonal regular l'altura de la qual mesura 5 m, si sabem que la base està inscrita en una circumferència de 2 m de radi?
34. Calcula el volum d'un con amb una generatriu de 8 cm i un radi de la base de 3 cm.
35. Calcula el volum d'un con recte si el perímetre de la base mesura 37,68 cm i la generatriu, 10 cm.
36. Calcula la superfície lateral i total d'un prisma regular hexagonal d'altura 12 cm i costat de la base 6 cm.
37. Calcula la superfície total d'un tronc de con de piràmide regular triangular de costats de les bases 8 i 4 cm, i aresta 6 cm.
38. Un cilindre recte té una superfície lateral de 67π cm². Quant mesura la seva superfície total si la seva altura mesura 10 cm?

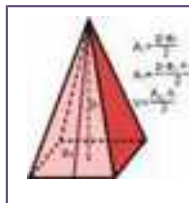
Cossos de revolució

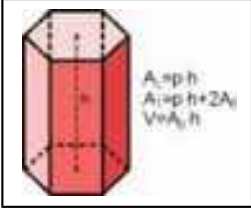
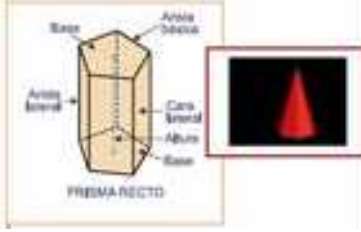
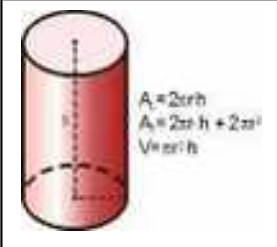
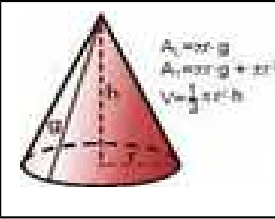

39. Dibuixa en el teu quadern els cossos que es generen al girar al voltant de:
 a) un costat, un rectangle b) un catet, un triangle rectangle c) el seu diàmetre, una cercle
40. Escribe el nom de 5 objectes que tinguin forma de cilindre.
41. Dibuixa un cilindre oblic i assenyala les bases, la cara lateral i l'altura.
42. Construeix amb cartolina un cilindre recte que tingui de radi de la base 1 cm i d'altura 2 cm.
43. Dibuixa en perspectiva cavallera un cilindre recte. Dibuixa el seu perfil, la seva planta i la seva alçada. Dibuixa 2 tomografies, una partint d'un pla paral·lel a la base i una altra partint d'un pla paral·lel a una aresta.
44. Escribe el nom de 5 objectes quotidians que tinguin forma de con.
45. Dibuixa en perspectiva cavallera un con oblic. Dibuixa la seva planta, el seu perfil i la seva alçada. Assenyala la seva base, la seva altura i la seva cara lateral.
46. Escribe el nom de 5 objectes quotidians que tinguin forma d'esfera.
47. Dibuixa una esfera en perspectiva cavallera. Dibuixa el seu perfil, planta i alçada. Dibuixa una tomografia de l'esfera.
48. Calcula el radi de l'esfera inscrita i també el de la circumscrita en un cub de costat 10 cm.
49. Calcula el radi de l'esfera inscrita i també el de la circumscrita en un tetraedre l'aresta del qual mesura 10 cm.
50. Calcula l'àrea total i el volum d'un cub de 10 cm d'aresta.
51. Calcula la superfície de cadascun dels poliedres regulars sabent que la seva aresta mesura 8 cm. (Ajuda: L'apotema del pentàgon mesura 5,4 cm).
52. Si omplim d'arena un con recte de 9 cm d'altura i de radi de la base de 4 cm, i ho buidam en un cilindre recte, també de 4 cm de radi de la base, quina altura assolirà l'arena?
53. Calcula la superfície i el volum d'una esfera si la longitud de la seva circumferència màxima és de 10π m.
54. Calcula el volum i la superfície d'una esfera inscrita i també el d'una altra circumscrita en un cub amb una aresta de 10 m.
55. a) Calcula la superfície lateral d'un cilindre circumscrit en una esfera de radi igual a 6cm. b) Calcula la superfície d'aquesta esfera.

56. Un con té d'altura $h = 7$ cm, i de radi de la base $r = 2$ cm. Calcula el seu volum, la seva generatriu i la seva superfície lateral.
57. Calcula la superfície lateral i total d'un cilindre recte generat per un rectangle de costats 3 i 8 cm en girar al voltant del seu costat major.
58. Calcula la superfície lateral i total d'un con recte generat per un triangle rectangle, de catets 3 i 8 cm, en girar al voltant del seu catet menor.
59. Duplicam l'aresta d'un cub, què succeeix amb la superfície d'una cara?, i amb el seu volum? Calcula-ho suposant que dupliques l'aresta d'un cub de costat 5 m.
60. Un dipòsit cilíndric té una capacitat de 100 L i una altura de 100 cm, quant mesura el radi de la seva base?

RESUM

Concepte	Definició	Exemples
Elements de l'espai	Punts, rectes i plans	
Sistemes de representació	Planta, perfil i alçada. Tomografia. Perspectiva cavallera.	
Posicions relatives	Dos plans, o es tallen o són paral·lels. Dues rectes a l'espai, o es tallen o són paral·leles o es creuen. Una recta i un pla, o la recta està continguda en el pla, o el talla o n'és paral·lela.	
Poliedre	Cos geomètric les cares del qual són polígons.	
Poliedres regulars	Poliedre totes les cares del qual són polígons regulars iguals i a més a cada vèrtex hi coincideixen el mateix nombre de cares.	Tetraedre, cub, octaedre, dodecaedre i icosaedre.
Prisma. Àrea. Volum.		



Piràmide. Àrea. Volum.	 <p>$V = A_b \cdot h$</p>	$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$	
Cilindre. Àrea. Volum.	$A = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot h$  <p>$V = A_b \cdot h = \pi r^2 \cdot h$</p>	$A = \pi r^2 + \pi r g$  <p>$V = A_b \cdot h/3 = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$</p>	Un cilindre de radi 3 m i d'altura 5 m té un volum de $45\pi \text{ m}^3$, i una superfície lateral de $30\pi \text{ m}^2$.
Con. Volum.	$V = A_b \cdot h = \pi r^2 \cdot h$	$V = A_b \cdot h/3 = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$	Un con de radi 3 m i d'altura 5 m, té un volum de $15\pi \text{ m}^3$.
Esfera. Volum. Superfície	$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ $V = 4/3 \cdot \pi \cdot r^3$		Una esfera de radi 3 té un volum de $36\pi \text{ m}^3$, i una superfície de $36\pi \text{ m}^2$.

AUTOAVALUACIÓ

- Quin dels següents cossos geomètrics NO té un desenvolupament pla?
 a) el cilindre b) l'esfera c) l'icosaedre d) el dodecaedre
- La definició correcta de poliedre regular és:
 a) Un poliedre totes les cares del qual són polígons regulars
 b) Un poliedre totes les cares del qual són polígons polígons iguals
 c) Un poliedre totes les cares del qual són polígons regulars i iguals
 d) Un poliedre totes les cares del qual són polígons regulars iguals i que a cada vèrtex hi coincideixen el mateix nombre de cares.
- Indica quina de les següents afirmacions és correcta
 a) Un prisma oblic pot ser regular
 b) El volum d'un prisma oblic és igual a l'àrea de la base per l'altura
 c) Les cares d'un dodecaedre són hexàgons
 d) El volum d'una piràmide és igual a l'àrea de la base per l'altura
- Una expressió de la superfície lateral d'un cilindre és:
 a) $2\pi rh$ b) $2\pi r(h + r)$ c) $2\pi r(h + r)$ d) $2/3\pi rh$
- El nombre de vèrtexs d'un icosaedre és:
 a) 20 b) 12 c) 30 d) 10
- El volum i la superfície lateral d'un prisma regular hexagonal d'altura 8 cm i costat de la base 2 cm, mesuren aproximadament:
 a) $83,1 \text{ cm}^3$; 96 cm^2 b) $35,7 \text{ cm}^3$; 48 cm^2 c) 0,1 L; 0,9 ha d) 106 m^3 ; 95 m^2
- El volum i la superfície lateral d'una piràmide regular hexagonal d'altura 2 m i de costat de la base 4 m, mesuren aproximadament:
 a) 62 cm^3 ; 24 cm^2 b) 7000 L; 0,48 ha c) 7 cm^3 ; 8 cm^2 d) $27,6 \text{ m}^3$; 48 m^2
- El volum d'un con d'altura 9 cm i radi de la base 2 cm, mesura:

- a) $0,12\pi$ L b) 36π cm³ c) 12π cm³; d) 36π cm³
9. El volum i la superfície lateral d'un cilindre d'altura 4 cm i radi de la base 5 cm, mesuren:
a) 100π m³; 40π m² b) 100π cm³; 40π cm² c) 31,4 cm³; 12,56 cm² d) 33π cm³; 7π cm²
10. El volum i la superfície d'una esfera de radi 6 cm mesuren:
a) 288π cm³; 144π cm² b) 144π cm³; 288π cm² c) 452 m³; 904 m² d) 96π cm³; 48π cm²

CAPÍTOL 8: MAGNITUDS PROPORCIONALS. PERCENTATGES

ACTIVITATS PROPOSADES

RAÓ I PROPORCIÓ

- Set persones gasten 280 litres d'aigua diàriament. Quina és la raó entre els litres consumits i el nombre de persones? Quina és la raó entre les persones i els litres consumits?
- Mig quilo de cireres va costar 1,90 €. Expressa la raó entre quilos i euros.
- La raó entre dos magnituds és 36. Escriu un exemple dels valors que puguin tenir aquestes dues magnituds
- Completa les proporcions següents:
 - $\frac{0,3}{x} = \frac{7}{14}$
 - $\frac{x}{9,5} = \frac{4,7}{1,9}$
 - $\frac{0,05}{100} = \frac{x}{400}$
- Ordena aquestes dades per compondre una proporció:
 - 12, 3, 40, 10
 - 24, 40, 50, 30
 - 0,36; 0,06; 0,3; 1,8
- Còpia en el teu quadern i completa la taula sabent que la raó de proporcionalitat és 2,5:

0,5	9	6		20			2,5
			50		8	25	

2. MAGNITUDS DIRECTAMENT PROPORCIONALS

- Assenyala d'aquests parells de magnituds, aquelles que són directament proporcionals:
 - La quantitat de filets que he de comprar i el nombre de persones que vénen a menjar.
 - El pes d'una persona i la seva altura.
 - El nombre de pisos que puja un ascensor i les persones que hi caben dintre.
 - El preu d'una tela i la quantitat en que necessit per fer un vestit.
 - Les entrades venudes per a un concert i els diners recaptats
 - El pes d'una persona i el seu sou.
- Calcula els termes que falten per a completar les proporcions:
 - $\frac{25}{50} = \frac{30}{x}$
 - $\frac{300}{100} = \frac{7}{x}$
 - $\frac{7,5}{56,9} = \frac{x}{2}$
- Ordena aquests valors de manera que formin una proporció directa:
 - 3,9 0,3 1,3 0,1
 - 5, 12, 6, 10
 - 0,18 4 0,4 18. Hi ha més d'una solució?
- El cotxe d'en Joan gasta 5,5 litres de gasolina cada 100 km, quants litres gastarà en un viatge de 673 km?
- A una rifa s'han venut 250 paperetes i s'han recaptat 625 euros. A quant es venia cada papereta? Quant haurien recaptat si haguessin venut 900 paperetes?
- Per cuinar una fabada per a 6 persones necessites 750 g de fesols, quantes persones poden menjar fabada si utilitzam 6 kg de fesols?
- Quatre camisetes ens van costar 25,5 €, quant pagarem per 14 camisetes iguals?
- Calcula mentalment:
 - El 50 % de 240
 - l'1 % de 570
 - el 10 % de 600
 - el 300 % de 9
- Completa la taula:

Quantitat inicial	%	Resultat
500	25	
720		108
60	140	
	60	294
- En un hotel estan allotjades 400 persones. D'elles, 40 són italianes, 120 són franceses, 100 són alemanyes i la resta russes. Calcula el % que representa cada grup sobre el total.
- En una botiga ofereixen un 15 % de descompte en comprar una rentadora que costa 420 €. Quant suposa el descompte? Quin és el preu final de la rentadora?
- Quina d'aquestes dues ofertes ofereix un major % de descompte:

Abans 44,99 €
Ara 31,99 €

Abans 11,99 €
Ara 9,99 €

- a) D'una factura de 540 € n'he pagat 459 €. M'han aplicat un % de descompte
 b) M'han descomptat el 16 % d'una factura de € i he pagat 546 €.
 c) Per pagar al comptat un moble m'han descomptat el 12 % i m'he estalviat 90 €. Quin era el preu del moble sense descompte?
20. Calcula el preu final després d'aplicar el 68 % d'increment percentual sobre 900 €.
21. Una persona inverteix 3570 € en accions, i al cap d'un any la seva inversió s'ha convertit en 3659,25 €. Calcula l'augment percentual aplicat al seus doblers.
22. El preu de venda dels articles d'una botiga és el 135 % del preu al qual els va comprar el comerciant. A quin preu va comprar el comerciant un article que està a la venda per 54 €?
23. En Estats Units hi ha la norma de deixar un mínim del 10 % de propina en restaurants o taxis sobre l'import de la factura. Calcula en aquesta taula el que han hagut de pagar aquests clients que han quedat molt satisfets i afegeixen un 15 % de propina:

Importe factura	34 \$	105 \$	90,4 \$	100,20 \$	12 \$
Preu final					

24. El preu d'un televisor és de 650€ + 21% IVA. Ho pagarem en sis mesos sense recàrrec. Calcula la quota mensual.

3. ESCALES: PLANS I MAPES

25. Escribe quatre exemples en els quals s'utilitzin escales.
26. La distància entre Madrid i València és 350 km. En el mapa, la distància entre les dues ciutats és de 3,7 cm. A quina escala està dibuixat el mapa?
27. Completa la següent taula tenint en compte que l'escala aplicada és 1 : 1000

Dibuix	Mesura real
36 cm	
	7,7 km
0,005 m	

28. Calcula l'escala corresponent a cada exemple de la taula:

Dibuix	Mesura real	Escala
1,5 cm	900 m	
7 cm	7,7 hm	
4 cm	12 km	

4. MAGNITUDS INVERSAMENT PROPORCIONALS

29. Cinc treballadors acaben la seva tasca en 8 dies. El nombre de treballadors i el nombre de dies que tarden, són magnituds directa o inversament proporcionals? Quina és la raó de proporcionalitat?
30. Completa la taula de proporcionalitat inversa i assenyala el coeficient de proporcionalitat.


