

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II Selectividad 2023

Comunidad autónoma de **CANARIAS**



www.apuntesmareaverde.org.es

Autores: Gobierno de Canarias y Juan Antonio Martínez



	EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU) FASE GENERAL CURSO: 2022–2023 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	CONVOCATORIA: ORDINARIA DE JUNIO
INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN Resolver un máximo de cuatro preguntas, eligiendo UNA entre A1 y B1; UNA entre A2 y B2; UNA entre A3 y B3 y UNA entre A4 y B4. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas. TIEMPO: 90 minutos.		
Problema A1: En un aeropuerto operan tres líneas aéreas: LAVOLONA, NUBERIA y BRINKEN. El 30 % de las llegadas diarias corresponden a la compañía LAVOLONA, el 25 % a NUBERIA y el resto a BRINKEN. La proporción de vuelos que llegan con retraso es del 5 % para los de LAVOLONA, el 8 % para los de NUBERIA y el 12 % para los de BRINKEN. a) Dibujar el correspondiente árbol de probabilidades. b) Se ha ido a recoger un pasajero al aeropuerto y el avión llega con retraso. ¿Cuál es la probabilidad de que el avión pertenezca a la compañía NUBERIA? c) Suponiendo que los retrasos se producen independientemente unos de otros, si los dos próximos aterrizajes corresponden a sendos aviones de la compañía BRINKEN, ¿cuál es la probabilidad de que alguno de ellos llegue con retraso? Problema B1: Según un determinado estudio, la probabilidad de que un cliente realice una compra, en una tienda de un centro comercial, es del 10 %. En una muestra aleatoria de 500 clientes, calcular la probabilidad de que: a) Entre 40 y 60 clientes realicen una compra. b) Al menos, 435 clientes no hayan comprado. c) Al menos 45 clientes realicen una compra. Problema A2: En una muestra de 150 estudiantes, de un determinado grado universitario, 90 utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual. a) Determinar la proporción muestral de los estudiantes de ese grado que no utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual. b) Determinar un intervalo de confianza al 99% para la proporción de estudiantes de ese grado que utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual. c) Si se mantiene la proporción muestral del apartado a), para una muestra de 450 estudiantes del referido grado, ¿cuál es el intervalo de confianza al 97% para la proporción de estudiantes que no utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual.		

Problema B2:

En una encuesta se pregunta a 10 000 jóvenes sobre el número de botellines de cerveza que consumen a la semana, resultando una media de 5 botellines y una desviación típica de 2 botellines. Suponiendo que esta variable es normal:

- Determinar un intervalo de confianza al 80 % para el número medio de botellines consumidos a la semana.
- Si, para estimar el número medio de botellines de cerveza que consumen a la semana, se admite un error máximo de 0,25 botellines, con un nivel de confianza igual a 0,9 y manteniendo la desviación típica inicial, ¿a cuántos jóvenes es necesario entrevistar?
- Si la encuesta se realizara a 8 500 jóvenes y se obtuviera la misma media de 5 botellines y, con una confianza del 82 %, se obtuviera el mismo intervalo del apartado a), ¿cuál debería ser la desviación típica?

Problema A3:

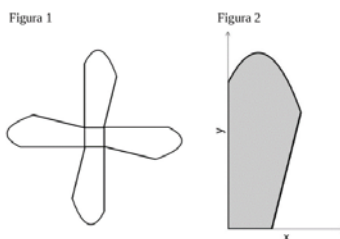
Una empresa, que se dedica a la venta de material tecnológico, tiene unos beneficios (en miles de euros) dados por la función:

$$B(x) = \begin{cases} \frac{3x}{2} & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ x^2 - 5x + 9 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ 5 & \text{si } x > 4 \end{cases}, \text{ donde } x \text{ es el tiempo en años.}$$

- Hacer una gráfica de $B(x)$. ¿Es esta función continua? ¿Es derivable?
- ¿Cuándo aumentan y cuándo disminuyen dichos beneficios?
- ¿En qué año o años el beneficio es igual a 3 000 euros?

Problema B3:

Una empresa de juguetes fabrica molinillos de plástico como el que se muestra en la figura 1. Las cuatro aspas del molinillo son iguales. La figura 2 muestra una de estas aspas: por encima está limitada por la parábola $y = -0.24x^2 + 2x + 20$, por la izquierda por el eje de ordenadas, por la derecha por la recta $y = 4x - 24$ y, por debajo, por el eje de abscisas. Las unidades de los ejes se miden en cm.



- Calcular la superficie total del molinillo (incluyendo el cuadrado central).
- Cada molinillo se fabrica en plástico, con un coste de fabricación de 1.4 céntimos de euro por cm^2 de superficie, al que se añaden 20 céntimos por el palito que le sirve de soporte. Asimismo, el coste de distribución (transportar los molinillos desde la fábrica a los puntos de venta) es de 24 céntimos por molinillo. ¿A qué precio se debe vender cada molinillo si se desea que el beneficio total obtenido con la venta (precio de venta menos costes de fabricación y distribución) sea un 20 % del precio de venta?

Problema A4:

Dos modelos de relojes, A y B, se producen en una fábrica en la que hay 12 personas trabajando, cada una de ellas con una jornada laboral de 8 horas diarias. El modelo A se tarda en hacer 3 horas y por él se obtiene un beneficio de 70 euros. El modelo B se tarda en hacer 6 horas y por él se obtiene un beneficio de 160 euros. La producción diaria debe ser como mínimo de 15 relojes, con la condición de que el número de unidades del modelo B sea como máximo la mitad del número de unidades del modelo A.

Para maximizar el beneficio diario:

- a) Formular el correspondiente problema de programación lineal.
- b) Representar la región factible.
- c) ¿Cuántos relojes de cada tipo le interesa producir al día para obtener el máximo beneficio diario? ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

Problema B4:

En un barrio viven un total de 875 personas clasificados en tres grupos: niños y jóvenes, adultos y jubilados. La cuarta parte de los adultos es igual al doble de la quinta parte de los niños y jóvenes y por cada 9 jubilados hay 26 del resto.

- a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.
- b) Explicando los pasos del método usado, resolver el sistema planteado.
- c) ¿Cuántas personas hay en cada grupo?

RESPUESTAS CONVOCATORIA ORDINARIA DE JUNIO

Problema A1:

