www.apuntesmareaverde.org.es

Autora: Fernanda Ramos

Il·lustracions: Banc d'imatges de l'INTEF

Traducció al valencià: Departament de Matemàtiques de l'Institut Juan de Garay

Índex

Sistema de numeració grec clàssic

Il·lustració: A. Ortega

Resum

Jaume, Maria i Raquel visitaran la seua iaia sovint. Jaume va cada 2 dies, Maria cada 4 i Raquel només va un dia a la setmana. Un dia que van coincidir els tres, van comentar que mai havien menjat un pastís tan ric com el que fa la seua iaia. Ella va afirmar: "El pròxim dia que torneu a coincidir, el torne a fer". Quan podran tornar a disfrutar del pastís?

En este capítol aprendrem a resoldre problemes semblants a este i aprofundirem en la taula de multiplicar per mitjà de conceptes com: divisibilitat, factorització o nombres primers.

Descobriràs alguns dels grans secrets dels nombres i mai t'imaginaries que la taula de multiplicar amagara tants misteris ocults…

Fotografia: Clarisa Rodrígues

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

1. REPÀS DE NOMBRES NATURALS

1.1. Els sistemes de numeració

El sistema de numeració decimal

Per què en altres països, encara que es parlen llengües diferents, s'usen els mateixos nombres?

Eixos nombres, els que nosaltres usem, constituïxen un llenguatge universal i es diu que estan expressats en el sistema decimal.

El **sistema de numeració decimal** és el més usat en tot el món i en quasi tots els àmbits.

En este sistema el valor d'una xifra en un nombre és deu vegades major que el de la xifra situada a la seua dreta i deu vegades menor que el valor de la situada a la seua esquerra. Per això es diu que és un **sistema posicional**: el valor d'una xifra en un nombre depèn del lloc que ocupe eixa xifra.

Activitats resoltes

- En el nombre 4652031 tenim:

  -La xifra de les unitats: l'1

  -Després la xifra de les desenes: el 3, el valor del qual en el nombre és 10 vegades més que l'anterior, doncs el seu valor serà:

  $$3 \cdot 10 = 30$$

  - En tercer lloc, les centenes: el 0, el valor del qual serà el que resulte de multiplicar la xifra situada en tercer lloc per 100:

  $$0 \cdot 100 = 0$$

  - En quart lloc les unitats de miler: 2, el valor de les quals obtenim multiplicant per 1000 la xifra situada en eixe lloc:

  $$2 \cdot 1000 = 2000$$

  - Després, les desenes de miler: 5 el valor de les quals serà:

  $$5 \cdot 10000 = 50000$$

  - En sisè lloc, les centenes de miler: 6, el valor de les quals s'obté multiplicant la xifra per 100000.

  $$6 \cdot 100000 = 600000$$

  - I, finalment, les unitats de milió: 4, el valor de les quals obtenim multiplicant-lo per 1000000:

  $$4 \cdot 1000000 = 4000000$$

Amb açò observem que el nombre 4652031 es pot escriure utilitzant potències de 10 de la forma:

$$4652031 = 4 \cdot 1000000 + 6 \cdot 100000 + 5 \cdot 10000 + 2 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 1$$

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

Activitats proposades

1. Escriu per mitjà de potències de 10 els següents nombres:

a) 7653 b) 30500 c) 275643 d) 200543

2. Quin lloc ocupa la xifra 5 en els següents nombres? En quin dels nombres té major valor? I menor?

a) 508744 b) 65339001 c) 7092157 d) 9745

3. Raona per què en un nombre natural amb dos xifres repetides, aquestes no tenen el mateix valor.

Nombres romans

Un altre sistema de numeració que encara s'usa és el dels **nombres romans**. Et recordes de les seues equivalències?

I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1000

Exemple:

- El nombre MDL equival en el sistema decimal al 1550. Si ara li afegim un V, és a dir: MDLV, el nombre és el 1555, però les xifres continuen tenint el mateix valor en ambdós nombres.

Rellotge amb nombres romans

Altres sistemes de numeració

Un dels primers sistemes de numeració que es va utilitzar va ser el de **base 12** fa ja més de 5000 anys. Encara s'usa quan comptem objectes a dotzenes o amb alguns mesuraments del temps (com els mesos d'un any)

El sistema de **base 2** o sistema binari també és molt utilitzat hui en dia, sobretot en els ordinadors i calculadores a causa de la seua simplicitat, ja que per a escriure nombres en aquest sistema només es necessiten dos xifres distintes: el 0 i l'1


Xifres del sistema binari

Activitats proposades

4. Podries escriure els nombres de l'1 al 10 en el sistema binari?

1.2. Operacions elementals

Multiplicació de nombres naturals

Com ja saps, **multiplicar dos nombres naturals** és equivalent a sumar un d'ells amb si mateix tantes vegades com indica l'altre.

Per exemple:

Fer 6 · 5 és el mateix que fer 6 + 6 + 6 + 6 + 6

> ***Nota***:
>
> Encara que en primària s'usava el símbol "x" per a denotar el producte, a partir d'ara i, per comoditat, el simbolitzarem amb un punt: ·

> ***Recorda que:***
>
> Les paraules "**multiplicació**" i "**producte**" signifiquen el mateix, és a dir, fan referència a la mateixa operació.

Propietat distributiva de la multiplicació respecte a la suma

> **Nota**
>
> Recorda la **propietat commutativa** de la multiplicació:
>
> $$a \cdot b = b \cdot a$$
>
> ***Exemple:***
>
> 2 · 3 = 3 · 2

Si cridem *a, b* i *c* a tres nombres naturals, es verifica la propietat següent:

$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

Per exemple:

Substituint les lletres *a* per 2, *b* per 5 i *c* per 7, tenim que:

2 · (5 + 7) = (2 · 5) + (2 · 7)

Aquesta propietat també es verifica per a la resta.

Propietat distributiva de la multiplicació respecte a la resta

Considerant una altra vegada, *a, b* i *c* nombres naturals qualssevol, es complix que:

$$a \cdot (b - c) = (a \cdot b) - (a \cdot c)$$

Aquestes propietats són molt útils per a fer càlculs mentals ràpids descomponent nombres:

Calcular 15 · 23 mentalment és complicat, però si fem:

15 · 23 = 15 · (20 + 3) = (15 · 20) + (15 · 3) resulta més senzill.

Si llegim la igualtat de dreta a esquerra, és a dir:

(15 · 20) + (15 · 3) = 15 · (20 + 3) se sol dir que hem *tret factor comú el nombre 15,* però realment estem parlant una altra vegada de la propietat distributiva.

