LibrosMareaVerde.tk

www.apuntesmareaverde.org.es

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo

Revisors: Javier Rodrigo i Raquel Hernández

Il·lustracions: Banc d'Imatges d'INTEF

Traducció al valencià: Departament de Matemàtiques de l'Institut Juan de Garay

Índex

Resum

En aquest tema aprendrem a trobar el perímetre i l'àrea de les principals figures: triangles, quadrats, rectangles, trapezi, circumferència, cercle, …

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo

Traducció: Institut Juan de Garay

1. PERÍMETRES I ÀREES DE POLÍGONS

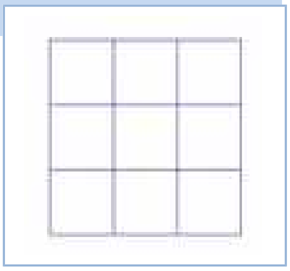
1.1. Concepte de perímetre i d'àrea d'una figura plana

El **perímetre** d'una figura plana és la suma de les longituds dels seus costats.

L'àrea d'una figura plana és el que mesura la regió limitada pels costats de la figura.

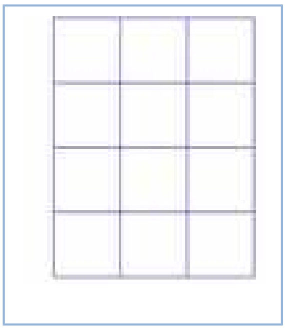
Les unitats per al perímetre són centímetres (*cm*), decímetres (*dm*), metres (*m*)...

Les unitats per a l'àrea són cm^2, dm^2, m^2, ...



Exemple:

Si tenim un quadrat de costat 3 *cm*, el seu perímetre és 3 + 3 + 3 + 3 = 12 *cm* i la seua àrea és 9 cm^2 perquè podem ficar en ell 9 quadradets de costat 1 *cm*:



Exemple:

Si tenim un rectangle de base 3 *cm* i altura 4 *cm*, el seu perímetre és 3 + 4 + 3 + 4 = 14 *cm* i la seua àrea és 12 cm^2 perquè podem ficar en ell 12 quadradets de costat 1 *cm*:

Activitats resoltes

- Troba els següents perímetres i àrees:

  El perímetre d'un quadrat de costat 4 *dm*: 4 + 4 + 4 + 4 = 16 *dm*

  L'àrea d'un quadrat de costat 4 km *:* 4 · 4 = 16 km^2

  El perímetre d'un rectangle de base 4 m i altura 5 *dm* en *m*: 4 + 0,5 + 4 + 0,5 = 9 *m*

  L'àrea d'un rectangle de base 4 *m* i altura 5 *dm* en m^2: 4 · 0.5 = 2 m^2

Activitats proposades

1. Indica la resposta correcta: El perímetre i l'àrea d'un quadrat de costat 5 *cm* són:

a) 10 *cm* i 25 cm^2 b) 20 *cm* i 25 cm^2

c) 20 *cm* i 5 cm^2 d) 20 *cm* i 20 cm^2

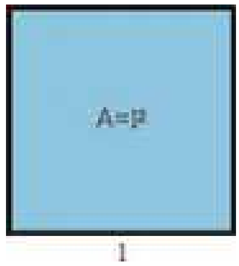
2. Indica la resposta correcta: El perímetre i l'àrea d'un rectangle de base 7 *dm* i altura 3 *cm* són:

a) 146 *cm* i 210 cm^2 b) 20 *cm* i 49 cm^2

c) 20 *cm* i 21 cm^2 d) 21 *cm* i 21 cm^2

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Institut Juan de Garay

1.2. Àrea del quadrat i del rectangle



L'àrea d'un quadrat és el quadrat d'un dels seus costats:

$$\textit{Àrea}_{\,quadrat} = \text{costat}^2$$

L' **àrea d'un rectangle** és el producte de la seua base per la seua altura:

$$\textit{Àrea}_{\,rectangle} = \textit{base} \cdot \textit{altura}$$

Exemple:

- Si tenim un quadrat de 13 *dm* de costat, l'àrea del dit quadrat és 169 dm^2 ja que:

$$\textit{Àrea}_{\,quadrat} = \text{costat}^2 = 13^2 = 169\ \text{dm}^2.$$

Activitats resoltes

Taulell quadrat

- Calcula l'àrea del taulell de la figura de 7 *cm* de costat

Solució: El taulell de la figura és quadrat. Per tant:

$$\textit{Àrea}_{\,quadrat} = \text{costat}^2 = 7^2 = 49\ cm^2.$$

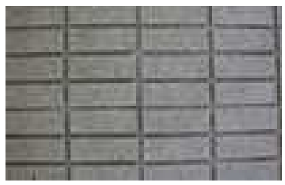
- Calcula l'àrea d'un rectangle de 9 cm de base i 4 cm d'altura

Solució: Per tractar-se d'un rectangle:

$$\textit{Àrea}_{\,rectangle} = \textit{base} \cdot \textit{altura} = 9 \cdot 4 = 36\ \text{cm}^2.$$

Activitats proposades

3. Els taulells de la figura mesuren 12 *cm* de llarg i 6 *cm* d'ample. Quina àrea ocupa cada uns dels taulells?



Taulells rectangulars

4. Mesura la base i l'altura de la teua taula. De quina figura es tracta? Quant mesura la seua àrea?

5. Aquestes motlures mesuren 175 cm d'ample i 284 cm d'alt. Quina és l'àrea tancada?

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Institut Juan de Garay

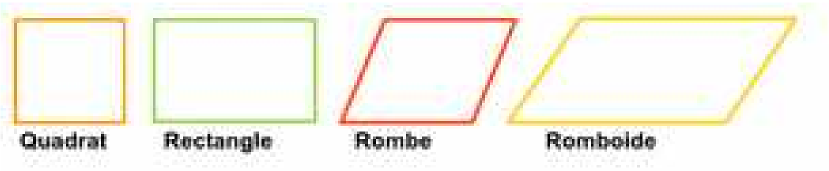
1.3. Àrea de paral·lelogram i del triangle.