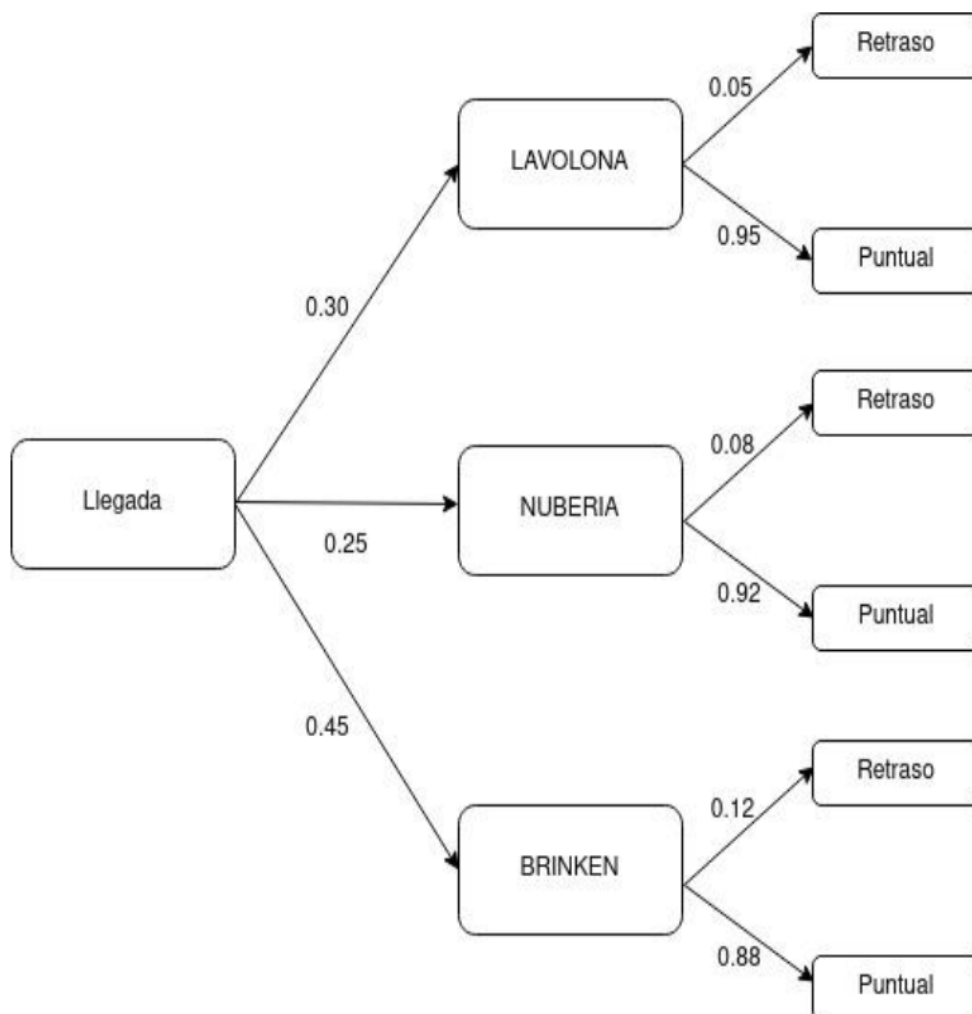
En un aeropuerto operan tres líneas aéreas: LAVOLONA, NUBERIA y BRINKEN. El 30 % de las llegadas diarias corresponden a la compañía LAVOLONA, el 25 % a NUBERIA y el resto a BRINKEN.

La proporción de vuelos que llegan con retraso es del 5 % para los de LAVOLONA, el 8 % para los de NUBERIA y el 12 % para los de BRINKEN.

- Dibujar el correspondiente árbol de probabilidades.
- Se ha ido a recoger un pasajero al aeropuerto y el avión llega con retraso. ¿Cuál es la probabilidad de que el avión pertenezca a la compañía NUBERIA?
- Suponiendo que los retrasos se producen independientemente unos de otros, si los dos próximos aterrizajes corresponden a sendos aviones de la compañía BRINKEN, ¿cuál es la probabilidad de que alguno de ellos llegue con retraso?

Solución:

a)



b) En primer lugar calculamos la probabilidad total de que el avión llegue retrasado:

$$\begin{aligned} P(\text{Retraso}) &= P(\text{Retraso}|\text{NUB.})P(\text{NUB.}) + P(\text{Retraso}|\text{LAV.})P(\text{LAV.}) \\ &\quad + P(\text{Retraso}|\text{BRK.})P(\text{BRK.}) = \\ &= 0.08 \cdot 0.25 + 0.05 \cdot 0.30 + 0.12 \cdot 0.45 = 0.089 \end{aligned}$$

y ahora aplicamos el teorema de Bayes:

$$P(\text{NUBERIA}|\text{Retraso}) = \frac{P(\text{Retraso}|\text{NUB.})P(\text{NUB.})}{P(\text{Retraso})} = \frac{0.08 \cdot 0.25}{0.089} = 0.2247$$

c) Sea A el suceso “el primer avión llega retrasado” y B “el segundo avión llega retrasado”. Entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.12 + 0.12 - 0.12^2 = 0.2256$$

o también:

$$P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0.88^2 = 0.2256$$

Problema B1:

Según un determinado estudio, la probabilidad de que un cliente realice una compra, en una tienda de un centro comercial, es del 10 %. En una muestra aleatoria de 500 clientes, calcular la probabilidad de que:

- a) Entre 40 y 60 clientes realicen una compra.
- b) Al menos, 435 clientes no hayan comprado.
- c) Al menos 45 clientes realicen una compra.

Solución:

$X =$ "N.º de clientes que realizan una compra" $n = 500$ clientes, $p = 0.10$, $q = 1 - p = 1 - 0.10 = 0.90$
 $X \sim B(500, 0.10)$

Como $n \cdot p = 500 \cdot 0.10 = 50 > 5$ y $\mu = n \cdot p = 50$

$$n \cdot q = 500 \cdot 0.90 = 450 > 5, X' \sim N(50, 6.71) \quad \sigma = \sqrt{500 \cdot 0.10 \cdot 0.90} = 6.7082$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(40 < X < 60) &\approx P(40 < X' < 60) = P\left(\frac{40-50}{6.71} < Z < \frac{60-50}{6.71}\right) = P(-1.49 < Z < 1.49) = \\ &= P(Z < 1.49) - (1 - P(Z < 1.49)) = 0.9319 - (1 - 0.9319) = 0.8638 \end{aligned}$$

b) Si, al menos, 435 no compran, esto equivale a que $X' < 65$

$$P(X' < 65) = P\left(Z < \frac{65-50}{6.71}\right) = P(Z < 2.235) = 0.9873$$

$$\text{c) } P(X' \geq 45) = P\left(Z \geq \frac{45-50}{6.71}\right) = P(Z \geq -0.7451) = P(Z \leq 0.7451) = 0.7734$$

Problema A2:

En una muestra de 150 estudiantes, de un determinado grado universitario, 90 utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual.

- Determinar la proporción muestral de los estudiantes de ese grado que no utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual.
- Determinar un intervalo de confianza al 99% para la proporción de estudiantes de ese grado que utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual.
- Si se mantiene la proporción muestral del apartado a), para una muestra de 450 estudiantes del referido grado, ¿cuál es el intervalo de confianza al 97% para la proporción de estudiantes que no utilizan, exclusivamente, la información suministrada a través del correspondiente campus virtual.

Solución:

$$a) \hat{q} = \frac{60}{150} = 0,4; \hat{p} = 0,6$$

$$b) \left[\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right] = \left[0,6 \pm 2,575 \sqrt{\frac{0,6 \cdot 0,4}{150}} \right] = [0,497, 0,703]$$

$$c) \left[\hat{q} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right] = \left[0,4 \pm 2,17 \sqrt{\frac{0,6 \cdot 0,4}{450}} \right] = [0,3498, 0,4501]$$

Problema B2:

En una encuesta se pregunta a 10 000 jóvenes sobre el número de botellines de cerveza que consumen a la semana, resultando una media de 5 botellines y una desviación típica de 2 botellines. Suponiendo que esta variable es normal:

- Determinar un intervalo de confianza al 80 % para el número medio de botellines consumidos a la semana.
- Si, para estimar el número medio de botellines de cerveza que consumen a la semana, se admite un error máximo de 0,25 botellines, con un nivel de confianza igual a 0,9 y manteniendo la desviación típica inicial, ¿a cuántos jóvenes es necesario entrevistar?
- Si la encuesta se realizara a 8 500 jóvenes y se obtuviera la misma media de 5 botellines y, con una confianza del 82 %, se obtuviera el mismo intervalo del apartado a), ¿cuál debería ser la desviación típica?