Generalitzant:

$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$ és el mateix que: $(a \cdot b) + (a \cdot c) = a \cdot (b + c)$,i utilitzant la propietat commutativa:

$$(b \cdot a) + (c \cdot a) = (b + c) \cdot a.$$

$a \cdot (b - c) = (a \cdot b) - (a \cdot c)$ és el mateix que: $(a \cdot b) - (a \cdot c) = a \cdot (b - c)$, i utilitzant la propietat commutativa:

$$(b \cdot a) - (c \cdot a) = (b - c) \cdot a.$$

Exemples:

(870 · 4) – (870 · 3) = 870 · (4 – 3) = 870 · 1 = 870
(450 · 2) + (3 · 450) = (2 + 3) · 450 = 5 · 450 = 2250
(45 · 6) – (45 · 5) = 45 · (6 – 5) = 45 · 1 = 45

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

Divisió de nombres naturals

Exemple:

- En el menjador de l'institut les taules són de 6 persones i en la classe de 1r de l'ESO hi ha 33 alumnes, quantes taules ocuparan?

Veiem que hi haurà 5 taules ocupades i sobraran 3 alumnes que han d'assentar-se en una altra taula:

$$\begin{array}{r|l} 33 & 6 \\ \cline{2-2} 3 & 5 \end{array}$$

Cadascun dels nombres que intervenen en la divisió es denominen:

33 → Dividend   6 → Divisor   5 → Quocient   3 → Residu

A més, com ja saps, es compleix que: 33 = (6 · 5) + 3

> ***Nota***:
>
> La paraula "**quocient**" significa el resultat de fer una "**divisió**" Els símbols utilitzats per a representar-les són:
>
> /, : , i la fracció: $\frac{\square}{\square}$

Aquesta propietat es compleix sempre per a qualsevol divisió. En general:

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \cline{2-2} r & C \end{array}$$

Es verifica que:

$$D = (d \cdot c) + r$$

Exemple:

- El quocient entre 3658 i 65 és 56 i el residu 18. Escriu la relació que existeix entre aquests quatre valors.

$$3658 = (65 \cdot 56) + 18$$

Exemples:

25/5, 25 : 5 i $\frac{25}{5}$ signifiquen el mateix: la divisió o el quocient de 25 entre 5.

L'expressió:

$$\begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ \cline{2-2} 0 & 5 \end{array}$$

També significa el mateix, però en Secundària i Batxillerat a penes s'utilitza, així que convé que et familiaritzes com més prompte millor amb les anteriors.

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

Divisions amb calculadora

Ja sabem que dividir amb calculadora és molt fàcil, però què fem si ens demanen el residu de la divisió i només podem usar la calculadora?

És molt senzill. Vegem-ho amb un exemple:

Si fem:

325 ÷ 5 = 65

Però si fem:

325 ÷ 15 = 21.6666666667

Al primer cas està clar que el quocient és 65 i el residu és 0, però i en al segon cas?

Clarament el quocient és 21. Ara per a calcular el residu hem de multiplicar aquest quocient pel divisor i restar-li'l al dividend. El residu serà: 325 – (15 · 21) = 10.

Jerarquia de les operacions

En l'expressió: 3 · 4 + 2, quina operació realitzaries abans, la multiplicació o la suma?

Hi ha una prioritat a les operacions on no hi ha parèntesi i és que la multiplicació i la divisió sempre es realitzen abans que les sumes i les restes.

Per tant, l'operació anterior seria:

$$3 \cdot 4 + 2 = 12 + 2 = 14$$

I en 8 : 2 · 3? Són divisions i multiplicacions amb la mateixa prioritat. Podem convindre que primer es realitza la primera operació, la que està més a l'esquerra: 8 : 2 · 3 = 4 · 3 = 12, en compte de 8 : 2 · 3 = 8:6 = 4/3.

En general:

En operacions amb parèntesi, primer cal realitzar les que estan entre **parèntesis** i després les altres.

En operacions sense parèntesi, primer s'efectuen les **multiplicacions** i **divisions** i després, les sumes **i restes.**

En operacions de la mateixa prioritat, primer la de més a l'esquerra.

Exemple:

Observa la diferència entre aquestes dues operacions:

$$(15 + 10) \cdot 3 = 25 \cdot 3 = 75$$

$$15 + 10 \cdot 3 = 15 + 30 = 45$$

Notes

És important escriure els parèntesis només quan siga necessari. Per exemple, en l'expressió: (21 · 2) + 30 resulta innecessari, ja que per la prioritat en les operacions, ja sabem que hem d'efectuar el producte abans que la suma.

Si realitzem una operació en la calculadora sense parèntesi aquesta ja respecta la jerarquia en les operacions, per la qual cosa si l'operació necessitara parèntesi, hem d'incloure'ls en la calculadora.

Activitats proposades

5. Trau factor comú i calcula mentalment:

a) 23 · 4 – 23 · 3 b) 540 · 8 + 540 · 2 c) 55 · 13 – 55 · 3 d) 600 · 33 – 600 · 3

6. Construeix dos nombres amb les xifres 4, 5 i 6 tal que el seu producte siga el més gran possible.

7. Realitza les següents divisions i comprova amb cadascuna d'elles la propietat $D = d\cdot c + r$

6738 : 456 b) 34540 : 30 c) 240035 : 981 d) 397 : 45

8. Recordes la definició de divisió exacta? Què ocorre en la igualtat anterior si la divisió és exacta?

9. L'equip de futbol de l'institut decideix celebrar la seua victòria de lliga anant de viatge amb el seu entrenador. Sabent que l'equip el componen 20 alumnes, que el viatge els costa a cadascú 150 €, la nit en habitació individual 50 € i que han pagat 7350 € en total, quants dies han estat de viatge?

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

2. DIVISIBILITAT

2.1. Múltiples i divisors d'un nombre enter

Múltiples d'un nombre

Recordes molt bé les taules de multiplicar de tots els nombres?

- Escriu al teu quadern la del 5 i la del 7.

Sense donar-te compte, has escrit alguns dels múltiples de 5 i de 7.

Es definixen els **múltiples** d'un nombre enter ***n*** com els nombres que resulten de multiplicar eixe nombre ***n*** per tots els nombres enters.

Exemple:

- La taula del 5 que has escrit abans està formada pels valors:

0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90,….

Tots ells són múltiples de 5.

La notació matemàtica d'este concepte és: $\dot{5}$

És a dir: $\dot{5} = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, ...\}$

Exemple:

- Conta els múltiples de 5 que has escrit abans. És possible fer-ho?

Efectivament, els múltiples que té cada nombre enter són una quantitat infinita.

