



LibrosMareaVerde.tk
www.apuntesmareaverde.org.es



Autor: Eduardo Cuchillo

Revisora: Nieves Zuasti

Il·lustracions: Banc d'imatges de l'INTEF

Traducció al valencià: Departament de Matemàtiques de l'Institut Juan de Garay



Índex

1. PRIMERES EXPRESSIONS DECIMALS

- 1.1. INTRODUCCIÓ. EXPRESSIONS DECIMALS
- 1.2. CONVERSIÓ D'UNA EXPRESSIÓ DECIMAL A FRACCIÓ
- 1.3. REPRESENTACIÓ EN LA RECTA NUMÈRICA
- 1.4. SUMA I RESTA D'EXPRESSIONS DECIMALS
- 1.5. PRODUCTE D'EXPRESSIONS DECIMALS
- 1.6. DIVISIÓ D'EXPRESSIONS DECIMALS (I)
- 1.7. CONVERSIÓ D'UNA FRACCIÓ A EXPRESSIÓ DECIMAL
- 1.8. DIVISIÓ D'EXPRESSIONS DECIMALS (II)

2. EXPRESSIONS DECIMALS PERIÒDIQUES

- 2.1. DECIMALS PERIÒDICS: PUROS I MIXTS
- 2.2. CONVERSIÓ D'UNA EXPRESSIÓ DECIMAL PERIÒDICA EN FRACCIÓ
- 2.3. OPERACIONS AMB EXPRESSIONS DECIMALS PERIÒDIQUES

3. APROXIMACIONS, TRUNCAMENTS I ARRODONIMENTS

- 3.1. APROXIMACIONS
- 3.2. TRUNCAMENTS I ARRODONIMENTS

Resum

Si atenem al nostre entorn, és fàcil que ens trobem amb “nombres que tenen decimals”: en mesurar la temperatura corporal amb un termòmetre, en els preus dels productes d'una empresa que llegim en una fulla de publicitat, etc.

En aquest tema anem a treballar amb ells, i ho farem a partir del que hem après en el capítol anterior sobre les fraccions. Al llarg d'aquest capítol veurem que hi ha fortes connexions entre aqueixos dos conceptes matemàtics: fraccions i expressions decimals.



1. PRIMERES EXPRESSIONS DECIMALS

1.1. Introducció. Nombres decimals

En el capítol anterior van sorgir les fraccions perquè ens siga possible i fàcil parlar de porcions, parts, en les quals alguna cosa ha sigut dividit. No obstant açò, en la vida quotidiana ens trobem amb altres formes que expressen quantitats que no es corresponen amb unitats completes.

Exemple:

- En qualsevol mercat veiem preus d'un quilo de fruita com 2'38 €/kg. Un quilo d'aquesta fruita ens costa 2 euros i 38 cèntims d'euro, quantitat que es troba entre 2 i 3 euros, és major que 2 i menor que 3. Com cada cèntim d'euro és la porció d'euro que resulta en dividir un euro en cent parts iguals, tenim una primera connexió entre l'expressió 2'38 i les fraccions:

$$2'38 = 2 + \frac{38}{100} = \frac{238}{100}$$

que interpretem com que 2 euros i 38 cèntims d'euro és el mateix que 238 cèntims d'euro.



Exemple:

- En alguns carrers o places de les ciutats es situen panells que ens informen de la temperatura ambiental. En dies calorosos la temperatura pot aconseguir, per exemple, els 37'4 graus. Aquesta temperatura és superior a 37 graus i inferior a 38 graus. Podem dir que disposem de dos nombres: a l'esquerra de la coma el número 37, a la dreta de la coma el 4. Ells ens informen que la temperatura exacta del carrer és de 37 graus més 4 dècimes de grau, es a dir, 37 graus més el que resulta de dividir un grau en deu parts iguals i prendre quatre de elles:

$$37'4 = 37 + \frac{4}{10}$$



Exemple:

- Si pesem en una balança la fruita que hem escollit i veiem que el seu pes és d'1'692 kg sabrem que tenim més d'un quilogram de fruita i menys de 2 quilograms. La quantitat exacta és un quilogram de fruita més 692 mil·lèsimes de quilo. Una mil·lèsima de quilogram (rep el nom de gram) és cadascuna de les porcions de quilogram que resulten després de dividir un quilogram en mil parts iguals.

$$1'692 = 1 + \frac{692}{1000} = \frac{1692}{1000}$$

Aquesta igualtat ens indica que 1'692 kg és el mateix que 1692 mil·lèsimes de quilo, és a dir, 1692 grams.



En les tres situacions anteriors han aparegut nombres decimals.

Un nombre decimal consta de dues parts:

- la seua part entera, el nombre que està a l'esquerra de la coma
- i la seua part decimal, que es troba a la dreta de la coma

Com podem apreciar, la part entera d'un nombre decimal arreplega certa quantitat d'unitats completes, mentre que la seua part decimal assenyalava el nombre de porcions que cal afegir, porcions que resulten de dividir una unitat en 10, 100, 1000, etc., parts iguals segons tinguem, respectivament, 1, 2, 3, etc., xifres decimals. Per açò, segons vam veure en el capítol anterior, un nombre decimal està connectat amb les descomposicions de fraccions amb denominador potència del número 10.

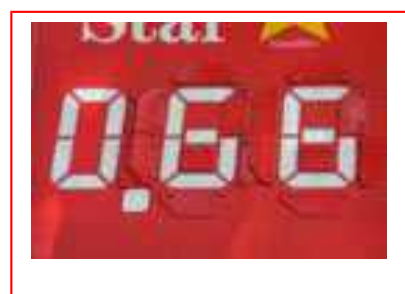
Exemples:

$$2'9 = 2 + \frac{9}{10}$$

$$2'09 = 2 + \frac{9}{100}$$

$$0'3 = 0 + \frac{3}{10} = \frac{3}{10}$$

$$0'035 = 0 + \frac{35}{1000} = \frac{35}{1000}$$



Activitats proposades

1. Cerca altres situacions de la vida real on apareguen nombres decimals.

1.2. Conversió d'una expressió decimal a fracció

Ja hem vist que una expressió decimal es converteix en fracció, de manera que el numerador coincideix amb el nombre decimal, després d'eliminar la coma, i el denominador és el nombre 1 seguit de tants zeros com xifres tenia la part decimal

Exemple:

$$73'18 = 73 + \frac{18}{100} = \frac{7318}{100}$$

Nombres decimals equivalents. Si a un nombre decimal la seua part decimal finalitza amb la xifra zero podem suprimir aquest zero sense que alterem la quantitat que expressa el nombre decimal.

Exemples:

$$3'90 = 3 + \frac{90}{100} = 3 + \frac{9}{10} = 3'9$$

$$76'0 = 76 + \frac{0}{10} = 76 + 0 = 76$$

$$8'200 = 8 + \frac{200}{1000} = 8 + \frac{2}{10} = 8'2$$

Recíprocament, en ocasions pot resultar convenient, a causa del context, afegir algun zero a la part decimal:

$$46'54 = 46 + \frac{54}{100} = 46 + \frac{540}{1000} = 46'540$$

Activitats proposades

2. Transforma en fraccions els següents nombres decimals:

a) 0'87

b) 0'0701

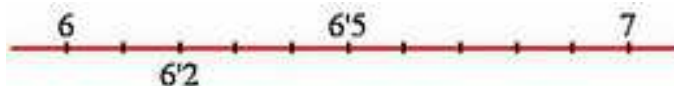
c) 30'56

d) 17'03

e) 10'050

1.3. Representació en la recta numèrica

La relació que hem aconseguit entre els nombres decimals i les fraccions ens permet situar-los a la recta numèrica. Per a representar un nombre decimal com $6'2$ en primer lloc ens fixem en la seua part entera, 6, la qual cosa ens informa que $6'2$ es troba entre els nombres naturals 6 i 7. Com la seua part decimal posseeix una sola xifra, són 2 dècimes, haurem de dividir el segment d'extremes 6 i 7 en deu parts iguals para, finalment, situar $6'2$ sobre la segona de les marques.