Solución:

- a) El intervalo de confianza de la media poblacional es:

$$\left[\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] = \left[5 - 1,285 \cdot \frac{2}{\sqrt{10000}}, 5 + 1,285 \cdot \frac{2}{\sqrt{10000}} \right] = [4,9743, 5,0257]$$

- b) El error admitido máximo E viene dado por $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$$0,25 = 1,645 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} \quad n > 173.19 \quad \text{El tamaño muestral mínimo debe ser 174}$$

- c) De nuevo:

$$\left[\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] = \left[5 - 1,34 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{8500}}, 5 + 1,34 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{8500}} \right] = [4,9743, 5,0257]$$

$$5 + 1,34 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{8500}} = 5,0257, \sigma = 1,768$$

Problema A3:

Una empresa, que se dedica a la venta de material tecnológico, tiene unos beneficios (en miles de euros) dados por la función:

$$B(x) = \begin{cases} \frac{3x}{2} & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ x^2 - 5x + 9 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ 5 & \text{si } x > 4 \end{cases}, \text{ donde } x \text{ es el tiempo en años.}$$

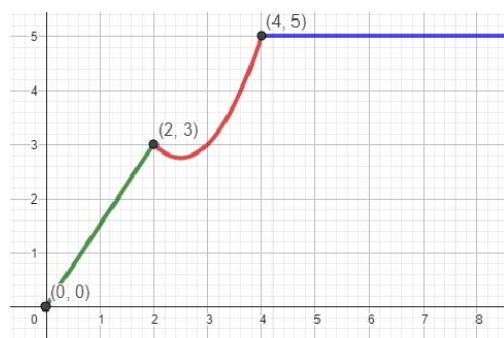
- a) Hacer una gráfica de $B(x)$ ¿Es esta función continua? ¿Es derivable?
 b) ¿Cuándo aumentan y cuándo disminuyen dichos beneficios?
 c) ¿En qué año o años el beneficio es igual a 3 000 euros?

Solución:

a)

b)

$$B'(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}, & \text{si } 0 < x < 2 \\ 2x - 5, & \text{si } 2 < x < 4 \\ 0, & \text{si } x > 4 \end{cases}$$



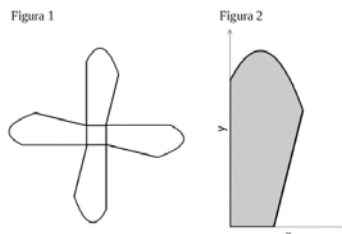
Es creciente en $(0, 2)$ y $(2.5, 4)$ y decreciente en $(2, 2.5)$.
 Los beneficios se mantienen constante a partir del cuarto año.

c) $x^2 - 5x + 9 = 3$, $x^2 - 5x + 6 = 0$, $x = 2$ y $x = 3$.

En el segundo y tercer año, los beneficios de la empresa son de 3000 euros.

Problema B3:

Una empresa de juguetes fabrica molinillos de plástico como el que se muestra en la figura 1. Las cuatro aspas del molinillo son iguales. La figura 2 muestra una de estas aspas: por encima está limitada por la parábola $y = -0.24x^2 + 2x + 20$, por la izquierda por el eje de ordenadas, por la derecha por la recta $y = 4x - 24$ y, por debajo, por el eje de abscisas. Las unidades de los ejes se miden en cm.



- a) Calcular la superficie total del molinillo (incluyendo el cuadrado central).
- b) Cada molinillo se fabrica en plástico, con un coste de fabricación de 1.4 céntimos de euro por cm^2 de superficie, al que se añaden 20 céntimos por el palito que le sirve de soporte. Asimismo, el coste de distribución (transportar los molinillos desde la fábrica a los puntos de venta) es de 24 céntimos por molinillo. ¿A qué precio se debe vender cada molinillo si se desea que el beneficio total obtenido con la venta (precio de venta menos costes de fabricación y distribución) sea un 20 % del precio de venta?

Solución:

- a) Calculamos el punto de corte de la recta $y = 4x - 24$ con el eje de abscisas:

$$4x - 24 = 0 \Rightarrow x = \frac{24}{4} = 6$$

Calculamos también el punto de corte de esta recta con la parábola:

$$\begin{aligned} -0.24x^2 + 2x + 20 &= 4x - 24 \\ 0.24x^2 + 2x - 44 &= 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 0.24 \cdot 44}}{2 \cdot 0.24} = \frac{-2 \pm 6.8}{0.48} = \begin{cases} x_1 = -18.33 \\ x_2 = 10 \end{cases}$$

Descartamos la solución negativa y nos quedamos con el corte en $x = 10$. Por tanto, la superficie de cada aspa del molinillo es el área bajo la parábola entre 0 y 10, menos el área bajo la recta entre 6 y 10:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{10} (-0.24x^2 + 2x + 20) dx - \int_6^{10} (4x - 24) dx = \\ &= \left[-0.24 \frac{x^3}{3} + 2 \frac{x^2}{2} + 20x \right]_0^{10} - \left[4 \frac{x^2}{2} - 24x \right]_6^{10} = \\ &= \left(-\frac{240}{3} + 100 + 200 \right) - (200 - 240) + (72 - 144) = 166 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

La base del aspa va desde $x = 0$ hasta $x = 6$; por tanto, el cuadrado interior del molinillo tiene lado 6; la superficie total del molinillo es la de las 4 aspas más el cuadrado interior:

$$S_T = 4 \cdot 166 + 36 = 700 \text{ cm}^2$$

- b) El coste de fabricación de cada molinillo es por tanto de $1.4 \cdot 700 = 980$ céntimos de euro, o lo que es lo mismo, 9.80 €. Como el palito cuesta 20 céntimos, el coste total del molinillo es de 10€. Si PV es el precio de venta del molinillo, entonces el beneficio es $B = PV - 10 - 0.24 = PV - 10.24$. Como se desea que $B = 0.20PV$, sustituyendo en la ecuación anterior:

$$0.20PV = PV - 10.24 \Rightarrow 0.8PV = 10.24 \Rightarrow PV = \frac{10.24}{0.8} = 12.80$$

es decir, los molinillos deben venderse a 12.80€

Problema A4:

Dos modelos de relojes, A y B, se producen en una fábrica en la que hay 12 personas trabajando, cada una de ellas con una jornada laboral de 8 horas diarias. El modelo A se tarda en hacer 3 horas y por él se obtiene un beneficio de 70 euros. El modelo B se tarda en hacer 6 horas y por él se obtiene un beneficio de 160 euros. La producción diaria debe ser como mínimo de 15 relojes, con la condición de que el número de unidades del modelo B sea como máximo la mitad del número de unidades del modelo A.

Para maximizar el beneficio diario:

- Formular el correspondiente problema de programación lineal.
- Representar la región factible.
- ¿Cuántos relojes de cada tipo le interesa producir al día para obtener el máximo beneficio diario? ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

Solución:

x : número de relojes diarios modelo A

y : número de relojes diarios modelo B

a) La función objetivo es $f(x, y) = 70x + 160y$

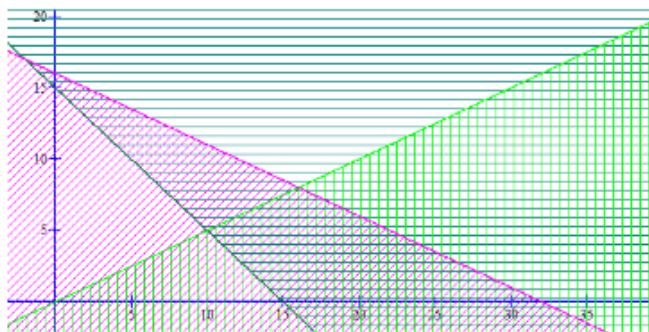
Las restricciones son: $0 \leq x$

$$0 \leq y$$

$$x + y \geq 15$$

$$y \leq \frac{x}{2}$$

$$3x + 6y \leq 96$$



b) Los vértices son (15,0), (10,5), (16,8) y (32,0).

c) Se trata de maximizar la función objetivo

$$f(15,0) = 70 \cdot 15 + 160 \cdot 0 = 1050$$

$$f(10,5) = 70 \cdot 10 + 160 \cdot 5 = 1500$$

$$f(16,8) = 70 \cdot 16 + 160 \cdot 8 = 2400$$

$$f(32,0) = 70 \cdot 32 + 160 \cdot 0 = 2240$$

Se deben fabricar 16 relojes del modelo A y 8 relojes del modelo B.

El beneficio máximo asciende a 2400 euros.