Activitats proposades

10. Calcula els set primers múltiples de 8 i de 9

11. Quins dels següents nombres són múltiples de 12?

12, 13, 22, 24, 25, 100, 112, 142, 144

12. Troba els múltiples d'11 compresos entre 12 i 90.

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

Divisors enters d'un nombre

Un nombre enter ***a*** és **divisor** d'un altre nombre enter ***b*** quan al dividir ***b*** entre ***a***, el residu és 0.

Nota

Tot nombre té sempre com a divisor a 1 i a si mateix.

Exemple:

2 és **divisor** de 8 perquè al dividir 8 entre 2, el residu és 0.

10 és **divisor** de 20 perquè al dividir 20 entre 10, el residu és 0.

6 és **divisor** de 36 perquè al dividir 36 entre 6, el residu és 0.

1 és **divisor** de 18 perquè al dividir 18 entre 1, el residu és 0.

18 és **divisor** de 18 perquè al dividir 18 entre 18, el residu és 0.

Si ***a*** és **divisor** de ***b***, aleshores també es diu que ***b*** és **divisible** per ***a***.

Exemple:

a) 8 és **divisible** per 2 perquè 2 és divisor de 8, és a dir, al dividir 8 entre 2, el residu és 0.

b) 20 és **divisible** per 10 perquè 10 és divisor de 20, és a dir al dividir 20 entre 10, el residu és 0.

c) 36 és **divisible** per 6 perquè 6 és divisor de 36, és a dir, al dividir 36 entre 6, el residu és 0.

Notes

Com hauràs deduït, les relacions ser *múltiple* i ser *divisor* són relacions inverses.

No confongues les expressions ser múltiple, ser divisor i ser divisible. Vegem-ho amb un exemple:

Exemple:

- De la igualtat: 5 · 3 = 15, podem deduir el següent:
  - 5 i 3 són divisors de 15.
  - 15 és múltiple de 3 i de 5.
  - 15 és divisible per 3 i per 5.

Activitats proposades

13. A partir de la igualtat: 6 · 4 = 24, escriu les relacions que existixen entre estos tres nombres.

14. Escriu frases usant les expressions: “ser múltiple de”, “ser divisor de“i “ser divisible per” i els nombres 10, 5 i 35.

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

2.2. Criteris de divisibilitat

Per a veure si un nombre enter és divisible per un altre nombre enter, és suficient dividir-los i veure si el residu és 0. Però quan els nombres són grans, les operacions poden resultar complicades.

La tasca es simplifica si tenim en compte els anomenats criteris **de divisibilitat** que ens permeten saber si un nombre és divisible per un altre sense necessitat d'efectuar la divisió.

Criteri de divisibilitat per 2

Un nombre enter és divisible per **2** quan la seua última xifra és 0 o xifra parell.

Exemple:

- Els nombres: 312, 50, 346, 500, 780, 988 són divisibles per 2.

Criteri de divisibilitat per 3

Un nombre enter és divisible per **3** quan la suma de les seues xifres és múltiple de 3

Exemple:

- El nombre 231 és divisible per 3 ja que 2 + 3 + 1 = 6 que és múltiple de 3.
- El nombre 1002 és divisible per 3 ja que 1 + 0 + 0 + 2 = 3.

Si al sumar les xifres obtens un nombre encara gran i no saps si és o no múltiple de 3, pots tornar a aplicar el mateix sistema, només has de tornar a sumar totes les seues xifres:

- El nombre 69 és divisible per 3 ja que 6 + 9 = 15, i 15 és divisible per 3, perquè 1 + 5 = 6 que és múltiple de 3. Per tant, 6, 15 i 69 són múltiples de 3.
- El nombre 78596778696 és divisible per 3 ja que 7+ 8+ 5+ 9+ 6+ 7+ 7 + 8 + 6 + 9 + 6 = 78, i 78 és divisible per 3 perquè 7 + 8 = 15, i 15 ho és.

Criteri de divisibilitat per 4

Un nombre enter és divisible per **4** si el nombre format per les dos últimes xifres del nombre considerat és múltiple de 4.

Exemple:

- El nombre 3628 és divisible per 4 ja que acaba en 28, que és múltiple de 4.

Criteri de divisibilitat per 5

Un nombre enter és divisible per **5** quan acaba en 0 o en 5.

Exemple:

- Els nombres 4875 i 34590 són divisibles per 5.

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

Criteri de divisibilitat per 6

Un nombre enter és divisible per **6** quan ho és al mateix temps per 2 i per 3.

Exemple:

El nombre 7332 és divisible per 6 ja que:

Ho és per 2 per ser parell.

Ho és per 3, ja que les seues xifres sumen 15 que és múltiple de 3.

Criteri de divisibilitat per 9

Un nombre enter és divisible per **9** quan la suma de les seues xifres és 9 o múltiple de 9.

Exemple:

- El nombre 6012 és divisible per 9 ja que: 6 + 0 + 1 + 2 = 9.
- El nombre 3903 no és divisible per 9 ja que: 3 + 9 + 0 + 3 = 15 que no és múltiple de 9.

Criteri de divisibilitat per 10

Un nombre enter és divisible per **10** quan acaba en 0.

Exemple:

- El nombre 59870 és divisible per 10.

Nota

Observa que els nombres que són divisibles per 10 ho són per 2 i per 5 i viceversa.

Criteri de divisibilitat per 11

Un nombre enter és divisible per **11** quan la diferència entre la suma de les xifres que ocupen lloc imparell i la suma de les xifres que ocupen lloc parell dóna 0 o múltiple d’11

Exemple:

- El nombre 80496 és divisible per 11 ja que: (8 + 4 + 6) – (0 + 9) = 11

Activitats proposades

15. Digues quals dels següents nombres són múltiples de 2:

23, 24, 56, 77, 89, 90, 234, 621, 400, 4520, 3411, 46295, 16392, 385500

Els nombres triats, coincideixen amb els divisors de 2? I amb els que són divisibles per 2?

16. Escriu quatre nombres que siguen divisibles per 10 i per 3 al mateix temps.

17. Substitueix A per un valor apropiat perquè:

a) 24 A75 siga múltiple de 3.

b) 1107 A siga múltiple de 6.

c) 5 A439 siga múltiple d’11.