Si el nombre decimal té més d'una xifra decimal, haurem de realitzar una subdivisió més exigent. El nombre decimal $3'76$ té dues xifres decimals. En ser la seua part sencera 3, es troba situat entre els nombres 3 i 4. La posició exacta l'aconseguiríem si dividírem el segment d'extremes 3 i 4 en 100 parts iguals i cerquem, a partir del número 3, les 76 centèsimes.



Activitats proposades

3. Situa en la següent recta els nombres $8'43$, $8'48$, $8'51$ y $8'38$



Comparació entre expressions decimals.

Decidir si un nombre decimal és major o menor que un altre és prou senzill. Si les seues parts senceres són diferents, elles ja determinen quin és major.

Exemple:

- $13'66$ és major que $11'4$, doncs el primer té part sencera 13 i el segon 11.

Si tenen igual part sencera passem a mirar la seua primera xifra decimal, la de les dècimes. Si són diferents, ja podem decidir.

Exemple:

- $7'25$ és menor que $7'3$, ja que tenen la mateixa part entera i la primera xifra decimal de $7'3$ és major que la primera xifra decimal de $7'25$.

En general, si coincideixen les parts enteres cerquem la primera xifra decimal en la qual els nombres difereixen. La que siga major pertanyerà al major nombre decimal.

Activitats proposades

4. Assenyala quin nombre és el major per a cadascuna de les següents parelles:

a) 0'87 i 0'789 b) 3'58 i 4'1 c) 7'005 i 7'1 d) 32'4 i 27'9

5. Escriu dos nombres decimals que siguin, simultàniament, majors que 6'147 i menors que 6'2.

1.4. Suma i resta d'expressions decimals

Com que hem relacionat les expressions decimals amb les fraccions, anem a traslladar les operacions entre fraccions a operacions entre expressions decimals.

Suma d'expressions decimals. Si per a sumar fraccions havíem d'alterar els denominadors perquè coincidiren, ara n'hi ha prou que les parts decimals tinguin el mateix nombre de xifres. Si no ho tenen des d'un principi, afegim els zeros que siguin necessaris.

Exemples:

$$4'76 + 12'15 = 4 + \frac{76}{100} + 12 + \frac{15}{100} = 16 + \frac{76 + 15}{100} = 16 + \frac{91}{100} = 16'91$$

$$24'7 + 83'15 = 24'70 + 83'15 = 107'85$$

$$53'39 + 56 = 53'39 + 56'00 = 109'39$$

En aquests exemples hem sumat les parts senceres (en el primer d'ells, $3 + 12 = 15$), i les parts decimals ($76 + 15 = 91$). L'operació suma no sempre serà exactament així.

Exemples:

- Si una persona té 4 euros i 37 cèntims d'euro i una altra té 5 euros i 82 cèntims quants diners tenen les dues juntes? Hem de sumar. En total tenen $4 + 5 = 9$ euros i $37 + 82 = 119$ cèntims. Però, com 100 cèntims d'euro és el mateix que 1 euro, 119 cèntims d'euro és igual a 1 euro més 19 cèntims. D'aquesta forma, les dues persones juntes tenen $9 + 1 = 10$ euros i 19 cèntims.



$$4'37 + 5'82 = 4 + \frac{37}{100} + 5 + \frac{82}{100} = 9 + \frac{119}{100} =$$

$$= 9 + \frac{100 + 19}{100} = 9 + \frac{100}{100} + \frac{19}{100} = 9 + 1 + \frac{19}{100} = 10 + \frac{19}{100} = 10'19$$

Ens adonem que, a voltes, en sumar les parts decimals el valor que resulta té més xifres de les quals té assignades i açò afecta a la part entera resultant.

Exemples:

$$5'25 + 2'98 = 8'23$$

$$11'5 + 4'77 = 16'27$$

$$24'7 + 83'35 = 108'05$$

Ens adonem que per a sumar dues expressions decimals hem de:

- Observar, en primer lloc, si les seues parts decimals tenen la mateixa quantitat de xifres.
- Si no és així, completem amb zeros, per la dreta, la part decimal més curta.
- Una vegada que les expressions decimals ja tenen les seues parts decimals amb la mateixa llargària, sumem els nombres ignorant la coma que posseeix cadascun d'ells.
- Al resultat d'aqueixa summa li posem coma per a obtindre una expressió decimal amb part decimal de la mateixa llargària d'abans que les expressions decimals sumades.

Propietats de la suma d'expressions decimals.

Commutativa: No importa en quin ordre sumem dues expressions decimals.

Exemple:

$$314'66 + 2'47 = 317'13$$

$$2'47 + 314'66 = 317'13$$

Associativa: Ens permet sumar més de dues expressions decimals. Agrupem, com vulguem, de dos en dos.

Exemple:

$$5'7 + 30'02 + 17'4 = (5'7 + 30'02) + 17'4 = 35'72 + 17'4 = 53'12$$

$$5'7 + 30'02 + 17'4 = 5'7 + (30'02 + 17'4) = 5'7 + 47'42 = 53'12$$

Element neutre: El nombre 0 sumat a qualsevol altre nombre decimal no laltera.

Exemple:

$$0 + 42'324 = 42'324 = 42'324 + 0$$

Diferència d'expressions decimals.

Igual que amb la suma, hem de forçar que les parts decimals tinguin la mateixa quantitat de xifres.

Exemples:

$$32'45 - 29'36 = \left(32 + \frac{45}{100}\right) - \left(29 + \frac{36}{100}\right) = 32 + \frac{45}{100} - 29 - \frac{36}{100} = (32 - 29) + \left(\frac{45}{100} - \frac{36}{100}\right) = 3 + \frac{9}{100} = 3'09$$

$$7'71 - 5'3 = 7'71 - 5'30 = 2'41$$

En aquests exemples hem restat les parts enteres (en el primer d'ells, $32 - 29 = 3$) i les parts decimals ($45 - 36 = 09$). L'operació diferència no sempre es realitzarà exactament així.

Exemple:

$$\begin{aligned} 82'53 - 9'72 &= \left(82 + \frac{53}{100}\right) - \left(9 + \frac{72}{100}\right) = 82 + \frac{53}{100} - 9 - \frac{72}{100} = 82 - 9 + \left(\frac{53}{100} - \frac{72}{100}\right) = 73 + \frac{53 - 72}{100} = \\ &= 73 + \frac{(-19)}{100} = 73 - \frac{19}{100} = 72 + 1 - \frac{19}{100} = 72 + \frac{100}{100} - \frac{19}{100} = 72 + \frac{100 - 19}{100} = 72 + \frac{81}{100} = 72'81 \end{aligned}$$

$$23 - 16'32 = 23'00 - 16'32 = 6'68$$

- Per a restar dues expressions decimals hem de:
- Observar si les seues parts decimals tenen la mateixa quantitat de xifres.
- Si no és així, completem amb zeros, per la dreta, la part decimal més curta.
- Una vegada que les expressions decimals ja tenen les seues parts decimals amb la mateixa longitud, procedim a restar els nombres ignorant la coma que posseeix cadascun d'ells.
- Al resultat d'aqueixa resta li posem coma per a obtenir una expressió decimal amb part decimal de la mateixa llargària d'abans que les expressions decimals restades.