Velocitat en km/h	100	120			75
Temps en hores	6		20	4	

31. Hem tallat una peça de tela en 24 draps de 0,80 m de llarg cadascun. Quants draps de 1,20 m de llarg hauríem pogut tallar?
32. Cinc amics volen fer un regal d'aniversari. Han de posar cada un 5,40 €. Altres quatre amics s'uneixen al grup per contribuir al regal, quants euros ha de posar ara cadascú?
33. Per a pintar una casa, el pintor hi dedica 8 hores diàries durant 6 dies. Si treballés 10 dies, quantes hores diàries necessitaria?

REGLA DE TRES COMPOSTA

34. Sis persones gasten 2100 € durant 4 mesos en despeses Si durant 10 mesos han gastat 3600 €, a quantes persones correspon?
35. Amb una jornada de 8 hores diàries, un equip de 20 persones tarda 9 dies per concloure un treball. Quantes persones es necessiten per realitzar el mateix treball en 5 dies i treballant 9 hores diàries?

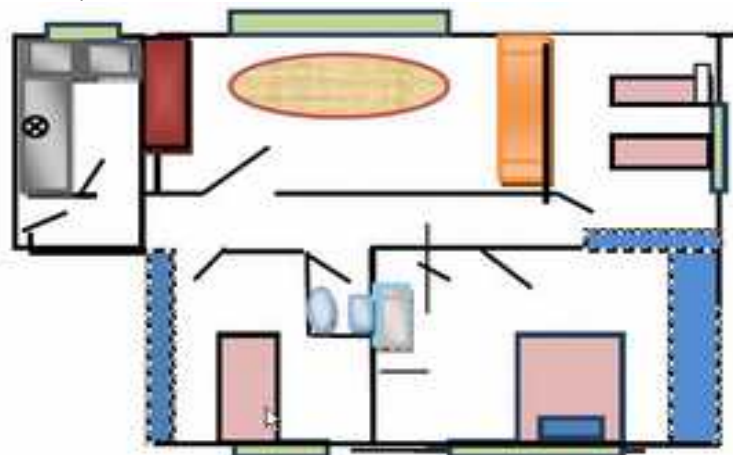
7. En quina d'aquestes receptes és major la proporció entre la farina i el sucre?

MASSA DE ROSQUILLES	MASSA DE ROSQUILLES	
2kg de farina 6 ous 1kg i mig de sucre	Mig kg de farina 4 ous 400 g de sucre	

8. Tenim el pinso suficient per donar de menjar a les 45 vaques durant 30 dies. Si venem 9 vaques, amb la mateixa quantitat de pinso quants dies podrem donar de menjar a les vaques que ens queden?
9. Calcula la raó de proporcionalitat i completa la taula de proporcionalitat inversa:

Velocitat en km/h	90	120	75	3
Temps en hores	4,5	10	3	75

10. Cada caramel costa 5 cent i pesa 4 g. Compram una bossa de 100 g de caramels. Quants caramels conté la bossa? Quant ens costaran?
11. Si obrim dues aixetes el dipòsit s'omple en 4 hores i mitja. quin temps tardaran a omplir el mateix dipòsit 5 aixetes si totes tenen el mateix cabal que les dues primeres?
12. Observa el plànol d'aquesta casa dibuixat a una escala 1:400. Quines són les dimensions reals del saló? I de la cuina?



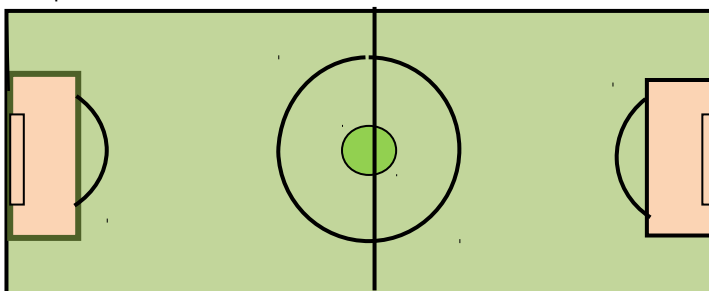
13. Expressa en euros el canvi de 1400 \$, si cada euro cotitza a 1,26 \$
14. L'aigua, en congelar-se, augmenta un 10 % el seu volum. Quants litres d'aigua necessitem per aconseguir una barra de gel de 75 dm³?
15. Uns pantalons costaven 36 € però a les rebaixes es venen a 28 €. Quin % els han rebaixat?
16. El preu d'un televisor és 847 €, IVA inclòs del 21%. Calcula el preu sense IVA .
17. Assenyala en cada parell de magnituds si són directa o inversament proporcionals:
- La quantitat d'arbres talats i els quilos de llenya emmagatzemats.
 - La velocitat del tren i el temps que tarda a arribar al seu destí.
 - La grandària de la bossa i la quantitat de bosses necessàries per guardar la compra.
 - La distància que recorre un automòbil i la gasolina que gasta.
 - Les persones que assisteixen a l'aniversari i la grandària del tros de pastís que toca a cadascú.
 - El radi d'una circumferència i la seva longitud.
 - Les bombetes que il·luminen una sala i la despesa d'electricitat.
18. Per buidar un dipòsit hem utilitzat 17 poals de 22 litres cadascun. Si la següent vegada els poals tenen una capacitat de 34 litres quants poals necessitarem?
19. En aquesta etiqueta es veu el preu inicial i el preu rebaixat. Calcula el % de rebaixa que s'ha aplicat

Abans 23,95 €	Després 15,95 €
-------------------------	---------------------------

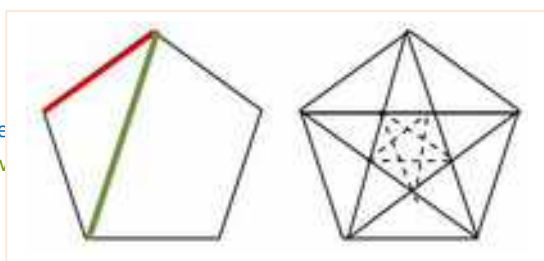
20. L'1 de gener de 2010 l'abonament de 10 viatges del metro de Madrid va passar a costar 9 €, el que suposava un augment d'un 21,6 % sobre el preu anterior. En 2013, l'abonament de 10 viatges costa 12,20 €. Quin % ha augmentat el preu de l'abonament entre 2010 i 2013? Quant costava el bo abans de la pujada de 2010? Quin % ha augmentat el seu cost des d'abans de la pujada de 2010?
21. Un empleat públic que guanya 1154 € nets al mes patirà un retall de sou del 5% a partir de l'1 de gener de 2014. Quants diners deixarà de guanyar al cap d'un trimestre?
22. A les ciutats s'han instal·lat parquímetres de manera que es cobra l'aparcament per mitjà d'unes tarifes. Hi ha dos tipus de zones amb diferents tarifes. A la vista d'aquest quadre de preus, quant costa estacionar un cotxe en zona blava i en zona verda durant 80 minuts? I durant 45 minuts?

Zona blava	Tarifa	Zona verda	Tarifa
Fins a vint minuts	0,25 €	Fins a vint minuts	0,55 €
Fins a mitja hora	0,45 €	Fins a mitja hora	1,05 €
Fins a una hora	1,20 €	Fins a una hora	2,25 €
Fins una hora i mitja	1,90 €	Fins una hora i mitja (màx)	3,50 €
Fins a dues hores	2,50 €		

23. El preu d'un ordinador portàtil és de 899€, IVA (21 %) inclòs. Calcula el seu preu sense IVA.
24. El joc de quatre neumàtics per a un cotxe s'oferta a 324€ + IVA (21 %). Calcula el preu de cada roda.
25. En un dibuix, el camp de futbol mesura 24 cm de llarg per 16 cm d'ample. A la realitat el camp mesura 90 m de llarg, quant mesura d'ample? A quina escala està dibuixat?



26. A un mapa dibuixat a escala 1: 250000, la distància entre dos punts és de 0,15 m. Calcula la distància real en km.
27. La base i l'altura d'un rectangle mesuren 14 cm i 32 cm. A quina escala hem dibuixat un altre rectangle semblant a l'anterior, de 49 cm de base? Calcula la seva altura.
28. Amb 840 kg de pinso alimentam a 12 animals durant 8 dies. Quants animals semblants podríem alimentar amb 2130 kg durant 15 dies?
29. Per a descarregar 2580 kg de mercaderia en 4 dies contractem 6 persones. Si només podem comptar amb 5 persones i la càrrega és de 3000 kg, quants dies tardarem a descarregar-la?
30. Teano va ser una matemàtica grega que va viure en el segle sisè abans de la nostra era. Es va casar amb Pitàgores i va treballar a la seva escola difonent els coneixements científics i matemàtics arreu de tots els pobles del Mediterrani, entre aquests coneixements **la proporció àuria**. Se sap que Teano va escriure moltes obres i tractats sobre tot tipus de temes. Se li atribueixen escrits sobre poliedres regulars, sobre temes filosòfics i sobre les propietats del pentàgon regular, símbol de l'escola pitagòrica, i la seva relació amb el nombre d'or.



31. Si dibuixam un pentàgon regular, i traçam les seves

diagonals. Es forma en el seu interior un altre pentàgon regular més petit, i el procés pot realitzar-se de forma successiva.

La raó entre la diagonal del pentàgon i un dels seus costats és el nombre d'or:

$$\underline{\text{Diagonal}} = 1,618\dots$$

Costat

32. Al nombre d'or se l'anomena "La Divina Proporció" perquè els objectes auri són harmoniosos a la vista. Això succeeix amb les dimensions de molts rectangles. Si dividim el costat major entre el menor obtenim el nombre d'or. Busca al teu voltant algun d'aquests rectangles harmoniosos.

33. El nombre d'or, del que coneixeràs més característiques en pròxims cursos, té un valor aproximat de 1,62.

Si vols saber si ets àuria o auri, pots establir la raó següent:

$$\frac{\text{la teva altura}}{\text{distància entre el sòl i el teu melic}} \quad \text{i ha d'aproximar-se el més possible al nombre d'or. Mesura't.}$$

AUTOAVALUACIÓ

- La quantitat d'animals d'un zoo i els excrements diaris que s'hi arrepleguen és una relació
 - Proporcional directa
 - proporcional inversa
 - no és proporcional
- Set caixes de galletes d'un quilo i mig cadascuna ens han costat 12,6 €. Si vull comprar 22 kg de galletes, em costaran:
 - 22,4 €
 - 30.6 €
 - 26.4 €
 - 24.2 €
- En aplicar un 24 % de descompte sobre una factura, hem hagut de pagar 699,20€. L'import total de la factura sense descompte era:
 - 920€
 - 1220€
 - 880€
- Per anar de Jaén a Cadis per carretera, a una velocitat mitjana de 86 km/h, es tarden 4h i 15 minuts. Si augmentam la velocitat a 100 km/h, quant es tardarà a fer el recorregut?
 - 3h 39 minuts
 - 3h 6 minuts
 - 3h 56 minuts
- La distància entre dues ciutats és de 108 km. En el mapa es representa amb una distància de 6 cm. L'escala del mapa és:
 - 1:180000
 - 1: 18000
 - 1:1600000
 - 1:1800000
- Una sala d'espectacles té capacitat per a 280 persones. El preu de cada entrada és de 14 €. Avui s'han venut el 85 % de totes les entrades de la sala, i d'elles, 50 amb un 15 % de descompte. La recaptació total ha sigut:
 - 3227 €
 - 2998 €
 - 3028 €
- Completa les dades que falten en aquesta taula de **proporcionalitat inversa** :

Persones que realitzen un treball	30		10	9	
Dies que tarden a realitzar-lo	15	6			25

- 12; 5; 4,5; 50
 - 75; 45; 30; 18
 - 75; 45; 50; 18
- Quatre persones han pagat 1540 € per 7 nits d'hotel. Quant hauran de pagar 6 persones si desitgen passar 12 nits en el mateix hotel?
 - 3690 €
 - 3960 €
 - 3820 €
 - Un fuster tarda 18 dies per fabricar 3 armari treballant 5 hores al dia. Quants dies necessitarà per construir 5 armari, emprant 3 hores al dia?
 - 40 dies
 - 30 dies
 - 50 dies
 - 48 estudiants necessiten 12450 € per organitzar un viatge d'estudis de 10 dies. Quants dies durarà el viatge si disposen d'un 15 % més de diners i hi van 8 estudiants menys?
 - 12 dies
 - 18 dies
 - 15 dies

CAPÍTOL 9: ÀLGEBRA

ACTIVITATS PROPOSADES

1. LLENGUATGE ALGEBRAIC

- Expressa les següents frases en llenguatge algebraic:
 - El triple d'un nombre més la seva meitat.
 - L'edat d'una persona d'aquí a 10 anys.
 - La sisena part d'un nombre menys el seu quadrat.
 - La diferència entre dos nombres consecutius.
- Un mag li proposa un joc a N'Adela: Pensa un nombre, suma-li 7, multiplica el resultat per 2, resta-li 10 i resta-li el nombre que havies pensat al principi. Digues què surt. N'Adela va dir 9. I el mag li contesta immediatament: el nombre que has pensat és 5. Endevina com ho ha sabut el mag.
- Vols ser tu ara el mag? Inventa un joc per poder endevinar el nombre pensat i escriu-lo. Escriu les operacions en llenguatge algebraic.
- Assenyala el coeficient, la part literal i el nombre de termes o monomis dels polinomis següents:
 - $3 - 14xy$
 - $2a + 6b - 9c$
 - $6xy + 8$
 - $2xy + 6 - 4y$
- Calcula el valor numèric dels polinomis següents:
 - $6x + 4y$ per a $x = 3, i = 2$.
 - $2 - 3a$ per a $a = -5$.
 - $5a + 9b - 7c$ per a $b = -1, a = -1$ i $c = +2$
- Per a cada un dels següents polinomis destaca el seu grau i els monomis que el constitueixen:
 - $3x^6 + 7x^2 - x$
 - $7x^3 + 8x^5 - 6x^2$
 - $3xy^6 + 7xy^2 - 2xy$
- Considerem el polinomi $p(x) = 3x^6 + 7x^2 - x$. Troba els següents valors numèrics de p : $p(0)$, $p(1)$, $p(-1)$, $p(2)$
- Realitza les següents sumes de polinomis:
 - $(-x^3 + x - 5) + (2x^2 + 5x + 4) + (-4x^3 - 2x^2 + 3x)$
 - $(x^2 + 4) + (-2x + 4) + (-6x^3 + 3x^2 + x + 1) - x^2$
- Efectua els següents productes de polinomis:
 - $(-2x) \cdot (3x^2 - 4)$
 - $(2x^3 + 1) \cdot (-4x + 5)$
 - $(4x^3 - x^2 - 1) \cdot (2x + 6)$
 - $(-1) \cdot (8x^2 + 7x - 9)$