18. Tots els nombres divisibles per 3 els són per 9? I al contrari? Raona la resposta.

19. Sabries deduir un criteri de divisibilitat per 15? Posa un exemple.

20. Emplena al teu quadern la següent taula escrivint verdader o fals:

Nombre	¿És...?	Verdader/Fals
2567	Divisible per 2	
498650	Divisible per 5	
98370034	Divisible per 3	
78337650	Divisible per 6	
984486728	Divisible per 4	
23009845	Divisible per 11	

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

2.3. Obtenció de tots els divisors d'un nombre enter

En principi, per a trobar els divisors naturals d'un nombre enter N, l'anem dividint successivament entre 1, 2, 3, 4,..., N. D'aquesta manera, els divisors de N seran aquells nombres que el dividisquen exactament, és a dir donen de residu 0.

Exemple:

- Si volem trobar els divisors de 18 l'hauríem de dividir entre 1, 2, 3, 4, 5,…., 18 i veure en quins casos la resta és 0. Pots comprovar que els divisors de 18 són: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

El que ocorre és que aquesta forma de calcular els divisors d'un nombre es complica molt quan el nombre és gran. Pel que, si utilitzem els criteris de divisibilitat que hem aprés, només haurem de fer les divisions pels nombres pels quals N siga divisible.

Si la divisió és exacta, ***N* : *d* = *c*,** llavors el divisor (***d***) i el quocient (***c***) són divisors de ***N***, la qual cosa ens permet acurtar la busca de divisors, perquè de cada divisió exacta obtenim dos divisors.

Acabarem de buscar els divisors quan arribem a una divisió en què el quocient siga menor o igual que el divisor.

Activitats resoltes

- Vegem, com a exemple, el càlcul dels divisors del nombre 54.

Ja sabem que tot nombre té com divisors a la unitat i a ell mateix 1 i 54.

És divisible per 2. (Acaba en xifra parell) → 54 : 2 = 27 → Ja tenim dos divisors: 2 i 27.

És divisible per 3. (5 + 4 = 9, múltiple de 3) → 54 : 3 = 18 → Ja tenim dos divisors: 3 i 18.

És divisible per 6. (Al ser divisible per 2 i 3) → 54 : 6 = 9 → Ja tenim dos divisors: 6 i 9.

És divisible per 9. (5 + 4 = 9, múltiple de 9) → 54 : 9 = 6.

Com el quocient 6 és menor que el divisor 9, ja hem acabat. 9 i 6 (Repetits).

Per tant, els divisors de 54 són: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27 i 54.

Activitats proposades

21. Calcula els múltiples de 25 compresos entre 1 i 200.

22. Indica si les següents afirmacions són verdaderes o falses:

a) 40 és múltiple de 10.
b) 2 és divisor de 10.
c) 4 és múltiple de 8.
d) 55 és divisible per 11.
e) 90 és divisor de 9.
f) 3 és divisible per 45.

23. Substitueix *x* e *y* per valors apropiats per al següent nombre siga divisible per 9 i per 10 al mateix temps: 256*x*81*y*.

24. Què únic nombre amb tres xifres iguals és divisible per 2 i per 9 al mateix temps?

25. Calcula tots els divisors dels nombres següents:

a) 65   b) 33   c) 60   d) 75   e) 100   f) 150

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

3. NOMBRES PRIMERS

3.1. Nombres primers i compostos

Quins són els divisors de 2? I del 3? I del 5? I del 7? Trobes alguna similitud entre ells? Evidentment sí, els divisors d'aquests nombres són l'1 i ells mateixos. A aquests nombres se'ls anomena primers.

Un **nombre primer** és aquell nombre natural que només té dos divisors: l'1 i ell mateix.

S'anomena nombre **compost** a aquell nombre natural que té més de dos divisors, és a dir, a aquell que no és primer.

Nota

L'1 es considera que no és primer ni compost, ja que no verifica cap de les dues definicions.

Exemple:

- Els nombres 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 són els deu primers nombres primers.
- Nombres com: 22, 45, 60, 98, 345 o 39867657 són compostos.

Activitats proposades

26. Continua la llista de nombres primers de l'exemple amb 10 nombres primers més.

27. Quants nombres primers creus que hi ha? Creus que s'acaben en un moment donat o que són infinits?

3.2. La garbella d'Eratòstenes

La garbella **d'Eratòstenes** és un algoritme (és a dir, una seqüència d'instruccions) que permet trobar tots els nombres primers menors que un nombre natural donat.

Nosaltres ho farem per als menors o iguals que 100, és a dir, esbrinarem quins són els nombres primers fins al 100.

L'algoritme consta dels passos següents :

a) Construïm una llista amb els nombres de l'1 al 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

b) Al principi es ratlla l'1, perquè sabem que no és primer.

c) El primer nombre que quede sense ratllar ha de ser primer. Es marca i es ratllen els seus múltiples.

d) Es repetix novament el pas c) fins que s'acaben els nombres.

Per tant:

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

- Deixem sense ratllar el següent nombre, que és el 2, que per tant és primer, i ratllem tots els múltiples de 2, quedant la garbella com segueix:

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	9	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	15	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
21	~~22~~	23	~~24~~	25	~~26~~	27	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	33	~~34~~	35	~~36~~	37	~~38~~	39	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	45	~~46~~	47	~~48~~	49	~~50~~
51	~~52~~	53	~~54~~	55	~~56~~	57	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	63	~~64~~	65	~~66~~	67	~~68~~	69	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	75	~~76~~	77	~~78~~	79	~~80~~
81	~~82~~	83	~~84~~	85	~~86~~	87	~~88~~	89	~~90~~
91	~~92~~	93	~~94~~	95	~~96~~	97	~~98~~	99	~~100~~

- Conservem el 3 perquè al ser el primer que apareix sense ratllar, sabem que és primer, però eliminem tots els múltiples de 3, és a dir, ratllem un de cada tres nombres. Ens queda una taula així:

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	25	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	35	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	49	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	55	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	65	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	77	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	85	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
91	~~92~~	~~93~~	~~94~~	95	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

- No necessitem ratllar el 4 perquè ja està ratllat, llavors anem al 5 que és el següent nombre, per tant no ho ratllem i eliminem tots els múltiples de 5 (alguns dels quals ja estaven ratllats)

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	49	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	77	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
91	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

- I després seguim de forma anàloga amb el 7 i ratllant tots els múltiples de 7.
- Després el següent nombre no ratllat és l’11 i ratllem els múltiples d’11.

- Després ens trobem amb el 13 i ratllem els múltiples de 13.

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

De forma anàloga anem localitzant els següents primers i ratllant els seus múltiples fins a arribar a una taula de la forma:

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	49	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
91	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Els nombres que no queden ratllats en cap pas és perquè no són múltiples de cap nombre anterior (assenyalats ací en roig).

En realitat, el que *Eratòstenes* estava fent era construir una espècie de "filtre" pel qual, al fer passar a tots els nombres, només quedaven els "primers".