Com és habitual, l'operació diferència o resta no és commutativa.

Activitats proposades

6. Realitza les operacions:

a) $17'03 + 5'46$

b) $26'84 + 15'57$

c) $6'64 - 5'47$

d) $35'21 - 23'57$

7. Efectua els següents càlculs:

a) $27'3 + 5'87$

b) $2'553 + 6'7$

c) $13'51 - 4'7$

d) $9'1 - 8'57$

8. Troba:

a) $5'57 + 32'6 + 9'115$

b) $46'77 - 15'6 + 2'3$

c) $33'2 - 16'53 - 12'4$

1.5. Producte d'expressions decimals

De nou el pas de decimal a fracció va a indicar-nos com s'ha d'operar.

Exemples:

$$5'7 \cdot 3'3 = \frac{57}{10} \cdot \frac{33}{10} = \frac{57 \cdot 33}{10 \cdot 10} = \frac{1881}{100} = 18'81$$

$$93'05 \cdot 72'4 = \frac{9305}{100} \cdot \frac{724}{10} = \frac{9305 \cdot 724}{100 \cdot 10} = \frac{6736820}{1000} = 6736'820 = 6736'82$$

$$44'16 \cdot 8 = \frac{4416}{100} \cdot \frac{8}{1} = \frac{4416 \cdot 8}{100 \cdot 1} = \frac{35328}{100} = 353'28$$

Aquests exemples ens fan veure com hem de procedir, en la pràctica, per a realitzar el producte de dues expressions decimals:

- Multiplicar, en primer lloc, els nombres ignorant la coma que posseeix cadascun d'ells.
- Al resultat d'aquest producte li posem la coma per a obtenir una expressió decimal amb una part decimal de longitud igual a la unió de les quantitats de xifres decimals que tenen les expressions multiplicades.

Propietats de la multiplicació d'expressions decimals.

Commutativa: No importa en quin ordre multipliquem dues expressions decimals.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Exemple:

$$1'552 \cdot 5'9 = 9'1568$$

$$5'9 \cdot 1'552 = 9'1568$$

Associativa: Ens permet multiplicar més de dues expressions decimals. Agrupem, com vulguem, de dos en dos.

$$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Exemple:

$$5'7 \cdot 3'2 \cdot 7'14 = (5'7 \cdot 3'2) \cdot 7'14 = 18'24 \cdot 7'14 = 130'2336$$

$$5'7 \cdot 3'2 \cdot 7'14 = 5'7 \cdot (3'2 \cdot 7'14) = 5'7 \cdot 22'848 = 130'2336$$

Element neutre: El nombre 1 multiplicat per qualsevol altre nombre decimal no l'altera.

$$1 \cdot a = a = a \cdot 1$$

Exemple:

$$1 \cdot 92'77 = 92'77 = 92'77 \cdot 1$$

Propietat distributiva de la multiplicació respecte de la suma: Quan en una multiplicació un dels factors és la suma de dues expressions decimals. Exemple:

$$8'3 \cdot (6'5 + 1'04)$$

tenim dues opcions per a conèixer el resultat:

- a) realitzar la suma i, després, multiplicar $6'5 + 1'04 = 6'50 + 1'04 = 7'54$
 $8'3 \cdot 7'54 = 62'582$

b) distribuir, aplicar la multiplicació a cadascun dels sumands i, després, sumar:

$$8'3 \cdot (6'5 + 1'04) = (8'3 \cdot 6'5) + (8'3 \cdot 1'04)$$

Comprovem que obtenim el mateix resultat:

$$(8'3 \cdot 6'5) + (8'3 \cdot 1'04) = 53'95 + 8'632 = 62'582$$

La propietat distributiva de la multiplicació respecte de la suma:

$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

Activitats proposades

9. Calcula:

a) $4'6 \cdot 7'5$ b) $1'16 \cdot 3'52$ c) $3'2 \cdot 5'1 \cdot 1'4$ d) $2'3 \cdot 4'11 \cdot 3'5$

10. Efectua:

a) $4 \cdot (3'01 + 2'4)$ b) $5'3 \cdot (12 + 3'14)$ c) $3'9 \cdot (25'8 - 21'97)$

1.6. Divisió d'expressions decimals (I)

Per a dividir dues expressions decimals, si les dos tenen part decimal amb igual quantitat de xifres, podem oblidar-nos que estem operant amb nombres decimals i actuar com si les comes no estigueren:

Exemple:

$$\frac{16'11}{2'25} = \frac{1611}{100} : \frac{225}{100} = \frac{1611}{100} \cdot \frac{100}{225} = \frac{1611 \cdot 100}{100 \cdot 225} = \frac{1611}{225} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 179}{3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{179}{5 \cdot 5} = \frac{179}{25}$$

Si el nombre de xifres decimals és diferent, el primer que fem és igualar-les

Exemples:

$$\frac{9'3}{4'81} = \frac{9'30}{4'81} = \frac{930}{100} : \frac{481}{100} = \frac{930}{100} \cdot \frac{100}{481} = \frac{930 \cdot 100}{100 \cdot 481} = \frac{930}{481}$$

$$\frac{6'32}{3'4} = \frac{6'32}{3'40} = \frac{632}{100} : \frac{340}{100} = \frac{632}{100} \cdot \frac{100}{340} = \frac{632 \cdot 100}{100 \cdot 340} = \frac{632}{340} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 79}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 17} = \frac{2 \cdot 79}{5 \cdot 17} = \frac{158}{85}$$

Observem que, per aquest camí, la divisió de dues expressions decimals ens dóna com resultat una fracció. Volem fer un pas més i anem a estudiar com convertir fraccions en expressions decimals. D'aquesta manera sabrem què nombre decimal apareix en dividir dues expressions decimals.

Activitats proposades

11. Transforma en fracció les següents divisions entre expressions decimals:

a) $\frac{1'1}{3'7}$ b) $\frac{31'54}{2'7}$ c) $\frac{25'6}{1'39}$ d) $\frac{5}{3'5}$

1.7. Conversió d'una fracció a expressió decimal

Ja sabem escriure en forma de fracció una expressió decimal com, per exemple, 31'528:

$$31'528 = \frac{31528}{1000}$$

o, si volem anar més a poc a poc:

$$31'528 = 31 + 0'528 = 31 + \frac{528}{1000} = 31 + \frac{500 + 20 + 8}{1000} = 31 + \frac{500}{1000} + \frac{20}{1000} + \frac{8}{1000} = 31 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} + \frac{8}{1000}$$

Amb aquesta descomposició,

$$31'528 = 31 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} + \frac{8}{1000}$$

apreciem, clarament separades, la seua part entera i cadascuna de les seues tres xifres decimals, el 5 de les dècimes, el 2 de les centèsimes i el 8 de les mil·lèsimes.

