

CAPÍTULO 5: INECUACIONES

1. INTERVALOS

1.1. Tipos de intervalos

Intervalo abierto: $I = (a, b) = \{x \in \mathfrak{R} \mid a < x < b\}$.

Intervalo cerrado: $I = [a, b] = \{x \in \mathfrak{R} \mid a \leq x \leq b\}$.

Intervalo semiabierto por la izquierda: $I = (a, b] = \{x \in \mathfrak{R} \mid a < x \leq b\}$

Intervalo semiabierto por la derecha: $I = [a, b) = \{x \in \mathfrak{R} \mid a \leq x < b\}$.

1.2. Semirrectas reales

Semirrecta de los números positivos: $S = (0, \infty)$.

Semirrecta de los números negativos: $S = (-\infty, 0)$.

A una semirrecta se la puede considerar como un intervalo infinito.

Actividades propuestas

1. Escribe los siguientes intervalos mediante conjuntos y represéntalos en la recta real:

a) $[1, 7)$ b) $(-3, 5)$ c) $(2, 8]$ d) $(-\infty, 6)$

2. Representa en la recta real y escribe en forma de intervalo:

a) $2 < x < 5$ b) $4 < x$ c) $3 \leq x < 6$ d) $x \geq 7$

2. INECUACIONES

Una desigualdad es una expresión numérica o algebraica unida por uno de los cuatro signos de desigualdad: $<$, $>$, \leq , \geq .

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} & -2 < 5, \quad 4 \geq x + 2, \quad x^2 - 5 \geq x, \quad x + y \geq 2. \end{aligned}$$

Una inecuación es una desigualdad algebraica en la que aparecen una o más incógnitas.

El grado de una inecuación es el mayor de los grados al que están elevadas sus incógnitas.

Así: $4 \geq x + 2$ y $x + y \geq 2$ son inecuaciones de primer grado, mientras que $x^2 - 5 \geq x$ es de segundo grado.

Resolver una inecuación consiste en encontrar los valores que la verifican. Éstos se denominan soluciones de la misma.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} & 3 \geq x + 1 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 2] \Leftrightarrow \text{---} \xrightarrow{2} \text{---} \end{aligned}$$

2.1. Inecuaciones equivalentes:

Dos inecuaciones son equivalentes si tienen la misma solución.

A veces, para resolver una inecuación, resulta conveniente encontrar otra equivalente más sencilla. Para ello, se pueden realizar las siguientes transformaciones:

✚ Sumar o restar la misma expresión a los dos miembros de la inecuación.

$$3x + 2 < 5 \Leftrightarrow 3x + 2 - 2 < 5 - 2 \Leftrightarrow 3x < 3$$

✚ Multiplicar o dividir ambos miembros por un número positivo.

$$3x < 3 \Leftrightarrow 3x : 3 < 3 : 3 \Leftrightarrow x < 1$$

✚ Multiplicar o dividir ambos miembros por un número negativo y cambiar la orientación del signo de la desigualdad.

$$\begin{aligned} & -x < 2 \Leftrightarrow (-x) \cdot (-1) > 2 \cdot (-1) \Leftrightarrow x > -2 \Leftrightarrow (-2, +\infty) \Leftrightarrow \text{---} \xrightarrow{-2} \text{---} \end{aligned}$$

Actividades propuestas

3. Dada la siguiente inecuación $2 + 3x < x + 1$, determina cuáles de los siguientes valores son solución de la misma:

0, 1, -1, 2, -2, 3, -4, 6, -7, 12, -15

4. Realiza las transformaciones indicadas de modo que se obtengan ecuaciones equivalentes:

a) Sumar 3: $x - 1 > 4$

b) Restar 5: $x - 3 > 7$

c) Multiplicar por 5: $-8x \geq 9$

d) Multiplicar por -5: $-3x \geq 7$

e) Dividir entre 2: $4x < 10$

f) Dividir entre -2: $4x \geq 10$

5. Escribe una inecuación que sea cierta para $x = 3$ y falsa para $x = 3,5$.

3. INECUACIONES CON UNA INCÓGNITA

3.1. Inecuaciones de primer grado

Una inecuación de primer grado con una incógnita puede escribirse de la forma:

$$ax > b, ax \geq b, ax < b \text{ ó } ax \leq b.$$

Para resolver la inecuación en la mayoría de los casos conviene seguir el siguiente procedimiento:

1º) Quitar denominadores, si los hay. Para ello, se multiplica los dos miembros de la ecuación por el m.c.m. de los denominadores.