Recorda que:

Un paral·lelogram és un quadrilàter (quatre costats) els costats del qual oposats són paral·lels.

Els quadrats, els rectangles i els rombes són paral·lelograms.

Els que no són de cap d'aqueixos tipus s'anomenen **romboides.**

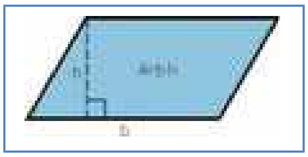


Els paral·lelograms tenen les propietats següents:

- Els costats oposats son iguals.
- Les seues diagonals és tallen als seus punts mitjans.
- Tenen un centre de simetria.
- Els romboides no tenen un eix de simetria.

L'àrea d'un **paral·lelogram** és el producte de la seua base per la seua altura, igual que l'àrea d'un rectangle:

Àrea $_{Paral\cdot lelogram}$ ***= base · altura***

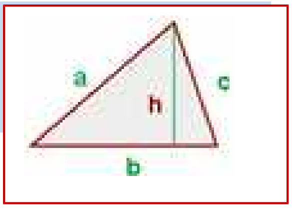


Mira el paral·lelogram de la figura. Pots convertir-lo en un rectangle tallant un triangle i col·locant-lo a l'altre costat.

Si talles a un paral·lelogram per una de les seues diagonals obtens dos triangles iguals, amb la mateixa base i la mateixa altura que el paral·lelogram. Per tant la seua àrea és la meitat que la del paral·lelogram.

L' àrea **d'un triangle** és la mitat de l'àrea d'un paral·lelogram:

$$Àrea_{triangle} = \frac{base \cdot altura}{2}$$



Exemple:

- L'àrea d'un triangle de base b = 5 *cm* i altura h = 8 *cm* és 20 cm^2 ja que:

$$Àrea_{triangle} = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{5 \cdot 8}{2} = 20\ cm^2.$$

Activitats resoltes

- La vela d'un barco té forma triangular. La base de la vela mesura 3 metres i la seua altura són 6 metres, quina superfície ocupa la dita vela?

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Institut Juan de Garay

Solució: Com la vela té forma triangular:

$$\acute{A}rea_{triangle} = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9\ m^2.$$

- Troba els següents perímetres i àrees:

a) Un quadrat de 4 metres de costat:

Perímetre: La suma dels seus quatre costats: 4 + 4 + 4 + 4 = 16 *m*.

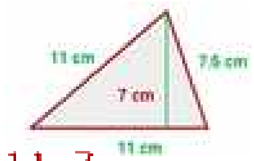
Àrea*:* costat · costat = 4 · 4 = 16 m^2.

b) Un rectangle de 5 metres d'ample i 3 *m* de llarg

Perímetre: Suma dels seus costats: 5 + 5 + 3 + 3 = 16 *m*.

Àrea: Llarg per ample = 5 · 3 = 15 m^2.

c)



Àrea: $A = \frac{11 \cdot 7}{2} = 38.5\ cm^2$

Recorda que:
Un **triangle** és **rectangle**, si té un angle recte.

Perímetre: $P = 11 + 11 + 7.5 = 29.5\ cm$

Activitats proposades

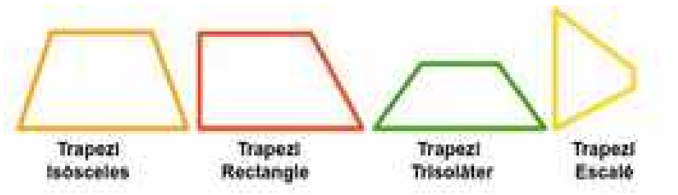
6. Cada un dels triangles de la figura tenen una base de 10 *mm* i una altura de 6 *mm*. Quant val l'àrea de cada triangle? Si en total hi ha 180 triangles, quina àrea ocupen en total?

7. La base d'un triangle rectangle mesura 8 *cm*. Si la seua hipotenusa mesura 10 cm, quina és l'àrea d'aquest triangle rectangle? (*Ajuda*: Utilitza el teorema de Pitàgores per a calcular l'altre catet. Com els catets són ortogonals, un és la base i l'altre, l'altura)

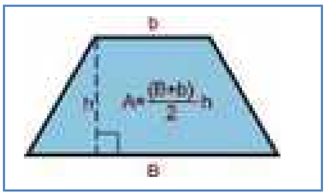
1.4. Àrea del trapezi, rombe i romboide

Recorda que:

- Un **trapezi** és un quadrilàter amb dos costats paral·lels i dos costats no
- Un trapezi amb dos angles rectes s'anomena **rectangle**
- Un trapezi amb els dos costats no paral·lels iguals s'anomena **isòsceles**
- Un trapezi amb els tres costats desiguals s'anomena **escalè**



Imagina un trapezi. Gira'l 180º. Uneix el primer trapezi amb el trapezi que acabes de girar per un costat. Què obtens? És un paral·lelogram? Té de base, la suma de les bases menor i major del trapezi, i d'altura, la mateixa que el trapezi, doncs la seua àrea és la suma de les bases per l'altura. Per tant l'àrea del trapezi, que és la meitat és la semisuma de les bases per l'altura.

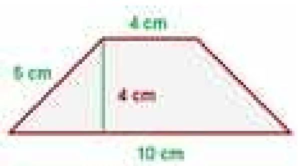


L'**àrea d'un trapezi** és igual a la meitat de la suma de les seues bases multiplicada per la seua altura:

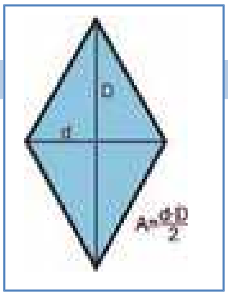
$$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$$

Exemple:

- Tenim el següent trapezi les mesures del qual són: B = 10 *cm*, b = 4 *cm*, h = 4 *cm*, la seua àrea és:



$$A = \frac{(10+4)\cdot 4}{2} = 28 \ \ cm^2$$



Pensa en un rombe. Està format per dos triangles iguals

L' **àrea d'un rombe** és el producte de les seues diagonals dividides entre 2:

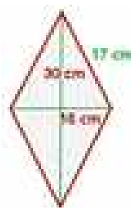
$$A = \frac{D\cdot d}{2}$$

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Institut Juan de Garay

Exemple:

- Si tenim un rombe les diagonals del qual mesuren D = 30 *cm* i d = 16 *cm* respectivament i un costat mesura 17 *cm*, l'àrea serà

$$A = \frac{30 \cdot 16}{2} = 240 \text{ cm}^2$$



I el perímetre **P = 17 · 4 = 68 *cm*** en ser tots els costats iguals.