Per tant, els nombres primers que hi ha entre els primers cent nombres, són:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 91 y 97.

Activitats proposades

28. T'atreviries a repetir la garbella d'Eratòstenes, però fins al 150?

29. Busca els distints significats de les paraules "garbella" i "algoritme", en què més contextos els pots utilitzar?

3.3. Descomposició d'un nombre natural en factors primers

Sabem que un nombre **primer** només té dos divisors: ell mateix i l'1.

Així que si voldríem expressar un nombre primer com a producte d'altres dos, els únics factors serien l'1 i el propi nombre.

Per exemple, si vull expressar 13 com a producte de dos nombres, seria:

$$13 = 1 \cdot 13 \text{ o també } 13 = 13 \cdot 1$$

No obstant això, si el nombre és **compost**, podrà expressar-se com a producte d'altres nombres que no són ni l'1 ni ell mateix.

Aprendrem a descompondre un nombre natural en factors primers, la qual cosa significa expressar un nombre natural com a producte d'altres nombres però han de ser primers.

Descompondre un nombre natural en factors primers és expressar el dit nombre com un producte, on tots els seus factors són nombres primers.

Per a descompondre el nombre 20 podríem fer: $20 = 4 \cdot 5$, però la descomposició en factors primers no seria correcta perquè el 4 no és un nombre primer.

La seua descomposició seria $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$, que s'expressaria com $20 = 2^2 \cdot 5$

Per a descompondre un nombre compost (perquè, com hem vist, descompondre un nombre primer no té cap interès ni dificultat) en els seus factors primers, s'ha de seguir el procediment següent:

a) Dividir el nombre natural donat pel menor primer possible utilitzant per fer això els criteris de divisibilitat si és possible, o realitzant la divisió si no hi ha un altre remei.

b) Realitzar la divisió, i si el quocient és divisor del nombre primer, realitzar la divisió.

c) Si el quocient no és divisor del dit nombre primer, buscar el menor nombre primer possible que siga divisor, recorrent novament als criteris de divisibilitat o continuar dividint.

d) Seguir amb el procediment fins a obtindre el quocient igual a 1.

Notes

1) Per a realitzar les divisions utilitzarem una barra vertical, a la dreta escrivim els divisors primers i a l'esquerra els quocients.

2) Els factors primers en l'expressió del nombre ja factoritzat se solen escriure en orde creixent.

3) Quan ja tinguem pràctica, i amb nombres no massa grans, podem descompondre un nombre en producte de dos i després cada un d'ells en altres productes fins que tots els factors obtinguts siguen primers.

Per exemple: $60 = 30 \cdot 2$.

Com $30 = 15 \cdot 2$ i $15 = 3 \cdot 5$, tenim que: $60 = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$ i per tant, la seua descomposició és: $60=2^2 \cdot 3 \cdot 5$

Activitats resoltes

<table>
<tr>
<td>1. Realitzarem la descomposició en factors primers del nombre 90:
Com 90 és múltiple de 2, el dividim: 90 : 2 = 45
Com 45 no és múltiple de 2, busquem el menor primer possible pel qual es puga dividir, que és 3, el dividim: 45 : 3 = 15.
Com 15 es pot tornar a dividir entre 3, tenim:
15 : 3 = 5
Per tant: $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$
Açò se sol realitzar com s'assenyala en la nota de la manera següent:
$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$</td>
<td>2. Realitzarem una altra factorització per al nombre 2550:
$$\begin{array}{r|l} 2550 & 2 \\ 1260 & 2 \\ 630 & 2 \\ 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$
Per tant: $2550 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$</td>
</tr>
</table>

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

Activitats proposades

30. Descompon en factors primers els nombres següents:

a) 40 b) 56 c) 75 d) 90

31. Descompon en factors primers els nombres següents:

a) 110 b) 124 c) 290 d) 366

32. Descompon en factors primers els nombres següents:

a) 1290 b) 3855 c) 4520 d) 5342

33. Si descomponem en factors primers els nombres: 10, 100, 1000, 10000 i 100000, què és el que observes? Ho podries fer de forma més ràpida sense necessitat d'usar el mètode general?

34. Què ocorre al descompondre en factors primers els nombres 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256?

Podries continuar tu la sèrie amb 5 nombres més?

3.4. Màxim comú divisor de diversos nombres

Exemple:

- Calcularem els divisors dels nombres 24 i 36:

Divisors de 24 $\rightarrow$ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

Divisors de 36 $\rightarrow$ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

Quins són els majors divisors comuns a ambdós? Els divisors comuns a ambdós són diversos: 1, 2, 3, 4, 6 i 12, però el major d'ells és 12 i es diu que 12 és el màxim comú divisor de 24 i de 36.

S'anomena **màxim comú divisor** de diversos nombres naturals al major dels divisors comuns a tots ells i s'escriu **M.C.D.**

A l'exemple anterior, escriuríem: M.C.D (24, 36) = 12

En principi, pareix que trobar el M.C.D no és molt complicat, només hem de calcular els divisors dels nombres, considerar els comuns i prendre el major d'ells. Però este mètode només té sentit amb pocs nombres i xicotets, ja que amb molts nombres o amb nombres grans, el càlcul es complica molt.

Per això, calcularem el màxim comú divisor utilitzant una sèrie de passos, per mitjà dels quals el càlcul se simplifica moltíssim:

Càlcul del M.C.D.

1. Factoritzem els nombres.

2. Prenem els factors comuns a tots els nombres elevats al menor exponent.

3. El producte dels factors considerats al pas 2 és el M.C.D.

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

Activitats resoltes

- Calcularem el màxim comú divisor dels nombres: 72, 90 i 120

1. Factoritzem cada nombre:

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

2. Prenem els factors comuns a tots els nombres elevats al menor exponent: Són 2 i 3

3. El producte dels factors considerats al pas 2 és el M.C.D. És a dir:

$$\text{M.C.D } (72, 90, 120) = 2 \cdot 3 = 6.$$

Nota

Dos nombres naturals sempre tenen almenys un divisor en comú, l'1. Si eixe és el M.C.D aleshores diem que eixos nombres són primers **entre si**.

Activitats proposades

35. Calcula el M.C.D dels següents parells de nombres:

a) 60 i 45 b) 120 i 55 c) 34 i 66 d) 320 i 80

36. Calcula el M.C.D dels nombres següents:

a) 30, 12 i 22 b) 66, 45 i 10 c) 75, 15 i 20 d) 82, 44 i 16

3.5. Mínim comú múltiple de diversos nombres

El **mínim comú múltiple** de diversos nombres naturals és el menor dels múltiples que tenen en comú, i s'escriu **m.c.m.**

Activitats resoltes

Igual que amb el M.C.D., es pot calcular el mínim comú múltiple aplicant la definició que acabem de veure. El que ocorre és que es tracta d'una forma molt "rudimentària" i que es complica molt per a nombres grans.