2. EQUACIONS DE PRIMER GRAU

10. Copia en el teu quadern la següent taula i completa-la:

Equació	Primer membre	Segon membre	Incògnites
$4x - 5 = 6x - 7$			
	$3x + 2$	$x - 9$	
$8a + 7 = 65$			
	$4x - 3y$	$2 + y$	

- Indica el nombre d'incògnites de les equacions següents:
 - $x - 2y = 3x + 4$
 - $5x + 6y^2 = 7$
 - $8a + 9a^2 = 1$
 - $2x + 3x^2 = 4$
- Indica el grau de les equacions següents:
 - $5x - 6 = 7x + 8$
 - $9x + y^2 = 13$
 - $x + 2x^2 = 3$
 - $4x + 5xy^2 = 6$
- Esbrina quin dels nombres és la solució de l'equació i escriu-lo en el teu quadern:

Equació	Possibles solucions		Equació	Possibles solucions
$3x + 5 = x - 1$	2, -1, -3		$a^2 - 6 = -2$	-2, -6, 2
$x + 6 = 4x - 3$	3, -2, -3		$b - 4 = 8 - b$	3, 4, 6

14. Resol les equacions següents:
 a) $5x - 1 = 3x - 4$ b) $7x + 9 = 5x - 6$ c) $6x + 8 = 14$ d) $3x - 9 = 2x - 11$
15. Tria entre les següents equacions totes les que siguin equivalents a l'equació $3x - 6 = x + 10$.
 a) $x - 10 = 5$ b) $16 - x = 3x - 5x$ c) $4x = 32$ d) $2x = 10 + 6$ e) $8 = x$
16. Escriu dues equacions equivalents a cadascuna de les equacions següents:
 a) $2x - 5 = 13$ b) $3x = 15$ c) $5x + 12 = 7$ d) $x = -5$

3. RESOLUCIÓ DE PROBLEMES PER MITJÀ D'EQUACIONS

17. La suma de tres nombres consecutius és igual al doble del major més 3. Calcula els tres nombres.
18. La mare de n'Albert té el triple de l'edat del seu fill, i aquest té 32 anys menys que sa mare. Quants anys tenen cada un?
19. Un mag li va dir: *Pensa un nombre, suma-li 12, multiplica per 2 el resultat, resta-li 20 i divideix el resultat per 2. Digues que et surt. Va dir 35.* I el mag li va contestar immediatament: El nombre que vas pensar és 33. Endequina com ho va saber el mag. (Suggeriment: escriu prèviament la cadena d'operacions en llenguatge algebraic).
20. Pensa un nombre, multiplica'l per 10, resta-li el nombre que has pensat i divideix el resultat entre 9. Has obtingut el nombre que vas pensar! Busca el truc: escriu algebraicament, anomenant x el nombre, l'expressió algebraica de les operacions realitzades, i endequina com ho va saber el mag.
21. Si la suma de tres nombres consecutius és 63, de quins nombres és tracta?
22. Hem comprat 8 llibres iguals i hem pagat amb un bitllet de 50 €. Si ens han tornat 10 €, quant costava cada llibre?
23. Cada un dels costats iguals d'un triangle isòsceles és igual al doble del tercer costat menys 2 cm. Calcula la seva mesura si el perímetre del triangle és 84 cm.
24. Calcula l'àrea d'un triangle rectangle, sabent que els seus catets sumen 20 cm i que el catet major mesura 4 cm més que el menor.
25. Calcula la mesura dels angles aguts d'un triangle rectangle, sabent que l'angle major és igual al triple del menor menys 6° .
26. Dues motos surten al mateix temps de dos punts que disten 420 km, en la mateixa direcció però en sentit contrari. La primera porta una velocitat de 60 km/h i la segona, de 80 km/h. Quant temps tardaran a trobar-se?
27. Dos cotxes surten de dos punts situats a 560 km de distància, un a la trobada d'e l'altre. El primer porta una velocitat de 70 km/h i el segon de 90 km/h. Quantes hores tarden a trobar-se?
28. Si en el portamonedes tenim 16 monedes, entre monedes de 10 cèntims i monedes de 20 cèntims d'euro, i en total reunim 2 €, quantes monedes tenim de cada classe?
29. Si un bolígraf val el triple del preu que 'un llapis, he comprat un total de 7 llapis i bolígrafs i he pagat en total 5,50 €, quants bolígrafs i quants llapis he comprat?
30. Na Neus té una parella d'hàmsters amb una ventrada de diverses cries. Li regala a una amiga la meitat de les cries. A un segon amic li regala la meitat de les cries que li queden més 2 cries. L'única cria que li queda la regala a un tercer amic. Quantes cries formaven la ventrada?
31. Dues amigues, na Maria i n'Aina, varen visitar una granja on hi havia gallines i conills. En sortir n'Aina li va preguntar a na Maria: Saps quantes gallines i quants conills hi havia. No, va dir na maria, però hi havia en total 72 ulls i 122 potes. Esbrina el nombre de gallines i de conills de la granja.
32. D'un dipòsit ple de líquid es va treure la meitat del contingut, després la tercera part del que quedava i encara queden 1600 litres. Calcula la capacitat del dipòsit.

4. EQUACIONS DE 2n GRAU

33. Indica si són equacions de segon grau les equacions següents:

a) $5x^2 - \sqrt{2}x + 8 = 0$

c) $3x^2 - 5 = 0$

e) $2x^2 - \frac{3}{x} = 0$

b) $7xy^2 - 2 = 0$

d) $6 - 8,3x = 0$

f) $2x^2 - 3\sqrt{x} + 4 = 0$

34. En les següents equacions de segon grau, indica qui són a , b i c .

a) $7 - 8x^2 + 2x = 0$

b) $-6x^2 + 9x = 0$

c) $4x^2 - 5 = 0$

d) $x^2 - 3x + 5 = 0$

35. Resol les següents equacions de 2n grau incompletes:

a) $3x^2 + 9x = 0$

b) $2x^2 - 8 = 0$

c) $x^2 - 81 = 0$

d) $2x^2 + 5x = 0$

36. Resol les següents equacions de 2n grau completes:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $2x^2 + 5x - 7 = 0$

c) $3x^2 - 8x + 2 = 0$

d) $x^2 - x - 12 = 0$

5. SISTEMES D'EQUACIONS LINEALS

37. Raona si són o no sistemes d'equacions lineals els sistemes següents:

a) $\begin{cases} xy + 7y = 9 \\ 8x - 5y = 10 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2y - 3x = 4 \\ 5x - 6y = -7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 8x - 9 = 5y \\ 4x + 7y = 2/3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x^2 + y = 2 \\ 3x + y^2 = 4 \end{cases}$

38. Resol els següents sistemes pel **mètode de substitució**:

a) $\begin{cases} 2x + 4y = -5 \\ 3x - 6y = 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 4y = 0 \\ 3x + 6y = 11 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 7y = 1 \\ 8x + 7y = 10 \end{cases}$

39. Resol els següents sistemes pel **mètode d'igualació**:

a) $\begin{cases} 6x + 7y = 8 \\ -2x + 3y = -4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 7x - 4y = 3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$

40. Resol els següents sistemes pel **mètode de reducció**:

a) $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - 5y = 14 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + 3y = 2 \\ 4x + y = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 3x - 2y = 13 \end{cases}$

RESUM

Expressió algebraica	Expressions que reflecteixen una situació mitjançant lletres i nombres	L'àrea d'un rectangle és igual a la base per l'altura: $A = b \cdot a$
Valor numèric d'una expressió algebraica	Nombre que s'obté en substituir les lletres per nombres i fer les operacions.	El valor numèric de $x + 3x + 5$ per $a = -2$ és: $-2 + 3(-2) + 5 = -2 - 6 + 5 = -3$
Equació	Igualtat entre dues expressions algebraiques.	$3x - 1 = 2x + 5$
Incògnites	Lletres de valor desconegut que conté una equació.	A l'equació $3x - 1 = 2x + 5$ la incògnita és x .
Grau d'una equació	El major exponent de la incògnita.	L'equació $3x - 1 = 2x + 5$ és de primer grau. L'equació $2x + 3x^2 = 27$ és de segon grau.
Solució d'una equació	Nombre per el que es pot substituir la incògnita per tal que la igualtat sigui certa.	La solució de $3x - 1 = 2x + 5$ és $x = 6$.
Resoldre una equació	És trobar-ne la solució.	$3x - 1 = 2x + 5$ $3x - 2x - 1 + 1 = 2x - 2x + 5 + 1; x = 6$

Equacions equivalents	Tenen les mateixes solucions	$2x - 5 = x + 2$ és equivalent a: $2x - x = 2 + 5$
Passes per resoldre una equació	1. Suprimir parèntesis. 2. Suprimir denominadors. 3. Transposar els termes amb x a un membre i aquells que no en tenen a l'altre. 4. Reduir. 5. Aïllar la x.	$2(3x - 1) = \frac{7}{2}$ $6x - 2 = \frac{7}{2}$ $12x - 4 = 7$ $12x = 7 + 4$ $12x = 11$ $x = \frac{11}{12}$
Passes per resoldre un problema mitjançant equacions	Llegir l'enunciat. Escriure l'equació. Resoldre l'equació. Comprovar la solució.	Trobar un nombre que sumat a 7 dóna el mateix que el seu doble menys 3. $x + 7 = 2x - 3$ $x - 2x = -3 - 7$ $-x = -10$ $x = 10 \rightarrow 10 + 7 = 2 \cdot 10 - 3$
Equació de segon grau	És una equació algebraica a la qual la major potència de la incògnita és 2. Té la forma general: $ax^2 + bx + c = 0$ on a, b i c són nombres reals, i on $a \neq 0$.	$-3x^2 + 7x + -8 = 0$
Resolució d'equacions de 2n grau incompletes	Si $b = 0 \rightarrow ax^2 + c = 0$, aïllam la incògnita: $x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$ Si $c = 0 \rightarrow ax^2 + bx = 0$, extreim x com a factor comú i llavors \rightarrow o bé $x = 0$ o bé $x = \frac{-b}{a}$	$2x^2 - 18 = 0: x = \pm \sqrt{9} = \pm 3$ $3x^2 - 15x = 0$ $x(3x - 15) = 0 \rightarrow$ o bé $x = 0$ o bé $3x - 15 = 0$ $3x = 15$ $x_2 = 15/3 = 5$
Resolució d'equacions de 2n grau completes	S'usa la fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x^2 - 5x + 6 = 0:$ $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2}$ $x_1 = 3, x_2 = 2$
Sistemes d'equacions lineals	$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$	$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 7x - 3y = 4 \end{cases}$
Mètodes de resolució de sistemes d'equacions lineals	Substitució: aïllam una incògnita i la substituïm a l'altra equació. Igualació: aïllam la mateixa incògnita de les dues equacions i igualam els resultats formant una equació d'una sola incògnita. Reducció: sumam les dues equacions, si fa falta multiplicant-les pels nombres adequats, de tal manera que s'elimini una de les dues incògnites.	

EXERCICIS I PROBLEMES

Llenguatge algebraic

1. Si anomenem x l'edat d'en Lluís, expressa algebraicament:
 - a) L'edat de na Lola, que té l'edat que en Lluís tenia fa 11 anys.
 - b) L'edat d'en Jordi, que té l'edat que en Lluís tindrà d'aquí a 2 anys.
 - c) Els anys que falten perquè en Lluís compleixi 30 anys.
 - d) L'edat de na Carme, que té la meitat de l'edat d'en Lluís.
2. En una granja hi ha un nombre d'ovelles desconegut. Indica en llenguatge algebraic el nombre de potes i d'orelles que hi ha.
3. Escribe en llenguatge algebraic
 - a) L'edat de na Cristina és el doble de la que la que tindrà el seu germà d'aquí a 5 anys
 - b) L'edat d'en Rafel és la tercera part que la que tenia la seva germana fa 3 anys.
4. Escribe en el teu quadern utilitzant expressions algebraiques:
 - a) Na Raquel té x postals.
 - b) En Pere té 10 postals més que na Raquel.
 - c) Na Teresa té el triple de postals que en Pere.
 - d) Na Carme té el mateix nombre de postals que na Raquel i en Pere junts.
 - e) Na Marta té la meitat de postals que na Teresa.
5. Copia en el teu quadern i relaciona cada enunciat verbal amb la seva expressió algebraica:

a) Sumar 9 al triple d'un nombre.	1) $3x + 2(x + 1)$
b) Restar 7 a la meitat d'un nombre.	2) $3x + 9$
c) El triple d'un nombre més el doble del següent.	3) $8x$
d) El que ens tornen si pagam 20 € per una compra.	4) $x/2 - 7$
e) El perímetre de un octàgon regular.	5) $x - 3$
f) L'edat de fa 3 anys.	6) $20 - x$
6. Calcula el valor numèric de les següents igualtats per al valor indicat de x :

a) $0,5 + 3x$ per $a = 3$	b) $1,6x$ per $a = 0,75$	c) $4 + 1,5x$ per $a = 2,1$
---------------------------	--------------------------	-----------------------------
7. Simplifica les expressions següents:

a) $3a^2b - 2a^2b + 7a^2b$	b) $5xy + 7xy - 2xy$	c) $6x + 9x - 3x$
d) $2x + 7x - 2y$	e) $3ab + 8ab - 6ab$	e) $1/2x^2 + 3/4x^2 - 3x$
8. Realitza les operacions següents

a) $3x + 5x - 2y + 9y - 4x - 3y$	b) $(2x - 5x^2) - (3x^2 + 5x)$
c) $3(7x - 3) - 2(2x + 5)$	d) $2a - 5a + 7a - 8a + b$

