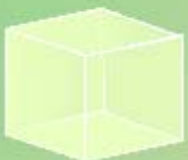


Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II Selectividad 2023

Comunidad autónoma de **CANTABRIA**



www.apuntesmareaverde.org.es

Autor: Antonio Menguiano





EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO
A LA UNIVERSIDAD (EBAU) FASE GENERAL
CURSO: **2022–2023**
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

CONVOCATORIA:
ORDINARIA DE
JUNIO

Indicaciones:

El examen consta de seis ejercicios, de los cuales se resolverán únicamente tres (cualesquiera). En caso de intentar resolver más de tres ejercicios, se corregirán únicamente los tres primeros que aparezcan en el cuadernillo del examen. Se valorará positivamente la explicación de los diferentes pasos seguidos en la resolución de cada ejercicio, así como la claridad de exposición. No se admitirá ningún resultado que no esté debidamente justificado. Queda prohibido el uso de calculadoras gráficas y/o programables, así como el de cualquier dispositivo con capacidad de almacenar y/o transmitir datos. Los teléfonos móviles deberán estar apagados durante el examen.

TIEMPO: 90 minutos.

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

En un almacén de construcción venden sacos de cemento de 25 kg, 50 kg y 100 kg. Cierta día se vendió un total de 180 sacos por un importe de 29200 €. Se sabe que el precio del kg de cemento es de 4 € y que ese día se vendieron el doble de sacos de 25 kg que la suma de los sacos de 50 kg más los de 100 kg.

- A. [1,25 PUNTOS] Plantee un sistema de ecuaciones que permita calcular cuántos sacos de cada tamaño se vendieron ese día.
- B. [1,25 PUNTOS] Resuélvalo.

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

El ayuntamiento dispone de 48000 € para la puesta en marcha de huertas ecológicas en un viejo terreno municipal abandonado. Se destinará un máximo de 50 hectáreas al cultivo de hortalizas y un mínimo de 10 al de árboles frutales. Se dispone de un tanque de agua con una capacidad de 480 m³ anuales para riego. Se sabe que cada hectárea dedicada al cultivo de hortalizas necesita 8 m³ de agua anuales, cantidad que disminuye hasta los 4 m³ anuales en el caso de las hectáreas dedicadas al cultivo de árboles frutales. Se sabe también que cada hectárea dedicada al cultivo de hortalizas requiere una inversión por parte del ayuntamiento de 400 €, siendo esta cantidad de 800 € para cada hectárea dedicada al cultivo de árboles frutales. Se sabe además que la producción anual de cada hectárea de hortalizas es de 450 kg y la de cada hectárea de árboles frutales es de 600 kg. El objetivo que persigue el ayuntamiento es maximizar la producción anual total.

- A. [0,75 PUNTOS] Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.
- B. [1 PUNTO] Dibuje la región factible en el plano, identificando claramente sus vértices.
- C. [0,5 PUNTOS] ¿Cuántas hectáreas se deben dedicar al cultivo de hortalizas y cuántas al de árboles frutales para maximizar la producción anual total?
- D. [0,25 PUNTOS] ¿A cuánto asciende dicha producción?

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

A. [1,25 PUNTOS] ¿Cuáles son las asíntotas (horizontales, verticales y/u oblicuas) de la siguiente función?

$$f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x - 1}$$

B. [1,25 PUNTOS] Dada la siguiente función definida a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(x)}{x-1} & \text{si } 0,5 \leq x < 1 \\ ax^2 + b & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ e^x + 1 & \text{si } 2 < x \leq 2,5 \end{cases}$$

Determine los parámetros a y b para que f sea continua en el intervalo [0.5, 2.5].

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

A. [1,25 PUNTOS] Un hospital ha determinado que el número de pacientes que hay en urgencias a lo largo de un turno de 36 horas viene dado por la función P(t), donde $t \in [0, 36]$ se expresa en horas. Se sabe que $P'(t) = t^2 - 40t + 231$ es la derivada de P(t) y que al finalizar el turno quedan en urgencias 448 pacientes. ¿En qué momento del turno hay menos pacientes en urgencias? ¿Cuántos pacientes hay en ese momento?

B. [1,25 PUNTOS] En una panadería el coste de producción de una hogaza es de 2 €, y el precio de venta de x hogazas, en €, viene dado por la función $P(x) = x(122 - x)$. Además, esta panadería tiene unos gastos fijos mensuales de 500 €. Suponiendo que todas las hogazas que se producen se venden, ¿cuántas hogazas debería producir la panadería al mes para maximizar sus ganancias mensuales? ¿A cuánto ascenderían esas ganancias?

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

El precio de las lavadoras que se venden en una gran superficie es una variable que sigue una distribución normal de desviación típica 235 €. Para una muestra de 50 lavadoras, escogidas al azar, se obtiene un precio medio de 405 €.

A. [1,25 PUNTOS] Obtenga el intervalo de confianza del 95 % para el precio medio de una lavadora.

B. [1,25 PUNTOS] ¿Cuál es el número mínimo de lavadoras que habría que considerar para que el error cometido al estimar el precio medio por lavadora con un nivel de confianza del 97 % fuese de 50 €?

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

Se tiene una urna que contiene 5 bolas blancas, 3 negras y 2 rojas. Si se extraen al azar dos bolas de forma consecutiva y sin reemplazamiento:

A. [0,25 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean rojas?

B. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color?

C. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de las dos bolas extraídas sea negra?

D. [0,75 PUNTOS] Si la segunda bola que se extrae es roja, ¿cuál es la probabilidad de que la primera haya sido blanca?

RESPUESTAS CONVOCATORIA ORDINARIA DE JUNIO

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

En un almacén de construcción venden sacos de cemento de 25 kg, 50 kg y 100 kg. Cierta día se vendió un total de 180 sacos por un importe de 29200 €. Se sabe que el precio del kg de cemento es de 4 € y que ese día se vendieron el doble de sacos de 25 kg que la suma de los sacos de 50 kg más los de 100 kg.

A. [1,25 PUNTOS] Plantee un sistema de ecuaciones que permita calcular cuántos sacos de cada tamaño se vendieron ese día.