2º) Quitar los paréntesis, si los hay.

3º) Transponer los términos con x a un miembro y los números al otro.

4º) Reducir términos semejantes.

5º) Despejar la x .

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{x-3}{3} - \frac{(x-7)}{6} &> \frac{4-x}{2} \Leftrightarrow \frac{2(x-3) - (x-7)}{6} > \frac{3(4-x)}{6} \Leftrightarrow 2(x-3) - (x-7) > 3(4-x) \\ \Leftrightarrow 2x-6-x+7 &> 12-3x \Leftrightarrow 2x-x+3x > 6-7+12 \Leftrightarrow 4x > 11 \Leftrightarrow x > \frac{11}{4} \end{aligned}$$

$$x \in \left(\frac{11}{4}, +\infty \right)$$


Actividades propuestas

- Resuelve las siguientes inecuaciones y representa la solución en la recta real:
 - $2 + 3x < x + 1$
 - $5 + 2x \leq 7x + 4$
 - $6 + 5x > 6x + 4$
 - $4 + 8x \geq 2x + 9$
- Resuelve las siguientes inecuaciones y representa la solución en la recta real:
 - $3(2 + 3x) < -(x + 1)$
 - $5(1 + 2x) \leq 2(7x + 4)$
 - $2(6 + 5x) + 3(x - 1) > 2(6x + 4)$
- Resuelve las siguientes inecuaciones y representa la solución en la recta real:
 - $3 + 4x < x/2 + 2$
 - $4 + 4x/3 \leq 7x/2 + 5$
 - $(5 + 7x)/3 > 8x + 2$
 - $(4 + 8x)5 + 3 \geq (2x + 9)/7$
- Escribe una inecuación cuya solución sea el siguiente intervalo:
 - $[1, \infty)$
 - $(-\infty, 5)$
 - $(2, \infty)$
 - $(-\infty, 6)$
- Calcula los valores de x para que sea posible calcular las siguientes raíces:
 - $\sqrt{3x-5}$
 - $\sqrt{-x-12}$
 - $\sqrt{3-5x}$
 - $\sqrt{-3x+12}$

3.2. Inecuaciones de segundo grado

Una inecuación de segundo grado con una incógnita puede escribirse de la forma:

$$ax^2 + bx + c > 0,$$

empleando cualquiera de los cuatro signos de desigualdad.

Para resolverla, calculamos las soluciones de la ecuación asociada, las representamos sobre la recta real, quedando por tanto la recta dividida en tres, dos o un intervalo, dependiendo de que la ecuación tenga dos, una o ninguna solución.

En cada uno de ellos, el signo del polinomio se mantiene constante, por lo que bastará con determinar el signo que tiene dicho polinomio para un valor cualquiera de cada uno de los intervalos. Para saber si las soluciones de la ecuación verifican la inecuación, bastará con sustituirla en la misma y comprobarlo.

Ejemplo:

Representa gráficamente la parábola $y = -x^2 - 2x + 3$ e indica en qué intervalos es $-x^2 - 2x + 3 > 0$.

Observa en la gráfica que la parábola toma valores positivos entre -3 y 1 . La solución de la inecuación es:

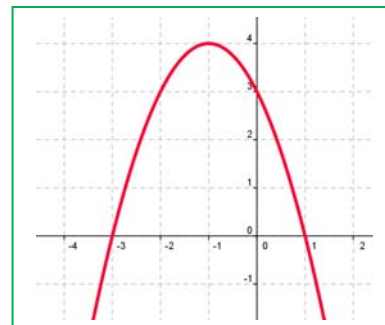
$$x \in (-3, 1).$$

El punto -3 no es solución, ni tampoco el punto 1 , pues el problema tiene una desigualdad estricta, $>$. Si tuviera la desigualdad \geq , $-x^2 - 2x + 3 \geq 0$ la solución sería:

$$x \in [-3, 1].$$

Si fuera $-x^2 - 2x + 3 < 0$, la solución sería: $x \in (-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$.