Equacions de primer grau

9. Troba el nombre que falta:

a) $\# + 2 = 5$	b) $\# - 1 = -3$	c) $\# - 4 = 6$	d) $-1 = \# - 4$
-----------------	------------------	-----------------	------------------
10. Resol **mentalment** les següents equacions i escriu la solució en el teu quadern:

a) $x + 3 = 2$	b) $x - 2 = 3$	c) $x/5 = 1$	d) $x/3 + 2/3 = 4/3$
----------------	----------------	--------------	----------------------
11. Si na Clara té x anys i sabem que encara no ha complert els 5, indica quina de les següents persones pot ser la mare de na Clara:

Persona	Edat en anys
Júlia	$3x - 9$
Maria	$x^2 - 17$
Fàtima	$3x + 5 + 7x + 6$
Elisa	$x - 2x + 9$

12. Tria, d'entre les equacions següents, aquelles que siguin equivalents a l'equació $3x - 6 = x + 9$.
- a) $x + 10 = 17,5$ c) $8 - x = 3x - 5x$ e) $4x = 30$ g) $2x = 9 + 6$ i) $10 - 2,5 = x$
 b) $6x + 2x = 60$ d) $5x - 6 = 3x + 9$ f) $-6 - 9 = x - 3x$ h) $3x = 15$ j) $x = 7,5$
13. Resol les equacions següents:
- a) $2x - 5 = 4x - 7$ d) $x + 9 = 3x - 3$ g) $4x + 2 = 14$ i) $3x - 5 = 2x - 5$
 b) $x - 12 = 7x + 6$ e) $5x - x + 7 = 2x + 15$ h) $3x - 4 = x + 18$ k) $3x - 4 + x = 8$
 c) $x - 1 = x + 5x + 9$ f) $2x - 27 = x$ i) $4x - 6 = x + 9$ l) $3 - 10 = x + 1$
14. Escriu tres equacions equivalents a $2x - 3 = 5$.
15. Escriu tres equacions que tinguin com a solució $x = 7$.
16. Resol les equacions següents:
- a) $x - 5 = 9$ b) $x - 8 = 2$ c) $x - 3 = 4$ d) $x - 9 = 6$
17. Resol en el teu quadern les equacions següents:
- a) $2x + 4x = 54$ b) $4x - 3x = 16$ c) $5(x - 2) = 70$ d) $-5x - 2x = -49$
18. Resol les equacions següents:
- a. $2x + 3 = 5$ b. $4x - 5 = x + 4$ c. $\frac{x}{3} = 2$ d. $-2(3x - 4) = 2x + 5$
19. Resol les equacions següents:
- a) $4x - 4 = 2x$ b) $2(x + 7) = x$ c) $\frac{x}{3} + 2 = x$ d) $3(x + 3x) = x + 50$
20. Resol les equacions:
- a) $\frac{x}{2} - 2(x - 3x) = 27$ b) $2x - (2x - 3) + x = 4$ c) $7 = 1 + \frac{x}{2}$ d) $4 - x = 2 + \frac{x}{2}$
21. Resol:
- a) $\frac{x}{3} = 7$ b) $3x = 9$; c) $x + 4 = 12$; d) $x - 7 = 1$
22. Practica en el teu quadern resolent les següents sèries d'equacions:
- 1a sèrie**
- 1) $x + 4 = 6$ 2) $x + 6 = 3$ 3) $15 = 11 + x$ 4) $7 = x + 3$ 5) $x + 8 = 4$
 6) $x + 6 = 8$ 7) $x + 7 = 3$ 8) $8 + x = 16$ 9) $3 = 7 + x$ 10) $2 = x + 4$
- 2a sèrie**
- 11) $x - 3 = 6$ 12) $x - 4 = 2$ 13) $4 = x - 1$ 14) $7 - x = 2$ 15) $6 - x = 4$
 16) $3 = 9 - x$ 17) $x - 4 = 7$ 18) $x - 2 = 0$ 19) $8 - x = 3$ 20) $9 - x = 5$
- 3a sèrie**
- 21) $3x = 6$ 22) $4x = 16$ 23) $6x = 18$ 24) $8 = 2x$ 25) $-12 = 3x$
 26) $2x = -6$ 27) $4x = 11$ 28) $3x = 6$ 29) $9 = 3x$ 30) $18 = 6x$
- 4a sèrie**
- 31) $\frac{x}{5} = 1$ 32) $\frac{x}{3} = 7$ 33) $\frac{x}{-2} = 3$ 34) $\frac{x}{5} = \frac{2}{3}$ 35) $\frac{x}{10} = \frac{3}{2}$
 36) $\frac{x}{7} = 2$ 37) $\frac{x}{12} = \frac{3}{4}$ 38) $\frac{x}{3} = \frac{-2}{9}$ 39) $\frac{x}{5} = -2$ 40) $\frac{x}{7} = \frac{3}{14}$
- 5a sèrie**
- 41) $x + 3x = 16$ 42) $4x + 2x = 6$ 43) $6x = 8 + 10$ 44) $3x + 7 = 4$
 45) $2x + 7 = 11 + 4x$ 46) $x + 1 = 2x - 5 + 2x$ 47) $3x - 2 + 4x = 3 - 3x + 1$
 48) $4x - 3 + x = 3x + 7$ 49) $x + 4 + 4x = 2 - 2x + 5$ 50) $6x + 4 - 2x = 3 + 2x - 7$
- 6a sèrie**

$$51) \frac{x}{3} - 2 = 4 \quad 52) \frac{3x}{5} + 4 = 3 \quad 53) \frac{x}{3} + \frac{2x}{3} = 7 \quad 54) \frac{x}{5} + \frac{3x}{5} = 9 \quad 55) \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + 3 = 5$$

$$6) \frac{3x}{7} + \frac{2x}{7} + 3 = 6 \quad 57) x + \frac{x}{5} - 1 = 5 \quad 58) \frac{x}{2} - \frac{5x}{2} + 3 = 5 \quad 59) 5 + \frac{x}{7} + 3 = 21 \quad 60) 3 + \frac{x}{3} = 9$$

7a sèrie

$$61) 3 + 4(2 - x) = 9 - 2x \quad 62) 5 - 2(x + 2) = x - 5$$

$$63) 13 + 3(2x + 5) = 2(x + 3) - 1 \quad 64) 7 - 2(3x - 5) = 13 - 2(4x - 7)$$

$$65) 5x - 3(2x - 4) = 36 - 3(4x + 6) \quad 66) 2(3x - 5) - (2x + 1) = 17 - 3x$$

$$67) 2(x + 4) + 3x = -34 - 3(5x + 6) \quad 68) 5 - 2(7 - 2x) = x - 6$$

$$69) 3x - 4(x - 1) = 8 - 5x \quad 70) 5x - (2x + 3) = 2x - 5$$

8a sèrie

$$71) \frac{x}{3} + \frac{x}{6} + 3 = 12 \quad 72) \frac{x}{6} + \frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 5 \quad 73) \frac{(x-3)}{5} = 1 \quad 74) \frac{x}{2} - 3 = 4$$

$$75) \frac{(2x+9)}{3} = 7 \quad 76) \frac{(2x+9)}{3} = x \quad 77) \frac{(x-3)}{5} = x \quad 78) 5 + \frac{x}{4} = 6$$

$$79) \frac{4x}{3} + \frac{5x}{6} = \frac{x}{3} + 2 \quad 80) \frac{2x}{3} + \frac{7x}{2} + 5x = 8 + \frac{x}{6} \quad 81) \frac{3(x-2)}{7} - \frac{3x}{2} + 3 = \frac{2x-4}{14}$$

Problemes

23. Si un repartidor de comandes ha deixat a la primera casa els $\frac{2}{5}$ dels paquets que portava, i encara li queden 99 kg per repartir, quants quilos tenia en un principi?
24. Resol mentalment els problemes següents:
- Quantes fotografies tinc si el doble de les que posseeixo és 20?
 - Quantes boletes tinc si en donar-me'n 7 en tindrà 37?
 - Quants discos tinc si e regalar-ne 5 me'n queda una dotzena?
 - En Manel, d'aquí a 6 anys en tindrà 18. Quants anys té ara?
25. A una granja hi ha 70 animals entre gallines i conills, i entre els dos, sumen 180 potes. Quantes gallines hi ha a la granja?
26. Troba el nombre tal que el seu doble més tres sigui igual que el seu triple menys dos.
27. Repartim 150 € entre tres persones de manera que la primera en rep el doble que la segona i aquesta el triple que la tercera. Quant li correspon a cada una?
28. L'angle major d'un triangle mesura el doble que el menor i aquest 20 graus menys que el mitjà. Quant mesura cada un dels angles del triangle? (Recorda que els tres angles d'un triangle sumen 180 graus).
29. Si al quintuple d'un nombre li restes dos obtens 27. Quin és el nombre?
30. Dos nombres consecutius sumen 87. Quins són aquests nombres?
31. Un bolígraf costa el triple que un llapis. He comprat cinc llapis i quatre bolígrafs i m'han costat 2,55 €. Quant costa un llapis? I un bolígraf?
32. En el meu portamonedes hi ha deu monedes, unes de 50 cèntims i les altres de 20 cèntims. Si tinc 2,90 € en total, Quantes monedes de cada tipus tinc?
33. El perímetre d'un rectangle és de 120 metres i l'altura és 24 centímetres més llarga que la base. Quant mesuren la base i l'altura del rectangle?
34. Na Laura diu que si al triple de l'edat que té li restam la meitat, el resultat és 30. Quina edat té na Laura?

35. Un fill té 12 anys i son pare 35. Quants anys hauran de passar fins que l'edat del pare sigui el doble que la del fill?
36. Calcula la longitud del costat d'un triangle equilàter sabent que el seu perímetre és de 18 cm.
37. Calcula la longitud dels costats d'un triangle isòsceles sabent que el perímetre és 18m i que cada costat igual mesura 3 cm més que el costat desigual
38. Si a la tercera part d'un nombre li sumes dos, obtens el mateix resultat que si al mateix nombre li sumes un i divideixes entre dos. Quin és el nombre?
39. Hem comprat 12 articles entre taules i cadires. Quantes n'hem comprat de cada classe si cada taula costa 13 € i cada cadira 60 € i en total ens ha costat 860 €?
40. El perímetre d'un triangle isòsceles mesura 30 centímetres. El costat desigual mesura la meitat d'un dels seus costats iguals. Quant mesura cada costat?
41. **Quadrats màgics:** En el quadre *Melancolia* del famós pintor alemany Albert Dürer (1471-1528) apareix aquest quadrat màgic en el qual totes les files, columnes i diagonals sumen el mateix, i a més aquest mateix resultat s'obté sumant les quatre caselles centrals. A més, les dues caselles del centre de la línia inferior indiquen l'any en què aquest quadrat màgic va ser resolt, 1514. Confecciona un quadrat màgic de 3 x 3 caselles, col·locant els dígit de l'1 al 9 de manera que totes les files, totes les columnes, i totes les diagonals sumin el mateix.
- | | | | |
|----|----|----|----|
| 16 | 3 | 2 | 13 |
| 5 | 10 | 11 | 8 |
| 9 | 6 | 7 | 12 |
| 4 | 15 | 14 | 1 |
42. **DIOFANTO:** Diofanto va ser un famós matemàtic grec del segle III d. C. A l'epitafi de la seva tomba va escriure:
- ✚ Caminant! Aquí reposen les restes de Diofanto. Els nombres poden mostrar, oh meravella! La duració de la seva vida, la sisena part de la qual va constituir la bella infància.
 - ✚ Havia transcorregut a més una dotzena part de la seva vida quan es va cobrir de borbolls la seva barba.
 - ✚ A partir d'aquí, la setèima part de la seva existència va transcórrer en un matrimoni estèril.
 - ✚ Va passar, a més un quinquenni i llavors li va fer feliç el naixement del seu primogènit.
 - ✚ Aquest va entregar el seu cos i la seva bella existència a la terra havent viscut la meitat del que son pare va arribar a viure.
 - ✚ Per la seva banda, Diofanto va descendir a la sepultura amb profunda pena havent sobreviscut quatre anys el seu fill. Digueu, caminant, quants anys va viure Diofanto.
- a) Escriu en llenguatge algebraic l'epitafi de la tomba de Diofanto
- b) Resol l'equació. Comprova que Diofanto va viure 84 anys.