B. [1,25 PUNTOS] Resuélvalo.

Solución

a) Sean x, y, z el número de sacos de 25 kg, 50 kg y 100 kg que se venden ese día, respectivamente.

El sistema de ecuaciones lineales que se deduce del enunciado es el siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 180 \\ 4x \cdot 25 + 4y \cdot 50 + 4z \cdot 100 = 29.200 \\ x = 2 \cdot (y + z) \end{array} \right\} \begin{array}{l} x + y + z = 180 \\ 25x + 50y + 100z = 7.300 \\ x = 2y + 2z \end{array} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 180 \\ \Rightarrow x + 2y + 4z = 292 \\ x - 2y - 2z = 0 \end{array} \right\}.$$

b) Resolviendo por el método de Gauss:

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 180 \\ 1 & 2 & 4 & 292 \\ 1 & -2 & -2 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} F_2 \rightarrow F_2 - F_1 \\ F_3 \rightarrow F_3 - F_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 180 \\ 0 & 1 & 3 & 112 \\ 0 & -3 & -3 & -180 \end{array} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{F_3 \rightarrow F_3 + 3F_2\} \Rightarrow \left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 180 \\ 0 & 1 & 3 & 112 \\ 0 & 0 & 6 & 156 \end{array} \right) \Rightarrow 6z = 156; z = \frac{156}{6} \Rightarrow z = 26.$$

$$y + 3z = 112; y + 3 \cdot 26 = 112; y = 112 - 78 \Rightarrow y = 34.$$

$$x + y + z = 180; x + 34 + 26 = 180; x = 180 - 60 \Rightarrow x = 120.$$

Ese día se vendieron 120 sacos de 25 kg, 34 de 50 kg y 26 de 100 kg.

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

El ayuntamiento dispone de 48000 € para la puesta en marcha de huertas ecológicas en un viejo terreno municipal abandonado. Se destinará un máximo de 50 hectáreas al cultivo de hortalizas y un mínimo de 10 al de árboles frutales. Se dispone de un tanque de agua con una capacidad de 480 m³ anuales para riego. Se sabe que cada hectárea dedicada al cultivo de hortalizas necesita 8 m³ de agua anuales, cantidad que disminuye hasta los 4 m³ anuales en el caso de las hectáreas dedicadas al cultivo de árboles frutales. Se sabe también que cada hectárea dedicada al cultivo de hortalizas requiere una inversión por parte del ayuntamiento de 400 €, siendo esta cantidad de 800 € para cada hectárea dedicada al cultivo de árboles frutales. Se sabe además que la producción anual de cada hectárea de hortalizas es de 450 kg y la de cada hectárea de árboles frutales es de 600 kg. El objetivo que persigue el ayuntamiento es maximizar la producción anual total.

- A. [0,75 PUNTOS] Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.
- B. [1 PUNTO] Dibuje la región factible en el plano, identificando claramente sus vértices.
- C. [0,5 PUNTOS] ¿Cuántas hectáreas se deben dedicar al cultivo de hortalizas y cuántas al de árboles frutales para maximizar la producción anual total?
- D. [0,25 PUNTOS] ¿A cuánto asciende dicha producción?

Solución

a) Sean x e y el número de hectáreas que se dedican al cultivo de hortalizas y árboles frutales, respectivamente.

$$\text{Las condiciones son: } \left. \begin{array}{l} 400x + 800y \leq 48.000 \\ 8x + 4y \leq 480 \\ x \leq 50; y \geq 10 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 120 \\ 2x + y \leq 120 \\ x \leq 50; y \geq 10 \end{array} \right\}.$$

La función de objetivos es: $f(x, y) = 450x + 600y$.

b)

$$\textcircled{1} \Rightarrow x + 2y \leq 120 \Rightarrow y \leq \frac{120-x}{2} \Rightarrow O(0,0) \rightarrow Si.$$

x	0	60
y	60	30

$$\textcircled{2} \Rightarrow 2x + y \leq 120 \Rightarrow y \leq 120 - 2x \Rightarrow O(0,0) \rightarrow Si.$$

x	60	30
y	0	60

La región factible es la que aparece sombreada en la figura adjunta.

Los vértices de la región factible son los siguientes:

$$A \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow A(0, 10).$$

$$B \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 0 \\ x + 2y = 120 \end{array} \right\} \Rightarrow 2y = 120; y = 60 \Rightarrow B(0, 60).$$

$$C \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 2y = 120 \\ 2x + y = 120 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + 4y = 240 \\ -2x - y = -120 \end{array} \right\} \Rightarrow 3y = 120; y = 40;$$

$$x + 80 = 120; \quad x = 40 \Rightarrow C(40, 40).$$

$$D \Rightarrow \begin{cases} x = 50 \\ 2x + y = 120 \end{cases} \Rightarrow 100 + y = 120;$$

$$y = 20 \Rightarrow C(50, 20).$$

$$E \Rightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 10 \end{cases} \Rightarrow E(50, 10).$$

La función de objetivos: $f(x, y) = 450x + 600y$.

c) Los valores de la función de objetivos en cada vértice son los siguientes:

$$A \Rightarrow f(0, 10) = 450 \cdot 0 + 600 \cdot 10 = 0 + 6.000 = 6.000.$$

$$B \Rightarrow f(0, 60) = 450 \cdot 0 + 600 \cdot 60 = 0 + 36.000 = 36.000.$$

$$C \Rightarrow f(40, 40) = 450 \cdot 40 + 600 \cdot 40 = 18.000 + 24.000 = 42.000.$$

$$D \Rightarrow f(50, 20) = 450 \cdot 50 + 600 \cdot 20 = 22.500 + 12.000 = 34.500.$$

$$E \Rightarrow f(50, 10) = 450 \cdot 50 + 600 \cdot 10 = 22.500 + 6.000 = 28.500.$$

El valor máximo se produce en el punto C.