Ara anem a procedir en sentit contrari. Escollirem una fracció i la convertirem en una expressió decimal. Perquè resulte més senzill, triem una fracció concreta com, per exemple, 93/8. Si procedim a efectuar la usual divisió, 93 entre 8, ens apareix com a quocient el número 11 i com a residu 5:

$$\begin{array}{r} 93 \quad | \quad 8 \\ 13 \quad 11 \\ 5 \end{array} \qquad \frac{93}{8} = \frac{8 \cdot 11 + 5}{8} = 11 + \frac{5}{8}$$

Açò ens fa saber que la part entera de 93/8 és igual a 11, ja que la fracció 5/8 no conté cap unitat completa ja que 5, el residu, és menor que 8, el divisor. De moment:

$$\frac{93}{8} = 11'.....$$

Calculem la seua primera xifra decimal, les dècimes:

$$\frac{93}{8} = 11 + \frac{5}{8} = 11 + \frac{5 \cdot 10}{8 \cdot 10} = 11 + \frac{50}{80} = 11 + \frac{6 + 2}{10} = 11 + \frac{6}{10} + \frac{2}{10}$$

En l'anterior igualtat, quan va aparèixer 50/8, dividim 50 entre 8. Ens va donar de quocient 6 i de residu 2. Podem assegurar que la primera xifra decimal de 93/8, la xifra de les dècimes, serà igual a 6 perquè ha aparegut 6/10 i l'altra fracció no pot aportar cap dècima més a causa que 2/8 és menor que 1.

$$\frac{93}{8} = 11'6.....$$

La segona xifra decimal de 93/8, la corresponent a les centèsimes, ix de l'últim sumant de l'expressió anterior:

$$11 + \frac{6}{10} + \frac{2}{10} = 11 + \frac{6}{10} + \frac{2 \cdot 10}{10 \cdot 10} = 11 + \frac{6}{10} + \frac{20}{100} = 11 + \frac{6}{10} + \frac{2 + 4}{100} = 11 + \frac{6}{10} + \frac{2}{100} + \frac{4}{100}$$

Quan ens trobem amb $20/8$, es va procedir a dividir 20 entre 8 i es va obtenir 2 com a quocient i 4 com a residu. De la fracció $2/100$ tenim que la segona xifra decimal de $93/8$ és 2, ja que l'última fracció no afegeix cap altra centèsima ja que $4/8$ és menor que 1.

$$\frac{93}{8} = 11'62\dots$$

Coneguem la següent xifra decimal, la de les mil·lèsimes

$$11 + \frac{6}{10} + \frac{2}{100} + \frac{4}{8} = 11 + \frac{6}{10} + \frac{2}{100} + \frac{\frac{4}{8} \cdot 10}{100 \cdot 10} = 11 + \frac{6}{10} + \frac{2}{100} + \frac{40}{8000} = 11 + \frac{6}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$$

En aquesta ocasió, amb la fracció $40/8$, en dividir 40 entre 8 ens trobem amb que era una divisió exacta, de resta zero. Açò ens assenjala que hem acabat ja que

$$\frac{93}{8} = 11 + \frac{6}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$$

finalment,

$$\frac{93}{8} = 11'625$$

Si analitzem amb atenció el procés anterior, serem capaços d'agilitar-ho:

- La fracció original era $93/8$. El quocient de la simple divisió de 93 entre 8 ens proporciona la seua part entera: 11.
- Com el residu era 5, dividim $5 \cdot 10 = 50$ entre 8. Vam obtenir quocient 6 i residu 2. Primera xifra decimal: 6
- A partir del residu anterior, 2, dividim $2 \cdot 10 = 20$ entre 8. Ixem quocient 2 i residu 4. Segona xifra decimal: 2
- A partir del residu anterior, 4, dividim $4 \cdot 10 = 40$ entre 8. Ixem quocient 5 i residu 0. Tercera xifra decimal: 5
- Com l'últim residu és 0, hem finalitzat el càlcul.

Visualitzem l'exposat recordant que $93=93'000$:

$$\begin{array}{r|l} 93'000 & 8 \\ \hline 13 & 11'625 \\ 50 & \\ 20 & \\ 40 & \\ 0 & \end{array}$$

Activitats proposades

12. Converteix en expressió decimal les fraccions següents:

a) $\frac{9}{2}$ b) $\frac{31}{4}$

Ix una pregunta lògica: en les conversions de fracció a expressió decimal, abans o després hem de topar-nos, necessàriament, amb que el residu és igual a zero en alguna etapa?

En l'exemple que ens ha il·lustrat, $93/8$, deixant al marge la part entera, apreciem que es “van enfrontar”, i per aquest ordre, els nombres 5 enfront de 8, 2 enfront de 8, 4 enfront de 8, abans de ser multiplicats els primers per 10. Sempre apareix el nombre 8, ja que és el denominador original. Com 8 sempre és el divisor, les úniques restes possibles són 0 (si la divisió és exacta), 1, 2, 3, 4, 5, 6, i 7. D'aquesta manera si, amb una altra fracció diferent de $93/8$, en algun moment apareix una resta que ja ha eixit abans entrarem en un bucle repetitiu o cicle periòdic.

Ho veiem amb una altra fracció, amb $46/11$:

$$\begin{array}{r} 46'000 \quad | \quad 11 \\ 20 \quad 4'181 \\ 90 \\ 20 \\ 9 \end{array}$$

Tenim

$$\frac{46}{11} = 4'181\dots$$

Com, al final de cada pas, els únics residus que sorgeixen són les xifres 2 i 9, tot el que segueix és predictable: la quarta xifra decimal és un 8, la cinquena un 1, la sisena un altre 8, la setena un altre 1,

$$\frac{46}{11} = 4'1818181818181\dots$$

Amb el que acabem d'aconseguir, podem retornar a la divisió de nombres decimals.

1.8. Divisió d'expressions decimals (II)

Si anem a dividir dues expressions decimals com, per exemple, $34'24$ entre $2'7$, el primer que farem serà multiplicar ambdues expressions per 10 tantes voltes com a xifres decimals tinga el denominador. D'aquesta manera, el denominador passa a ser un nombre natural:

$$\frac{34'24}{2'7} = \frac{34'24 \cdot 10}{2'7 \cdot 10} = \frac{342'4}{27}$$

Seguidament iniciem el conegut algorisme de la divisió limitant-ho, en un primer pas, a la part entera del numerador:

$$\begin{array}{r} 342' \quad | \quad 27 \\ 72 \quad 12' \\ 18 \end{array}$$

Hem acabat amb la part entera del numerador i ens trobem, de moment, amb quocient 12 i residu 18. Quan entren en acció les xifres decimals del numerador, hem de posar una coma en el quocient ja que comença a sorgir la seua part decimal:

$$\begin{array}{r}
 342'4000 \quad | \quad 27 \\
 \underline{72} \qquad \quad 12'6814 \\
 184 \\
 \underline{220} \\
 040 \\
 \underline{130} \\
 22
 \end{array}$$

Per tant:

$$\frac{34'24}{2'7} = \frac{342'4}{27} = 12'68148148\dots$$

Activitats proposades

13. Efectua les següents divisions:

a) $\frac{42'78}{6}$

b) $\frac{15'2}{3'8}$

c) $\frac{12'505}{4'1}$

d) $\frac{6'42}{1'3}$

2. EXPRESSIONS DECIMALS PERIÒDIQUES

2.1. Decimals periòdics: purs i mixtos

Responem ara a la pregunta lògica que va eixir abans. En el pas de fracció a nombre decimal de, per exemple, la fracció $46/11$ hem apreciat que en cap etapa tenim residu igual a zero. Apareix així un nou tipus d'expressió decimal, és un nombre decimal periòdic. Així els cridem perquè tenen un desenvolupament decimal que, encara que no tinga final, es repeteix de manera periòdica. Sobre l'exemple anterior, direm que el desenvolupament decimal de $46/11$ és periòdic de període igual a 18. Escrivem:

$$\frac{46}{11} = 4'1818181818181\dots = 4'\overline{18}$$

Per l'exposat abans sobre els residus, qualsevol fracció té un desenvolupament **decimal exacte o periòdic**.