Equacions de segon grau

43. a) Resol les següents equacions de 2n grau

1) $x^2 + 5x - 6 = 0$

2) $7x^2 + 12x = 0$

3) $3x^2 + 75 = 0$

4) $x^2 - 2x + 7 = 0$

5) $6x^2 - 5x - 7 = 0$

6) $x^2 - 9 = 0$

7) $3x^2 - 5x - 8 = 0$

8) $x^2 - x - 12 = 0$

9) $4x^2 + 5x - 9 = 0$

10) $x(x + 5) - 6x - 6 = 0$

b) Resol les següents equacions:

1. $x^2 - 2x - 15 = 0$

5. $3x^2 - 24x + 45 = 0$

2. $-2x^2 + x + 1 = 0$

6. $x^2 - 8x + 16 = 0$

3. $x^2 + 10x + 21 = 0$

7. $2x^2 = -2x + 4$

4. $x^2 + 2x - 12 = 0$

8. $3x = 10 - x^2$

c) Resol:

1) $(x - 2)^2 = 9$

2) $(x + 3)^2 = 0$

3) $y^2 - 6y + 7 = 0$

4) $\frac{2}{9}x^2 - \frac{1}{3}x - 1 = 0$

d) Resol

1) $6x^2 + 13x - 5 = 0$

3) $0,8x^2 + 10x - 1,2 = 0$

2) $\frac{2}{9}x^2 - \frac{1}{3}x - 1 = 0$

4) $y^2 - 6y + 7 = 0$

e) Resol les següents equacions:

1) $3x^2 - 15x + 12 = 0$

3) $-15x = -56 - x^2$

5) $2x^2 - 16 = -4x$

2) $12 = -7x - x^2$

4) $-4x^2 + 100 = 0$

6) $-10000 + x^2 = 0$

f) Resol les següents equacions:

1. $3x^2 + 6x = 0$

3. $0 = -4x^2 - 88x$

6. $-11x^2 = 121x$

9. $-4x = 36x^2$

2. $(x-1)(x+2) = 0$

2. $3x^2 + x - 11 = 0$

7. $7x = \frac{4}{(x+1)}$

9. $x^2 - 8x + 16 = 0$

5. $\frac{1}{x^2 + 2x - 1} + 2 = -4$

8. $\frac{(x-1)}{(x+4)} = \frac{(x+2)}{(x+1)}$

g) Quins valors ha de tenir c de manera que l'equació $x^2 + 2x + c = 0$ tingui solució?h) Resol les següents equacions SENSE fer servir la fórmula general $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$:

a) $2x^2 - 8 = 0$

b) $x^2 - 2x = 0$

c) $2x^2 + 3 + 5x = x^2 + 3$

i) Resol les següents equacions fent servir la fórmula general $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$:

1) $x^2 + 2x - 3 = 0$

3) $x^2 + x - 30 = 0$

5) $-2x^2 - 2x + 12 = 0$

7) $x(x-3) = 10$

2) $(x-3)(x+2) - 5(x+1) = 16$

4) $(x-3)^2 = 16 - (1+x)^2$

6) $\frac{x-2}{4} = \frac{5}{x+6}$

Sistemes lineals

44. Resol els següents sistemes pel mètode de substitució:

a) $\begin{cases} 3x - 2y = -4 \\ 6x - 4y = -8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2y = -4 \\ 9x - 6y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 2y = -4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - 4y = 8 \\ 3x + y = -2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 4 \end{cases}$

45. Resol els següents sistemes pel mètode de igualació:

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x + y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 4y = 8 \\ 3x + y = -2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -x + 3y = -11 \\ 4x + 2y = 16 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 6x + 4y = 10 \\ -x + 2y = -1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ y - 3x = -7 \end{cases}$

46. Resol els següents sistemes pel mètode de reducció:

a) $\begin{cases} 4x - y = -4 \\ 5x + 2y = -5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x + 5y = 10 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2y + 3x = 1 \\ 5x + 2y = -1 \end{cases}$

47. Resol els següents sistemes pel mètode que creguis més convenient:

$$\left. \begin{array}{l} 2y - x - 1 = 3 - y - 2x \\ a) \frac{8}{12}x - \frac{3}{6}y = \frac{x}{6} \end{array} \right\} \quad
 \left. \begin{array}{l} 3 - 2(x - 4) = 3y + 6 \\ b) 5x - 3y = 5x - (4 - y) \end{array} \right\} \quad
 c) \begin{cases} 2(x + y) = x - 2 \\ y + 1 = -(x - 2) \end{cases} \quad
 d) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3 \\ \frac{x + y}{2} = 4 \end{cases}$$

AUTOAVALUACIÓ

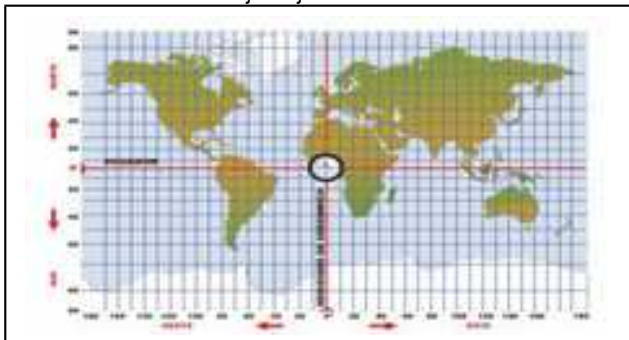
1. Els coeficients de l'expressió algebraica $8,3x - 2,5 + y$ són:
 a) 8,3, 2,5 i 1 b) +8,3, -2,5 i +1 c) + 8,3 i - 2,5 d) 8,3, 1, 2,5
2. El valor numèric de l'expressió algebraica $4a + 3b$, si $a = 5$ i $b = -2$ és:
 a) 14 b) -14 c) 26 d) -26
3. La solució de l'equació $3,4 + 5,2x - 8,1x = 9,4 + 7,3x$ és:
 a) -10/17 b) +6/-10,2 c) - 10/1,7 d) 0,58
4. L'equació $x^2 = 4$ té per solucions :
 a) 2 b) -2 c) 2 i -2 d) 0 i 2
5. La suma de les edats de dues persones és de 50 anys i la seva diferència, 8 anys. ¿Quines de les següents equacions ens permet calcular les seves edats?
 a) $x + x + 8 = 50$ b) $x - 8 = 50$ c) $50 + x = 8 - x$ d) $x + x - 8 = 50$
6. El perímetre d'un rectangle és 70 cm. Si la base és el triple de l'altura menys 5 cm, les dimensions del rectangle són:
 a) 30 i 11 b) 20 i 9 c) 25 i 10 d) 55 i 20
7. Tres nombres sumen 142. El mitjà és el doble del menor, i el major és el triple del menor menys 8. Quina d'aquestes equacions ens permet trobar els nombres?
 a) $2x + x + 3x = 142$ b) $x + 3x + 2x = 142 + 8$ c) $x + 2x + 3x = 142 - 8$ d) $6x = 136$
8. Tenim 20 monedes de 2 € i d'1 €. Si en total tenim 30 €, quantes monedes de cada classe tenim?
 a) 9 i 12 b) 10 i 10 c) 12 i 6 d) 8 i 12
9. Tres persones es reparteixen una quantitat de doblers: la primera es queda amb 250 € més que la segona i la tercera s'emporta tant com la primera i la segona juntes menys 100 €. Si la quantitat a repartir és 2000 €, el resultat del repartiment és, respectivament:
 a) 900 €, 400 € i 650 € b) 450 €, 650 € i 950 € c) 600 €, 400 €, 1000 € d) 650 €, 400 €, 950 €
10. A quina distància dels seus respectius punts de sortida es trobaran dos cotxes que surten en sentit contrari des de dues ciutats que disten 540 km, si el primer va a 100 km/h i el segon a 80 km/h?
 a) 340 km i 200 km b) 300 km i 240 km c) 420 km i 120 km d) 320 km i 220 km.

CAPÍTOL 10: TAULES I GRÀFIQUES. FUNCIONS

ACTIVITATS PROPOSADES

1. EL PLA CARTESIÀ. COORDENADES

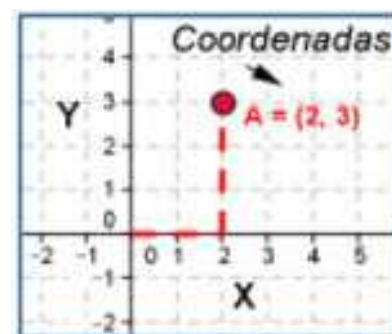
1. Descriu i marca en el plànol adjunt com arribaries a:
- Cap Sud
 - Badia Nord
 - Platja lletja



2. Indica sobre el mapa a quin quadrant es troben els següents països:
- Austràlia
 - Espanya
 - Argentina
 - Xina



34. Indica quines són les coordenades dels punts marcats en el gràfic adjunt:
35. Dibuixa un sistema de referència cartesià i marca-hi els punts següents:
 $A = (-2, 3)$; $B = (-2, -2)$; $C = (-1,5, 0,5)$ i $D = (0, -1)$



2. TAULES I GRÀFIQUES

36. Construeix una taula de valors, amb cinc quantitats diferents, que relacioni el consum d'un cotxe i els quilòmetres que recorre sabent que el seu consum mitjà és de 7 litres cada 100 quilòmetres.
37. Construeix una taula de valors, amb cinc quantitats diferents, en la qual es relacioni el costat d'un quadrat i el seu perímetre.
38. Construeix una taula de valors, amb sis quantitats diferents, que representi la situació següent: "Una companyia de telefonia cobra 6 cèntims d'euro per establiment de trucada i 3 cèntims per minut parlat".
39. Construeix una gràfica a partir de les dades de la taula de valors de l'activitat proposada sobre el consum d'un cotxe i els quilòmetres que recorre sabent que el seu consum és de 7 litres cada 100 quilòmetres. Si és possible, construeix una gràfica unint els seus punts.
40. Construeix una gràfica a partir de les dades de la taula de valors de l'activitat proposada sobre la relació entre el costat d'un quadrat i el seu perímetre. Si és possible, construeix una gràfica unint els seus punts.
41. Construeix una gràfica a partir de les dades de la taula de valors de l'Activitat proposada sobre una companyia de telefonia. Si és possible, construeix una gràfica unint els seus punts.
42. En un rebut del gas de la casa d'en Jaume ve la següent distribució de despesa:
- | | |
|------------------------------------|-------------------------|
| Consum de gas: | 0,058 € por kW/h |
| Impost especial: | 0,002 € por kW/h |
| Terme fixe: | 4,30 € por mes |
| Lloguer de comptador: | 2,55 € |
- La factura era de dos mesos, havia consumit 397 kW/h i la despesa ascendia a 34,97 €. A una altra factura anterior la despesa era de 26,15 € amb un consum de 250 kW/h. Construeix una gràfica que relacioni el consum de gas i la despesa. Té sentit unir els punts?
43. La família d'en Pere va anar un dia d'excursió al camp en cotxe; després de passar el dia van tornar i a meitat de camí van parar durant una bona estona a posar gasolina i prendre uns refrescs. Al final van arribar a casa. construeix una gràfica d'aquesta situació.

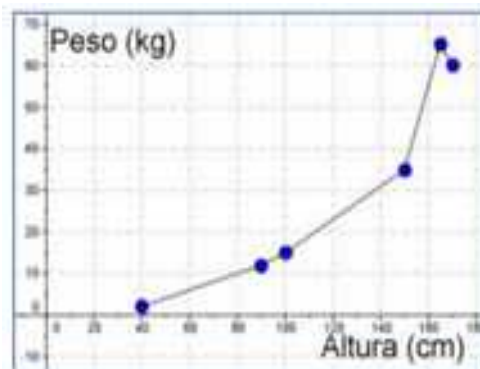
5 minuts a arribar-hi. La va haver d'esperar altres 5 minuts al seu portal i, després, van tardar 10 minuts a arribar al parc, que estava a 500 m, on van berenar i van xerrar durant mitja hora. Finalment na Maria va tornar a casa ràpidament, perquè l'havia cridada la seva mare. Només va tardar 7 minuts.”

Construeix una gràfica d'aquesta situació i, a partir d'ella, confecciona una taula de valors.

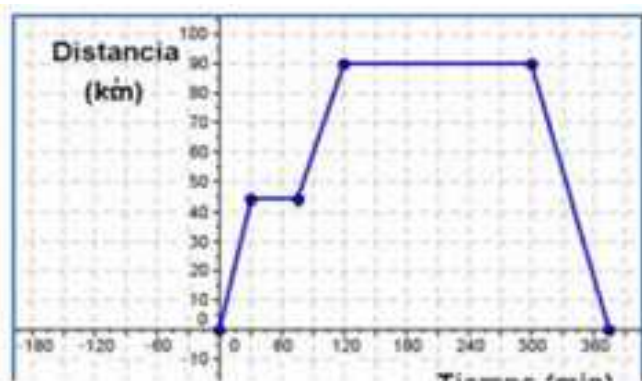
45. La gràfica següent ens mostra la variació del pes de na Laura amb relació a la seva estatura al llarg de la seva vida.

Analitza la gràfica, comenta la situació i respon a les preguntes següents:

- Quant pesava quan mesurava un metre? I quan mesurava 150 cm?
- Quant mesurava quan pesava 55 kg?
- A quina altura pesava més? Va aprimar-se en algun moment?



46. La següent gràfica representa una excursió en autobús d'un grup de 2n d'E.S.O. a Toledo, passant per Aranjuez.



Sabent que Toledo està a 90 km de l'Institut i Aranjuez a 45 km:

- Quin temps van parar a Aranjuez? i a Toledo?
- Quin temps van tardar a arribar a Toledo?
- I a tornar a l'Institut?
- Si van sortir a les 9 h del matí, a quina hora van tornar?
- On es trobaven a les deu i mitja?
- Fes una descripció verbal del viatge

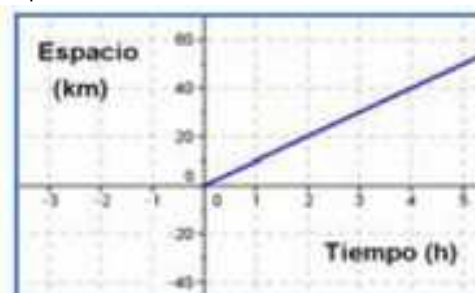
3. LES FUNCIONS

47. A les següents relacions assenyalat si són o no funcions i, en cas de ser-ho, indica quines són les variables dependents i quines són les variables independents.
- El consum d'un cotxe i la distància recorreguda.
 - La velocitat a la qual circula un cotxe i l'edat del conductor.
 - El Nombre d'habitants d'un barri d'una ciutat, o un poble, i el nombre de col·legis públics que hi ha allà.
 - La temperatura d'un lloc i l'hora del dia.
 - El nombre de costats d'un polígon i el nombre de diagonals que té.

48. Proposa tres exemples, diferents dels que has estudiat fins ara, de relacions entre dues magnituds en les quals una sigui funció de l'altra. Indica a més en cada cas quina és la variable dependent i quina la independent.

49. Expressa de forma gràfica i verbal la funció definida per la següent taula de valors:

EDAT (anys)	0	1	5	10	15	20
ALTURA (m)	0	42	96	123	151	177



50. Donada la funció definida en la gràfica del costat, expressa-la com a taula de valors, per mitjà d'una descripció verbal i de forma algebraica.

51. Expressa de forma gràfica i per mitjà d'una taula de valors la funció definida per la fórmula següent: $l = 2 \cdot \pi \cdot r$

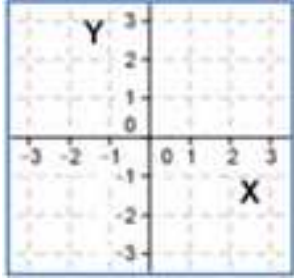
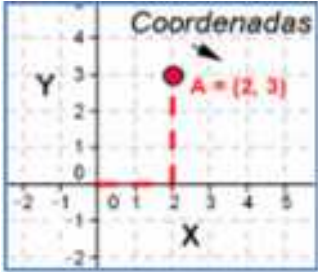
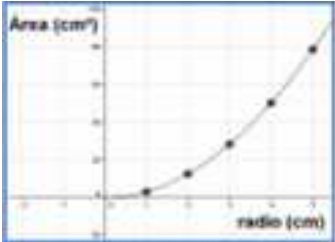
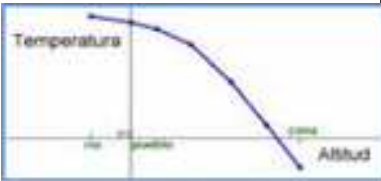
52. Na Maria vol comprar una cinta que val a 0'7 euros el metre. Representa gràficament el que haurà de pagar segons els metres de cinta que compri.