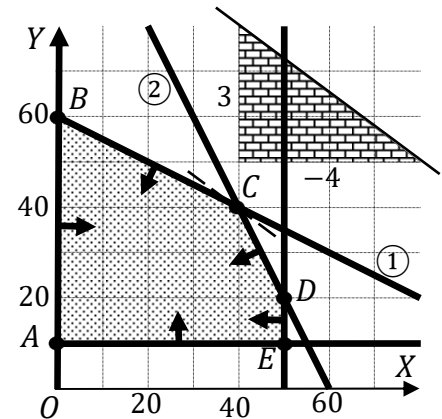
También se hubiera obtenido el punto C por la pendiente de la función de objetivos, como puede observarse en la figura.

$$f(x, y) = 450x + 600y = 0 \Rightarrow y = -\frac{450}{600}x = -\frac{3}{4}x \Rightarrow m = -\frac{3}{4}.$$

La producción es máxima cultivando 40 hectáreas de cada cultivo.

d)

La producción máxima es de 42.000 euros.



Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

A. [1,25 PUNTOS] ¿Cuáles son las asíntotas (horizontales, verticales y/u oblicuas) de la siguiente función?

$$f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x - 1}$$

B. [1,25 PUNTOS] Dada la siguiente función definida a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(x)}{x-1} & \text{si } 0,5 \leq x < 1 \\ ax^2 + b & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ e^x + 1 & \text{si } 2 < x \leq 2,5 \end{cases}$$

Determine los parámetros a y b para que f sea continua en el intervalo $[0,5, 2,5]$.

Solución

a) Asíntotas horizontales: son de la forma $y = k$ y son los valores finitos de la función cuando x tiende a más o menos infinito.

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{x - 1} = \infty \Rightarrow \text{No tiene asíntotas horizontales.}$$

Asíntotas verticales: son los valores finitos de x que hacen que la función tienda a infinito o menos infinito: son los valores que anulan el denominador.

$$x - 1 = 0 \Rightarrow \text{La recta } x = 1 \text{ es asíntota vertical.}$$

Asíntotas oblicuas: Son de la forma $y = mx + n$, siendo:

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} \text{ y } n = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx], \text{ con } m \text{ finito y } m \neq 0.$$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2 - 1}{x - 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{x^2 - x} = 2.$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - 1}{x - 1} - 2x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1 - 2x^2 + 2x}{x - 1} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 1}{x - 1} = 2.$$

La recta $x = 1$ es asíntota vertical. Asíntota oblicua: $y = 2x + 2$.

b) Dada la función definida a trozos: $f(x) = \begin{cases} \frac{Lx}{x-1} & \text{si } 0,5 \leq x < 1 \\ ax^2 + b & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ e^x + 1 & \text{si } 2 < x \leq 2,5 \end{cases}$. Determine los parámetros a y b para que f sea continua en el intervalo $[0,5; 2,5]$.

La función $f(x)$ es continua en $\mathbb{R}$, excepto para $x = 1$ y $x = 2$, cuya continuidad es dudosa y se van a determinar los valores reales de a y b para que lo sea.

Una función es continua en un punto cuando sus límites por la izquierda y por la derecha existen y son iguales e iguales al valor de la función en ese punto.

$$\text{Para } x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{Lx}{x-1} = 1 & (*) \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} v(t) = \lim_{x \rightarrow 1} (ax^2 + b) = a + b = f(1) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Rightarrow a + b = 1. \quad (1)$$

$$(*) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{Lx}{x-1} = \frac{L1}{1-1} = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{Ind.} \Rightarrow \{L'Hopital\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x}}{1-0} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x} = \frac{1}{1} = 1.$$

$$\text{Para } x = 2 \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (ax^2 + b) = 4a + b = f(2) \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (e^x + 1) = e^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \Rightarrow 4a + b = e^2 + 1. \quad (2)$$

Resolviendo el sistema formado por las ecuaciones (1) y (2):

$$\left. \begin{array}{l} a + b = 1 \\ 4a + b = e^2 + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -a - b = -1 \\ 4a + b = e^2 + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 3a = e^2;$$

$$\underline{a = \frac{e^2}{3}.$$

$$a + b = 1; \frac{e^2}{3} + b = 1; b = 1 - \frac{e^2}{3} \Rightarrow$$

$$\underline{b = \frac{3-e^2}{3}.$$

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

A. [1,25 PUNTOS] Un hospital ha determinado que el número de pacientes que hay en urgencias a lo largo de un turno de 36 horas viene dado por la función $P(t)$, donde $t \in [0, 36]$ se expresa en horas. Se sabe que $P'(t) = t^2 - 40t + 231$ es la derivada de $P(t)$ y que al finalizar el turno quedan en urgencias 448 pacientes. ¿En qué momento del turno hay menos pacientes en urgencias? ¿Cuántos pacientes hay en ese momento?

B. [1,25 PUNTOS] En una panadería el coste de producción de una hogaza es de 2 €, y el precio de venta de x hogazas, en €, viene dado por la función $P(x) = x(122 - x)$. Además, esta panadería tiene unos gastos fijos mensuales de 500 €. Suponiendo que todas las hogazas que se producen se venden, ¿cuántas hogazas debería producir la panadería al mes para maximizar sus ganancias mensuales? ¿A cuánto ascenderían esas ganancias?

Solución

$$a) \quad P(t) = \int P'(t) \cdot dt = \int (t^2 - 40t + 231) \cdot dt = \frac{t^3}{3} - \frac{40t^2}{2} + 231t + C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(t) = \frac{t^3}{3} - 20t^2 + 231t + C.$$

$$P(36) = 448 \Rightarrow \frac{36^3}{3} - 20 \cdot 36^2 + 231 \cdot 36 + C = 448;$$

$$C = 15.552 - 25.920 + 8.316 + C = 448; -2.052 + C = 448; C = 2.500 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(t) = \frac{t^3}{3} - 20t^2 + 231t + 2.500.$$

Para que una función tenga un mínimo relativo es condición necesaria que se anule su primera derivada y sea positiva la segunda derivada para los valores que anulan la primera.

$$P'(t) = 0 \Rightarrow t^2 - 40t + 231 = 0; \quad t = \frac{40 \pm \sqrt{1.600 - 924}}{2} = \frac{40 \pm \sqrt{676}}{2} = \frac{40 \pm 26}{2} =$$

$$= 20 \pm 13 \Rightarrow t_1 = 7, t_2 = 33.$$

$$P''(t) = 2t - 40 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 7 \rightarrow P''(7) = 2 \cdot 7 - 40 = -26 < 0 \Rightarrow \text{Máx.} \\ t_2 = 33 \rightarrow P''(33) = 2 \cdot 33 - 40 = 26 > 0 \Rightarrow \text{Mín.} \end{cases}$$

El menor número de pacientes se produce a las 33 horas del turno.