Si fuera $-x^2 - 2x + 3 \leq 0$, la solución sería: $x \in (-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$.



Ejemplo:

$$x^2 - 6x + 5 \geq 0$$

$\Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$ sus raíces son $x = 1$ y $x = 5$.

Signo de $x^2 - 6x + 5$

$$x^2 - 6x + 5 \geq 0$$

Por tanto, la solución es $x \in (-\infty, 1] \cup [5, \infty)$

$(-\infty, 1)$	1	$(1, 5)$	5	$(5, +\infty)$
+		-		+
SI		NO		SI

**Actividades propuestas**

11. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 - 1 \geq 0$

b) $x^2 - 4 \leq 0$

c) $x^2 - 9 > 0$

d) $x^2 + 4 \geq 0$

e) $2x^2 - 50 < 0$

f) $3x^2 + 12 \leq 0$

g) $5x^2 - 45 > 0$

h) $x^2 + 1 \geq 0$

12. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 + x \leq 0$

b) $x^2 - 5x > 0$

c) $x^2 \leq 8x$

d) $x^2 \leq 3x$

e) $2x^2 - 3x > 0$

f) $5x^2 - 10x < 0$

13. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $3x^2 - 5x \geq 0$

b) $3x^2 - 27 > 0$

c) $x^2 \leq 0$

d) $2x^2 > 4x$

e) $2x^2 - 8 > 0$

f) $5x^2 + 5x \geq 0$

g) $5x^2 - 5 \leq 0$

h) $x^2 - x > 0$

14. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 - 2x - 3 \leq 0$

b) $-x^2 - 2x + 8 \geq 0$

c) $x^2 + 9x + 14 > 0$

d) $x^2 - 6x + 9 \leq 0$

e) $-x^2 - 4x - 5 < 0$

f) $x^2 + 8x + 16 > 0$

g) $x^2 + x + 3 \geq 0$

h) $2x^2 - 3x - 5 \leq 0$

15. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 + x - 6 > 0$

b) $x^2 - x - 12 \leq 0$

c) $x^2 - x - 20 < 0$

d) $x^2 + 5x - 14 \geq 0$

e) $-2x^2 + 3x + 2 > 0$

f) $3x^2 + 2x - 1 \leq 0$

g) $5x^2 - 7x - 6 \geq 0$

h) $2x^2 + x - 15 < 0$

16. Calcula los valores de x para que sea posible obtener las siguientes raíces:

a) $\sqrt{x^2 - 1}$

b) $\sqrt{-x^2 + 4}$

c) $\sqrt{x^2 + 5x + 6}$

d) $\sqrt{x^2 - 5x + 6}$

17. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

a) $(2x + 5)(2x - 5) \leq 11$

b) $(2x - 5)(4x - 3) - (x - 10)(x - 2) \geq 51$

c) $\frac{3x - 2}{x} \leq \frac{5 - 2x}{x + 6}$

3.3. Sistemas de inecuaciones

Un sistema de inecuaciones de primer grado con una incógnita es aquel en el que la única variable que interviene en todas las ecuaciones está elevada a un exponente igual a la unidad.

Sistemas de dos ecuaciones, tienen por expresión general: $\begin{cases} a_1x < b_1 \\ a_2x < b_2 \end{cases}$, con cualesquiera de los signos $<$, $>$, \leq ó \geq .

Para resolverlos, independientemente del número de inecuaciones que compongan el sistema, se resuelve cada inecuación por separado, y al final se determina la solución como la intersección de todas ellas.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 2x > 4 \\ x + 5 \geq 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 5 \end{cases}, \text{ los intervalos solución son } \begin{cases} (2, +\infty) \\ (-\infty, 5] \end{cases} \Rightarrow (2, +\infty) \cap (-\infty, 5] = (2, 5]$$

Luego la solución común a ambas está en la intersección de ambos, es $(2, 5]$.