- Calcularem m.c.m (10, 15) aplicant aquesta definició:

Múltiples de 10 → 10, 20, 30, 40, 50, 60, …

Múltiples de 15 → 15, 30, 45, 60, 75, 90, …

Com veiem, múltiples comuns a ambdós són: 30, 60, 90, … però el menor d'ells és el 30. Per tant:

$$\text{m.c.m } (10, 15) = 30$$

Veurem ara els passos a realitzar per a simplificar aquest càlcul i fer-ho més mecànic:

Càlcul del m.c.m.

1. Factoritzem els nombres
2. Prenem els factors comuns i no comuns elevats al major exponent.
3. El producte d'eixos factors del pas anterior és el m.c.m.

Activitats resoltes

- Vegem com calcular el mínim comú múltiple de 16, 24, 40 seguint estos passos:

  1. Factoritzem els nombres:

$$16 = 2^4$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$40 = 2^3 \cdot 5$$

  2. Prenem els factors comuns i no comuns elevats al major exponent.

  Al nostre cas: 2^4, 3 i 5.

  3. Multiplicant aquests factors tenim que: m.c.m(16, 24, 40) = $2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$.

Activitats proposades

37. Calcula el m.c.m. dels següents parells de nombres:

a) 60 i 45 b) 120 i 55 c) 34 i 66 d) 320 i 80

38. Calcula el m.c.m dels nombres següents:

a) 30, 12 i 22 b) 66, 45 i 10 c) 75, 15 i 20 d) 82, 44 i 16

Problemes

Però, a més, el càlcul del M.C.D. i del m.c.m. es molt útil per a resoldre problemes **reals**.

Vegem alguns exemples:

Exemple:

- Una dependenta d'una botiga de regals té un rotllo de llaç roig de 15 m i un blau de 20 m. Com per embolicar cada regal utilitza sempre trossos d'1 metre, i les vol tallar en trossos de la mateixa longitud per tindre preparades per fer empaquetar caixes de manera que no sobre res en els rotllos. Quina és la longitud màxima que pot tallar cada rotllo per a fer els paquets?

Estem buscant un nombre natural que siga divisor de 15 i de 20 al mateix temps. dels nombres que complisquen açò, triarem el major.

Açò és, precisament, el M.C.D: M.C.D.(15, 20) = 5

Per tant, la longitud de cada tros de llaç pels paquets serà de 5 m.

Exemple:

- El iaio d'Anna pren unes pastilles per al cor cada 8 hores i altres per a la circulació cada 12 hores. Acaba de prendre els dos medicaments al mateix temps. Dins de quantes hores tornarà a prendre-se'ls al mateix temps?

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

Estem buscant un nombre d'hores que serà major o igual a 12, i múltiple de 8 i de 12 al mateix temps. De tots els nombres que ho complisquen, ens interessa el més xicotet. És a dir, hem de calcular: m.c.m.(8, 12) = 24

Per tant, dins de 24 hores es prendrà ambdós medicaments al mateix temps.

Activitats proposades

39.Maria i Paula tenen 25 grans blancs, 15 grans blaus i 90 grans rojos. Volen fer el major nombre de collars iguals sense que sobre cap gra. a) Quants collars iguals poden fer? b) Quin nombre de grans de cada color tindrà cada collar?

40. Un autobús passa per una parada cada 18 minuts, un altre cada 25 minuts i un tercer autobús cada 36 minuts. Si a les 9 del matí han passat en eixe lloc els tres autobusos al mateix temps. A quina hora tornen a coincidir?

41. Es compren a una floristeria 24 roses i 36 clavells. Quants centres de taula es poden elaborar si es col·loca la màxima quantitat de flors sense que sobre cap? Quantes roses i clavells es col·loquen en cada centre de taula?

42. Raül té diversos avisos al seu mòbil: un que dóna un senyal cada 60 minuts, un altre que dóna un senyal cada 150 minuts i un tercer que dóna un senyal cada 360 minuts. Si a les 10 del matí les 3 senyals d'avís han coincidit.

a) Quantes hores com a mínim han de passar perquè tornen a coincidir?

b) A quina hora tornaran a fer el senyal una altra vegada junts?

43. Quin serà la menor quantitat de caramels que es pot repartir en parts iguals entre grups de 20, 30, o 60 xiquets? Determina en cada cas quants caramels la toca a cada xiquet.

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

CURIOSITATS. REVISTA

A què pensaves que els nombres eren només això, nombres?

Doncs no, hi ha **nombres perfectes, nombres amics, fins i tot nombres bessons!!**

Nombres perfectes

Són nombres **perfectes** els que són iguals a la suma dels seus divisors, excepte ell mateix.

El més xicotet és el 6: $6 = 1 + 2 + 3$

El següent és el 28: $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$.

Després del 28, no apareix cap nombre perfecte fins al 496, el quart nombre perfecte és el 8.128, el quint perfecte és 33.550.336. S'observa que cada nombre perfecte és molt major que l'anterior. Què curiós!!

Haurà alguna fórmula per obtindre nombres perfectes?

Clar que sí, la va descobrir Euclides i és la següent:

$2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$

Sent n un nombre natural i sempre que $(2^n - 1)$ siga primer

Nombres amics

Dos **nombres amics** són dos enters positius tals que la suma dels divisors propis d'un d'ells és igual a l'altre. (Es consideren divisors propis d'un nombre a tots els seus divisors excepte ell mateix)

Un exemple és el parell (220, 284), ja que:

Els divisors propis de 220 són 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 i 110, que sumen 284

Els divisors propis de 284 són 1, 2, 4, 71 i 142, que sumen 220

Per als pitagòrics els noms amics eren molt especials, i els atribuïen propietats quasi màgiques.

Nombres bessons

S'anomenen nombres bessons als parells de nombres primers que són imparells consecutius (3 i 5, 11 i 13,…). Pots trobar tu algun més?

Se suposa que el nombre de primers bessons és infinit, però està sense demostrar.

El que sí es pot demostrar és que hi ha dos nombres primers consecutius la diferència del qual siga tan gran com vulguem.

Nombres primers a la música i literatura

El compositor francés Olivier Messiaen, inspirant-se en la naturalesa, va utilitzar els nombres primers per crear música no mètrica emprant sons amb duració un nombre primer per crear ritmes impredicibles.