El número de pacientes al comienzo y al final del turno son los siguientes:

$$P(0) = 2.500. \quad P(36) = 448.$$

$$P(33) = \frac{33^3}{3} - 20 \cdot 33^2 + 231 \cdot 33 + 2.500 =$$

$$= 11.979 - 21.780 + 7.623 + 2.500 = 22.102 - 21.780 = 322.$$

El menor número de pacientes fue de 322.

b) Los costes totales de la panadería son los siguientes: $C(x) = 2x + 500$.

La función beneficios, que es la diferencia entre los ingresos y los costes, es la siguiente:

$$B(x) = P(x) - C(x) = x(122 - x) - (2x + 500) = 122x - x^2 - 2x - 500 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B(x) = -x^2 + 120x - 500.$$

Para que una función tenga un máximo relativo es condición necesaria que se anule su primera derivada y sea negativa la segunda derivada para los valores que anulan la primera.

$$B'(x) = -2x + 120 = -2(x - 60).$$

$$B'(x) = 0 \Rightarrow -2(x - 60) = 0; \quad x - 60 = 0 \Rightarrow x = 60. \quad B''(x) = -2 < 0.$$

El beneficio máximo se obtienen fabricando 60 hogazas.

$$B(60) = -60^2 + 120 \cdot 60 - 500 = -3.600 + 7.200 - 500 = 3.100$$

El beneficio máximo mensual es de 3.100 euros.

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

El precio de las lavadoras que se venden en una gran superficie es una variable que sigue una distribución normal de desviación típica 235 €. Para una muestra de 50 lavadoras, escogidas al azar, se obtiene un precio medio de 405 €.

A. [1,25 PUNTOS] Obtenga el intervalo de confianza del 95 % para el precio medio de una lavadora.

B. [1,25 PUNTOS] ¿Cuál es el número mínimo de lavadoras que habría que considerar para que el error cometido al estimar el precio medio por lavadora con un nivel de confianza del 97 % fuese de 50 €?

Solución

a) Para un nivel de confianza del 95 % es:

$$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 1 - 0,95 = 0,05 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,025} = 1,96.$$

$$(1 - 0,025 = 0,9750 \rightarrow z = 1,96).$$

$$\text{Datos: } n = 50; \bar{x} = 405; \sigma = 235; z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96.$$

La fórmula que nos da el intervalo de confianza pedido en función de $\bar{x}$, σ y n , es la siguiente:

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right).$$

$$\left(405 - 1,96 \cdot \frac{235}{\sqrt{50}}; 405 + 1,96 \cdot \frac{235}{\sqrt{50}} \right);$$

$$(405 - 1,96 \cdot 33,2340; 405 + 1,96 \cdot 33,2340);$$

$$(405 - 65,1387; 405 + 65,1387).$$

$$\underline{I. C. 95 \% = (339,8613; 470,1387)}.$$

b) Para un nivel de confianza del 97 % es:

$$1 - \alpha = 0,97 \rightarrow \alpha = 1 - 0,97 = 0,03 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,015} = 2,17.$$

$$(1 - 0,015 = 0,9850 \rightarrow z = 2,17).$$

$$\text{Datos: } \sigma = 235; z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,17; E = 50.$$

$$\begin{aligned} \text{Siendo } E &= z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{E} \Rightarrow n = \left(\frac{z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{E} \right)^2 = \left(2,17 \cdot \frac{235}{50} \right)^2 = \\ &= (2,17 \cdot 4,7)^2 = 10,199^2 = 104,020. \end{aligned}$$

El tamaño mínimo de la muestra tiene que ser de 105 lavadoras.

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

Se tiene una urna que contiene 5 bolas blancas, 3 negras y 2 rojas. Si se extraen al azar dos bolas de forma consecutiva y sin reemplazamiento:

- A. [0,25 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean rojas?
- B. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color?
- C. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de las dos bolas extraídas sea negra?
- D. [0,75 PUNTOS] Si la segunda bola que se extrae es roja, ¿cuál es la probabilidad de que la primera haya sido blanca?

Solución

$$a) \quad P = P(r, r) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{45} = 0,0222.$$

$$b) \quad P = P(b, b) + P(n, n) + P(r, r) = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{20}{90} + \frac{6}{90} + \frac{2}{90} = \frac{28}{90} = \frac{14}{45} = 0,3111.$$

$$c) \quad P = P(n, \bar{n}) + P(\bar{n}, n) + P(n, n) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} + \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{21}{90} + \frac{21}{90} + \frac{6}{90} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15} = 0,5333.$$

Este apartado también puede resolverse por el suceso contrario. La probabilidad pedida es equivalente a la unidad menos la probabilidad de que ninguna de las bolas extraída sea negra:

$$P = 1 - P(\bar{n}, \bar{n}) = 1 - \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = 1 - \frac{42}{90} = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15} = 0,5333.$$

$$d) \quad P = P(b/r) = \frac{P(b \cap r)}{P(r)} = \frac{P(b) \cdot P(b/r)}{P(b) \cdot P(b/r) + P(n) \cdot P(n/r) + P(r) \cdot P(r/r)} = \frac{\frac{5}{10} \cdot \frac{2}{9}}{\frac{5}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9}} = \frac{\frac{10}{90}}{\frac{10}{90} + \frac{6}{90} + \frac{2}{90}} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} = 0,5556.$$

	EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU) FASE GENERAL CURSO: 2022–2023 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	CONVOCATORIA: EXTRAORDINARIA
INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN Indicaciones: El examen consta de seis ejercicios, de los cuales se resolverán únicamente tres (cualesquiera). En caso de intentar resolver más de tres ejercicios, se corregirán únicamente los tres primeros que aparezcan en el cuadernillo del examen. Se valorará positivamente la explicación de los diferentes pasos seguidos en la resolución de cada ejercicio, así como la claridad de exposición. No se admitirá ningún resultado que no esté debidamente justificado. Queda prohibido el uso de calculadoras gráficas y/o programables, así como el de cualquier dispositivo con capacidad de almacenar y/o transmitir datos. Los teléfonos móviles deberán estar apagados durante el examen. TIEMPO: 90 minutos.		
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA Problema 1: Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS] Una empresa de 244 trabajadores se compone de operarios, supervisores y gerentes; siendo el número de operarios ocho veces el de gerentes. Además, se sabe que un día en el que faltaron la mitad de los supervisores y el 60 % de los gerentes, el número de operarios fue cuatro veces la suma de los supervisores y los gerentes que se quedaron. A. [1,25 PUNTOS] Plantee un sistema de ecuaciones que permita calcular cuántos operarios, cuántos supervisores y cuántos gerentes componen la empresa. B. [1,25 PUNTOS] Resuélvalo. Problema 2: Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS] Una empresa de alquiler de vehículos necesita ampliar su flota con el objetivo de maximizar beneficios, para lo cual adquiere nuevos utilitarios y deportivos. Como máximo, tiene planeado adquirir un total de 120 vehículos. Tiene claro que no comprará más de 90 utilitarios ni menos de 10 deportivos. Además, quiere que el número de utilitarios sea, al menos, el doble del de deportivos. Teniendo en cuenta que al final de su vida útil espera haber obtenido un beneficio de 25000 € por cada utilitario y de 40000 € por cada deportivo: A. [0,75 PUNTOS] Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema. B. [1 PUNTO] Dibuje la región factible en el plano, identificando claramente sus vértices. C. [0,5 PUNTOS] ¿Cuántos utilitarios y cuántos deportivos debe adquirir la empresa para maximizar el beneficio? D. [0,25 PUNTOS] ¿A cuánto asciende dicho beneficio? Problema 3: Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS] Dadas las funciones $f(x) = -x^2 + 6x$ y $g(x) = x^2 - 2x$ A. [0,5 PUNTOS] Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de ambas funciones. B. [0,5 PUNTOS] ¿Cuáles y de qué tipo (máximo/mínimo relativo/absoluto) son los extremos de ambas funciones? C. [0,5 PUNTOS] Dibuje la gráfica de ambas funciones, indicando claramente sus puntos de corte con los ejes OX y OY, así como los puntos de corte entre f y g. D. [1 PUNTO] Calcule el área de la región que queda encerrada entre f y g.		

Problema 4:**Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]**

- A. [1,25 PUNTOS] Una frutería ha conseguido determinar que el peso total de la fruta que guarda en el almacén, expresado en kilogramos, viene dado por la función $P(t) = 30t^2 - 240t + 3000$, donde $t \in [0, 6]$ representa las horas transcurridas desde el momento de la apertura. ¿En qué momento hay menos fruta en el almacén? ¿Cuántos kilogramos hay en ese momento?
- B. [1,25 PUNTOS] En una sastrería familiar, el coste total que supone producir x pantalones, en €, viene dado por la función $C(x) = 120x + 700$. Por otro lado, el precio de venta de esos x pantalones, en €, viene dado por la función $P(x) = x(200 - x)$. Suponiendo que todos los pantalones que se producen se venden, ¿cuántos pantalones habría que producir para que el beneficio obtenido sea máximo?

Problema 5:**Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]**

- A. [1,25 PUNTOS] Con un nivel de confianza del 95 % se ha determinado que el intervalo de confianza para el tiempo medio de vida útil de los microondas que fabrica una cierta marca de electrodomésticos es (8.2 años, 9.4 años). Sabiendo que el tiempo de vida útil de estos microondas es una variable que sigue una distribución normal de desviación típica 3.2 años, halle el tamaño mínimo que debe presentar una muestra de microondas, escogidos aleatoriamente, que permita obtener el intervalo de confianza indicado.
- B. [1,25 PUNTOS] En un aeropuerto, el tiempo que tarda un viajero en llegar al avión desde que atraviesa el control de seguridad sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica de 2 minutos. A partir de una muestra de 125 viajeros, escogidos al azar, se determinó que el tiempo medio para llegar al avión tras atravesar el control de seguridad es de 16 minutos. Halle el intervalo de confianza para la media de la distribución con un nivel de confianza del 97.5 %.

Problema 6:**Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]**

El 55 % de los artículos que fabrica una empresa de iluminación son bombillas, el 30 % fluorescentes y el resto halógenos. Tras un análisis en el departamento de calidad se encuentra que el 2 % de las bombillas, el 1 % de los fluorescentes y el 3 % de los halógenos que se producen presenta algún tipo de defecto de fábrica. Si se escoge un producto al azar de los que se producen:

- A. [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que sea un fluorescente y no presente ningún defecto de fábrica?
- B. [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que sea una bombilla y presente algún defecto de fábrica?
- C. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que presente algún defecto de fábrica?
- D. [0,75 PUNTOS] Si no presenta ningún defecto de fábrica, ¿cuál es la probabilidad de que sea un halógeno?

RESPUESTAS CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Problema 1:

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

Una empresa de 244 trabajadores se compone de operarios, supervisores y gerentes; siendo el número de operarios ocho veces el de gerentes. Además, se sabe que un día en el que faltaron la mitad de los supervisores y el 60 % de los gerentes, el número de operarios fue cuatro veces la suma de los supervisores y los gerentes que se quedaron.

A. [1,25 PUNTOS] Plantee un sistema de ecuaciones que permita calcular cuántos operarios, cuántos supervisores y cuántos gerentes componen la empresa.

B. [1,25 PUNTOS] Resuélvalo.

Solución:

a) Sean x, y, z el número de operarios, supervisores y gerentes que tiene la empresa, respectivamente.