Gráficamente puede verse:

Actividades propuestas

18. Resolver los siguientes sistemas de inecuaciones con una incógnita:

a) $\begin{cases} 4x - 3 < 1 \\ x + 6 > 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 6 \leq 0 \\ x - 4 > -5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + 1 \geq x + 9 \\ x + 5 \leq 2 - 3x \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - 3 \leq 3x + 7 \\ \frac{2x}{5} - \frac{x}{4} \geq \frac{2}{3} \end{cases}$

19. Indica un número positivo que al sumarle 5 sea menor que 7.

20. Expresa mediante una inecuación el área de un cuadrado sabiendo que su perímetro es mayor que el de un rectángulo de lados 3 y 7 cm.

21. Determina las posibles edades de Pepita y de su hija Charo sabiendo que difieren en más de 20 años y que dentro de 2 años, la cuarta parte de la edad de la madre es menor que la edad de la hija.

3.4. Inecuaciones en valor absoluto

Una inecuación en valor absoluto es aquella en la que parte de la inecuación, o toda ella, viene afectada por el valor absoluto de la misma.

La expresión general es de la forma $|ax + b| \leq c$, empleando cualquiera de los cuatro signos de desigualdad.

Para resolverla, aplicamos la definición de valor absoluto de una cantidad y pasamos en ocasiones a un sistema de dos ecuaciones cuya solución es la solución de la inecuación.

$$|ax + b| \leq c \text{ por definición } \begin{cases} ax + b \leq c \\ -ax - b \leq c \end{cases}$$

Ejemplo:

$$|2x - 4| \leq 12 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 4 \leq 12 \\ -2x + 4 \leq 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ x \geq -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (-\infty, 8] \\ [-4, +\infty) \end{cases} \Rightarrow [-4, 8] \Rightarrow$$



$$|2x - 6| > 10 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 6 > 10 \\ -2x + 6 > 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 8 \\ x < -2 \end{cases}. \text{ Observa que ahora no es un sistema de ecuaciones. No existe ningún } x \text{ que a la}$$

vez sea menor que -2 y mayor que 8 , pero la solución son los valores que o bien pertenecen a un intervalo o bien al otro: $x \in (-\infty, -2) \cup (8, +\infty)$.

Comprueba que, por ejemplo, $x = 10$ verifica que $2x - 6 = 20 - 6 = 14 > 10$, y que $x = -3$, también ya que $2x - 6 = -6 - 6 = -12$ cuyo valor absoluto es mayor que 10 .

Actividades propuestas

22. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $|x + 3| < 2$

b) $|2x + 5| > 1$

c) $|x - 6| \leq 2$

d) $|x - 2| \geq 2$

4. INECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS

4.1. Inecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Es toda inecuación del tipo: $ax + by > c$, con cualesquiera de los signos $<$, $>$, \leq ó \geq .

Para resolverlas:

1º) Representamos gráficamente la función lineal asociada $ax + by = c$.

2º) La recta divide al plano en dos semiplanos. Utilizando un punto obtendremos cual es el semiplano solución.

3º) La inclusión o no en dicha solución de la recta o frontera, depende de si la desigualdad es estricta o no, respectivamente.

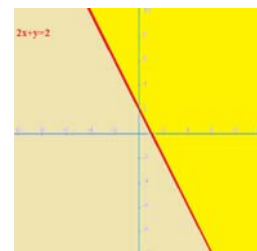
Ejemplo:

$$2x + y \geq 2.$$

Se dibuja la recta $2x + y = 2$.

El punto $(0, 0)$ no verifica la desigualdad, luego el semiplano solución es el otro.

El semiplano marcado en amarillo es la solución del sistema, incluyendo la recta que se marca de forma continua, pues incluye todos los puntos que verifican la inecuación.