Una altra manera de trobar l'àrea d'un rombe seria considerar que el rombe amb les seues dues diagonals forma quatre triangles rectangles iguals de costats: 15 *cm*, (la meitad de la diagonal D), 8 *cm* (la meitat de la diagonal d), perquè ambdues diagonals s'encreuen en el centre del rombe, i d'hipotenusa 17 *cm*, el costat del rombe.

L'àrea és : Àrea d'un triangle multiplicada per 4 triangles.

Comprovem que el valor coincideix amb l'anterior:

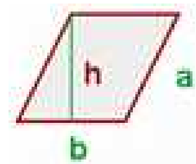
$$(8 \cdot 15 : 2) \cdot 4 = 60 \cdot 4 = 240 \ cm^2.$$

Ja saps que el romboide és un cas particular de paral·lelogram.

L'àrea **d'un romboide** és el producte de la seua base i la seua altura :

$$\text{Área}_{\text{romboide}} = \text{base} \cdot \text{altura} = b \cdot h$$

Exemple:



- Si tenim un romboide de 5 *cm* de base i 4 *cm* d'altura la seua àrea és 5 · 4 = 20 cm^2.

Si el costat val 4, el perímetre és 5 + 5 + 4 + 4 = 18 *cm*.

Activitats resoltes

- Calcula l'àrea de les següents figures planes:

  a)Un trapezi de bases 10 i 4 cm i d'altura 3 cm

  b) Un rombe de diagonals 16 i 12 cm

Solució:

$$\text{Àrea}_{\text{trapezi}} = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{(10+4)\cdot 3}{2} = 21 \ cm^2.$$

$$\text{Àrea}_{\text{rombe}} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{16 \cdot 12}{2} = 96 \ cm^2.$$

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo

Traducció: Institut Juan de Garay

Activitats proposades

8. En un catxirulo amb forma de rombe, les seues diagonals mesuren 84 i 35 *cm*. Quant mesura l'àrea del catxirulo?

9. Un trapezista està realitzant acrobàcies sobre un trapezi de bases 1,2 i 0,8 m i altura 0,5 *m*. Quant mesura l'àrea del trapezi que usa el trapezista?

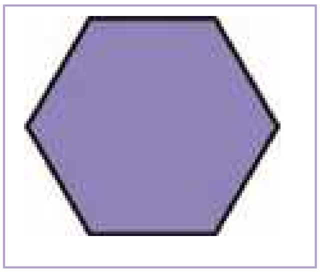
10. Calcula l'àrea d'un romboide de 15 *cm* de base i 12 *cm* d'altura. Si dobleguem les mesures de la base i l'altura, quina és l'àrea del nou romboide?

1.5. Àrea de polígons regulars

Un polígon regular podem dividir-lo en tants triangles iguals com a costats té el polígon. Cada triangle té d'àrea: (base · altura)/2. La base del triangle és el costat del polígon, i la seua altura, l'apotema del polígon.

Exemple:

L'hexàgon regular de costat 4 cm i apotema 3,5 cm el descomponem en 6 triangles de base 4 cm i altura 3,5 cm, per la qual cosa la seua àrea és:



$$\text{Àrea}_{\text{triangle}} = \frac{4 \cdot 3{,}5}{2} = 7\ cm^2.$$

L'àrea de l'hexàgon és per tant :

$$\text{Àrea}_{\text{hexàgon}} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 3{,}5}{2} = \left(\frac{6 \cdot 4}{2}\right) \cdot 3{,}5 = 42\ cm^2.$$

En ser $\left(\frac{6 \cdot 4}{2}\right)$ el semiperímetre de l'hexàgon, és a dir, la meitat del seu perímetre, es pot dir que:

L' **àrea d'un polígon regular** és igual al semiperímetre per l'apotema.

Àrea = semiperimetre · apotema

Activitats resoltes

- Calcula les àrees d'un triangle i un hexàgon regular de costat 6 *cm*.

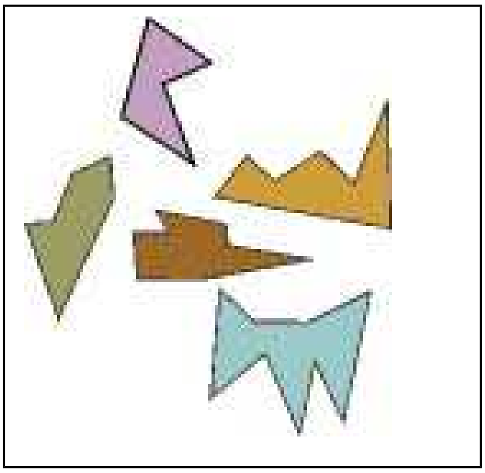
Solució: El semiperímetre del triangle és 9 *cm* i el de l'hexàgon és 18 *cm*. Les apotemes les pots calcular utilitzant el teorema de Pitàgores i valen, per al triangle i per a l'hexàgon aproximadament 5,2 *cm*, doncs les àrees valen:

$$A_{\text{triangle}} = 9 \cdot 5{,}2 = 46{,}8\ cm^2.$$

$$A_{\text{hexàgon}} = 18 \cdot 5{,}2 = 93{,}6\ cm^2.$$

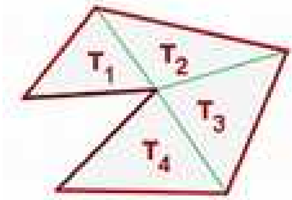
Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Institut Juan de Garay

1.6. Àrea de polígons irregulars



Els polígons irregulars són aquells que no tenen una forma coneguda determinada.