El sistema de ecuaciones lineales que se deduce del enunciado es el siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 244 \\ x = 8z \\ x = 4 \cdot \left(\frac{y}{2} + 0,4z\right) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 244 \\ x - 8z = 0 \\ x = 2y + 1,6z \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 244 \\ x - 8z = 0 \\ 5x - 10y - 8z = 0 \end{array} \right\}.$$

b) Resolviendo por sustitución: $\left. \begin{array}{l} x + y + z = 244 \\ x - 8z = 0 \\ 5x - 10y - 8z = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 8z.$

$$\left. \begin{array}{l} 8z + y + z = 244 \\ 40z - 10y - 8z = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 9z + y = 244 \\ 32z - 10y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 90z + 10y = 2.440 \\ 32z - 10y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 122z = 2.440; z = \frac{2.440}{122} = 20.$$

$$9z + y = 244; 9 \cdot 20 + y = 244; y = 244 - 180 \Rightarrow y = 64.$$

$$x + y + z = 244; x + 64 + 20 = 244; x = 244 - 84 \Rightarrow x = 160.$$

La empresa tiene 160 operarios, 64 supervisores y 20 gerentes.

Problema 2:**Ejercicio 2** [2,5 PUNTOS]

Una empresa de alquiler de vehículos necesita ampliar su flota con el objetivo de maximizar beneficios, para lo cual adquiere nuevos utilitarios y deportivos. Como máximo, tiene planeado adquirir un total de 120 vehículos. Tiene claro que no comprará más de 90 utilitarios ni menos de 10 deportivos. Además, quiere que el número de utilitarios sea, al menos, el doble del de deportivos. Teniendo en cuenta que al final de su vida útil espera haber obtenido un beneficio de 25000 € por cada utilitario y de 40000 € por cada deportivo:

- A. [0,75 PUNTOS] Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.
 B. [1 PUNTO] Dibuje la región factible en el plano, identificando claramente sus vértices.
 C. [0,5 PUNTOS] ¿Cuántos utilitarios y cuántos deportivos debe adquirir la empresa para maximizar el beneficio?
 D. [0,25 PUNTOS] ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

Solución:

a) Sean x e y el número de vehículos utilitarios y deportivos que adquiere la empresa de alquiler, respectivamente.

$$\text{Las condiciones son: } \left. \begin{array}{l} x + y \leq 120 \\ x \geq 2y \\ x \leq 90; y \geq 10 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x + y \leq 120 \\ x - 2y \geq 0 \\ x \leq 90; y \geq 10 \end{array} \right\}.$$

La función de objetivos, en miles de euros, es: $f(x, y) = 25x + 40y$.

b)

$$\textcircled{1} \Rightarrow x + y \leq 120 \Rightarrow y \leq 120 - x \Rightarrow O(0, 0) \rightarrow Si.$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow x - 2y \geq 0 \Rightarrow y \leq \frac{x}{2} \Rightarrow P(50, 0) \rightarrow Si.$$

x	60	120
y	60	0
x	0	120
y	0	60

La región factible es la que aparece sombreada en la figura adjunta.

Los vértices de la región factible son los siguientes:

$$A \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 10 \\ x - 2y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 20 \Rightarrow A(20, 10).$$

$$B \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 120 \\ x - 2y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 120 \\ -x + 2y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 3y = 120; y = 40; x = 80 \Rightarrow B(80, 40).$$

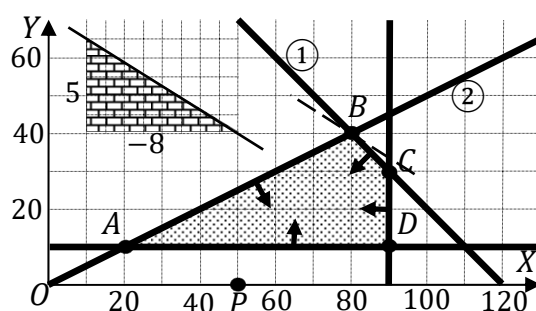
$$C \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 90 \\ x + y = 120 \end{array} \right\} \Rightarrow y = 30 \Rightarrow C(90, 30). \quad D \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 90 \\ y = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow D(90, 10).$$

c)

Los valores de la función de objetivos, en miles de euros, en cada vértice son los siguientes:

$$A \Rightarrow f(20, 10) = 25 \cdot 20 + 40 \cdot 10 = 500 + 400 = 900.$$

$$B \Rightarrow f(80, 40) = 25 \cdot 80 + 40 \cdot 40 = 2.000 + 1.600 = 3.600.$$



$$C \Rightarrow f(90, 30) = 25 \cdot 90 + 40 \cdot 30 = 2.250 + 1.200 = 3.450.$$

$$D \Rightarrow f(90, 10) = 25 \cdot 90 + 40 \cdot 10 = 2.250 + 400 = 2.650.$$

El valor máximo se produce en el punto B.

También se hubiera obtenido el punto B por la pendiente de la función de objetivos, como puede observarse en la figura.

$$f(x, y) = 25x + 40y = 0 \Rightarrow y = -\frac{25}{40}x = -\frac{5}{8}x \Rightarrow m = -\frac{5}{8}.$$

Se maximizan beneficios adquiriendo 80 utilitarios y 40 deportivos.

d)

La producción máxima es de 3.600.000 euros.

Problema 3:**Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]**

Dadas las funciones $f(x) = -x^2 + 6x$ y $g(x) = x^2 - 2x$

- A. [0,5 PUNTOS] Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de ambas funciones.
 B. [0,5 PUNTOS] ¿Cuáles y de qué tipo (máximo/mínimo relativo/absoluto) son los extremos de ambas funciones?
 C. [0,5 PUNTOS] Dibuje la gráfica de ambas funciones, indicando claramente sus puntos de corte con los ejes OX y OY, así como los puntos de corte entre f y g .
 D. [1 PUNTO] Calcule el área de la región que queda encerrada entre f y g .

Solución:

a, b) El dominio de ambas funciones es $\mathbb{R}$ por ser cuadráticas.