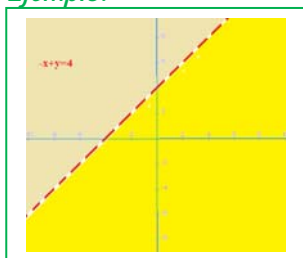
Ejemplo:

$$-x + y < 4.$$

Dibujamos la recta $-x + y = 4$.

El punto $(0, 0)$ verifica la desigualdad.

El semiplano marcado en amarillo es la solución del sistema, excluyendo la recta que se marca de forma discontinua, pues incluye todos los puntos que verifican la inecuación y los de la recta no lo hacen.



Actividades propuestas

23. Representa los siguientes semiplanos :

a) $x + y < 5$

b) $3x + 2y > 0$

c) $2x + y \leq 7$

d) $x - 3y \geq 5$

4.2. Sistemas de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Es un conjunto de inecuaciones de primer grado, todas con las mismas dos incógnitas.

El conjunto solución está formado por las soluciones que verifican a la vez todas las inecuaciones. Al conjunto solución se le llama *región factible*.

Ejemplo:



$$\begin{cases} x + y \leq 2 \\ x - y \geq -4 \end{cases}$$

La superficie marcada en amarillo es la solución del sistema, incluyendo las semirrectas roja y gris, ya que ambas desigualdades son no estrictas. Es lo que se denomina *región factible*.

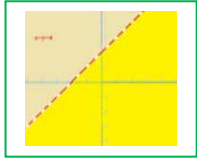
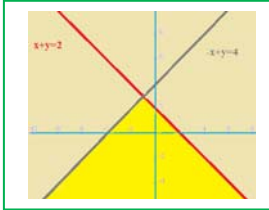
Actividades propuestas

24. Representa la región factible de cada uno de los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} x - y < 1 \\ x + y \leq 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - y \geq 0 \\ y \leq 2 \end{cases}$

RESUMEN

Inecuación	Desigualdad algebraica en la que aparecen una o más incógnitas	$4 \geq x + 2$
Inecuaciones equivalentes	Si tienen la misma solución	$4 \geq x + 2 \Leftrightarrow 2 \geq x$
Propiedades de las desigualdades	<ul style="list-style-type: none"> + Sumar o restar la misma expresión a los dos miembros de la desigualdad: $a < b, \forall c \Rightarrow a + c < b + c$ + Multiplicar o dividir ambos miembros por un número positivo: $a < b, \forall c > 0 \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c$ + Multiplicar o dividir ambos miembros por un número negativo y cambiar la orientación del signo de la desigualdad: $a < b, \forall c < 0 \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c$ 	<ul style="list-style-type: none"> + $3x + 2 < 5 \Leftrightarrow$ $3x + 2 - 2 < 5 - 2 \Leftrightarrow 3x < 3$ + $3x < 3$ $\Leftrightarrow 3x : 3 < 3 : 3 \Leftrightarrow x < 1$ + $-x < 2 \Leftrightarrow$ $(-x) \cdot (-1) > 2 \cdot (-1) \Leftrightarrow x > -2$ + $3 - x < 2 \Leftrightarrow$ $-x < -1 \Leftrightarrow x > 1$
Inecuación de primer grado con una incógnita	$ax > b, ax \geq b, ax < b, ax \leq b$	$x < 1$
Inecuación de segundo grado con una incógnita	$ax^2 + bx + c > 0$	$x^2 - 1 \geq 0$ $\mathfrak{R} = (-\infty, -1] \cup [-1, 1] \cup [1, \infty)$ Solución: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$
Sistema de inecuaciones de primer grado con una incógnita	$\begin{cases} a_1x < b_1 \\ a_2x < b_2 \end{cases}; \begin{cases} x > 4 \\ x - 3 \geq 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x \leq -3 \end{cases}$. No hay solución	
Inecuación en valor absoluto	$ ax + b \leq c$ por definición $\begin{cases} ax + b \leq c \\ -ax - b \leq c \end{cases}$	$ x - 3 \leq 2 \Leftrightarrow$ $x - 3 \leq 2 \vee -(x - 3) \leq 2 \Leftrightarrow$ $x \leq 5 \vee x \geq 1 \Leftrightarrow [1, 5]$
Inecuaciones de primer grado con dos incógnitas	$ax + by > c$ Representamos gráficamente dos semiplanos que separa la recta y decidimos.	$-x + y < 4$ 
Sistemas de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas	Representamos las regiones angulares separadas por las dos rectas y decidimos cuál o cuáles son solución. $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ x - y \geq -4 \end{cases}$	

EJERCICIOS Y PROBLEMAS.