53. Representa gràficament les funcions:

$$a) y = 5x \quad b) y = 1'5x \quad c) y = 0'5x \quad d) y = -2x \quad e) y = -3'2x \quad f) y = -1'2x$$

- 54.** Indica quines de les funcions anteriors són creixents i quines són decreixents. Raona la resposta.
- 55.** En Jordi camina molt de pressa, recorre 5 km cada hora. Representa gràficament el passeig diari d'en Jordi relacionant el temps amb espai recorregut. Escriu la fórmula de la funció. És una recta? És una funció lineal?
- 56.** A una urbanització es consumeixen generalment tres mil litres d'aigua al dia. Representa gràficament el consum d'aigua al llarg d'una setmana. Escriu la fórmula de la funció. És una recta? És una funció lineal?
- 57.** Utilitza *Geogebra* per a novament representar gràficament les funcions:
 $a) y = 5x \quad b) y = 1'5x \quad c) y = 0'5x \quad d) y = -2x \quad e) y = -3'2x \quad f) y = -1'2x$
- Indica de les funcions anteriors les seves característiques: a) quines són creixents i quines són decreixents. b) Són contínues?
 c) Busca els punts de tall amb els eixos de coordenades. d) Hi ha màxims o mínims? Raona les respostes.

RESUM

Sistema de referència cartesià	Dues rectes numèriques perpendiculars, anomenades eixos , que es tallen en un punt que anomenem origen . L'eix horitzontal es diu eix d'abscisses i l'eix vertical eix d'ordenades .											
Coordenades	És un parell ordenat de nombres (x, y) , que ens indica on es troba el punt respecte del sistema de referència cartesià que estem utilitzant.											
Taula de valors	Taula a la qual situam ordenadament les quantitats corresponents de dues magnituds relacionades.	<table border="1" data-bbox="1123 880 1506 1021"> <tr> <td>Tempo (min)</td> <td>0</td> <td>30</td> <td>80</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>Distància (km)</td> <td>0</td> <td>10</td> <td>20</td> <td>30</td> </tr> </table>	Tempo (min)	0	30	80	100	Distància (km)	0	10	20	30
Tempo (min)	0	30	80	100								
Distància (km)	0	10	20	30								
Gràfica	Si representam sobre un sistema de referència cartesià totes les parelles de dades d'una taula de valors obtenim una gràfica .											
Gràfiques a partir de situacions	Una situació quotidiana o relacionada amb fenòmens naturals descrita verbalment es pot representar mitjançant una gràfica.											
Funció	Una magnitud Y està en funció d'una altra magnitud X , si el valor de Y depèn de manera única del valor que tinguem X .	La temperatura de l'aigua T varia en funció de la quantitat de calor rebuda Q .										
Variables	A les relacions de les funcions, les magnituds que es relacionen són anomenades variables .	"El preu del kg de peres es 1,80 €." el pes i el preu són les variables										
Variable dependent i variable independent	Quan tenim dues magnituds variables que estan relacionades de tal manera que Y és funció de X , a la magnitud Y se l'anomena variable dependent , i a la magnitud X se l'anomena variable independent .	El consum d'un cotxe i la velocitat a la que circula. El consum és la variable dependent i la velocitat la variable independent.										
Variables i valors	Quan tenim una funció entre dues variables X i Y , els valors que prenen aquestes variables s'anomenen x i y respectivament.	Quan la magnitud X pren el valor x , la magnitud Y val y .										

EXERCICIS I PROBLEMES

El pla cartesià. Coordenades

1) Representa els següents parells ordenats en un pla cartesià:

$$I = \left(\frac{3}{2}, -3\right) \quad J = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad K = (6, 3'5) \quad L = \left(-\frac{3}{4}, -0'5\right)$$

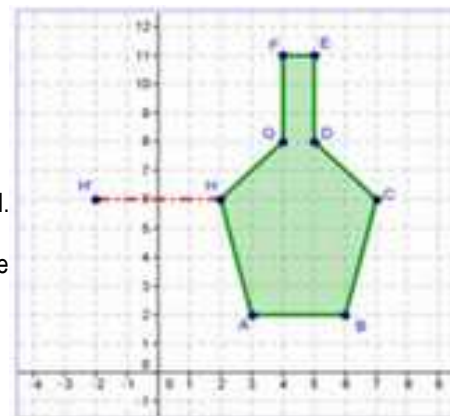
2) Sense representar els següents punts, d en quin quadrant estan:

$$M = \left(4, -\frac{5}{2}\right) \quad N = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad P = \left(-6, -\frac{9}{5}\right) \quad Q = \left(-\frac{7}{2}, 5\right)$$

$$R = (2, 0) \quad S = (-7, 0) \quad T = \left(0, -\frac{7}{2}\right) \quad U = (0, 7) \quad O = (0, 0)$$

3) Observa el gerro del gràfic següent:

- Indica les coordenades cartesianes de cada punt marcat del gerro.
- Imagina que l'eix **Y** és un mirall i el punt **H'** és el reflectit del punt **H** per aquest mirall. Dibuixa cada punt reflectit del gerro i dibuixa el gerro reflectit.
- Anomena cada vèrtex del nou gerro. És un polígon? En cas afirmatiu, Quin tipus de polígon? Com es diria?
- En quin quadrant t'ha quedat el nou gerro?



En aquest cas, els dos gerros són simètrics entre si, respecte a l'eix d'ordenades (eix **Y**).

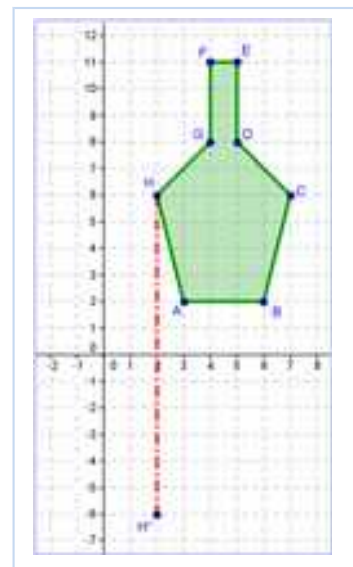
- Indica les coordenades cartesianes de cada punt del gerro reflectit.
- Observa les coordenades dels punts reflectits dels dos gerros i indica la relació que hi ha entre ells.

4) Continuem amb el gerro de l'exercici anterior.

- Imagina que l'eix **X** és ara un altre mirall, i el punt **H''** és el reflectit de **H** per aquest nou mirall.
- Dibuixa en el teu quadern el nou gerro reflectida i anomena cada un dels seus vèrtexs.
- En quin quadrant t'ha quedat el nou gerro?

En aquest cas, els dos atuells són simètrics entre si, respecte a l'eix d'abscisses (eix **X**).

- Indica les coordenades cartesianes de cada punt del gerro reflectit.
- Observa les coordenades dels punts reflectits dels dos gerros i indica quina relació hi ha entre ells.



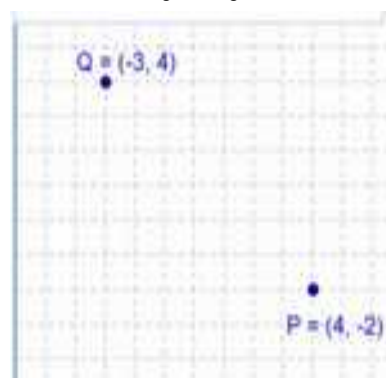
5) Ajudant-te de regla, escaire i cartabó dibuixa en un foli en blanc un sistema de referència cartesià i els eixos amb divisions d'1 centímetre.

- Representa els punts $M = (3, 4)$ $N = (-1, 1)$ i $R = (2, -4)$
- Dibuixa un altre sistema de referència cartesià, amb els eixos paral·lels als anteriors i que es tallin en el punt $(1, -1)$ del sistema anterior.
- Escriu les coordenades dels punts M, N i R respecte al nou sistema cartesià.
- Han canviat els punts? Descriu amb paraules el que ha passat.

6) Dibuixa un sistema de referència cartesià en un paper mil·limetrat.

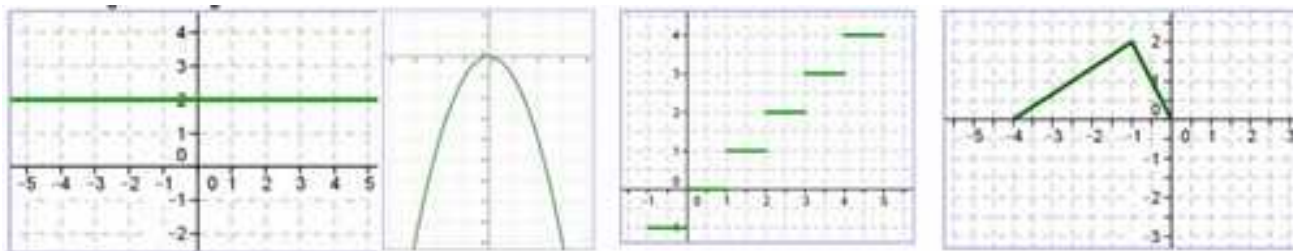
- Representa un punt la distància del qual a l'eix d'abscisses sigui de 3,3 cm, i la distància a l'eix d'ordenades 1,9 cm.
- Existeix més d'una solució? En aquest cas, representa tots els punts que compleixin aquesta condició i indica les seves coordenades cartesianes.
- Com són aquests punts entre si dos a dos?

7) Representa en el teu quadern un sistema de referència cartesià a fi del que els punts P i Q, de la imatge, tinguin les coordenades que s'indiquen.



Taules i Gràfiques

8) **construeix** taules de valors, amb cinc quantitats diferents, corresponents a les quatre gràfiques següents:



9) L'Institut Nacional d'Estadística ha publicat el següent balanç de l'evolució demogràfica de la població espanyola, per mitjà de la gràfica següent:



a) Entre 1970 i 1991 la població creix o decreix?

b) Entre 1920 i 1940 la població, creix o decreix?

c) entre 1991 i 2001? Raona sobre el significat d'aquesta gràfica.

d) Els percentatges de l'eix d'ordenades, què signifiquen?

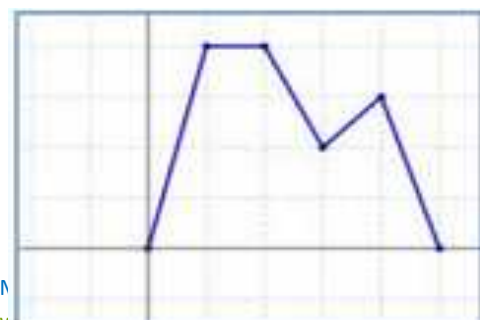
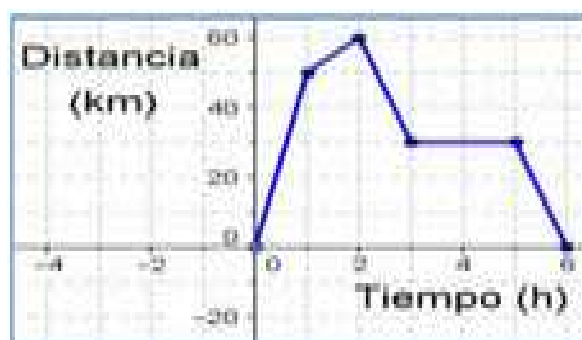
e) Hi ha moments en que la població ha deixat de créixer, o simplement creix més lentament?

f) Indica els possibles motius que expliquen aquests decreixements

Variacions interanuals mitjanes de la població espanyola entre 1857 i 2006.

10) En Joan surt de casa seva amb bicicleta i fa el recorregut que mostra la gràfica:

- A quina distància de casa arriba?
- Quantes hores està aturat?
- Quant tarda a tornar?
- A les dues hores a quina distància està de casa seva?
- Quin temps va tardar a recórrer 50 km?
- Quan va més de pressa? I Quan més lentament?



11) La gràfica ens mostra una relació entre dues magnituds.

- Inventa una situació que pugui ser representada per aquesta gràfica.
- Assenyala quines són les magnituds i en quines unitats es mesuren.
- Indica, en els eixos, els nombres adequats.
- Descrui, a partir de les teves dades, la situació que has inventat.

- 12) El fenomen dels incendis forestals s'ha convertit en un dels majors problemes ecològics que pateixen les nostres muntanyes degut a l'elevada freqüència i intensitat que ha adquirit en les últimes dècades. La taula de dades següent ens dona els incendis que han ocorregut a Madrid i el núm. d'hectàrees cremades. Fes una gràfica amb aquests resultats:

Hectàrees cremades (ha)	825	1.095	450	339	325	101	385
Any	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011

- 13) construeix taules de valors, amb quatre quantitats diferents, que ens expressen les relacions següents:

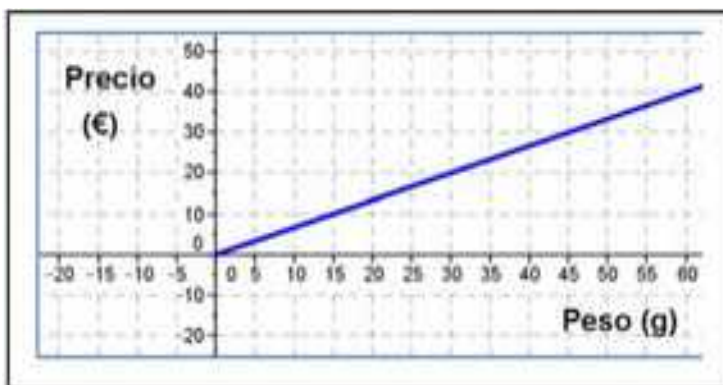
- El pes i el preu de la mel de l'Hirueta (Madrid), sabent que el quilo val 7 €
- Un nombre i la meitat d'aquest nombre.
- El perímetre d'un triangle equilàter i la mesura del seu costat.

Les funcions

- 14) Assenyala si les següents relacions si són o no funcions i, en cas de ser-ho, indica quines són les variables dependents i independents.