Exemple:

$$\frac{3424}{27} = 126'\overline{814}$$

Les expressions decimals periòdiques amb desenvolupament periòdic el qual comença immediatament després de la coma es diuen periòdics purs. Si el període es troba més enllà de la coma estem davant un nombre decimal periòdic mixt i la part decimal situada entre la coma i el període es diu anteperíode.

Exemple:

- Troba el desenvolupament decimal de la fracció $178/70$.
- a) Apliquem l'algorisme de la divisió segons el que s'ha dit abans respecte l'entrada en acció de les xifres decimals del numerador:

$$\begin{array}{r} 178'000\dots \quad | \quad 70 \\ 380 \qquad \qquad \quad 2'54285714\dots \\ 300 \\ 200 \\ 600 \\ 400 \\ 500 \\ 100 \\ 300 \\ 20 \end{array}$$

- b) Quan situem en el quocient el número 1 i operem, va aparèixer per segona vegada el residu 30. Aquesta repetició d'un residu ens va fer saber que estàvem davant un desenvolupament decimal periòdic. Ho hem ratificat fent un pas més, afegint la xifra 4 en el quocient, i observem que apareix com a nou residu el que ja va aparèixer abans després del residu 30, el residu 20.
- c) D'acord amb l'anterior

$$\frac{178}{70} = 2.\overline{5428571}$$

Hem arribat a l'expressió decimal de la fracció 178/70. És el nombre decimal de part entera 2, anteperíode 5 i període 428571.

Activitats proposades

14. Transforma les següents fraccions en expressió decimal:

a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{7}{11}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{4}{7}$ e) $\frac{25}{9}$ f) $\frac{17}{12}$ g) $\frac{50}{13}$

2.3. Conversió d'una expressió decimal periòdica en fracció

Vèiem al començament del tema que és molt senzill realitzar el pas a fracció dels nombres decimals exactes, aquells el desenvolupament decimal dels quals és finit. Ara anem a aconseguir el mateix per a les expressions decimals periòdiques, tant si són pures com a mixtes. Com és habitual, un cas concret ens obrirà camí.

Exemple:

- Anem a convertir en fracció el nombre

$$42\overline{.7}$$

- a) Aillem la seua part entera

$$42\overline{.7} = 42 + 0\overline{.7}$$

- b) Anem a transformar en una fracció el nombre decimal. Cal cercar una fracció m/n que complisca $m/n = 0\overline{.7}$. Per a simplificar l'escriptura, escriurem en lloc de la fracció que perseguim m/n:

$$X = 0\overline{.7} = 0.777777\dots$$

$$10 \cdot X = 10 \cdot 0\overline{.7} = 10 \cdot 0.777777\dots = 7.777777\dots = 7\overline{.7} = 7 + 0\overline{.7} = 7 + X$$

$$10 \cdot X - X = 7$$

$$9 \cdot X = 7$$

$$X = \frac{7}{9}$$

- c) Ja sabem que $0\overline{.7} = 7/9$. En la fracció 7/9 reconeixem en el numerador el període del nombre decimal $0\overline{.7}$. Després trobarem la justificació del nombre 9.
- d) Només ens queda afegir la part entera:

$$42'\bar{7} = 42 + 0'\bar{7} = 42 + \frac{7}{9} = \frac{42 \cdot 9 + 7}{9} = \frac{378 + 7}{9} = \frac{385}{9}$$

$$42'\bar{7} = \frac{385}{9}$$

Exemple:

- Analitzem un altre cas. Cerquem una fracció el desenvolupament decimal de la qual siga $0'\bar{31}$:

$$X = 0'\bar{31}$$

$$100 \cdot X = 100 \cdot 0'\bar{31} = 100 \cdot 0'31313131\dots = 31'313131\dots = 31'\bar{31} = 31 + 0'\bar{31} = 31 + X$$

$$100 \cdot X - X = 31$$

$$99 \cdot X = 31$$

$$X = \frac{31}{99}$$

Un nombre decimal periòdic pur, amb part entera igual a zero, es converteix en aquella fracció que té per numerador al període i per denominador al nombre format per una quantitat de nous igual al nombre de xifres del període.

Exemples:

$$0'\bar{5} = \frac{5}{9}$$

$$0'\overline{934} = \frac{934}{999}$$

$$4'\bar{6} = 4 + 0'\bar{6} = 4 + \frac{6}{9} = 4 + \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 4 + 2}{3} = \frac{14}{3}$$

Ja sabem transformar un nombre decimal periòdic pur en una fracció. Per a aconseguir aquest mateix canvi en el cas periòdic mixt anem a realitzar un simple truc molt efectiu: convertirem el nombre decimal periòdic mixt en un altre que siga periòdic pur, transformarem aquest en fracció i, finalment, desfarem la primera conversió.

Exemple:

- Transformeu en fracció el nombre decimal $8'07\overline{458}$.
- a) La seua part sencera és 8, el seu anteperíode és 07 i el seu període és 458. Com el seu anteperíode és de dues xifres, multipliquem al nombre per 100

$$8'07\overline{458} \cdot 100 = 807'\overline{458}$$

b) D'aquesta forma estem davant un nombre periòdic pur, $807'\overline{458}$, al que convertim en fracció:

$$807'\overline{458} = 807 + 0'\overline{458} = 807 + \frac{458}{999} = \frac{807 \cdot 999 + 458}{999} = \frac{806193 + 458}{999} = \frac{806651}{999}$$

Recuperem el nombre decimal periòdic mixt :

$$8'07\overline{458} = \frac{807'\overline{458}}{100} = \frac{\frac{806651}{999}}{100} = \frac{806651}{999 \cdot 100} = \frac{806651}{99900}$$

Exemple:

➤ Representem ara per mitjà d'una fracció el nombre $0'3\overline{49}$.

La seua part sencera és 0, el seu anteperíode és 3 i el seu període és 49. Com el seu anteperíode consta d'una sola xifra, multipliquem al nombre per 10

$$0'3\overline{49} \cdot 10 = 3'\overline{49}$$

a) Convertim en fracció al nombre $3'\overline{49}$

$$3'\overline{49} = 3 + 0'\overline{49} = 3 + \frac{49}{99} = \frac{99 \cdot 3 + 49}{99} = \frac{297 + 49}{99} = \frac{346}{99}$$

b) Per últim

$$0'3\overline{49} = \frac{3'\overline{49}}{10} = \frac{\frac{346}{99}}{10} = \frac{346}{99 \cdot 10} = \frac{346}{990}$$

c) Si ralentim les últimes operacions podrem apreciar una regla per a aquestes conversions

$$0'3\overline{49} = \frac{3'\overline{49}}{10} = \frac{3 + 0'\overline{49}}{10} = \frac{3 + \frac{49}{99}}{10} = \frac{3}{10} + \frac{49}{990} = \frac{99 \cdot 3 + 49}{990} = \frac{100 \cdot 3 - 3 + 49}{990} = \frac{349 - 3}{990}$$

Una expressió decimal periòdica mixta, amb part entera igual a zero, es converteix en aquella fracció que té per numerador al nombre natural format pel anteperíode immediatament seguit del període menys el anteperíode i per denominador al nombre format per una quantitat de nous igual al nombre de xifres del període seguit d'una quantitat de zeros coincident amb el nombre de xifres del anteperíode.