1. Representa en la recta real y escribe en forma de intervalo:

a) $-\infty \leq x \leq \frac{3}{2}$ b) $-11 < x < 11$ c) $-2 < x \leq \frac{1}{3}$

2. Escribe los siguientes intervalos mediante conjuntos y represéntalos en la recta real:

a) $[2, 6)$ b) $(-7, 1)$ c) $(0, 9]$

3. Dada la siguiente inequación $5 + 3x > 2x + 1$, determina si los siguientes valores son solución de la misma:
0, 1, -1, 2, -2, 3, -4, 6, -7, 12, -15

4. Realiza las transformaciones indicadas de modo que se obtengan ecuaciones equivalentes:

i) Sumar 4: $x - 2 > 5$ ii) Restar 6: $x - 4 > 8$ iii) Multiplicar por 6: $5x \geq 10$

iv) Multiplicar por -4: $-2x \geq 8$ v) Dividir entre 2: $6x < 12$ vi) Dividir entre -2: $20x \geq 60$

5. Resuelve las siguientes inequaciones y representa la solución en la recta real:

a) $2x - 3 \leq -5$ b) $x - 2 \leq 3x - 5$ c) $12 - x \leq -6$ d) $-5x - 3 \leq -2x + 9$

e) $2(3x - 3) > 6$ f) $-3(3 - 2x) < -2(3 + x)$ g) $2(x + 3) + 3(x - 1) \leq 2(x + 2)$

6. Resuelve:

a) $\frac{x}{2} - 6 < 4$ b) $\frac{2x}{3} - 3 \leq -x$ c) $2(3x - 2) > 3 - x$ d) $\frac{2(x + 2)}{3} < 2x$ e) $\frac{x - 4}{4} + 2 > \frac{x + 4}{8}$ f) $\frac{x}{2} - 4 < x - \frac{x + 1}{7}$

7. Escribe una inequación cuya solución sea el siguiente intervalo:

a) $(-\infty, -3]$ b) $[4, +\infty)$ c) $(-\infty, 5)$ d) $(-2, +\infty)$

8. Calcula los valores de x para que sea posible calcular las siguientes raíces:

a) $\sqrt{2x - 6}$ b) $\sqrt{-x + 5}$ c) $\sqrt{10 - 5x}$ d) $\sqrt{-6x - 30}$

9. Resuelve las siguientes inequaciones de segundo grado:

a) $3x^2 - 75 < 0$ b) $-x^2 + 16 \leq 0$ c) $-x^2 + 25 \geq 0$ d) $5x^2 - 80 \geq 0$