Problema B4:

En un barrio viven un total de 875 personas clasificados en tres grupos: niños y jóvenes, adultos y jubilados. La cuarta parte de los adultos es igual al doble de la quinta parte de los niños y jóvenes y por cada 9 jubilados hay 26 del resto.

- Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.
- Explicando los pasos del método usado, resolver el sistema planteado.
- ¿Cuántas personas hay en cada grupo?

Solución:

x : número de niños y jóvenes

y : número de adultos

z : número de jubilados

$$x + y + z = 875$$

$$\frac{2}{5}x - \frac{y}{4} = 0$$

$$\frac{x + y}{26} = \frac{z}{9}$$

Despejando x en la segunda ecuación y sustituyendo en las otras dos:

$$x = \frac{5y}{8}$$

$$13y + 8z = 7000$$

$$117y - 208z = 0$$

Despejando y en esta última ecuación y sustituyendo en la anterior:

$$y = \frac{208z}{117}$$

$$2704z + 936z = 819000$$

$$z = \frac{819000}{3640} = 225$$

$$y = \frac{208 \cdot 225}{117} = 400$$

$$x = \frac{5 \cdot 400}{8} = 250$$

Resolviendo el sistema: $x = 250$, $y = 400$, $z = 225$.

	EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU) FASE GENERAL CURSO: 2022–2023 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	CONVOCATORIA: EXTRAORDINARIA
INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN Resolver un máximo de cuatro preguntas, eligiendo UNA entre A1 y B1; UNA entre A2 y B2; UNA entre A3 y B3 y UNA entre A4 y B4. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas. TIEMPO: 90 minutos.		
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA Problema A1: A1. En un taller de electricidad de vehículos se reparan coches (45%), camiones (25%), guaguas (20%) y motos (resto). El 10% de los coches, el 15% de los camiones, el 9% de las guaguas y el 12% de las motos vienen al taller por fallos en el sistema de arranque. - Construir un diagrama de árbol que describa lo anterior. - Calcular la probabilidad de que se repare en el taller un vehículo que no tenga fallos en el sistema de arranque. - Si se ha reparado en el taller un vehículo que presentaba fallos en el sistema de arranque, ¿cuál es la probabilidad de que sea una moto? Problema B1: B1. La probabilidad de que un ave rapaz, que nace en un zoológico, sobreviva más de 5 años, es del 10%. - Si en un zoo tenemos 10 aves rapaces nacidas este año, hallar la probabilidad de que al menos dos de ellas sigan vivas dentro de 5 años. - Si entre todos los zoológicos del país hay 200 aves rapaces nacidas este mismo año, hallar la probabilidad de que, al cabo de 5 años, hayan sobrevivido más de 10 y menos de 15 de ellas. - Se ha hecho un seguimiento de 160 aves rapaces que viven en libertad, observándose que sólo 12 de ellas han sobrevivido más de 5 años. Calcular un intervalo de confianza al 90% para la proporción de aves rapaces en libertad que sobreviven más de 5 años. Problema A2: A2. Se realiza un estudio para evaluar qué proporción de los pasajeros en las rutas interinsulares viaja con descuento de residente. Para ello se toma una muestra de 300 pasajeros, de los cuales se observa que 225 viajan con este descuento. - Determinar un intervalo de confianza, al 96%, para la proporción de pasajeros que viajan con descuento de residente. - Usando la proporción de pasajeros con descuento de residencia calculada en esta muestra como estimación de dicha proporción en la población, ¿de qué tamaño debería ser la muestra si se desea construir un intervalo de confianza al 92% para esa proporción con un error máximo de 0.03? - Si se pierden los datos de 5 de los pasajeros de la muestra, ¿cuál es la probabilidad de que ninguno de ellos viajara con descuento de residencia. Problema B2: B2. Un fabricante de televisores afirma que la duración media de su producto es de 10 años. Para verificar esto, se selecciona una muestra aleatoria de 50 televisores y se encuentra que la duración media es de 9.5 años, con una desviación típica de 2 años. - Calcular el intervalo de confianza del 88% para la duración media de los televisores del fabricante. ¿Qué tamaño muestral se necesita para estimar la duración media de los televisores con un error menor de 6 meses y con un nivel de confianza del 95%? Problema A3:		

A3. El beneficio de una empresa, en miles de euros, a lo largo de 50 años viene dado por:

$$B(t) = \begin{cases} -0,04t^2 + 2,4t & \text{para } 0 \leq t < 40 \\ \frac{40t - 320}{t} & \text{para } 40 \leq t \leq 50 \end{cases}$$

siendo t el tiempo transcurrido (en años).

- Estudiar la continuidad y la derivabilidad de $B(t)$ a lo largo de los 50 años.
- Estudiar el crecimiento y decrecimiento de $B(t)$. ¿Cuál es el beneficio máximo y cuándo se produjo?
- Hacer una gráfica de $B(t)$.

Problema B3:

B3. Un joyero quiere revender una lámina de oro cuyos márgenes limitan las funciones $f(x) = (x - 2)^2$ y $g(x) = x + 4$. Si se mide en centímetros:

- Hacer una gráfica de la lámina ¿Cuál es la superficie de la lámina?
- Si cada centímetro cuadrado de lámina pesa 2 gramos, ¿cuántos gramos pesa la lámina?
- Si el costo de adquisición de la lámina fue de 20 euros por gramo, ¿cuál debe ser el precio que debe poner a cada gramo de oro para tener un beneficio de 625 euros?

Problema A4:

A4. Una cerrajería se encarga de realizar dos tipos de puertas mixtas, de hierro y madera. Para las puertas tipo TIMANFAYA, necesita 2 metros cuadrados de hierro y 2 metros cuadrados de madera, y para las puertas tipo TABURIENTE, necesita 1 metro cuadrado de hierro y 3 metros cuadrados de madera. Dispone un stock de 1000 metros cuadrados de hierro y 1500 metros cuadrados de madera. La cerrajería obtiene un beneficio de 250 euros por cada puerta tipo TIMANFAYA y, por cada puerta tipo TABURIENTE, obtiene un beneficio de 350 euros.

- Formular el correspondiente problema de programación lineal.
- Representar la región factible y determinar sus vértices.
- ¿Cuántas puertas de cada tipo se deben fabricar, con los metros cuadrados de material disponibles en el almacén, para obtener un beneficio máximo? ¿Cuál es el valor de dicho beneficio?

Problema B4:

B4. Un avión ofrece asientos de tres clases: primera, business y turista. El número de asientos business son el doble que los de primera clase, y por cada 15 asientos de clase turista hay dos de clase business. El precio por asiento fue de 350€ para primera clase, 280€ para clase business y 200€ para la clase turista. Si el importe total cobrado por los asientos fue de 31280€, ¿cuántos asientos de cada clase había en el avión?