Activitats proposades

15. Expressa mitjançant una fracció cadascun dels següents nombres decimals:

- a) $0'\overline{13}$ b) $14'\overline{5}$ c) $0'2\overline{6}$ d) $24'0\overline{18}$ e) $5'1\overline{101}$ f) $3'5\overline{40}$

2.3. Operacions amb expressions decimals periòdiques

Per a operar amb nombres decimals periòdics el més prudent és transformar-los en fraccions i després realitzar l'operació a través d'elles. D'aquesta manera podem evitar cometre errors a causa de la falta de costum de treballar amb un nombre infinit de decimals.

A títol de curiositat calculem la suma $0'\bar{3} + 0'\bar{6}$. Sembla natural que

$$0'\bar{3} + 0'\bar{6} = 0'333333..... + 0'666666..... = 0'999999..... = 0'\bar{9}$$

Per un altre costat

$$0'\bar{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{i} \quad 0'\bar{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Així

$$0'\bar{3} + 0'\bar{6} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

per tant

$$1 = 0'\bar{9} = 0'999999.....$$

Llavors alguna cosa està fallant? No, no hi ha cap error. Hem d'entendre que una expressió decimal no és més que una **representació** d'una fracció, o d'un nombre natural. Una altra representació decimal, sense cap utilitat, del nombre 1 seria

$$1 = 1'\bar{0} = 1'00000.....$$

3. APROXIMACIONS, TRUNCAMENTS I ARRODONIMENTS

3.1. Aproximacions

En la vida quotidiana resulta més senzill treballar, o manejar-nos, amb unitats completes en lloc de parts o quantitats fraccionades. Quan anem al mercat, no és fàcil reconèixer l'exactitud de mig pollastre però no tenim cap problema a reconèixer un pollastre sencer. Si tenim set i demanem un got ple d'aigua aquesta és una petició "més simple" que si sol·licitem un terç de got. Naturalment, en el mercat no qüestionarem si ens ofereixen mig pollastre exacte o no; ho acceptarem simplement si "sembla" que és mig pollastre.



Tampoc té sentit que dediquem temps a constatar si l'aigua que ens ofereixen es correspon amb la tercera part del got. En cap d'aquestes dues situacions tenim interès en l'exactitud, en ambdues ens conformem amb una aproximació.



Són molt freqüents les circumstàncies en les quals apareixen aproximacions, habitualment d'expressions decimals o fraccions:

- Si anem a pagar amb un bitllet de 50 euros una compra de 32'69 euros, esperem una volta de 17'31 euros. Si en la caixa no hi ha monedes d'un cèntim, ens proposaran que donem per bona una volta de 17'30 euros. És una aproximació a la baixa.
- Si realitzem una compra per un import de 12'44 euros i la saldrem amb 12'45 euros estem davant una aproximació a l'alça.
- Els instruments de mesura, fins i tot els de alta precisió, sempre ens ofereixen mesuraments aproximades.



Activitats proposades

16. Escribe en el teu quadern tres circumstàncies de la vida quotidiana on es realitzen aproximacions.

3.2. Truncaments i arrodoniments.

Encara que estiguem en un context en el qual no cerquem l'exactitud, i siga prou una aproximació, sí és convenient que coneguem la magnitud de l'aproximació i com s'ha arribat a ella.

Una manera de realitzar una aproximació a la baixa d'un nombre decimal és el truncament. Consisteix a decidir quantes xifres decimals volem considerar i, simplement, eliminar les restants a partir de l'última xifra decimal mostrada.

Exemple:

- Si truncuem el nombre decimal 12'3763
 - a) en les centèsimes, apareix la aproximació 12'37
 - b) en les mil·lèsimes, apareix 12'376

Exemple:

- Si truncuem el nombre decimal periòdic $7'\overline{49}$
 - a) en les dècimes, apareix la aproximació $7'4$
 - b) a la quinta xifra decimal, apareix $7'49494$

Activitats proposades

17. Aproxima per truncament els següents nombres decimals tal i que es mostre un desenvolupament decimal fins a les mil·lèsimes:

- a) $11'1234$ b) $6'\overline{6}$ c) $9'35\overline{0}$ d) $8'\overline{71}$ e) $8'334\overline{8}$ f) $2'640\overline{8}$

Una altra forma de realitzar una aproximació és a través d'un **arrodoniment**. Aquest consisteix a decidir quantes xifres decimals tindrà l'aproximació, realitzar el truncament oportú i, en funció de quin siga la primera xifra decimal no considerada, mantenir o incrementar en una unitat l'última xifra de la part decimal del truncament. El criteri per a efectuar, o no, aquest increment és el següent:

- Quan la primera xifra decimal eliminada és 0, 1, 2, 3 o 4, l'arrodoniment coincideix amb el truncament.
- Si la primera xifra decimal no considerada és un 5, 6, 7, 8 o 9, l'arrodoniment s'obté en augmentar en una unitat l'última xifra de la part decimal del truncament.

D'acord amb l'anterior, un arrodoniment és una aproximació que pot ser a la baixa o a l'alça.

Exemple:

- Si arrodonim el nombre decimal $12'3763$
 - a) a les centèsimes, apareix l'aproximació $12'38$
 - b) a les mil·lèsimes, apareix $12'376$

Exemple:









- Si arrodonim el nombre decimal periòdic $7'\overline{49}$
 - a) a les dècimes, apareix l'aproximació $7'5$ (
 - b) a la quinta xifra decimal, apareix $7'49495$
 - c) a les centèsimes, apareix $7'49$

Activitats proposades

18. Aproxima per arrodoniment fins a les mil·lèsimes els següents nombres decimals:

- a) $11'1234$ b) $6'\overline{6}$ c) $9'35\overline{0}$ d) $8'\overline{71}$ e) $8'334\overline{8}$ f) $2'640\overline{8}$ g) $3'999\overline{6}$

*Recursos didàctics fotocopiables:**Xamelo de fraccions i decimals**Objectiu: reforçar el càlcul mental d'operacions amb fraccions, decimals i percentatges*