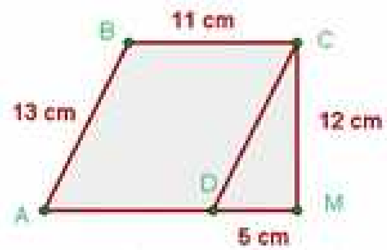
Per a calcular l'àrea d'un polígon irregular, dividim la figura en triangles i quadrilàters coneguts per a poder aplicar les fórmules apreses anteriorment.



$$A = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$$

Exemple:

- Trobar el perímetre i l'àrea de la figura:



AD = BC; AB = DC ⟶ Romboide

P = 13 + 11 + 12 + 5 + 11= 52 *cm*

$A = A_R + A_T$

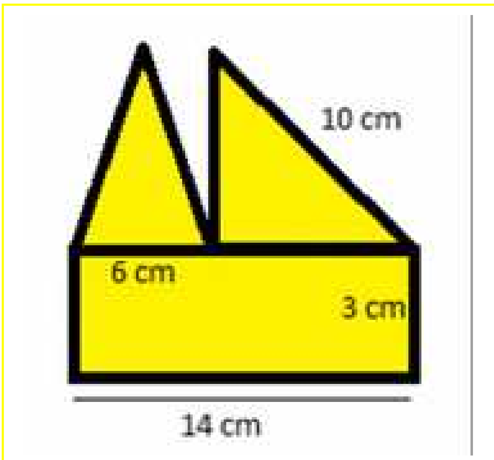
A_R = àrea del romboide A_T =àrea del triangle

$$A = 11 \cdot 12 + (12 \cdot 5) : 2 = 162\ cm^2$$

Exemple:

L'àrea d'aquesta figura irregular és 84 cm^2. Què hem fet per calcular-la?

Dividim la figura en dos triangles i un rectangle i calculem l'àrea de cada una de les figures. Prèviament utilitzem el teorema de Pitàgores per calcular l'altura dels triangles i obtenim que mesura 6 *cm*.



$$Àrea_{triangle\ 1} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18\ \ cm^2.$$

$$Àrea_{triangle\ 2} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24\ \ cm^2.$$

$$Àrea_{\ rectangle} = b \cdot h = 14 \cdot 3 = 42\ cm^2.$$

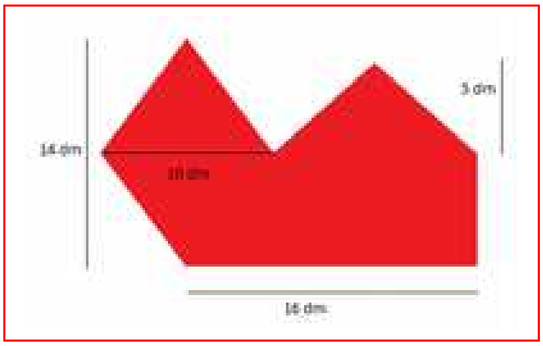
Per a calcular l'àrea total, sumem les tres àrees obtingudes:

$$A_{\ total} = 18 + 24 + 42 = 84\ cm^2.$$

Activitats resoltes

- Per calcular l'àrea de la figura de la dreta, la dividim primer en quadrilàters coneguts.

Tenim un rombe, un trapezi i un triangle:



Calculem l'àrea del rombe, el trapezi i el triangle:

$$\text{Àrea}_{\ rombe} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{14 \cdot 10}{2} = 70\ dm^2.$$

El trapezi té de base major 16 dm, de base menor 16 – 5 = 11 dm, i d'altura 7 dm, doncs:

$$\text{Àrea}_{\ trapezi} = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{(16+11)\cdot 7}{2} = \frac{189}{2}\ dm^2.$$

La base del triangle mesura 11 *dm* i la seua altura 5 *dm*, doncs la seua àrea mesura:

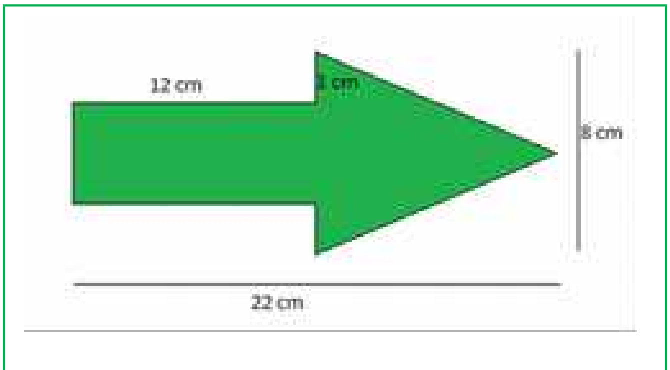
$$\text{Àrea}_{\ triangle} = \frac{B \cdot h}{2} = \frac{11 \cdot 5}{2} = \frac{55}{2}\ dm^2.$$

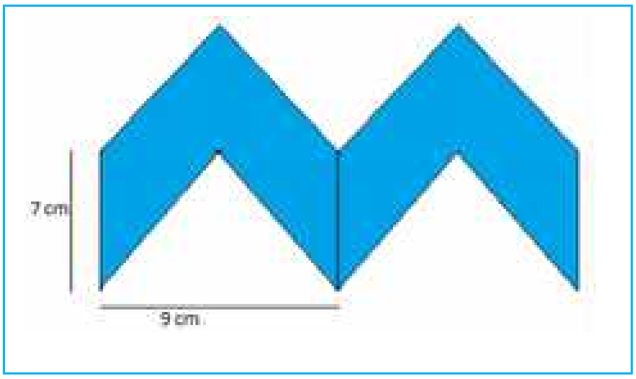
Sumant totes les àrees obtingudes:

$$\text{Àrea}_{\ TOTAL} = 70 + \frac{189}{2} + \frac{55}{2} = 192\ dm^2.$$

Activitats proposades

11. Calcula l'àrea dels següents polígons irregulars:





Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo

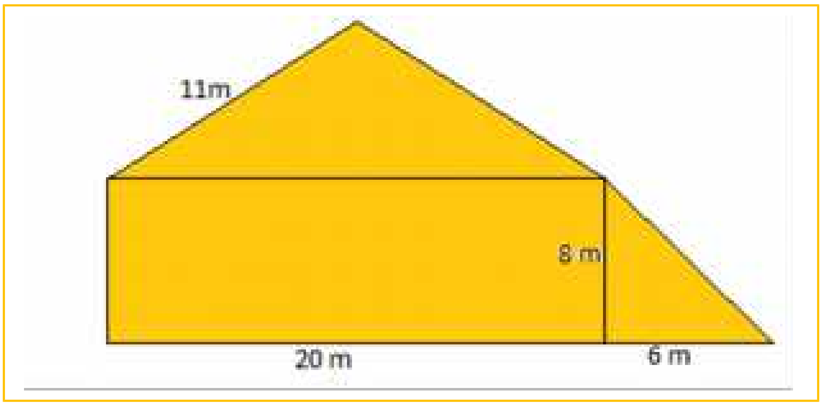
Traducció: Institut Juan de Garay

1.7. Perímetres de polígons

El **perímetre** d'un polígon és la suma de les longituds de tots els seus costats

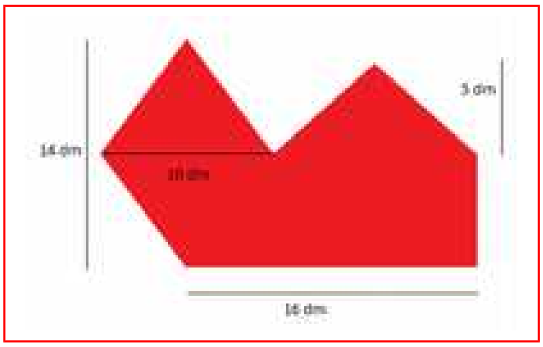
Activitats proposades

12. Calcula el perímetre del polígon de la figura:



13. Calcula el perímetre dels polígons de l'activitat 11.

14. Calcula el perímetre del polígon de la figura:



Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Institut Juan de Garay

2. PERÍMETRES I ÀREES DE FIGURES CIRCULARS

2.1. Longitud d'una circumferència

El **nombre π** (pi) es defineix com el quocient entre la longitud de la circumferència i el seu diàmetre.

π = Longitud de la circumferència / Diàmetre

És un nombre irracional, amb infinites xifres decimals no periòdiques. Una aproximació de **π** és 3,14, una altra 3,1416, i una altra 3,141592.

Des de l'antiguitat més llunyana fins hui en dia els matemàtics continuen investigant sobre ell.

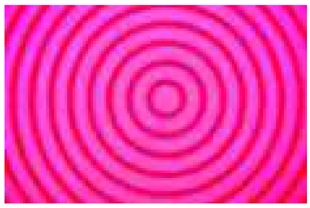
Si una circumferència té un radi r, doncs el seu diàmetre mesura $2r$, i la seua longitud, per la definició de π, mesura $2 \cdot \pi \cdot r$.

Longitud de la circumferència = $2 \cdot \pi \cdot r$.

Activitats resoltes

- La circumferència de radi 3 *cm* té una longitud $L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 3 = 6 \cdot \pi \approx 18{,}84$.

Activitats proposades



15. Les circumferències de grandària real de la il·lustració del marge tenen com a radi, la menor 2 *cm*, l'un poc més fosca següent 2,5 *cm*, la clara següent 3,5 *cm*, i així, augmenta unes vegades mig centímetre i altres, un centímetre. Calcula les longituds de les 10 primeres circumferències.

16. Busca 3 objectes redons, per exemple un got, una tassa, un plat, una botella… i utilitza una cinta mètrica per a mesurar la seua longitud. Mesura també el seu diàmetre. Calcula el seu quocient. Anota les aproximacions de π que hages obtingut.

17. La Terra és aproximadament una esfera de radi 6.379 *km*. Quant mesura l'Equador?

2.2. Longitud d'un arc de circumferència

Per calcular la longitud d'un arc de circumferència que comprén un angle de α graus, hem de tindre en compte que la circumferència completa comprén un angle de 360º. Per tant:

$L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha / 360$.

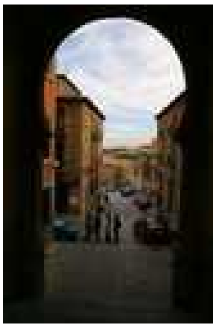
Activitats resoltes

- Les rodes d'un carro mesuren 60 *cm* de diàmetre, i tenen 16 radis. La longitud de l'arc entre cada ràdio és $L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha / 360 = 60 \cdot \pi / 16 \approx 11{,}78$ *cm*.

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Institut Juan de Garay

Activitats proposades

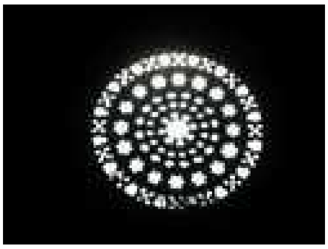
18. Antigament es definia un metre com: *"la deu milionèsima part del quadrant del meridià terrestre que passa per París"*. Segons aquesta definició, quant mesura (en metres) el diàmetre terrestre?



19. Hem mesurat la distància entre els pilars de l'arc de la figura que és de 8'4 *m*. Quina és la longitud de l'arc?

20. Un far gira descrivint un arc de 170º. A una distància de 5 *km*, quina és la longitud de l'arc de circumferència en què es veu la llum?

21. El radi de la circumferència exterior del rosetó de la figura és de 3 *m*, i la de la següent figura és de 2,5 *m*.



a) Calcula la longitud de l'arc que hi ha en la greca exterior entre dues figures consecutives.

b) Calcula la longitud d'arc que hi ha en la següent greca entre dues figures consecutives.

2.3. Àrea del cercle

L' **àrea del cercle** és igual al producte del nombre π pel quadrat del radi.

$$\mathbf{A = \pi \cdot r^2.}$$

Es pot imaginar l'àrea del cercle com a la que s'acosten polígons regulars inscrits en una mateixa circumferència de radi *r*, amb cada vegada més costats. Llavors:

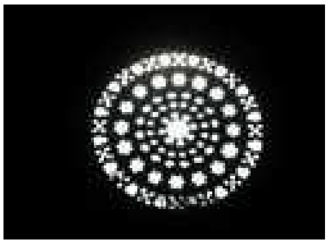
i) L'apotema del polígon s'aproxima al radi.

ii) El perímetre del polígon s'aproxima a la longitud de la circumferència.