- La temperatura del puré al llarg del temps.
- El preu d'una camiseta i el seu color.
- L'àrea d'un quadrat i el seu costat.
- El preu de les taronges que hem comprat i el seu pes.
- El volum d'una esfera i el seu radi.

- 15) Proposa dues situacions, diferents de totes les que has estudiat fins ara, de relacions entre dues variables una de les quals sigui funció de l'altra. Indica a més en cada cas quina és la variable dependent i quin la independent.

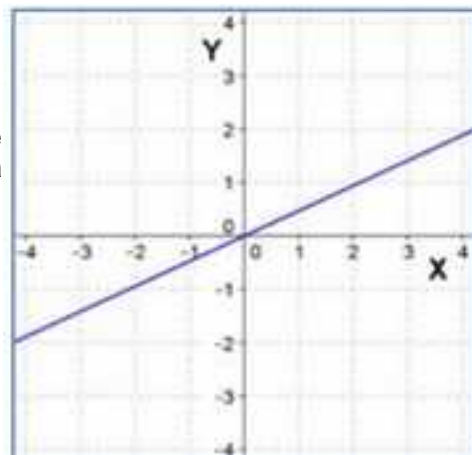


- 16) Donada la funció definida a la gràfica del costat, expressa-la com a taula de valors, per mitjà d'una descripció verbal i també de forma algebraica. Quina és la variable dependent? I la variable independent?

Té sentit prolongar la gràfica pel tercer quadrant?

- 17) Expressa de forma gràfica, per mitjà d'una taula de valors i per mitjà d'una descripció verbal, la funció definida per la fórmula següent: $d = 100 \cdot t$

Quina és la variable dependent? I la variable independent?



- 18) Donada la funció definida en la gràfica del costat, expressa-la com a taula de valors, per mitjà d'una descripció verbal i de forma algebraica. Quina és la variable dependent? I la independent?

- 19) La següent gràfica descriu l'evolució de la temperatura d'un malalt durant un dia.

Mirant la gràfica indica:

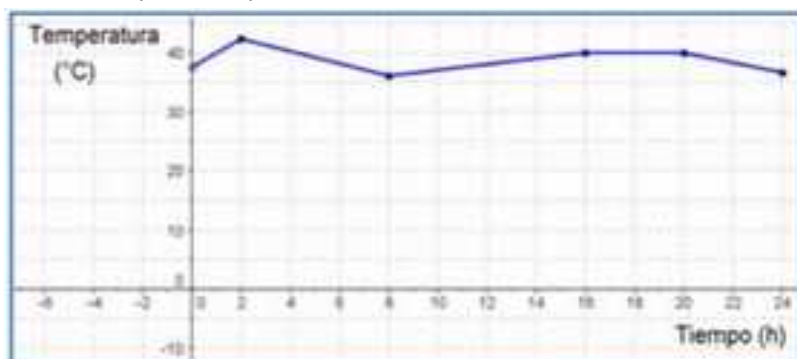
Quina temperatura tenia a les quatre del matí? I a les dotze de la nit?

A quines hores tenia quaranta graus de febre?

A quina hora va tenir més temperatura? De quant era?

A quina hora va tenir menys temperatura? De quant era?

Describeix amb paraules aquesta situació.



- 20) Una banyera de 500 litres es buida per mitjà d'un engolidor que desaigua 25 litres cada minut. Fes una taula de valors amb els deu primers minuts de buidatge. Representa gràficament la funció que relaciona la quantitat d'aigua que hi ha a la banyera amb el temps transcorregut des que comença a buidar-se. Indica quin és la variable dependent i quin la independent.
- 21) Assenyala si les següents relacions són o no funcions i, en cas de ser-ho, indica quines són les variables dependents i independents.
- La temperatura d'un malalt a llarg del temps.
 - El preu d'un cotxe i el seu color.
 - El volum d'un líquid i el seu pes.
 - La distància a l'Institut i el temps empleat.
 - La longitud d'una molla i el pes penjat en ella.
- 23) A una papereria 10 llapis costen 2,5 €, fes una taula de valors, dibuixa la seva gràfica i escriu la seva expressió algebraica. Quin és la variable dependent? i la variable independent?
- 24) En Simó fa un passeig amb la seva amiga Lluna. Surten de casa de na Lluna per un camí pla durant un temps, descansen durant una estona i després tornen a casa de na Lluna pel mateix camí però més lentament. Fes una gràfica (temps, distància) que descriu aquesta situació.

AUTOAVALUACIÓ

- 1) El punt de coordenades $A = (-5, -6)$ està situat en el:
- primer quadrant
 - segon quadrant
 - tercer quadrant
 - quart quadrant.
- 2) Indica quina afirmació és falsa:
- L'eix d'abscisses és l'eix OY
 - L'eix d'ordenades és vertical
 - L'eix d'abscisses és perpendicular a l'eix d'ordenades
 - L'eix d'ordenades és l'eix OY
- 3) Els punts de coordenades $A = (0, -5)$, $B = (0, 4)$, $C = (0, -7)$, $D = (0, 8)$ estan tots:
- a l'eix d'ordenades
 - al primer quadrant
 - a l'eix d'abscisses
 - al segon quadrant

- 4) Els valors que completen la taula de proporcionalitat directa són:

Persones	1	4	8	
Kg d'aliments	7			21

- 16, 32, 7
- 10, 20, 3
- 28, 56, 3
- 9, 18, 4

- 5) La següent taula de valors pot correspondre a:

X	4	12	20	36
Y	1	3	5	9

- una proporcionalitat directa.
 - una proporcionalitat inversa
 - la relació entre el costat d'un quadrat i la seva àrea.
 - la relació entre el radi del cercle i la seva àrea
- 6) Indica en els casos següents aquell que NO és una funció:
- La temperatura d'un malalt al llarg del temps.
 - $y = 3x + 2$.
 - La longitud d'una circumferència en funció del radi.
 - L'àrea d'un cercle i el seu color.

- 7) Indica quina afirmació és falsa:
- L'origen de coordenades és la intersecció entre l'eix d'abscisses i el d'ordenades
 - En una funció a cada valor de la variable independent li correspon un únic valor de la variable dependent
 - En una funció a cada valor de la variable dependent li correspon un únic valor de la variable independent

- 8) Escriu una taula de valors per a la funció $y = 2x - 3$

x	1	2	3	4
y				

- 1, 1, 3, 5.
- 0, 1, 4, 5.
- 1, -7, -9, -11.
- 1, 0, 3, 6.

- 9) Dibuixa la gràfica de la funció: **Àrea del quadrat = Costat al quadrat.**
Escriu-ne l'expressió algebraica.

CAPÍTOL 11: ESTADÍSTICA I PROBABILITAT

ACTIVITATS PROPOSADES

1. L'ATZAR I LA PROBABILITAT

1. Indica si és un fenomen aleatori:
 - a) La superfície dels països de la Comunitat Europea
 - b) Anotar el sexe del pròxim bebè nascut a una clínica determinada
 - c) L'àrea d'un cercle del qual es coneix el radi
 - d) Tiram una xinxeta i anotam si cau amb la punta cap amunt
 - e) Saber si el pròxim mes és febrer

Possibles resultats	Freqüències absolutes	Freqüències relatives
1	15	
2	18	
3	16	
4	17	
5	19	
6	15	
Suma total	100	1

2. Completa la taula les freqüències relatives de l'experiment aleatori **tirar un dau**:

De vegades pot interessar-nos saber quina és la freqüència, absoluta o relativa, del succés *ser menor a igual a n*. Llavors es diu que és una freqüència **acumulada**. Naturalment això només té sentit si les dades són numèriques.

3. Escribeu la taula de freqüències relatives i freqüències relatives acumulades de l'exercici 2. Observa que l'últim valor ara és 1.
4. Per a cada un dels exemples anteriors, llançar un dau, tirar dues monedes, indica 3 successos diferents que no siguin successos individuals.
5. En una bossa tenim 5 boles vermelles numerades de l'1 al 5. Es fan els dos experiments següents:

EXPERIMENT A: Es treu una bola de la bossa i es mira el seu color.

EXPERIMENT B: Es treu una bola de la bossa i es mira el seu nombre.

Quin d'aquests experiments no és un experiment aleatori? Per què?

Per a l'experiment que sí que és un experiment aleatori indica el seu espai mostral.
6. Una baralla francesa té 52 cartes, distribuïdes en 13 cartes de piques, 13 de cors, 13 de trèvols i 13 de diamants. Les piques i els trèvols són cartes negres mentre que els cors i els diamants són cartes vermelles. Es mescla la baralla, es talla i es fa l'experiment següent: agafar les dues cartes que han quedat dalt del tot i observar de quin color són. Descriviu l'espai mostral.
7. Inventeu cinc experiments aleatoris i escriviu el conjunt de possibles resultats.
8. Escribeu l'espai mostral de l'experiment aleatori: "Escriure en cinc targetes els nombres 1, 2, 3, 4 i 5 i treure'n una a l'atzar".
9. Escribeu l'espai mostral de l'experiment aleatori: "Tirar una barra de guix a terra i anotar en quants trossos es trenca".
10. Inventeu dos successos de l'experiment aleatori de treure dues cartes.
11. En el joc de loteria, indica dos successos respecte a la xifra de les centenes del primer premi.
12. En el joc de dòmino, indica tres successos amb fitxes dobles.
13. Escribeu tres successos aleatoris de llançar tres monedes.
14. Assenyala si són *poc probable* o *molt probable* els successos següents:

a) El dijous vas al col·legi.	b) Creues el carrer i t'atropella un cotxe.
c) Fa una quiniela i li toca el premi més gran.	d) Li toca la loteria a en Joan.
e) Li posen una multa a una persona que condueix havent begut alcohol.	f) Surts al carrer i et cau una cornisa damunt.
g) Sortirà el sol demà?	h) Que demà hi hagi un terratrèmol a Mallorca.

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f_i	3	6	7	8	16	20	15	8	7	6	4

- a) Calcula la mitjana.
b) Repeteix tu mateix els llançaments, ara només 20, i calcula novament la mitjana.

31. Calcula la mitjana dels pesos de 40 estudiants d'un centre escolar, sabent que la taula de freqüències absolutes, amb intervals és:

Pes en Kg	35 - 41	41 - 47	47 - 53	53 - 59	59 - 65	65 - 71	71 - 77
Estudiants	1	10	12	9	5	1	2

32. Calcula la mitjana, la mediana i la moda de les distribucions següents:

- a) 2, 3, 4, 5, 7, 9, 9, 1000 b) 2, 3, 4, 5, 7, 9, 9, 10 c) 0, 0, 4, 5, 7, 9, 9, 1000, 2000

Observa en cada cas com influeixen els valors extrems.

33. Calcula la mitjana, la varianza i la desviació típica de les dades següents:

- a) 2, 3, 4, 5, 7, 9, 9, 1000 b) 2, 3, 4, 5, 7, 9, 9, 10 c) 0, 0, 4, 5, 7, 9, 9, 1000, 2000

34. S'ha llançat un dau 50 vegades i s'ha confeccionat la següent taula de freqüències absolutes:

x_i	1	2	3	4	5	6
f_i	9	8	7	8	8	10

La mitjana és 3,56. Calcula la varianza i la desviació típica.

4. L'ORDINADOR I L'ESTADÍSTICA

35. Joga amb l'ordinador. Inseureix altres gràfics diferents de columna, de línia, circular, barra, dispersió i indica a quin tipus de representació corresponen.

EXERCICIS I PROBLEMES

L'atzar i la probabilitat

1. Una urna que conté 10 boles numerades del 0 al 9, extraiem una bola, anotam el nombre i tornam la bola a l'urna. Repetim l'experiment 1000 vegades i s'han obtingut els resultats indicats a la taula:

Resultat	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Freqüència absoluta	79	102			93	98	104	77		
Freqüència relativa			0,12	0,13					0,1	
Freqüència absoluta acumulada	79	181								
Freqüència relativa acumulada										1

- a) Quina és la freqüència absoluta de 9?
b) Quina és la freqüència absoluta acumulada de 2?
c) Quina és la freqüència relativa acumulada d'1?
d) Copia la taula en el teu quadern i completa-la.
2. Classifica els següents successos en **impossible**, **poc probable**, **possible**, **molt probable** i **segur**:
- a) Tenir un accident de tràfic.
b) Sortir de passeig i creuar algun carrer.
c) Sortir de passeig i que caigui un llamp.
d) Que demà neixi algun bebè a París.
e) Que demà no surti el sol.
f) Demà plougui.
3. En Pep ha tirat un dau 25 vegades i ha obtingut els resultats següents:

1, 2, 5, 6, 3, 1, 4, 5, 6, 1, 3, 1, 2, 2, 1, 6, 2, 2, 4, 3, 4, 6, 6, 1, 4

- a) Escriu en el teu quadern una taula de freqüències absolutes.
b) Escriu una altra de freqüències relatives.
c) Dibuixa un diagrama de rectangles.
d) Dibuixa un diagrama de línies i una representació per sectors.
4. La duració en minuts d'unes telefonades ha estat: 7, 3, 6, 3, 7, 5, 4, 3, 5, 7, 10, 1, 9, 12, 2. Elabora una taula de freqüències absolutes i una taula de freqüències relatives.

Gràfics estadístics

5. Es fa una enquesta sobre el nombre de vegades que uns jòvens van al cine cada mes. Les dades estan a la taula:

Vegades que van al cine	0	1	2	3	4	5
Freqüència absoluta	1	7	9	5	2	1

- Representa un diagrama de rectangles de freqüències absolutes.
- Representa un diagrama de línies de freqüències relatives.
- Fes un pictograma
- Representa les dades en un diagrama de sectors.

6. Es fa un estudi sobre el que es recicla a una ciutat i es fa una taula amb el pes en percentatge dels diferents tipus de residus:

Tipus de residu	Percentatge (%)
Orgànic	15
Paper i cartró	1
Vidre	15
Plàstic	1
Piles	15

- Fes un diagrama de rectangles
- Representa un diagrama de línies.
- Fes un pictograma
- Representa les dades en un diagrama de sectors.

7. Quant val la suma de les altures d'un diagrama de rectangles de freqüències relatives?

8. S'ha mesurat a una classe la grandària de les mans de cada un dels alumnes, i el resultat en centímetres ha estat el següent:

19, 18, 20, 19, 18, 21, 19, 17, 16, 20,

16, 19, 20, 21, 18, 17, 20, 19, 22, 21,

23, 21, 17, 18, 17, 19, 21, 20, 16, 19

Representa les dades en un diagrama de rectangles i en un diagrama de línies.