RESPUESTAS CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Problema A1:

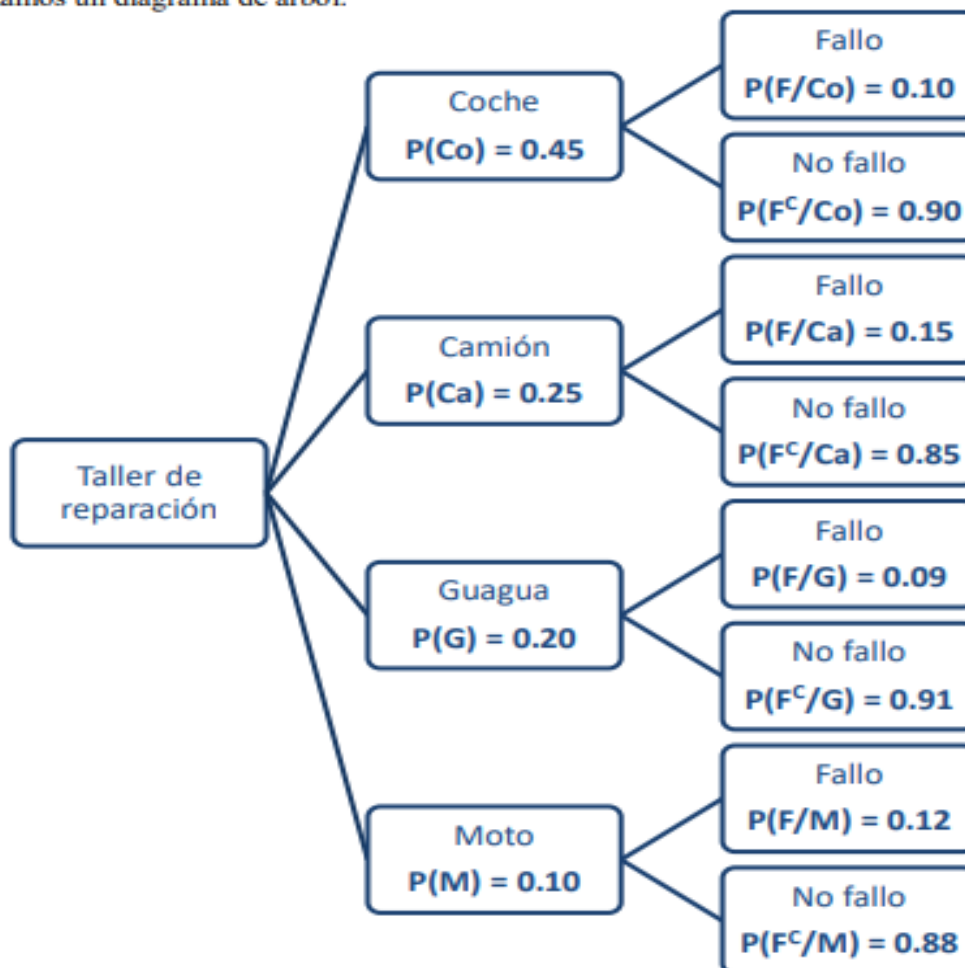
A1. En un taller de electricidad de vehículos se reparan coches (45%), camiones (25%), guaguas (20%) y motos (resto). El 10% de los coches, el 15% de los camiones, el 9% de las guaguas y el 12% de las motos vienen al taller por fallos en el sistema de arranque.

- Construir un diagrama de árbol que describa lo anterior.
- Calcular la probabilidad de que se repare en el taller un vehículo que no tenga fallos en el sistema de arranque.
- Si se ha reparado en el taller un vehículo que presentaba fallos en el sistema de arranque, ¿cuál es la probabilidad de que sea una moto?

Solución:

- Llamamos Co al suceso “Entra un coche”, Ca al suceso “Entra un camión”, G al suceso “Entra una guagua” y M al suceso “Entra una moto”. Llamamos F al suceso “Tener fallos en el sistema de arranque”.

Realizamos un diagrama de árbol.



- Nos piden calcular $P(F^c)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(F^c) = P(\text{Co})P(F^c/\text{Co}) + P(\text{Ca})P(F^c/\text{Ca}) + P(\text{G})P(F^c/\text{G}) + P(\text{M})P(F^c/\text{M}) =$$

$$= 0.45 \cdot 0.9 + 0.25 \cdot 0.85 + 0.20 \cdot 0.91 + 0.10 \cdot 0.88 = \boxed{0.8875}$$

- c) Nos piden calcular $P(M / F)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(M / F) = \frac{P(M \cap F)}{P(F)} = \frac{P(M)P(F / M)}{1 - P(F^c)} = \frac{0.10 \cdot 0.12}{1 - 0.8875} = \boxed{\frac{8}{75} \approx 0.1067}$$

Problema B1:

- B1.** La probabilidad de que un ave rapaz, que nace en un zoológico, sobreviva más de 5 años, es del 10%.
- Si en un zoo tenemos 10 aves rapaces nacidas este año, hallar la probabilidad de que al menos dos de ellas sigan vivas dentro de 5 años.
 - Si entre todos los zoológicos del país hay 200 aves rapaces nacidas este mismo año, hallar la probabilidad de que, al cabo de 5 años, hayan sobrevivido más de 10 y menos de 15 de ellas.
 - Se ha hecho un seguimiento de 160 aves rapaces que viven en libertad, observándose que sólo 12 de ellas han sobrevivido más de 5 años. Calcular un intervalo de confianza al 90% para la proporción de aves rapaces en libertad que sobreviven más de 5 años.

Solución:

La variable X cuenta el número de aves rapaces que sobreviven más de 5 años de un grupo de 10. Esta es una variable binomial, pues es dicotómica (sobrevive o no) y cada repetición es independiente entre sí.

- a) Como $n = 10$ y $p = P(\text{sobrevivir}) = 0.10$ tenemos que la variable es $X = B(10, 0.1)$.

Calculamos la probabilidad pedida $P(X \geq 2)$ usando el suceso contrario.

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(X < 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)] = \\ &= 1 - \left[\binom{10}{0} 0.1^0 \cdot 0.9^{10} + \binom{10}{1} 0.1^1 \cdot 0.9^9 \right] = \boxed{0.2639} \end{aligned}$$

- b) La nueva variable binomial tiene como parámetros $n = 200$ y $p = 0.10$.

$$X = B(200, 0.1)$$

Sus probabilidades se pueden aproximar por una normal de media $\mu = n \cdot p = 200 \cdot 0.1 = 20$ y desviación típica $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{200 \cdot 0.1 \cdot 0.9} = 3\sqrt{2} \approx 4.24$.

Esta aproximación es buena pues $np = 20 > 5$ y $nq = 180 > 5$.

$$X = B(200, 0.1) \text{ se aproxima con } Y = N(20, 3\sqrt{2})$$

$$\begin{aligned} P(10 < X < 15) &= \{\text{Corrección de Yates}\} = P(10.5 \leq Y \leq 14.5) = \\ &= P(Y \leq 14.5) - P(Y \leq 10.5) = \{\text{Tipificamos}\} = P\left(Z \leq \frac{14.5 - 20}{3\sqrt{2}}\right) - P\left(Z \leq \frac{10.5 - 20}{3\sqrt{2}}\right) = \\ &= P(Z \leq -1.30) - P(Z \leq -2.24) = P(Z \geq 1.3) - P(Z \geq 2.24) = \\ &= 1 - P(Z \leq 1.3) - [1 - P(Z \leq 2.24)] = P(Z \leq 2.24) - P(Z \leq 1.3) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = \\ &= 0.9875 - 0.9032 = \boxed{0.0843} \end{aligned}$$

- c) En una muestra de tamaño $n = 160$ la proporción de aves que sobreviven es $p = \frac{12}{160} = 0.075$.

Con un nivel de confianza del 90 % calculamos $z_{\alpha/2}$

$$1 - \alpha = 0,90 \rightarrow \alpha = 0,10 \rightarrow \alpha/2 = 0,05 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.645$$



Utilizamos la fórmula del error:

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} = 1.645 \cdot \sqrt{\frac{0.075 \cdot 0.925}{160}} = 0.0343$$

El intervalo de confianza es:

$$(p - Error, p + Error) = (0.075 - 0.0343; \quad 0.075 + 0.0343) = (0.0407; \quad 0.1093)$$

Problema A2:

A2. Se realiza un estudio para evaluar qué proporción de los pasajeros en las rutas interinsulares viaja con descuento de residente. Para ello se toma una muestra de 300 pasajeros, de los cuales se observa que 225 viajan con este descuento.

- Determinar un intervalo de confianza, al 96%, para la proporción de pasajeros que viajan con descuento de residente.
- Usando la proporción de pasajeros con descuento de residencia calculada en esta muestra como estimación de dicha proporción en la población, ¿de qué tamaño debería ser la muestra si se desea construir un intervalo de confianza al 92% para esa proporción con un error máximo de 0.03?
- Si se pierden los datos de 5 de los pasajeros de la muestra, ¿cuál es la probabilidad de que ninguno de ellos viajara con descuento de residencia.