Per tant, l'àrea d'aqueix polígon, que és igual al semiperímetre per l'apotema, és igual a:

$$(2\cdot\pi\cdot r/2)\cdot r = \pi\cdot r^2.$$

Activitats resoltes



- L'àrea d'un cercle de radi 7 *cm* és A = 49 π ≈ 153,86 cm^2. I el d'un cercle d'1 *cm* de radi és A = π ≈ 3,14 cm^2.
- L' àrea d'un cercle de diàmetre 4 m és A = 2^2 π = 4 π ≈ 12,56 m^2. I el d'un cercle de 2 *m* de diàmetre és A = 1^2π = π ≈ 3,14 m^2.

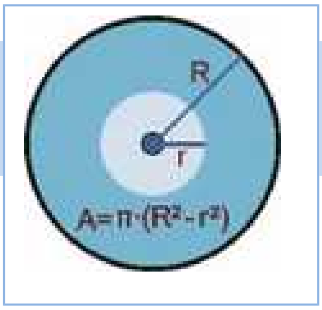
Activitats proposades

22. Calcula l'àrea tancada per la circumferència exterior del rosetó de 3 *m* de radi.

23. Calcula l'àrea tancada per la circumferència que rodeja a la figura interior sabent que el seu radi és de 1,3 *m*.

24. Dibuixa un esquema en el teu quadern del dit rosetó i calcula àrees i longituds.

2.4. Àrea de la corona circular



L'àrea d'una corona circular és igual a l'àrea del cercle major menys l'àrea del cercle menor.

$$\mathbf{A = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (R^2 - r^2)}$$

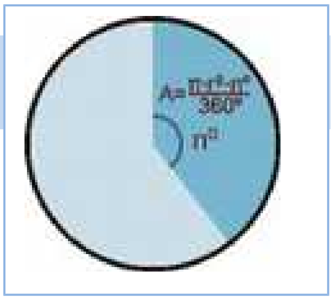
Activitats resoltes

- L'àrea de la corona circular formada per les circumferències concèntriques de radis 97,5 *cm* i 53,2 *cm* és igual a: A = $\pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi \cdot (97{,}5^2 - 53{,}2^2) = \pi \cdot (9506{,}25 - 2830{,}24) = \pi \cdot 6676{,}01 \approx 20962{,}6714\ cm^2$.

Activitats proposades

25. Calcula l'àrea de la corona circular de radis 7 i 3 *cm*.

2.5. Àrea del sector circular



L'àrea d'un sector circular que comprén un angle de *n* graus és igual a:

$$\mathbf{A = \pi \cdot r^2 \cdot n / 360.}$$

Per trobar l'àrea **del segment circular restem** a l'àrea del sector circular l'àrea del triangle construït sobre els radis.

Activitats resoltes

- Per trobar l'àrea del *sector* circular de radi 7 m que comprén un angle de 90º, calculem l'àrea del cercle complet: $\pi \cdot 7^2 = 49\pi$, i trobem la proporció:

$$A_S = 49\pi \cdot 90/360 = 12{,}25\,\pi \approx 38{,}465\ m^2.$$

Per trobar l'àrea del *segment* circular, restem a l'àrea anterior l'àrea del triangle rectangle de base 7 *m* i altura 7 *m*, $A_T = 7 \cdot 7/2 = 24{,}5\ m^2$. Doncs l'àrea del segment és:

$$A = A_S - A_T = 38{,}465 - 24{,}5 = 13{,}965\ m^2.$$

Activitats proposades

26. Calcula l'àrea del sector circular i del segment circular de radi 12 *cm* i que forma un angle de 60º. Observa que per a calcular l'altura del triangle necessites usar el Teorema de Pitàgores.

2.6. Altres àrees.

Per trobar l'àrea **d'un sector de corona circular** restem a l'àrea del sector circular de major radi l'àrea del sector circular de menor radi.

L'**àrea d'un sector de corona circular** formada per les circumferències concèntriques de radis *r* i *R* que comprén un angle de *n* graus és igual a:

$$\mathbf{A = \pi \cdot R^2 \cdot (n/360) - \pi \cdot r^2 \cdot (n/360) = \pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot n/360.}$$

Activitats resoltes

- Per trobar l'àrea del *sector* de corona circular de radis 7 m i 8 m que comprén un angle de 90º, calculem l'àrea de la corona circular completa: $\pi \cdot (8^2 - 7^2) = 15\ \pi$, i trobem la proporció:

$$A_C = 15\ \pi \cdot 90/360 = 3,75\ \pi \approx 11,78\ m^2.$$

També es pot trobar amb la fórmula anterior:

$$A_C = \pi \cdot (8^2 - 7^2) \cdot 90/360 \approx 11,78\ m^2.$$

Activitats proposades

27. Calcula l'àrea del sector de corona circular de radis 10 *cm* i 12 *cm* i que forma un angle de 60º.

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo

Traducció: Institut Juan de Garay

CURIOSITATS. REVISTA

Mesura del radi de la Terra.

Eratòstenes de Cirene va estimar, de manera molt precissa per a la seua època, el radi de la Terra. Per fer això va haver de mesurar amb atenció longituds (entre la ciutat de Syena prop d'Assuan i Alexandria), angles (del Sol en el solstici d'estiu). Com aqueix angle era 1/50 de la circumferència va determinar que el radi de la Terra era 50 vegades la distància calculada.