e) $4x^2 - 1 > 0$ f) $25x^2 - 4 < 0$ g) $9x^2 - 16 < 0$ h) $36x^2 + 16 \leq 0$

10. Resuelve las siguientes inequaciones de segundo grado:

a) $-4x^2 + 5x \leq 0$ b) $3x^2 + 7x \geq 0$ c) $2x^2 < 8x$

d) $-3x^2 - 6x \geq 0$ e) $-x^2 + 3x < 0$ f) $-5x^2 - 10x \geq 0$

11. Resuelve las siguientes inequaciones de segundo grado:

a) $3x^2 \leq 0$ b) $8x^2 > 0$ c) $-5x^2 < 0$ d) $9x^2 \geq 0$

12. Resuelve las siguientes inequaciones de segundo grado:

a) $x^2 - 1 \leq 0$ b) $-x^2 - 4x \leq 0$ c) $x^2 + 1 \geq 0$ d) $-3x^2 > 30$

e) $-x^2 - 4 \leq 0$ f) $-3x^2 - 12x \geq 0$ g) $-5x^2 < 0$ h) $x^2 + 9 \geq 0$

13. Resuelve las siguientes inequaciones de segundo grado:

a) $x^2 - 2x > 0$ b) $3x^2 - 3 \leq 0$ c) $5x^2 - 20 \geq 0$ d) $x^2 + 4x > 0$

e) $2x(x - 3) + 1 \geq x - 2$ f) $(x - 2)(x + 3) - x + 5 \leq 2x - 1$ g) $x^2 + 5x + 2 < 2x + 12$ h) $2 - x(x + 3) + 2x \geq 2(x + 1)$

14. Calcula los valores de x para que sea posible obtener las siguientes raíces:

a) $\sqrt{2x^2 + x - 3}$ b) $\sqrt{x^2 + 2x + 1}$ c) $\sqrt{-1 + 2x - x^2}$ d) $\sqrt{x^2 + 3x + 5}$

e) $\sqrt{-x^2 + 12x - 36}$ f) $\sqrt{x^2 + 6x - 27}$ g) $\sqrt{1 - 4x^2}$

15. Resuelve las siguientes inequaciones:

a) $2(x - 1)^2 > 2$ b) $3(x + 1)^2 \leq -12$ c) $-x^2 < 2$

d) $4(x - 2)^2 > 1$ e) $-5(x + 4)^2 \leq 0$ f) $9(x + 1)^2 \leq 81$

16. Resuelve las siguientes inequaciones:

a) $x(2x - 3) - 3(5 - x) > 83$ b) $(2x + 5)(2x - 5) \leq 11$ c) $(7 + x)^2 + (7 - x)^2 > 130$

d) $(2x - 3)(3x - 4) - (x - 13)(x - 4) \geq 40$ e) $(3x - 4)(4x - 3) - (2x - 7)(3x - 2) < 214$

f) $8(2 - x)^2 > 2(8 - x)^2$ g) $\frac{x^2 - 6}{2} - \frac{x^2 + 4}{4} \geq 5$ h) $\frac{5x - 3}{x} \leq \frac{7 - x}{x + 2}$

17. Resuelve los siguientes sistemas de inequaciones con una incógnita:

a) $\begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ 5x + 1 \leq 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - 4 < 4x + 1 \\ -2x + 3 < 4x - 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - 3 > x - 2 \\ 3x - 7 < x - 1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x}{5} < 8 \\ \frac{x}{2} - \frac{4x}{9} < 5 \end{cases}$ e) $\begin{cases} \frac{x - 1}{3} - \frac{x + 3}{2} \leq x \\ \frac{4x - 2}{4} - \frac{x - 1}{3} \geq x \end{cases}$

18. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $|2x + 1| \leq 5$ b) $|-x + 1| \geq 2$ c) $|-x + 9| \leq 10$ d) $|2x - 1| > 4$
 e) $|-4x + 12| < -6$ f) $\left|\frac{x+1}{2}\right| \leq 10$ g) $|-4x + 8| < 3$

19. Representa gráficamente la parábola $y = x^2 - 5x + 6$ e indica en qué intervalos es $x^2 - 5x + 6 > 0$, dónde $x^2 - 5x + 6 < 0$, dónde $x^2 - 5x + 6 \geq 0$, y dónde $x^2 - 5x + 6 \leq 0$.

20. Representa los siguientes semiplanos:

a) $x < 0$ b) $y \geq 0$ c) $x + y < 0$ d) $x - y \leq 1$
 e) $2x - y < 3$ f) $-x + y \geq -2$ g) $3x - y > 4$

21. Representa la región factible de cada uno de los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} 2x - y \geq 3 \\ 5x + y \leq 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - y \geq -3 \\ 5x + y \leq 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ 2x + y > 2 \end{cases}$

22. ¿Cuáles son los números cuyo triple es mayor o igual que su doble más 30?