Solución:

- a) La proporción muestral de los pasajeros que en las rutas interinsulares viaja con descuento de residente es de $p = \frac{225}{300} = 0.75$.

Con un nivel de confianza del 96 % calculamos $z_{\alpha/2}$

$$1 - \alpha = 0.96 \rightarrow \alpha = 0.04 \rightarrow \alpha/2 = 0.02 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.98 \rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{2.05 + 2.06}{2} = 2.055$$

Utilizamos la fórmula del error:

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} = 2.055 \cdot \sqrt{\frac{0.75 \cdot 0.25}{300}} = 0.0514$$

El intervalo de confianza es:

$$(p - Error, p + Error) = (0.75 - 0.0514; 0.75 + 0.0514) = (0.6986; 0.8014)$$

- b) Con un nivel de confianza del 92 % calculamos $z_{\alpha/2}$

$$1 - \alpha = 0.92 \rightarrow \alpha = 0.08 \rightarrow \alpha/2 = 0.04 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.96 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.75$$

Utilizamos la fórmula del error:

$$\begin{aligned} Error &= z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \Rightarrow 0.03 = 1.75 \sqrt{\frac{0.75 \cdot 0.25}{n}} \Rightarrow \frac{0.03}{1.75} = \sqrt{\frac{0.75 \cdot 0.25}{n}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(\frac{0.03}{1.75}\right)^2 = \frac{0.75 \cdot 0.25}{n} \Rightarrow n \left(\frac{0.03}{1.75}\right)^2 = 0.75 \cdot 0.25 \Rightarrow n = \frac{0.75 \cdot 0.25}{\left(\frac{0.03}{1.75}\right)^2} = 638.02 \end{aligned}$$

El tamaño mínimo de la muestra debe ser un número entero superior al obtenido.

El tamaño mínimo de la muestra es de 639 pasajeros.

- c) Sea X el número de viajeros que viaja con descuento de un grupo de 5.
Esta es una variable binomial de parámetros $n = 5$ y $p =$ probabilidad de que un pasajero viaje con descuento $= 0.75$. $X = B(5, 0.75)$
Deseamos calcular el valor de $P(X = 0)$.

$$P(X = 0) = \binom{5}{0} 0.75^0 \cdot 0.25^5 = \frac{1}{1024} \approx 0.00098$$

Problema B2:

B2. Un fabricante de televisores afirma que la duración media de su producto es de 10 años. Para verificar esto, se selecciona una muestra aleatoria de 50 televisores y se encuentra que la duración media es de 9.5 años, con una desviación típica de 2 años.

- Calcular el intervalo de confianza del 88% para la duración media de los televisores del fabricante.
- ¿Qué tamaño muestral se necesita para estimar la duración media de los televisores con un error menor de 6 meses y con un nivel de confianza del 95%?

Solución:

X = Duración de un televisor en años. $X = N(\mu, 2)$.

Tamaño de la muestra = 50. Media muestral = $\bar{x} = 9.5$ años

- a) Con un nivel de confianza del 88 % calculamos $z_{\alpha/2}$

$$1 - \alpha = 0,88 \rightarrow \alpha = 0,12 \rightarrow \alpha/2 = 0,06 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,94 \rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{1.55 + 1.56}{2} = 1.555$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.

Utilizamos la fórmula del error:

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.555 \cdot \frac{2}{\sqrt{50}} = 0.44 \text{ años}$$

El intervalo de confianza es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (9.5 - 0.44; 9.5 + 0.44) = (9.06; 9.94)$$

- b) Con un nivel de confianza de 95 % calculamos $z_{\alpha/2}$

$$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow \alpha/2 = 0,025 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$

Utilizamos la fórmula del error y ponemos que este sea de seis meses, es decir, 0,5 años:

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1.96 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} = 0.5 \Rightarrow 1.96 \cdot 2 = 0.5 \sqrt{n} \Rightarrow n = \left(\frac{1.96 \cdot 2}{0.5} \right)^2 = 61.46$$

Como el tamaño debe ser entero y mayor que la cifra obtenida, tenemos que el tamaño mínimo de la muestra es de 62 televisores.

Problema A3:

A3. El beneficio de una empresa, en miles de euros, a lo largo de 50 años viene dado por:

$$B(t) = \begin{cases} -0,04t^2 + 2,4t & \text{para } 0 \leq t < 40 \\ \frac{40t - 320}{t} & \text{para } 40 \leq t \leq 50 \end{cases}$$

siendo t el tiempo transcurrido (en años).

- Estudiar la continuidad y la derivabilidad de $B(t)$ a lo largo de los 50 años.
- Estudiar el crecimiento y decrecimiento de $B(t)$. ¿Cuál es el beneficio máximo y cuándo se produjo?
- Hacer una gráfica de $B(t)$.

Solución:

$$B'(t) = \begin{cases} -0,08t + 2,4 & \text{si } 0 \leq t < 40 \\ \frac{40t - (40t - 320)}{t^2} = \frac{320}{t^2} & \text{si } 40 < t \leq 50 \end{cases}$$

$$B'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} -0,08t + 2,4 = 0 \rightarrow t = \frac{2,4}{0,08} = 30 \in [0, 40) \\ \frac{320}{t^2} = 0 \rightarrow \text{No es posible} \end{cases}$$

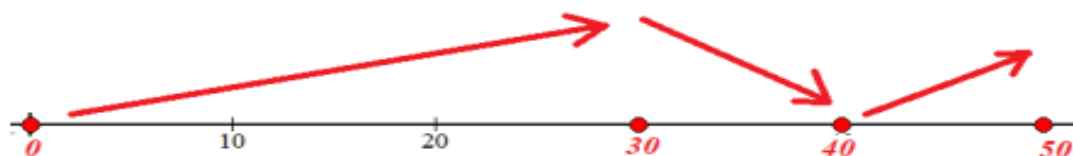
Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de 30 y 40.

En el intervalo $[0, 30)$ tomamos $t = 10$ y la derivada vale $B'(10) = -0,08 \cdot 10 + 2,4 = 1,6 > 0$. La función crece en $[0, 30)$.

En el intervalo $(30, 40)$ tomamos $t = 35$ y la derivada vale $B'(35) = -0,08 \cdot 35 + 2,4 = -0,4 < 0$. La función decrece en $(30, 40)$.

En el intervalo $(40, 50]$ tomamos $t = 45$ y la derivada vale $B'(45) = \frac{320}{45^2} > 0$. La función crece en $(40, 50]$.

La función sigue el esquema siguiente:



Resumiendo: La función beneficios crece los primeros 30 años y los 10 últimos y decrece entre los 30 y los 40 años.

Valoramos los beneficios en el año 30 y en el año 50.

$$\left. \begin{aligned} B(30) &= -0,04 \cdot 30^2 + 2,4 \cdot 30 = 36 \text{ ¡Máximo!} \\ B(50) &= \frac{40 \cdot 50 - 320}{50} = 33,6 \end{aligned} \right\}$$

El beneficio máximo se consigue en el año 30, siendo su valor de 36000 €.