El nombre π (PI)

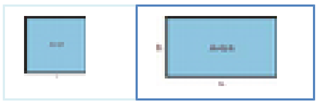
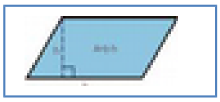
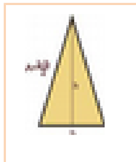
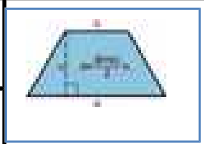
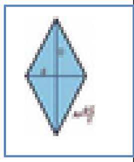
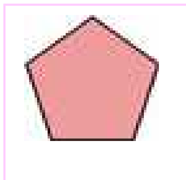
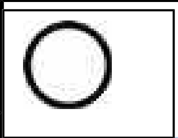
És un nombre sorprenent amb infinites xifres decimals no periòdiques.
El seu rastre més antic es troba en el Papir d'Ahmes on se li dóna un valor de 3,16.
Arquimedes el va valorar com 22/7 que és 3,1429.
Actualment, amb ajuda de l'ordinador, es calculen més i més de les seues xifres decimals. En 2009 es van trobar més de dos bilions i mig de decimals de pi: π = 3,141592…

Algunes xifres de π:

3,14159265358979323846264338327950288498628034825342117067982148086513282306
8410270193852110555964462294895493038171201909145648566923460348610454326648
8152092096282925409171536436789259036057270365759591953092186117381932611793
2793818301194912983367336244065664308617176293176752384674818467669405132
0007872146844090122495343014654958537105018159813629774771309960518707211349
9999553469083026425223082533446850352619317766914730359825349042875546873115
9562130019278766111959092164201989380952573530185296899577362259941389124972
1775617278558890750983817546374649393192550766010471018194295559619894676
7837449694912933136770289891521047521620569667326391419927260426992279678235
47816364983850549458858692699569092721079750981834797753566369807426542527
862551818921732172147723501414419735685481613613454776241686251898356948556
209921922227232791786085784383827967976681454100841284886269456042419652850
222106611867191728746776465757396241389086583264552595709825822620522489407
726719478268524517493996514314298091906592509372216175392846813826868386894
277415599185548653836736222626099124608051243884390894416948685558484063534
220722258284883852254995466672782398645659611635488679451096596094025228879
710893145669136178249385890097149096759852613655497817755513237964145152374
623436454285844435969536231442952484937187110145765403784896833214457138687
519435064302184536141966342875444064374512371819217999831961567945208095146
550225231603881930467221825625996615014215030680384477343243408819071048633
173464965145390579659102897064140110971206280439039759515731251471205329281
918261861258673215797229109816909152801735067127485832228706751033467110314
1267111369908658516390998985998238734552833163550…

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Institut Juan de Garay

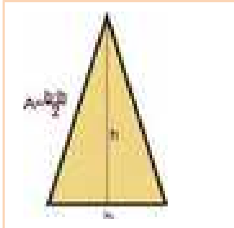
RESUM

			Ejemplos
Àrea del quadrat	A = costat^2 = l^2		Si l = 4 cm ⇒ A = 16 cm^2
Àrea del rectangle	A = base per altura = $a \cdot b$		Si a = 3 cm, b = 5 cm ⇒ A = 15 cm^2.
Àrea del paral·lelogram	A = base per altura = $a \cdot b$		a = 7 m, b = 9 m ⇒ A = 63 m^2
Àrea del triangle	A = (base per altura)/2 = $a \cdot b/2$		a = 5 m, b = 6 m ⇒ A = 15 m^2
Àrea del trapezi	Àrea igual a la semisuma de les bases per l'altura	 	B = 7; b = 3; h = 5 ⇒ A = 25
Àrea del rombe	Àrea igual al producte de les diagonals partit per 2		D = 4, D = 9 ⇒ A = 36/2 = 18
Perímetre d'un polígon	Perímetre és igual a la suma dels costats		Costat = 6 cm, apotema = 5 cm, nombre de costats = 5 ⇒ Perímetre = 6 · 5 = 30 cm; Àrea = 15 · 5 = 75 cm^2.
Àrea d'un polígon regular	Àrea és igual al semiperímetre per l'apotema		
Longitud de la circumferència	Si el radi és r, la longitud es igual a 2 · π · r.	 	Radi = 3 cm ⇒ Longitud = 6π ≈ 18,84 cm. Àrea = 9π ≈ 28,26 cm^2. Si α = 30º i r = 3 cm ⇒Longitud de l'arc = 2·π·3·30/360 = 0,5π ≈ 1,57 cm
Longitud d'un arc de circumferència	Si comprén un arc α , longitud és igual a 2 · π · r · α/360		
Àrea del cercle	Si el radi és r, l'àrea és igual a π · r^2.		
Àrea de la corona circular	És la diferència entre l'àrea del cercle major menys la del cercle menor.	 	R = 7, r = 3 ⇒ A = π(7^2 – 3^2) = π(49 – 9) = 40π ≈ 125,6 u^2
Àrea del sector circular	Si comprén un arc núm., l'àrea és igual a π · r^2· n/360.		R = 4 cm, n = 60º ⇒ A = π·16·60/360 ≈ 8,373 cm^2

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Institut Juan de Garay

EXERCICIS I PROBLEMES de 1r d'ESO

Longituds i àrees de polígons



1. Un senyal de circulació té forma triangular. La seua base mesura 23 cm i la seua altura 36 cm. Quina és l'àrea del senyal de circulació?

2. La pissarra d'una classe té 150 cm d'altura i 210 cm de base. Quina és la superfície de la pissarra?

3. La teulada d'una casa té forma de trapezi. La base pegada al sostre de la vivenda mesura 53 m i l'altra base mesura 27 m. Sabent que l'altura de la teulada són 8 m, Quant mesura la seua àrea?

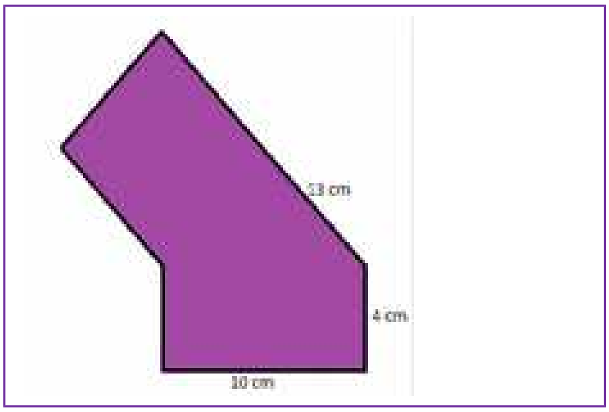
4. Es vol dissenyar un portagots. Pot ser quadrat de 12 cm de costat o circular de 7 cm de radi. Calcula ambdues superfícies. Als portagots se'ls vol posar un vorell. Quina longitud de vorell es necessita en cada cas? Quin és menor? Només tenim 50 cm de vorell, què quadrat podem dissenyar i quin portagots circular? Calcula l'àrea de cada u.