El curiós incident del gos a mitjanit, de Mark Haddon, descriu en primera persona la vida de un jove autista, utilitza únicament els nombres primers per numerar els capítols.

La soletat dels nombres primers, novel·la escrita per Paolo Giordano, va guanyar el premi Strega en 2008.

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

RESUM

Concepte	Definició	Exemples
El sistema de numeració decimal és posicional	El valor d'una xifra en un nombre depèn del lloc que ocupa en el nombre	L'1 no té el mateix valor en 1845 que en 6351
Jerarquia de les operacions	-En les operacions amb parèntesi, primer es realitzen els parèntesis i després les altres. -En les operacions sense parèntesi primer es realitzen multiplicacions i divisions i després sumes i restes.	L'operació 2·3+7 té com resultat 13, no 20, que és el que resultaria efectuant incorrectament abans la suma que el producte.
- Divisor **- Divisible** **Múltiple**	*a* és **divisor** de *b* quan al dividir *b* entre *a* el residu és 0. *a* és **múltiple** de *b* o *a* és **divisible** per *b* quan al dividir *a* entre *b* el residu és 0.	2 i 3 són divisors de 6. 6 és múltiple de 2 i de 3. 6 és divisible per 2 i per 3.
Criteris de divisibilitat	Simplifiquen molt el càlcul de la descomposició factorial i, en general esbrinar quan un nombre és divisible per un altre.	3742 és divisible per 2. 4980 és divisible per 2 i per 5. 2957 és divisible per 3.
Nombre primer	És aquell que només té dos divisors: l'1 i ell mateix.	23 i 29 són nombres primers.
Nombre compost	És aquell que té més de dos divisors, és a dir, que no és primer.	25 i 32 son nombres compostos.
Garbella d'Eratòstenes	És un algoritme que permet calcular tots els nombres primers menor que un donat.	Els primers menors que 20 són: 2, 3, 5, 7, 11, 13,17 i 19
Descompondre un nombre en factors primers	És expressar-lo com a producte de nombres primers.	$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
Mínim comú múltiple de diversos nombres	És el menor dels múltiples que tenen en comú.	m.c.m.(18, 12)= 36
Màxim comú divisor de diversos nombres	És el major dels divisors comuns a tots ells.	M.C.D.(18, 12) = 4

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

EXERCICIS I PROBLEMES. Matemàtiques 1r d'ESO

Repàs nombres naturals

1. Escriu per mitjà de potències de 10 els nombres següents:

a) 84300 b) 3333 c) 119345 d) 903711

2. Quin lloc ocupa la xifra 4 als següents nombres? En quin dels nombres té major valor? I menor?

a) 508744 b) 653349001 c) 47092157 d) 9745

3. Trau factor comú i calcula mentalment:

a) $28 \cdot 4 - 28 \cdot 3$ b) $30 \cdot 4 + 30 \cdot 2$ c) $66 \cdot 23 - 66 \cdot 13$ d) $700 \cdot 44 - 700 \cdot 4$

4. Construeix dos nombres amb les xifres 6,7 i 8 tal que el seu producte siga el més gran possible.

5. Realitza les següents divisions i comprova amb cadascuna d'elles la propietat: $D = d \cdot c + r$

a) 3844 : 45 b) 74840 : 30 c) 983035 : 981 d) 847 : 45

6.Esbrina, utilitzant només la calculadora, els quocients i els residus de les divisions següents:

a) 654 : 77 b) 543 : 7 c) 8374 : 85 d) 9485 : 11 e) 6590 : 41

7. Realitza les operacions següents:

a) $(55 + 12) \cdot 4$ b) $66 \cdot 2 + 10$ c) $55 + 70 \cdot 3 + 11$ d) $330 - 10 \cdot 2 + 82$

8. Digues quines de les següents operacions tenen el mateix resultat:

a) $2 \cdot (46 - 16)$ b) $2 \cdot 46 - 16$ c) $2 \cdot 46 - 8 \cdot 16$ d) $2 \cdot (46 + 16)$ e) $2 \cdot 46 + 16$

9. Realitza les operacions de l'exercici anterior en la calculadora i comprova la importància d'afegir els parèntesis.

10. Realitza les operacions següents:

a) $4 \cdot (44 + 5) - 6 \cdot 2 + 9$ b) $2 \cdot (3 + 11) - (4 + 12)$ c) $(18 - 4) \cdot 5 + 3 \cdot 7 - 13$ d) $5 \cdot 12+(3 - 2) \cdot 4 - 3 + 4 \cdot 5 - 5$

11. Inventa un problema en què hages de realitzar l'operació següent: $5 + 4(6 - 2)$

12. Troba, utilitzant només la calculadora, els quocients i les restes de les divisions següents:

a) 376 : 37 b) 299 : 7 c) 3524 : 65 d) 585 : 22 e) 2060 : 51

13. Realitza les operacions següents:

a) $(34 + 23) \cdot 5$ b) $87 \cdot 2 + 10$ c) $55 + 65 \cdot 3 + 11$ d) $230 - 100 \cdot 2 + 90$

14. Digues quines de les següents operacions tenen el mateix resultat:

a) $8 \cdot (22 - 12)$ b) $8 \cdot 22 - 12$ c) $8 \cdot 22 - 8 \cdot 12$ d) $8 \cdot (22 + 12)$ e) $8 \cdot 22 + 12$

15. Realitza les operacions de l'exercici anterior en la calculadora i comprova la importància d'afegir els parèntesis.

16. Realitza les operacions següents:

a) $4 \cdot (65 + 7) - 5 \cdot 2 + 4$ b) $2 \cdot (3 + 9) - (4 + 8)$ c) $(22 - 4) \cdot 5 + 3 \cdot 2 - 1$

d) $5 \cdot 4 + (4 - 2) \cdot 5 - 3 + 4 \cdot 6 - 5$

17. Inventa un problema en què hages de realitzar l'operació següent: $(34 + 7) \cdot 8$

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

18. Sabem que per al viatge de fi de curs són necessaris 3 autobusos, ja que viatjaran 103 alumnes. Als dos primers autobusos viatgen el mateix nombre d'estudiants i al tercer un alumne més que als altres dos. Quantes persones viatgen en cada autobús?

19. MÀGIA!

Segueix els passos següents:

- Pensa en dos nombres naturals d'una xifra.
- Multiplica el primer per 2 i suma-li 8.
- Multiplica el resultat anterior per 5.
- Suma el segon nombre que havies pensat al resultat anterior.
- Resta 40 a l'últim resultat

Què ocorre? És casualitat? Passarà sempre el mateix? Pots explicar-ho?