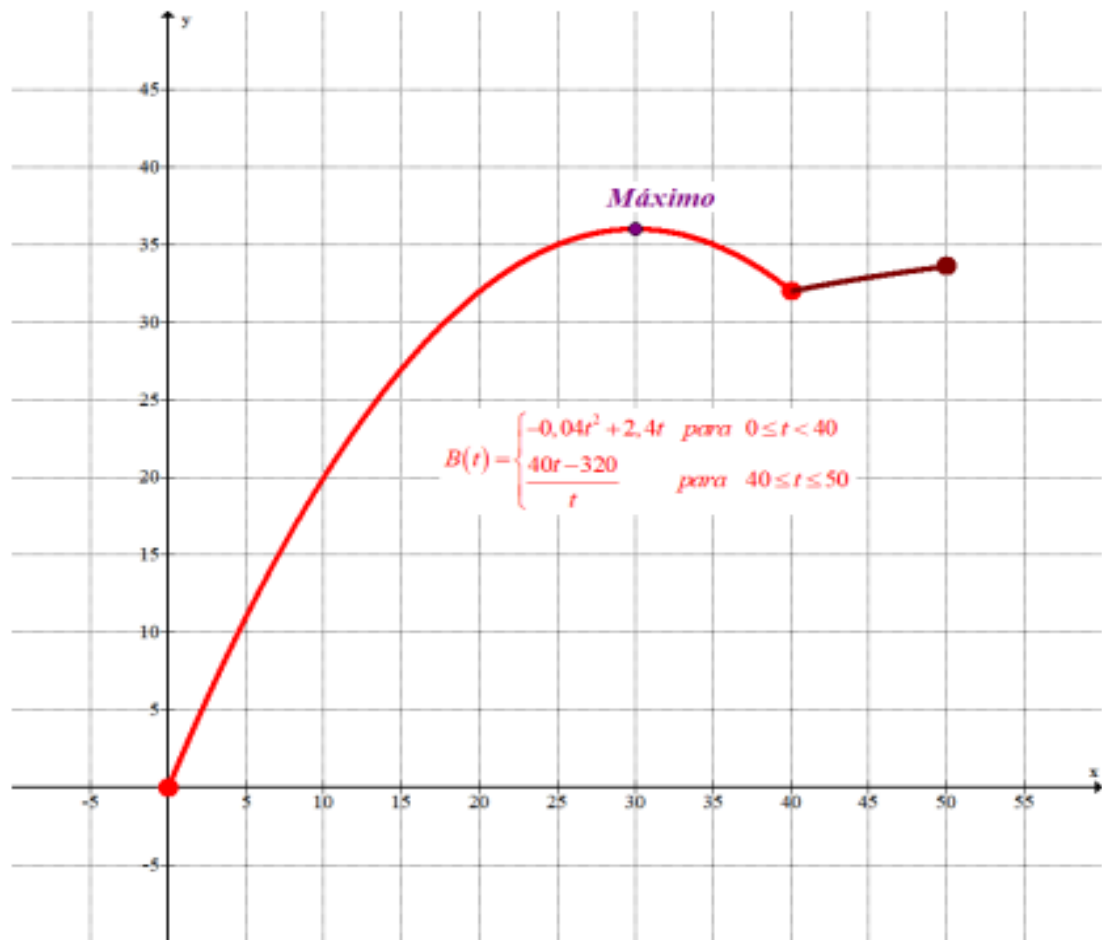
- Hacemos una tabla de valores y representamos su gráfica.

$$0 \leq t < 40$$

t	$B(t) = -0,04t^2 + 2,4t$
0	0
30	36
35	35

$$40 \leq t \leq 50$$

t	$B(t) = \frac{40t - 320}{t}$
40	32
45	32,89
50	33,6



Problema B3:

B3. Un joyero quiere revender una lámina de oro cuyos márgenes limitan las funciones $f(x) = (x - 2)^2$ y $g(x) = x + 4$. Si se mide en centímetros:

- Hacer una gráfica de la lámina ¿Cuál es la superficie de la lámina?
- Si cada centímetro cuadrado de lámina pesa 2 gramos, ¿cuántos gramos pesa la lámina?
- Si el costo de adquisición de la lámina fue de 20 euros por gramo, ¿cuál debe ser el precio que debe poner a cada gramo de oro para tener un beneficio de 625 euros?

Solución:

- a) Los márgenes los limitan una parábola y una recta. Averiguamos donde se cortan.

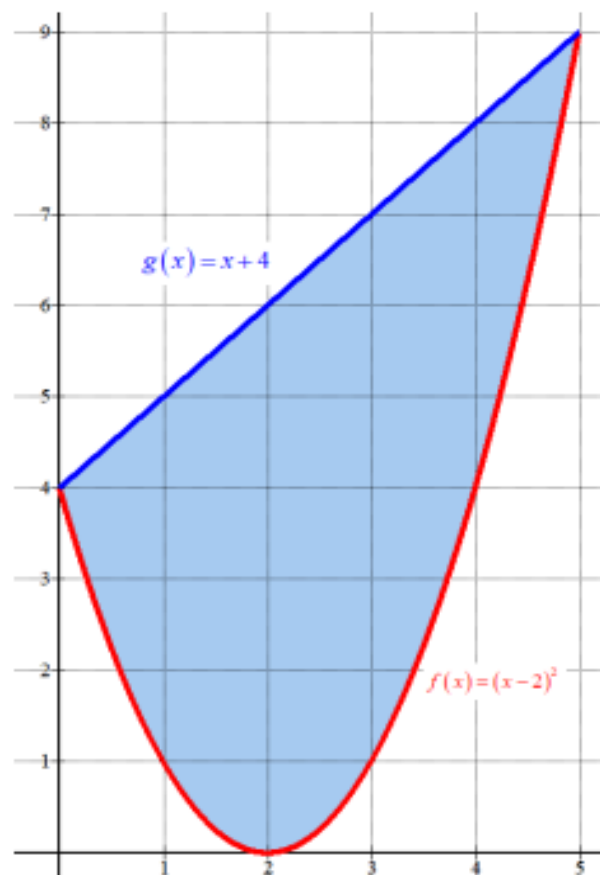
$$\left. \begin{array}{l} f(x) = (x-2)^2 \\ g(x) = x+4 \\ f(x) = g(x) \end{array} \right\} \Rightarrow (x-2)^2 = x+4 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = x+4 \Rightarrow x^2 - 5x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=5 \end{cases}$$

Dibujamos la región limitada por ambas funciones.

x	$f(x) = (x-2)^2$
0	4
1	1
2	0
3	1
4	4
5	9

x	$g(x) = x+4$
0	4
1	5
3	7
5	9



Calculamos la superficie de la lámina como la integral definida de la diferencia de las dos funciones entre 0 y 5.

$$\int_0^5 x+4-(x^2-4x+4)dx = \int_0^5 x+4-x^2+4x-4dx = \int_0^5 -x^2+5xdx =$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + 5\frac{x^2}{2} \right]_0^5 = \left[-\frac{5^3}{3} + 5\frac{5^2}{2} \right] - \left[-\frac{0^3}{3} + 5\frac{0^2}{2} \right] = -\frac{125}{3} + \frac{125}{2} = \boxed{\frac{125}{6} \approx 20.83 \text{ u}^2}$$

La superficie de la lámina es de 20.83 cm².

- b) Si cada centímetro cuadrado de lámina pesa 2 gramos la lámina pesa

$$\frac{125}{6} \cdot 2 = \frac{125}{3} \approx 41.6 \text{ gramos}.$$

- c) Si el beneficio total debe ser de 625 € el beneficio por cada gramo debe ser:

$$625 : \frac{125}{3} = 15 \text{ €/ gramo}.$$

El precio por gramo debe ser la suma del precio de adquisición y las ganancias:

$$20 + 15 = 35 \text{ €/gramo}$$

Problema A4:

A4. Una cerrajería se encarga de realizar dos tipos de puertas mixtas, de hierro y madera. Para las puertas tipo TIMANFAYA, necesita 2 metros cuadrados de hierro y 2 metros cuadrados de madera, y para las puertas tipo TABURIENTE, necesita 1 metro cuadrado de hierro y 3 metros cuadrados de madera. Dispone un stock de 1000 metros cuadrados de hierro y 1500 metros cuadrados de madera. La cerrajería obtiene un beneficio de 250 euros por cada puerta tipo TIMANFAYA y, por cada puerta tipo TABURIENTE, obtiene un beneficio de 350 euros.