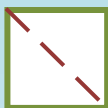
$\frac{1}{2} \circ \frac{5}{10}$	$0,5 \circ \frac{3}{15}$	$\frac{1}{4} \circ$ 	$\frac{9}{12} \circ \frac{2}{10}$
$0,25 \circ$ 	$\begin{matrix} 0,5 \\ + \\ 0,25 \end{matrix} \circ$ 	$\frac{4}{6} \circ \frac{1}{3}$	$\frac{2}{4} \circ \frac{2}{3}$
 $\circ \frac{1}{5}$	$0,2 \circ \frac{1}{4}$	$\begin{matrix} 0,25 \\ + \\ 0,25 \end{matrix} \circ \frac{3}{4}$	$0,66... \circ \frac{5}{20}$
$\frac{6}{8} \circ \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$	$\frac{2}{10} \circ 0,1$	$\frac{25}{100} \circ 33,3... \%$	$\frac{5}{50} \circ \frac{10}{15}$
$\frac{2}{6} \circ \frac{3}{9}$	$\frac{3}{30} \circ \frac{2}{4}$	$\frac{75}{100} \circ$ 	$\begin{matrix} 0,1 \\ + \\ 0,15 \end{matrix} \circ 0,75$
$\frac{6}{9} \circ$ 	$\begin{matrix} 0,1 \\ + \\ 0,1 \end{matrix} \circ$ 	$\frac{20}{100} \circ \frac{2}{6}$	 $\circ \frac{5}{15}$
$\frac{2}{20} \circ \frac{50}{100}$	$\begin{matrix} 0,05 \\ + \\ 0,05 \end{matrix} \circ \frac{15}{20}$	$\frac{1}{10} \circ \frac{2}{8}$	$\frac{50}{100} \circ 0,33...$

CURIOSITATS. REVISTA

Un nombre irracional
no es pot expressar
en forma de fracció

La idea de l'ús de la coma o el punt per als decimals s'atribueix a matemàtics com Giovanni Magini, o John Napier, a la fi del sXVI. En 1698, Leibnitz, va proposar usar el punt com a símbol de multiplicació, la coma va quedar per a separar la part decimal del nombre. Però a Anglaterra, es va seguir utilitzant el símbol x per a la multiplicació i el punt per a separar els decimals ja que no eren seguidors de Leibnitz. En el món digital, el punt ha guanyat a la coma, que seguim utilitzant en els escrits matemàtics

$\pi = 3'141592\dots$ és el més famós dels nombres irracionals. És el quocient entre la longitud de la circumferència i el seu diàmetre. Cerca informació sobre els milions de xifres decimals de π



Hipaso de Metaponto

cercava el càlcul de la mesura de la diagonal d'un quadrat de costat 1 i es va trobar amb el nombre arrel de dos, un nombre irracional d'infinites xifres decimals no periòdiques.

La llegenda diu que aquesta troballa va omplir d'ira als pitagòrics que no concebien l'existència de nombres irracionals.

La seua intolerància va acabar amb Hipaso ofegat en el mar.

Alberto Vedat (Lada de Langreo, Astúries 1970). Campió mundial de Càlcul Mental.

Llicenciat en Ciències del Treball, assessor fiscal, ha desenvolupat tècniques de càlcul mental amb les quals ha aconseguit fins a en 14 ocasions record Guinness en operacions aritmètiques.

Amb les seues activitats calculistes, ha guanyat 9 medalles d'or, 2 de plata i 3 de bronze en tornejos mundials de "Esport Mental"

Un dels seus records més famosos ha consistit a realitzar sumes de 100 dígits en 17,04 segons. Açò suposa una velocitat de 6 operacions mentals per segon.

Ha realitzat activitats relacionades amb la pedagogia matemàtica i compta amb nombroses publicacions.

RESUM

<i>NOCIÓ</i>		<i>Exemples</i>
Expressió decimal	Alternativa a les fraccions per a expressar quantitats que no es corresponen amb unitats completes. Consten de dues parts: la seua part entera i la seua part decimal	21'375 Part entera: 21 Part decimal: 375
Expressió decimal exacta	La seua part decimal té una quantitat finita de xifres	5'7767
Expressió decimal periòdica	➤ La seua part decimal té una quantitat infinita de xifres que es repeteixen periòdicament. Poden ser purs o mixtos	Pur: $3'0\overline{7} = 3'0707070\dots$ Mixto: $4'8\overline{13} = 4'813131\dots$
Pas de expressió decimal a fracció	➤ Podem expressar qualsevol expressió decimal exacta o periòdica en forma de fracció	$5'7767 = \frac{57767}{10000}$ $3'0\overline{7} = 3 + \frac{7}{99} = \frac{304}{99}$ $4'8\overline{13} = 4 + \frac{813 - 8}{990} = \frac{4765}{990}$
Operacions con expressions decimals	➤ Es poden sumar, restar, multiplicar i dividir	
Conversió d'una fracció a expressió decimal	➤ Podem representar qualsevol fracció mitjançant un nombre decimal, el qual podrà ser exacte o periòdic (pur o mixto)	$\frac{11}{4} = 2'75$ $\frac{10}{11} = 0'\overline{90}$ $\frac{32}{15} = 2'\overline{13}$
Truncament d'una expressió decimal	És una aproximació d'un expressió decimal que consisteix a eliminar la seua part decimal a partir d'una xifra decimal	Truncament a les centèsimes: $21'375 \rightarrow 21'37$
Arrodoniment d'una expressió decimal	➤ És una altra aproximació que, a diferència del truncament, sí considera la primera xifra decimal eliminada	Arrodoniment a les centèsimes: $21'375 \rightarrow 21'38$

EXERCICIS I PROBLEMES de 1r d'ESO

1. Escriu amb paraules l'expressió dels nombres següents:

a) 2'5 b) 32'05 c) 45'50 d) 72'050

2. Multiplica mentalment per a) 10, b) 100, c) 1000, d) 1000000 el nombre 3'761937

3. Ordena de menor a major els nombres: 5'67; 5'68; 5,6666; 5'63; 5'5; 5'8; 5'6070.

4. Ordena de major a menor els nombres: 7'45; 6'9999; 7'3456; 7'4378; 7'44444; 7'4501; 7'45012.

5. Indica entre què dos nombres enters es troben els següents nombres: 5,6666; 7,999; 1'0001; 3'099.

6. Arrodoneix a les dècimes els nombres següents: 5'67; 5'68; 5,6666; 7'45; 6'9999; 7'3456; 7'4378.

7. Arrodoneix a les centèsimes els nombres següents: 5'676767; 5'688989; 5,6666; 7'459; 6'9999; 7'3456; 7'4378.

8. Arrodoneix a les mil·lèsimes els nombres següents: 5'676767; 5'688989; 5,6666; 7'45911; 6'9999; 7'3456; 7'4378.

9. Ordena de menor a major els nombres: 1/2; 0'45; 0,999; 2/3; 0,75; 5/4; 0,3939; 1/5.

10. Trunca per les centèsimes els següents nombres: 5'676767; 5'688989; 5,6666; 7'459; 6'9999; 7'3456; 7'4378.

11. Completa les següents igualtats:

- $38'532 = 38 + \frac{\quad}{10} + \frac{\quad}{100} + \frac{\quad}{1000}$

- $0'078 = \frac{\quad}{10} + \frac{\quad}{100} + \frac{\quad}{1000}$

- $6'36 = \frac{\quad}{100}$

- $5'149 = \frac{\quad}{10} + \frac{\quad}{1000}$

12. Converteix en fracció els següents nombres decimals:

a) 0'124 b) 5'23 c) 49'350 d) 0'013

13. Efectua les operacions:

a) 1'34 + 51'7 b) 53'4 - 3'72 c) 4'83 + 9'77 - 5'9 d) 1'42 - 9'77

14. Emplena adequadament els llocs buits:

- $6'36 + \quad = 10$

- $36'76 - \quad = 10$

- $6'54 - \quad = 1'38$

- $2'7 + \quad = 15'29$

15. Realitza les següents operacions:

- $43'76 \cdot 10 =$
- $43'76 \cdot 1000 =$
- $0'017 \cdot 10 =$
- $3'76 : 10 =$
- $5'67 : 100 =$