Divisibilitat

20. Escriu els deu primers múltiples de 6 i els deu primers múltiples de 9. Quins són comuns a ambdós?

21. Escriu quatre nombres que complisquen que la xifra de les unitats siga el triple que la de les desenes de manera que dos d'ells siguen divisibles per 2 i els altres dos no ho siguen.

22. Indica quals dels següents nombres són múltiples de 15:

1, 30, 50, 60, 70, 75, 100, 125, 150

23. Digues quins dels següents nombres són múltiples de 5. I de 10? Quins coincideixen? Per què?

23, 24, 56, 77, 89, 90, 234, 621, 400, 4520, 3411, 46295, 16392, 385500

24. Escriu quatre nombres de quatre xifres que complisquen que la xifra de les desenes siga el doble que la de les unitats de manera que un d'ells siguen divisible per 3, un altre per 11, un altre per 2 i un altre per 4.

25. Copia al teu quadern i completa la següent taula escrivint verdader o fals:

Nombre	És...?	Verdader/Fals
327	Divisible per 11	
494530	Divisible per 4	
39470034	Divisible per 6	
7855650	Divisible per 3	
985555328	Divisible per 2	
20000045	Divisible per 10	

26. Fes una llista amb els valors de les monedes i bitllets del sistema monetari euro.

Figura entre ells algun nombre primer? Per què creus que és així?

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

27. Pere té una forma molt peculiar de donar el telèfon als seus amics: els diu que consta de nou xifres, que no es repetix cap i que llegint-lo d'esquerra a dreta es compleix:

- La primera xifra és un múltiple de 3 major que 6.

-Les dos primeres xifres formen un múltiple de 2 i de 5.

- Les tres primeres xifres formen un nombre parell múltiple de 3

-Les quatre primeres xifres formen un nombre que és múltiple de 5 però no de 2.

- Les cinc primeres xifres formen un nombre múltiple de 2 i de 3.

-Les sis primeres xifres formen un nombre múltiple d'11.

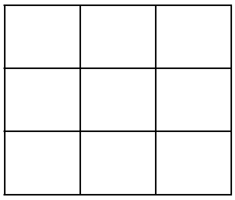
-La sèptima xifra és un múltiple de 7.

-Les huit primeres xifres formen un nombre imparell.

-Les quatre últimes xifres formen un múltiple d'11.

Esbrina quin és el seu telèfon.

28. Calcula quants quadrats pots comptar en la figura següent:



29. Substitueix x e y per valors apropiats per a que el següent nombre siga divisible per 2 i per 11 al mateix temps:

256x81y

30. Sabem que el nombre 1452 és múltiple d'11. Calcula un altre múltiple d'11 només canviant de lloc les xifres d'aquest nombre.

31. Completa al teu quadern amb les expressions "ser múltiple de", "ser divisor de " o "ser divisible per":

a) 40 és ………… 10.

b) 2 és ……….. 10.

c) 4 és ……….. 8.

d) 335 és ………… 11.

e) 90 és ………….. 45.

f) 3 és ……………..15.

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

Nombres primers

32. Descompon en factors primers els següents nombres: 1530, 2457 i 7440.

33. Observa la descomposició factorial dels següents nombres a, b, c, d i contesta:

$a = 2 \cdot 3^2 \quad b = 2 \cdot 3 \quad c = 5 \cdot 7 \quad d = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$

a) Quin d'ells és múltiple de a?

b) Quins són divisors de d?

c) Quins són primers entre si?

34. Esbrina quals són els nombres les descomposicions factorials dels quals són:

a) $x = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$ b) $y = 5^2 \cdot 2^2 \cdot 11$ c) $z = 2 \cdot 5^2 \cdot 7$

35. Calcula el M.C.D dels següents parells de nombres:

a) 9 i 12 b) 18 i 42 c) 8 i 15 d) 108 i 630

36. Calcula el m.c.m. dels següents parells de nombres:

a) 140 i 300 b) 693 i 1485 c) 365 i 600 d) 315 i 1845

37. Calcula el m.c.m i M.C.D. dels següents nombres:

a) 24, 60 i 80 b) 60, 84 i 132 c) 270, 315 i 360 d) 240, 270 i 36

Autora: Fernanda Ramos
Traducció: Institut Juan de Garay

AUTOEVALUACIÓ DE 1r D'ESO

1. Quin és el resultat de 20 + 15 · 3?

a) 105 b) 65 c) 330 d) 900

2. Quina de les següents afirmacions és verdadera ?

a) En una divisió exacta el quocient sempre és zero.

b) En el sistema de numeració decimal el valor d'una xifra és independent del lloc que ocupa.

c) Si multipliquem dividend i divisor pel mateix nombre diferent de zero, el quocient no varia.

d) El producte i la divisió de nombres naturals compleixen la propietat commutativa.

3. Quina de les solucions és la correcta per al conjunt dels divisors de 40?

a) D(40) = {1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40}

b) D(40) = {1, 2, 4, 6, 5, 8, 10, 20, 40}

c) D(40) = {1, 2, 4, 5, 8, 10, 12, 20, 40}

d) D(40) = {0, 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40}

4. El nombre de divisors naturals de 12 és:

a) 3 b) 2 c) 4 d) 1

5. El nombre 315A és múltiple de 9 per als següents valors de A:

a) A = 9 i A = 3 b) A = 9 i A = 1 c) A = 3 i A = 6 d) A = 9 i A = 0

6. Quin d'aquests nombres compleix que és un nombre de tres xifres parell, divisible per 5 i per 17 i la suma de les seues xifres és 7?

a) 170 b) 510 c) 610 d) 340

7. Sabent que a és divisible per b. Indica quina de les següents afirmacions és verdadera:

a) El nombre a és divisor de b.
b) El nombre a és múltiple de b.
c) El nombre b és un múltiple de a.
d) Els nombres a i b són primers entre si.

8. El M.C.D.(54, 360, 45) és:

a) 18 b) 27 c) 45 d) 70

9. Maria compra en el supermercat els sucs en paquets de 2 i els refrescos en paquets de 3. Hui volia comprar el mateix nombre de sucs que de refrescos, però el menor nombre possible per a no portar molt pes en el camí a sa casa. Quants va comprar?

a) 3 b) 2 c) 6 d) 12

10. Paula vol fer un joc de cartes tallant una cartolina de 16 cm de llarg i 12 cm d'ample en quadrats iguals de manera que siguen el més grans possible i no sobre cartolina. Quant mesurarà el costat de cada carta?

a) 4 cm b) 2 cm c) 8 cm d) 6 cm