- Formular el correspondiente problema de programación lineal.
- Representar la región factible y determinar sus vértices.
- ¿Cuántas puertas de cada tipo se deben fabricar, con los metros cuadrados de material disponibles en el almacén, para obtener un beneficio máximo? ¿Cuál es el valor de dicho beneficio?

Solución:

- a) Llamamos x = número de puertas TIMANFAYA e y = número de puertas TABURIENTE. Hacemos una tabla para ordenar la información ofrecida en el ejercicio.

	m ² de hierro	m ² de madrea	Beneficios
Nº puertas TIMANFAYA (x)	$2x$	$2x$	$250x$
Nº puertas TABURIENTE (y)	y	$3y$	$350y$
TOTAL	$2x + y$	$2x + 3y$	$250x + 350y$

La función que deseamos maximizar son los beneficios $B(x, y) = 250x + 350y$ sometida a las restricciones siguientes.

Las cantidades deben ser positivas $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$

“Dispone un stock de 1000 metros cuadrados de hierro y 1500 metros cuadrados de madera”
 $\rightarrow 2x + y \leq 1000; 2x + 3y \leq 1500$

Reunimos las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y \leq 1000 \\ 2x + 3y \leq 1500 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

- b) Representamos las rectas que delimitan la región factible. Para ello obtengo una tabla de valores para cada recta asociada a cada inecuación.

$2x + y = 1000$		$2x + 3y = 1500$		$x \geq 0; y \geq 0$
x	$y = 1000 - 2x$	x	$y = \frac{1500 - 2x}{3}$	
0	1000	0	500	Primer cuadrante
100	800	300	300	
500	0	750	0	



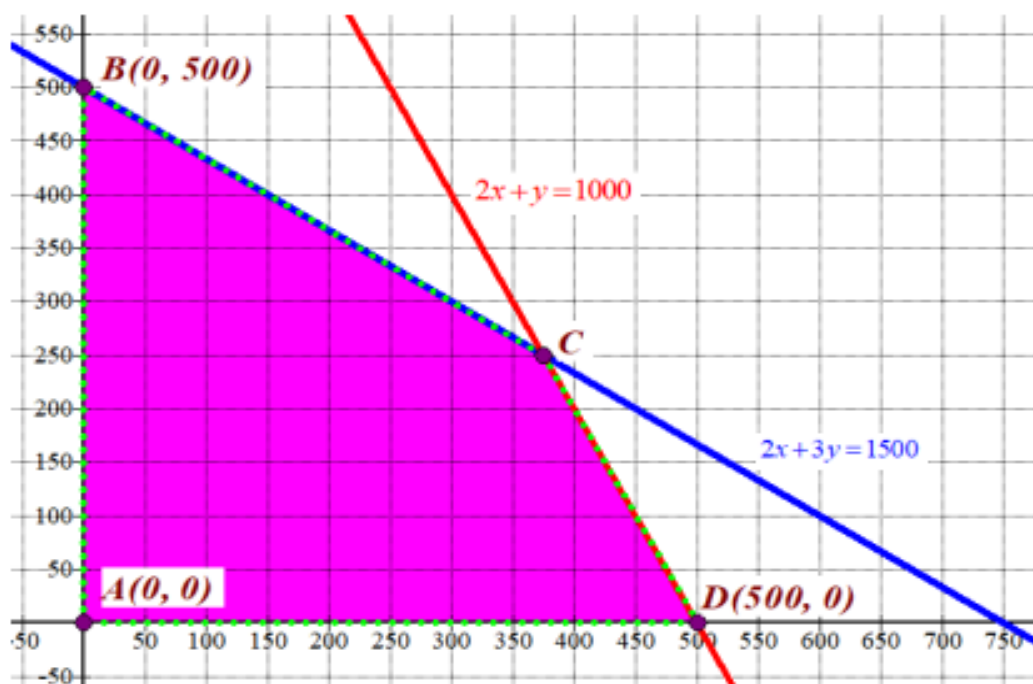
Como las restricciones son $\left. \begin{array}{l} 2x + y \leq 1000 \\ 2x + 3y \leq 1500 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante

situada por debajo de las rectas azul y roja.

Comprobamos que el punto $P(100, 100)$ perteneciente a esta región cumple todas las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 200 + 100 \leq 1000 \\ 200 + 300 \leq 1500 \\ 100 \geq 0; 100 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas! }$$

Coloreamos de rosa la región factible en el siguiente dibujo.



Determinamos las coordenadas del vértice C resolviendo el sistema de ecuaciones correspondiente.

$$C \rightarrow \begin{cases} 2x + y = 1000 \\ 2x + 3y = 1500 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1000 - 2x \\ 2x + 3y = 1500 \end{cases} \Rightarrow 2x + 3(1000 - 2x) = 1500 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x + 3000 - 6x = 1500 \Rightarrow -4x = -1500 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{1500}{4} = 375 \Rightarrow y = 1000 - 750 = 250 \Rightarrow C(375, 250)$$

Los vértices de la región factible son A(0, 0), B(0, 500), C(375, 250) y D(500, 0)

- c) Valoramos la función beneficio $B(x, y) = 250x + 350y$ en cada vértice en busca del valor máximo.

$$A(0, 0) \rightarrow B(0, 0) = 0$$

$$B(0, 500) \rightarrow B(0, 500) = 250 \cdot 0 + 350 \cdot 500 = 175.000$$

$$C(375, 250) \rightarrow B(375, 250) = 250 \cdot 375 + 350 \cdot 250 = 181.250 \text{ ¡Máximo!}$$

$$D(500, 0) \rightarrow B(500, 0) = 250 \cdot 500 + 350 \cdot 0 = 125.000$$

El beneficio máximo es de 181250 € y se consigue en el vértice C(375, 250), que significa fabricar 375 puertas TIMANFAYA y 250 puertas TABURIENTE..

Problema B4:

B4. Un avión ofrece asientos de tres clases: primera, business y turista. El número de asientos business son el doble que los de primera clase, y por cada 15 asientos de clase turista hay dos de clase business. El precio por asiento fue de 350€ para primera clase, 280€ para clase business y 200€ para la clase turista. Si el importe total cobrado por los asientos fue de 31280€, ¿cuántos asientos de cada clase había en el avión?

Solución:

- a) Llamamos “x” al número de asientos de primera, “y” al número de asientos business y “z” al número de asientos de turista.

“El número de asientos business son el doble que los de primera clase” $\rightarrow y = 2x$

“Por cada 15 asientos de clase turista hay dos de clase business” $\rightarrow$

$$\left. \begin{array}{cc} \text{Turista} & \text{Business} \\ 15 \longrightarrow & 2 \\ z \longrightarrow & y \end{array} \right\} \Rightarrow 15y = 2z$$

“El precio por asiento fue de 350€ para primera clase, 280€ para clase business y 200€ para la clase turista. El importe total cobrado por los asientos fue de 31280€” $\rightarrow$
 $350x + 280y + 200z = 31280$.

Reunimos las ecuaciones en un sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 350x + 280y + 200z = 31280 \\ y = 2x \\ 15y = 2z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 35x + 28y + 20z = 3128 \\ y = 2x \\ 15y = 2z \end{array} \right\}$$

Resolvemos el sistema planteado

$$\left. \begin{array}{l} 35x + 28y + 20z = 3128 \\ y = 2x \\ 15y = 2z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 35x + 28(2x) + 20z = 3128 \\ 15(2x) = 2z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 35x + 56x + 20z = 3128 \\ 30x = 2z \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 91x + 20z = 3128 \\ 15x = z \end{array} \right\} \Rightarrow 91x + 20(15x) = 3128 \Rightarrow 391x = 3128 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{3128}{391} = 8} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \boxed{z = 15 \cdot 8 = 120} \\ \boxed{y = 2 \cdot 8 = 16} \end{array} \right.$$

Hay 8 asientos de primera clase, 16 asientos tipo business y 120 asientos tipo turista.