16. Troba:

a) $3'6 \cdot 0'2$ b) $10'01 \cdot 3'5$ c) $0'6 \cdot 0'6$ d) $5'6 \cdot 3'2 \cdot \frac{2}{5}$

17. Calcula:

a) $\frac{15'6}{3'23}$ b) $\frac{1'1 \cdot (5'8 + 2'6)}{3'23 - 2'9}$ c) $\frac{2'5 \cdot (3'1 - 2'6)}{2'23 - 2'9}$ d) $\frac{(1'1 + 2'9) \cdot 2'53}{2'2 \cdot 0'1}$

18. Determina el desenvolupament decimal de les fraccions següents:

a) $\frac{13}{50}$ b) $\frac{110}{9}$ c) $\frac{22}{12}$ d) $\frac{170}{125}$ e) $\frac{53}{22}$

19. Transforma en fracció els nombres decimals que segueixen:

a) $0'\bar{5}$ b) $0'\bar{70}$ c) $21'4\bar{5}$ d) $3'00\bar{2}$ e) $1'\bar{500}$

20. Calcula:

a) $\frac{4}{7} + 1'\bar{46}$ b) $3'\bar{7} \cdot \frac{2}{5}$ c) $\frac{6'\bar{41} - 4}{3 - 2'\bar{3}}$ d) $1'\bar{07} \cdot 2'\bar{5}$

21. Raona si són certes o no les següents afirmacions:

- a) Tota fracció posseeix una representació decimal.
- b) Si el denominador d'una fracció és un nombre primer llavors la seua representació decimal és periòdica.
- c) Si el denominador d'una fracció no és un nombre primer llavors la seua representació decimal és finita.
- d) Dues fraccions equivalents tenen la mateixa representació decimal

22. Hem vist que els nombres decimals exactes es poden transformar en una fracció amb denominador una potència de 10. Escribe una fracció amb representació decimal finita i tal que el denominador no siga el nombre 10.

23. Després del que hem raonat en el problema anterior, elabora una regla que ens servisca per a distingir les fraccions amb representació decimal que siga finita.

24. Determina quines de les següents fraccions tenen representació decimal finita (decideix-ho sense calcular-les):

a) $\frac{12}{20}$ b) $\frac{5}{7}$ c) $\frac{12}{5}$ d) $\frac{12}{45}$ e) $\frac{9}{48}$

25. Si es reparteixen equitativament 270 euros entre 120 persones quina quantitat rep cada persona?

26. Escribe un nombre decimal que sumat a $7'63$ origine un nombre natural.

27. Assenyala un altre nombre decimal que restat a $20'09$ ens done un nombre natural.
28. Troba una fracció tal que en multiplicar-la pel nombre $2'5\bar{7}$ done com resultat un nombre natural.
29. Aproxima per truncament, de diferents maneres, els següents nombres decimals:

a) $7'123$ b) $15'001$ c) $7'\bar{7}$ d) $0'218\bar{7}$ e) $3'999\bar{6}$

30. Arrodoneix els següents nombres decimals fins a la xifra que et sembla adequada o significativa:

a) $7'391$ b) $6'19\bar{0}$ c) $24'\bar{74}$ d) $13'99$ e) $33'\bar{01}$

31. En cadascun dels arrodoniments que has realitzat en l'exercici anterior, distingeix si es tracta d'una aproximació a l'alça o a la baixa.

32. Manuel va comprar en la papereria 4 bolígrafs i 3 llapis. Si cada bolígraf costava $0'78$ euros i cada llapis $0'63$ euros, quant es va gastar Manuel?

33. Claudia s'ha comprat tres bolígrafs iguals que, en total, li han costat $2'46$ euros. També va comprar un quadern que costava quatre vegades més que cada bolígraf. Calcula el preu del quadern.



34. Un dipòsit conté $46'22$ litres d'aigua que anem a traspasar a botelles de litre i mitj. Troba quantes botelles omplirem i indica la quantitat d'aigua sobrant.

35. Escriu un nombre decimal que complisca la següent condició: els seus truncaments coincideixen amb els seus arrodoniments

36. Construeix un nombre decimal que complisca aquest requisit: cap dels seus truncaments coincideix amb els arrodoniments.

37. Mostra un nombre decimal que verifiqui la següent condició: algun dels seus truncaments coincideix amb els arrodoniments, però no tots.

38. L'examen de Matemàtiques constava de quatre exercicis. En ells Jaime va obtenir les següents qualificacions: 5, 7, 8 i 7. Calcula la nota mitja de l'examen de Jaime i aproxima-la tant per truncament com per arrodoniment fins a les dècimes.

39. Els pares d'Alicia estan comprant diversos tests i plantes. L'import de tot és de $135'80$ euros. El comerç realitza un descompte del $2'5\%$ si es paga en metàl·lic i no amb targeta de crèdit. Si els pares d'Alicia opten pel pagament en metàl·lic, quina quantitat hauran d'abonar?



40. Si ens fixem en els preus del litre de combustible que solen exhibir les gasolineres en grans panells observem que figuren fins a la mil·lèsima d'euro, malgrat que les monedes solament "arriben" al cèntim d'euro. L'import de cada càrrega de combustible es realitza, en general, a través d'una aproximació. Si, en una estació de servei concreta, el preu del litre de gasolina és de $1'412$ euros i el dipòsit del nostre vehicle té una capacitat de 53 litres, analitza amb quants litres de combustible l'import no requereix ser aproximat.



AUTOEVALUACIÓN de 1r de ESO

1. Assenyal la fracció el desenvolupament decimal de la qual és $8'37$

a) $\frac{837}{1000}$ b) $\frac{800}{37}$ c) $\frac{837}{100}$ d) $\frac{83737}{100}$

2. El resultat del producte $15'06 \cdot 1000$ és:

a) 1506 b) 15060 c) 156 d) 1500'6

3. El valor de la suma $2'5 + 4'83$ és

a) $7'3\bar{3}$ b) $7'\bar{3}$ c) $6'33$ d) $7'33$

4. El període i el anteperíode del nombre $18'9\overline{03}$ són, respectivament:

a) 18 i 9 b) 9 i 3 c) 3 i 9 d) 03 i 9 e) 18 i 3

5. L'expressió decimal de la fracció $5/9$ és:

a) $0'59$ b) $5'9$ c) $0'\bar{5}$ d) $0'\overline{59}$

6. Quina és la solució correcta del pas a fracció del nombre decimal $13'5\overline{7}$?

a) $\frac{1357}{9900}$ b) $\frac{1357}{99}$ c) $\frac{1344}{99}$ d) $\frac{1357}{9999}$

7. Finalitza les següents frases:

- Les fraccions impròpies són aquelles amb representació decimal amb una part entera
- Qualsevol nombre decimal, exacte o periòdic, pot transformar-se en una fracció el denominador de la qual és, o

8. Classifica els següents nombres segons siguin aproximacions a l'alça o a la baixa del nombre $375432'45$

a) $375432'5$ b) 375432 c) 375400 d) 375450 e) $375432'4$

9. Si arrodonim el nombre $2'9\overline{36}$ fins a les centèsimes ens queda:

a) $2'93$ b) $2'94$ c) $2'96$ d) $2'95$ e) $2'9\bar{4}$

10. Si les notes d'un examen es mostren amb una xifra decimal, com escolliries que s'obtingueren?

a) per truncament b) per arrodoniment