La función $f(x) = -x^2 + 6x$ es una parábola cóncava ($\cap$), por ser negativo el coeficiente de x^2 , cuyo vértice (máximo) es el siguiente:

$$f'(x) = -2x + 6 = 0 \Rightarrow -2(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 3.$$

$$f(3) = -3^2 + 6 \cdot 3 = -9 + 18 = 9 \Rightarrow V_1(3, 9).$$

La función $g(x) = x^2 - 2x$ es una parábola convexa ($\cup$), por ser positivo el coeficiente de x^2 , cuyo vértice (mínimo) es el siguiente:

$$g'(x) = 2x - 2 = 0 \Rightarrow 2(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 1.$$

$$g(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 = 1 - 2 = -1 \Rightarrow V_2(1, -1).$$

De lo anterior se deducen los periodos de crecimiento y decrecimiento de ambas funciones, que son los siguientes:

$f \Rightarrow$ Crecimiento: $(-\infty, 3)$. Decrecimiento: $(3, +\infty)$.

$g \Rightarrow$ Crecimiento: $(1, +\infty)$. Decrecimiento: $(-\infty, 1)$.

c) Los puntos de corte con los ejes OX y OY de las funciones f y g son los siguientes:

$$f \Rightarrow \begin{cases} OX \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow -x^2 + 6x = 0; -x(x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \rightarrow O(0, 0) \\ x_2 = 6 \rightarrow A(6, 0) \end{cases} \\ OY \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow \underline{O(0, 0)} \end{cases}$$

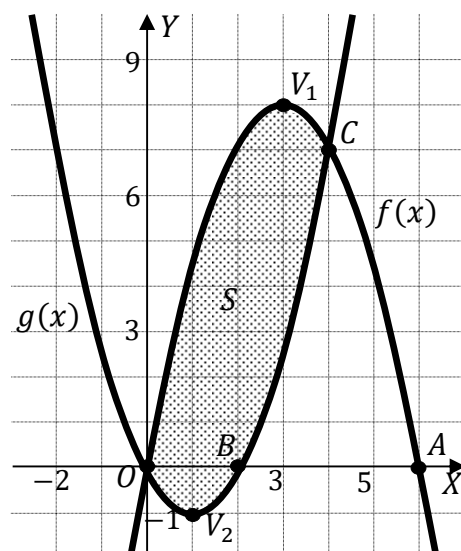
$$g \Rightarrow \begin{cases} OX \Rightarrow g(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0; x(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \rightarrow O(0, 0) \\ x_2 = 2 \rightarrow B(2, 0) \end{cases} \\ OY \Rightarrow x = 0 \Rightarrow g(0) = 0 \Rightarrow \underline{O(0, 0)} \end{cases}$$

Las abscisas de los puntos de intersección de las curvas son las soluciones de la ecuación que resulta de la igualación de sus expresiones:

$$-x^2 + 6x = x^2 - 2x; 2x^2 - 8x = 0;$$

$$2x(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \rightarrow O(0, 0) \\ x_2 = 4 \rightarrow C(4, 8) \end{cases}.$$

La representación gráfica, aproximada, de la situación se expresa en la figura adjunta.



d) Por ser las ordenadas de la parábola $g(x)$ iguales o mayores que las correspondientes ordenadas de la parábola $f(x)$ en el intervalo del área a calcular, la superficie pedida es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^4 [f(x) - g(x)] \cdot dx = \int_0^4 [(-x^2 + 6x) - (x^2 - 2x)] \cdot dx = \\
 &= \int_0^4 (-x^2 + 6x - x^2 + 2x) dx = \int_0^4 (-2x^2 + 8x) dx = \left[-\frac{2x^3}{3} + \frac{8x^2}{2} \right]_0^4 = \\
 &= \left[-\frac{2x^3}{3} + 4x^2 \right]_0^4 = \left(-\frac{2 \cdot 4^3}{3} + 4 \cdot 4^2 \right) - 0 = -\frac{128}{3} + 64 = \frac{-128 + 192}{3} \Rightarrow
 \end{aligned}$$

$$\underline{S = \frac{64}{3} u^2.}$$

Problema 4:**Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]**

- A.** [1,25 PUNTOS] Una frutería ha conseguido determinar que el peso total de la fruta que guarda en el almacén, expresado en kilogramos, viene dado por la función $P(t) = 30t^2 - 240t + 3000$, donde $t \in [0, 6]$ representa las horas transcurridas desde el momento de la apertura. ¿En qué momento hay menos fruta en el almacén? ¿Cuántos kilogramos hay en ese momento?
- B.** [1,25 PUNTOS] En una sastrería familiar, el coste total que supone producir x pantalones, en €, viene dado por la función $C(x) = 120x + 700$. Por otro lado, el precio de venta de esos x pantalones, en €, viene dado por la función $P(x) = x(200 - x)$. Suponiendo que todos los pantalones que se producen se venden, ¿cuántos pantalones habría que producir para que el beneficio obtenido sea máximo?

Solución:

a) Para que una función tenga un mínimo relativo es condición necesaria que se anule su primera derivada y sea positiva la segunda derivada para los valores que anulan la primera.

$$P'(t) = 60t - 240. \quad P''(t) = 60 > 0 \Rightarrow \text{Mínimo.}$$

$$P'(t) = 0 \Rightarrow 60t - 240 = 0; \quad 60 \cdot (t - 4) = 0 \Rightarrow t = 4.$$

Cuando menos fruta hay en el almacén es a las 4 horas desde la apertura

$$P(4) = 30 \cdot 4^2 - 240 \cdot 4 + 3.000 = 480 - 960 + 3.000 = 2.520$$

La menor cantidad de fruta en el almacén es de 2.520 kg.

b) La función beneficios, que es la diferencia entre los ingresos y los costes, es la siguiente:

$$B(x) = P(x) - C(x) = x(200 - x) - (120x + 700) = \\ = 200x - x^2 - 120x - 700 \Rightarrow B(x) = -x^2 + 80x - 700.$$

Para que una función tenga un máximo relativo es condición necesaria que se anule su primera derivada y sea negativa la segunda derivada para los valores que anulan la primera.

$$B'(x) = -2x + 80 = -2(x - 40).$$

$$B'(x) = 0 \Rightarrow -2(x - 40) = 0; \quad x - 40 = 0 \Rightarrow x = 40. \quad B''(x) = -2 < 0.$$

El beneficio máximo se obtiene produciendo 40 pantalones.

$$B(40) = -40^2 + 80 \cdot 40 - 700 = -1.600 + 3.200 - 700 = 900$$

El beneficio máximo que se obtiene es de 900 euros.