9. En una classe s'ha preguntat per les preferències esportives i s'ha obtingut:

Futbol	Bàsquet	Natació	Karate	Ciclisme
8	9	7	6	10

- Copia la taula en el teu quadern i fes una taula de freqüències relatives.
- Representa aquestes dades en un diagrama de sectors.
- Fes un pictograma.

10. El 35 % de les cigonyes no ha emigrat enguany a l'Àfrica i el 6 % va morir pel camí. Dibuixa un diagrama de sectors que descriu aquesta situació.

Mesures de centralització

En Xavier ha tirat un dau 10 vegades i ha obtingut els resultats següents: **6, 3, 1, 4, 2, 2, 1, 4, 3, 4**. Calcula la mitjana aritmètica.

11. Na Raquel ha tingut les següents notes en els seus exàmens de Llengua: **7, 5, 6, 4, 7, 10, 7**. Calcula la mitjana aritmètica.

12. S'ha mesurat la grandària de la mà de 10 alumnes, i el resultat en centímetres ha estat el següent:

19, 18, 21, 21, 18, 17, 18, 17, 19, 21. Calcula la mitjana aritmètica.

13. Ens interessa conèixer la distribució de notes obtingudes per 20 estudiants. Les notes són:

2, 8, 9, 0, 0, 5, 8, 2, 7, 1, 6, 3, 7, 2, 4, 9, 4, 9, 5, 1

- Escriu en el teu quadern una taula de freqüències absolutes.
- Fes un diagrama de línies de freqüències absolutes.
- Calcula la mitjana.

14. Els jugadors d'un equip de bàsquet té les edats següents: 13, 12, 14, 11, 12, 12. Calcula la mitjana, la mediana i la moda.

15. Fem una enquesta preguntant a 10 famílies quants fills tenen. Els resultats són:

0, 1, 0, 2, 1, 4, 3, 2, 1, 1. Calcula la mitjana, la mediana i la moda.

16. Na Petra ha tirat un dau 25 vegades i ha obtingut els resultats següents:

1, 2, 5, 6, 3, 1, 4, 5, 6, 1, 3, 1, 2, 2, 1, 6, 2, 2, 4, 3, 4, 6, 6, 1, 4

a) Calcula la mitjana aritmètica. b) Calcula la mediana c) Quina és la moda? És única?

17. Na Sara ha tingut les següents notes en els seus exàmens de Matemàtiques: **9, 7, 8, 6, 9, 10, 9**

a) Calcula la mitjana aritmètica. b) Calcula la mediana c) Quina és la moda? És única?

18. S'ha tingut el resultat de mesurar en una classe la grandària de les mans de cada un dels alumnes i alumnes, i el resultat en centímetres ha sigut el següent:

19, 18, 20, 19, 18, 21, 19, 17, 16, 20,

16, 19, 20, 21, 18, 17, 20, 19, 22, 21,

23, 21, 17, 18, 17, 19, 21, 20, 16, 19

a) Calcula la mitjana aritmètica. b) Calcula la mediana c) Quina és la moda? És única?

19. Ens interessa conèixer la distribució de notes obtingudes per 40 estudiants. Les notes són:

4, 1, 7, 10, 3, 2, 8, 9, 0, 0, 5, 8, 2, 7, 1, 2, 8, 10, 2, 10,
3, 4, 8, 9, 3, 6, 3, 7, 2, 4, 9, 4, 9, 5, 1, 3, 3, 9, 7, 8, 10

a) Escribeu en el teu quadern una taula de freqüències absolutes. b) Fes un diagrama de línies de freqüències absolutes. c) Calcula la mitjana, d) Calcula la mediana, e) Calcula la moda.

20. Feim una enquesta preguntant a 10 famílies quantes mascotes tenen. Els resultats són:

0, 1, 0, 2, 1, 4, 3, 0, 0, 1. Calcula la mitjana, la mediana i la moda.

21. Els jugadors d'un equip d'handbol tenen les edats següents:

12, 14, 13, 12, 15, 11, 12, 12, 13, 14, 11, 12, 12.

a) Calcula la mitjana aritmètica. b) Calcula la mediana c) Quina és la moda? És única?

Ordinador

22. Introdueix les dades de l'enquesta sobre el nombre de mascotes (exercici 21) a l'ordinador i torna a calcular la mitjana, la mediana i la moda.

23. Organitza les dades en una taula calculant les freqüències absolutes de 0, 1, 2, 3 i 4. Introdueix aquesta taula a l'ordinador i fes una representació de barres, un diagrama de línies i un diagrama de sectors.

24. Utilitza l'ordinador per comprovar els resultats obtinguts en els exercicis anteriors.

25. Realitza una enquesta a la teva classe i introdueix els resultats a un ordinador per fer un informe. L'enquesta podria ser, per exemple, si li agrada o no una determinada sèrie de televisió, o un programa; o el nombre de dies a la setmana que fan algun esport, el tipus de música que els agrada; o... Pensa sobre què podries preguntar.

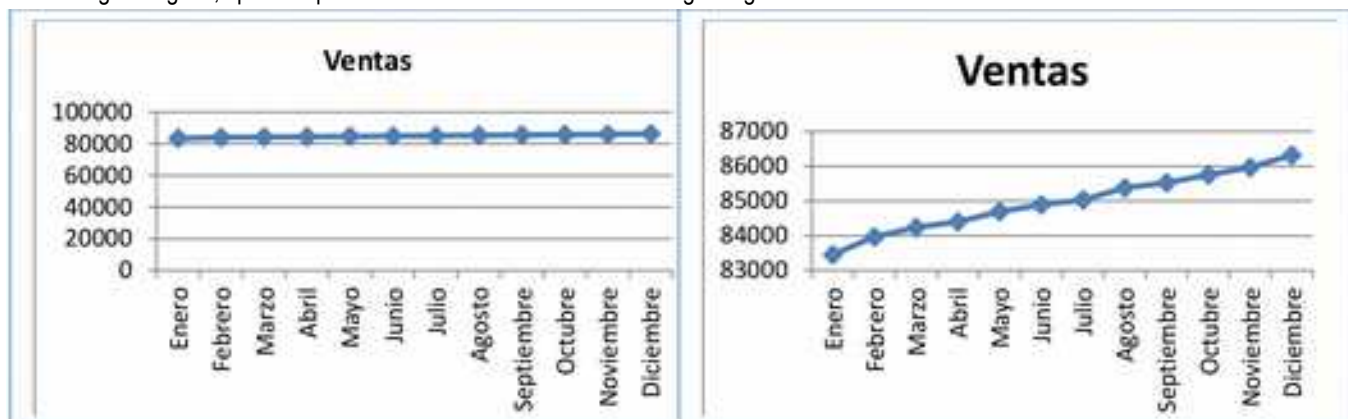
Problemes

26. El Director Comercial d'una empresa serà avaluat. Per això ha de donar compte dels resultats obtinguts. Vol quedar bé, perquè això li pot suposar un augment de sou. S'han venut les quantitats següents:

Mesos	Gener	Febrer	Març	Abril	Maig	Juny	Juliol	Agost	Setembre	Octubre	Novembre	Desembre
Vendes	83451	83962	84238	84401	84693	84889	85032	85378	85524	85751	859967	86316

L'estadístic de l'empresa li ha entregat la següent gràfica:

No li ha agradat gens, i per a la presentació ell s'ha confeccionat el següent gràfic:



Ambdós gràfics són correctes.

Escriu un informe sobre com poden els distints gràfics donar impressions tan diferents.

27. Tira una moneda 100 vegades i anota els resultats obtinguts: C, C, x, construeix una nova llista anotant, cada vegada que hagi sortit cara, el resultat següent: C, x, ... Confecciona després dues taules: una de freqüències absolutes i una altra de freqüències relatives. Representa els resultats en un diagrama de barres i en un diagrama de sectors.

28. Es coneix el volum setmanal, en m^3 , de residus sòlids arreglats, en un municipi petit, durant les 52 setmanes d'un any:

25'5, 27'1, 31'8, 34'2, 38'9, 21'3, 28'7, 33'2, 36'5, 39'6, 25'2, 24'7, 23'2, 23'3, 22'2, 26'4, 26'7, 29'6, 31'3, 30'5, 28'3, 29'1, 26'7, 25'2, 24'5, 23'7, 25'4, 27'2, 31'7, 34'5, 38'4, 21'2, 28'1, 33'7, 36'8, 39'9, 31'7, 34'4, 38'2, 21'9, 28'1, 33'5, 25'2, 24'7, 23'2, 23'3, 22'2, 26'4, 25'9, 24'1, 23'2, 23'6, 26'4.

Calcula la mitjana, la moda i la mediana.

29. Amb les dades del problema anterior:

- Representa les dades en una taula prenent intervals de longitud de $2 m^3$: (21, 23), (23, 25), ... (39, 41)
- Dibuixa un diagrama de rectangles i un diagrama de línies de freqüències absolutes..
- Quantes famílies tenen un volum de fems majors que $31 m^3$?
- Quin percentatge de famílies tenen un volum de fems menors que $35 m^3$?

30. Busca en revistes o en diaris dues gràfiques estadístiques, retalla-les i aferra-les en el teu quadern. Moltes vegades aquestes gràfiques tenen errors. Observa-les detingudament i comenta les qüestions següents:

- Està clara la variable a qual es referix? I les freqüències?
- Són correctes les unitats? Poden millorar-se?
- Comenta les gràfiques.

31. La mitjana de sis nombres és 5. S'afegeixen dos nombres més però la mitjana continua sent 5. Quant sumen aquests dos nombres?

AUTOAVALUACIÓ

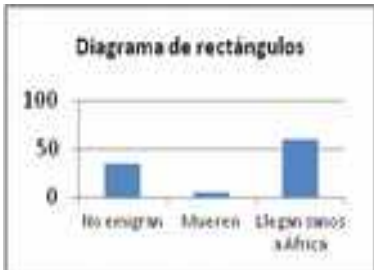


1. Indica la resposta correcta:

Matemàtiques 2n d'ESO. Activitats i exercicis librosmareaverde.tk

www.apuntesmareaverde.org.es

- a) La freqüència relativa s'obté dividint per 100 la freqüència absoluta
 b) La freqüència relativa s'obté sumant tots els valors anteriors
 c) La freqüència relativa s'obté dividint la freqüència absoluta pel total d'experiments.
 d) Freqüència relativa és el mateix que probabilitat.
2. S'extreu una carta d'una baralla espanyola. La probabilitat que sigui un rei és:
 a) $1/40$ b) $0,25$ c) $4/40$ d) $10/40$
3. Indica qual és la frase que falta en la definició següent:
 En les freqüències es representen en un cercle que es dividix en sectors circulars d'amplituds proporcionals a les freqüències.
 a) Diagrama de línies b) Diagrama de rectangles c) Pictograma d) Diagrama de sectors
4. Si en una taula de freqüències a un valor li correspon una freqüència relativa de $0,125$, en dibuixar un diagrama de sectors l'angle corresponent és de:
 a) 45° b) 30° c) 60° d) 72°
5. En un diagrama de rectangles de freqüències relatives, la suma de les seves altures és igual a:
 a) 100 b) 1 c) Total de dades d) Suma de les seves bases
6. La mitjana de les següents dades $7; 0; 9,5; 2; 4,1; 3,8$ és:
 a) $6,3$ b) $3,8$ c) $4,4$ d) $5,5$
7. La mediana de les següents dades $3, 4, 6, 7, 8$, és:
 a) 6 b) 7 c) 4 d) 5
8. La moda de les següents dades $3, 4, 6, 7, 5, 8, 7, 7$, és:
 a) 6 b) 7 c) 4 d) 5
9. Es tira un dau. Quina és la probabilitat que no sigui un 2?
 a) $3/4$ b) $1/6$ c) $2/6$ d) $5/6$
10. Volem saber els esports que practiquen els estudiants d'un institut. Passam una enquesta a 20 alumnes de 2n A. Indica en aquest cas qui és la població i qui és una mostra:
 a) Estudiants de les Illes Balears i estudiants d'aquest centre b) Estudiants d'aquest centre i estudiants de 2n A
 c) Estudiants d'aquest centre i els 20 estudiants de 2n A d) Estudiants de 2n A i els 20 estudiants triats de 2n A

RESUM

Fenomen o experiment aleatori	És aquell en el qual no es pot predir el resultat. Les dades estadístiques són els valors que s'obtenen en un experiment.	Tirar una moneda i saber si sortirà cara o creu
Freqüència absoluta	Nombre de vegades que es repeteix una dada estadística.	Si al tirar un dau ha sortit 2 vegades el 3, 2 és la freqüència absoluta de 3.
Freqüència relativa	Freqüència absoluta dividit pel nombre d'experiments. $Fr = \frac{Fa}{N}$	Si es realitza un experiment 500 vegades i la freqüència absoluta d'un succés és 107, la freqüència relativa és 107/500.
Freqüència acumulada	Se sumen les freqüències anteriors.	
Succés possible.	Possible resultat d'un experiment aleatori.	A l'experiment aleatori tirar un dau el conjunt de possibles resultats, o el conjunt de successos elementals o espai mostral és {1, 2, 3, 4, 5, 6}, per tant, un possible resultat és, per exemple, 3.
Espai mostral	Conjunt de resultats possibles.	
Successos elementals	Elements de l'espai mostral.	
Diagrama de rectangles	Les dades es representen per mitjà de rectangles de la mateixa base i d'altura proporcional a la freqüència. A l'eix horitzontal s'indica la variable i en el vertical les freqüències.	
Diagrama de línies	S'uneixen els punts superiors d'un diagrama de rectangles.	
Pictograma	Se substitueixen els rectangles per un dibuix representatiu.	
Diagrama de sectors	En un cercle es dibuixen sectors d'angles proporcionals a les freqüències. 	
Mitja aritmètica	És el quocient entre la suma de totes les dades i el nombre total de dades.	La mitjana de les dades 3, 5, 5, 7, 8, és: $(3 + 5 + 5 + 7 + 8)/5 = 28/5 = 5,6$. La moda és: 5. La mediana és 5
Mediana	Deixa per davall la meitat dels valors i per damunt l'altra meitat.	
Moda	El valor que més es repeteix.	