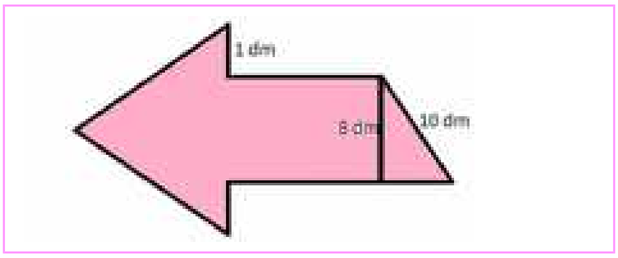
5. Calcula l'àrea d'un triangle isòsceles els costats iguals del qual mesuren 7 *cm* i el seu perímetre mesura 20 *cm*.

6. Quina és l'àrea d'un rectangle la diagonal del qual mesura 13 *cm* i la seua altura 5 *cm*?

7. Calcula el perímetre d'un rombe les diagonals del qual mesuren 24 i 10 *cm* respectivament.

8. Calcula l'àrea dels següents polígons irregulars:





Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Institut Juan de Garay

Longituds i àrees de figures circulars

9. Calcula la longitud d'una circumferència de radi 7 cm.

10. Una circumferència de 98,27 cm de longitud, quin radi té? i quin diàmetre?

11. Quina és la longitud d'un arc de circumferència de 270º si el radi mesura 17 cm?

12. Calcula la longitud d'una circumferència inscrita en un hexàgon de costat 5 cm.

13. Calcula la longitud d'una circumferència inscrita en un quadrat de costat 5 cm.

14. Calcula la longitud d'una circumferència circumscrita en un quadrat de costat 5 cm.

15. Calcula l'àrea en m^2 dels cercles de radi *r* igual a:

a) $r = 53$ *cm* b) $r = 9$ *m* c) $r = 8{,}2$ *dam* d) $r = 6{,}2$ *dm*

16. Calcula el radi d'un cercle d'àrea 28,26 m^2.

17. Calcula l'àrea d'un cercle de diàmetre 73,6 cm.

18. Calcula l'àrea de les corones circulars de radis, respectivament:

a) R = 8 *m*; r = 3 *m*. b) R = 72 *cm*; r = 41 *cm*. c) R = 9 *m*; r = 32 *cm*. d) R = 5 *dm*; r = 4 *cm*.

19. Calcula l'àrea, en cm^2, dels sectors circulars de radi *r* i angle α següents:

a) r = 6 m; α = 30º b) r = 3,7 cm; α = 45º c) r = 2,7 dm; α = 60º d) r = 4 m; α = 90º

20. En una habitació rectangular de costats 3 i 5 m, cobrim un tros amb una estora circular de radi 2 m, quina part de sòl queda sense cobrir?

21. Dibuixa al teu quadern el disseny de tapís del marge de manera que el costat del quadrat xicotet fosc siga d'1 cm, el costat del quadrat de vora groc, de 3 cm, i la vora del quadrat de fons roig, de 6 cm. Estima l'àrea del cercle roig, del cercle fosc, de la figura en roig i de les línies grogues.

22. En una estora circular de 3 m de diàmetre ha caigut en el centre una taca de mig metre de radi. a) Quina àrea ocupa la part neta de l'estora? b) Tapem la taca amb una altra estora quadrada de 1,5 m de costat, quina àrea de l'estora circular queda sense tapar?

23. En un cercle tallem dos cercles tangents interiors de ràdios 5 i 2 cm, quina àrea queda sense tallar?

AUTOAVALUACIÓ de 1r d'ESO

1. El costat d'un hexàgon regular medeix 7 *m*, doncs el seu perímetre medeix:

a) 4,2 *dam* b) 42 m^2 c) 42 *m* d) 42000 *cm*

2. El rombe de diagonals 12 *dm* i 10 *dm* té com a àrea:

a) 62 dm^2 b) 11 dm^2 c) 60 dm^2 d) 67 dm^2

3. El trapezi de bases 7 *cm* i 5 *cm* i altura 8 *cm*, té com a àrea:

a) 60 cm^2 b) 48 cm^2 c) 50 cm^2 d) 40 cm^2

4. La longitud de la circumferència de radi 4,6 *cm* mesura aproximadament:

a) 0,2 *m* b) 30 *cm* c) 28,9 *cm* d) 25,7 *cm*

5. La longitud de l'arc de circumferència de radi 27,4 *m* que comprén un arc de 30º medeix aproximadament:

a) 28,6 *m* b) 100 *cm* c) 28,9 *cm* d) 14,34 *m*

6. L' àrea del cercle de radi 83,6 *m* medeix aproximadament:

a) 2,19 hm^2 b) 234 dam^2 c) 295413344 cm^2 d) 0,2 km^2

7. L'àrea de la corona circular de radis 10 i 5 *m* medeix aproximadament:

a) 23550 cm^2 b) 235,5 m^2 c) 235 *m* d) 0,2 km^2

8. La longitud de la semicircumferència de radi 7,3 *cm* medeix aproximadament:

a) 0,3 *m* b) 45,8 *cm* c) 22,922 *cm* d) 25,7 *cm*

9. La longitud de l'arc de circumferència de radi 9,2 *m* que comprén un arc de 60º medeix aproximadament:

a) 9,3421 *m* b) 10 *m* c) 976 *cm* d) 9,6 *m*

10. L'àrea del sector circular de radi 83,6 *m* que comprèn un arc de 45º medeix aproximadament:

a) 2,172 hm^2 b) 231 dam^2 c) 27445581 cm^2 d) 273 m^2

Autors: Javier Rodrigo, Raquel Hernández i José Antonio Encabo
Traducció: Institut Juan de Garay