Problema 5:**Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]**

- A. [1,25 PUNTOS] Con un nivel de confianza del 95 % se ha determinado que el intervalo de confianza para el tiempo medio de vida útil de los microondas que fabrica una cierta marca de electrodomésticos es (8.2 años, 9.4 años). Sabiendo que el tiempo de vida útil de estos microondas es una variable que sigue una distribución normal de desviación típica 3.2 años, halle el tamaño mínimo que debe presentar una muestra de microondas, escogidos aleatoriamente, que permita obtener el intervalo de confianza indicado.
- B. [1,25 PUNTOS] En un aeropuerto, el tiempo que tarda un viajero en llegar al avión desde que atraviesa el control de seguridad sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica de 2 minutos. A partir de una muestra de 125 viajeros, escogidos al azar, se determinó que el tiempo medio para llegar al avión tras atravesar el control de seguridad es de 16 minutos. Halle el intervalo de confianza para la media de la distribución con un nivel de confianza del 97.5 %.

Solución:

a) Para un nivel de confianza del 95 % es:

$$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 1 - 0,95 = 0,05 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,025} = 1,96.$$

$$(1 - 0,025 = 0,9750 \rightarrow z = 1,96).$$

$$E = \frac{9,4-8,2}{2} = \frac{1,2}{2} = 0,6.$$

$$\text{Datos: } \sigma = 3,2; \quad z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96; \quad E = 0,6.$$

$$\begin{aligned} \text{Siendo } E &= z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{E} \Rightarrow n = \left(z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{E} \right)^2 = \left(1,96 \cdot \frac{3,2}{0,6} \right)^2 = \\ &= (1,96 \cdot 5,3333)^2 = 10,4533^2 = 109,27. \end{aligned}$$

El tamaño mínimo de la muestra tiene que ser de 110 microondas.

b) Para un nivel de confianza del 97,5 % es:

$$1 - \alpha = 0,975 \rightarrow \alpha = 1 - 0,975 = 0,025 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,0125} = 2,24.$$

$$(1 - 0,0125 = 0,9875 \rightarrow z = 2,24).$$

$$\text{Datos: } n = 125; \quad \bar{x} = 16; \quad \sigma = 2; \quad z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,24.$$

La fórmula que nos da el intervalo de confianza pedido en función de $\bar{x}$, σ y n , es la siguiente:

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \quad \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right).$$

$$\left(16 - 2,24 \cdot \frac{2}{\sqrt{125}}; \quad 16 + 2,24 \cdot \frac{2}{\sqrt{125}} \right); \quad (16 - 2,24 \cdot 0,1789; \quad 16 + 2,24 \cdot 0,1789);$$

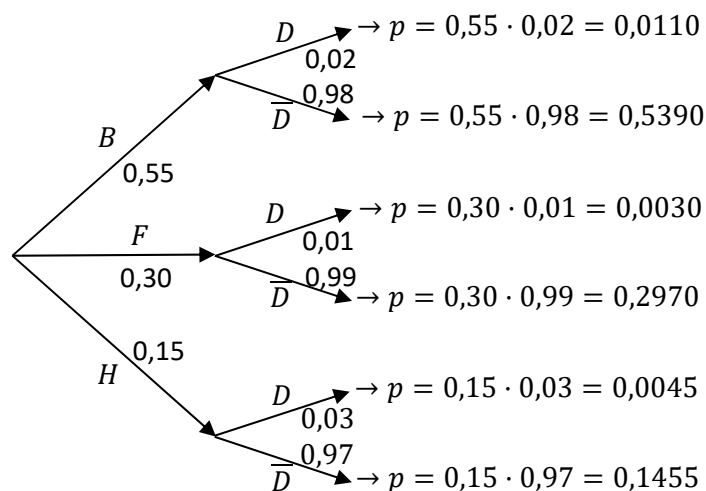
$$(16 - 0,4007; \quad 16 + 0,4007).$$

I. C. 97,5 % = (15,5993; 16,4007).

Problema 6:**Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]**

El 55 % de los artículos que fabrica una empresa de iluminación son bombillas, el 30 % fluorescentes y el resto halógenos. Tras un análisis en el departamento de calidad se encuentra que el 2 % de las bombillas, el 1 % de los fluorescentes y el 3 % de los halógenos que se producen presenta algún tipo de defecto de fábrica. Si se escoge un producto al azar de los que se producen:

- A. [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que sea un fluorescente y no presente ningún defecto de fábrica?
 B. [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que sea una bombilla y presente algún defecto de fábrica?
 C. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que presente algún defecto de fábrica?
 D. [0,75 PUNTOS] Si no presenta ningún defecto de fábrica, ¿cuál es la probabilidad de que sea un halógeno?

Solución:

$$a) \quad P = P(F) \cdot P(\bar{D}/F) = 0,30 \cdot 0,99 = \underline{0,2970}.$$

$$b) \quad P = P(B) \cdot P(D/B) = 0,55 \cdot 0,02 = \underline{0,0110}.$$

$$\begin{aligned} c) \quad P(D) &= P(B \cap D) + P(F \cap D) + P(H \cap D) = \\ &= P(B) \cdot P(D|B) + P(F) \cdot P(D|F) + P(H) \cdot P(D|H) = \\ &= 0,55 \cdot 0,02 + 0,30 \cdot 0,01 + 0,15 \cdot 0,03 = 0,0110 + 0,0030 + 0,0045 = \underline{0,0185}. \end{aligned}$$

$$d) \quad P = P(\bar{D}/H) = \frac{P(H \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{P(H) \cdot P(\bar{D}/H)}{1 - P(D)} = \frac{0,15 \cdot 0,97}{1 - 0,0185} = \frac{0,1455}{0,9815} = \underline{0,1482}.$$