23. Averigua cual es el menor número entero múltiplo de 3 que verifica la inecuación: $x + 2 < -3x + 10$.

24. Un coche se desplaza por una carretera a una velocidad comprendida entre 70 Km/h y 110 Km/h. ¿Entre qué valores oscila la distancia del coche al punto de partida al cabo de 4 horas?

25. La tarifa de telefonía de la empresa A es 25 euros fijos mensuales más 10 céntimos de euro por minuto de conversación, la de la empresa B es 20 euros fijos más 20 céntimos por minuto de conversación. ¿A partir de cuantos minutos empieza a ser más rentable la tarifa de la empresa A?

26. Una fábrica paga a sus comerciales 20 € por artículo vendido más una cantidad fija de 600 €. Otra fábrica de la competencia paga 40 € por artículo y 400 € fijos. ¿Cuántos artículos debe vender un comercial de la competencia para ganar más dinero que el primero?

27. A un vendedor de aspiradoras le ofrecen 1000 euros de sueldo fijo más 20 euros por aspiradora vendida. A otro le ofrecen 800 euros de fijo más 25 euros por aspiradora vendida. Explica razonadamente qué sueldo es mejor a partir de qué cantidad de aspiradoras vendidas.

28. El área de un cuadrado es menor o igual que 64 cm². Determina entre qué valores se halla la medida del lado.

29. El perímetro de un cuadrado es menor que 60 metros. Determina entre qué valores se halla la medida del lado.

30. Un panadero fabrica barras y hogazas. La barra de pan lleva 200 gramos de harina y 5 gramos de sal, mientras que la hogaza lleva 500 gramos de harina y 10 gramos de sal. Si dispone de 200 kg de harina y 2 kg de sal, determina cuántos panes de cada tipo pueden hacerse.

AUTOEVALUACIÓN

1. La desigualdad $2 < x < 7$ se verifica para los valores:

a) 2, 3 y 6 b) 3, 4'7 y 6 c) 3, 5'2 y 7 d) 4, 5 y 8

2. Tiene como solución $x = 2$ la inecuación siguiente: a) $x < 2$ b) $x > 2$ c) $x \leq 2$ d) $x + 3 < 5$

3. La solución de la inecuación $3,4 + 5,2x - 8,1x < 9,4 + 7,3x$ es:

a) $x < -10/17$ b) $x > -3/5,1$ c) $x > -10/1,7$ d) $x < +6/10,2$

4. La ecuación $x^2 \leq 4$ tiene de soluciones:

a) $x \in (-2, 2)$ b) $x \in [-2, 2]$ c) $x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ d) $x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

5. La suma de las edades de dos personas es mayor de 40 años y su diferencia menor o igual que 8 años. ¿Cuál de los siguientes sistemas de inecuaciones nos permite calcular sus edades?

a) $\begin{cases} x + y > 40 \\ y - x \leq 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y \geq 40 \\ y - x < 8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y > 40 \\ x - y < 8 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y < 40 \\ x - y \leq 8 \end{cases}$

6. El perímetro de un rectángulo es menor que 14 cm. Si la base es mayor que el doble de la altura menos 3 cm, algún valor que verifica es sistema es:

a) base = 4 cm, altura = 1 cm b) base = 2 cm, altura = 3 cm c) base = 6, altura = 4cm d) base = 9 cm, altura = 2 cm

7. La solución de la inecuación $|-x + 7| \leq 8$ es: a) $[-1, 15]$ b) $(-\infty, -1]$ c) $(-1, 1)$ d) $[1, \infty)$

8. Las soluciones posibles de $\sqrt{5x - 9}$ son: a) $x < 9/5$ b) $x > 9/5$ c) $x \leq 9/5$ d) $x \geq 9/5$

9. La solución de la inecuación $\frac{2x-3}{x-2} < 1$ es: a) (1, 2) b) $(-\infty, 1)$ c) $x < 1 \cup x > 2$ d) $(-1, 2)$

10. Una inecuación cuya solución sea el intervalo $(-\infty, 5)$ es:

a) $5x - 3x + 2 < 9x + 2$ b) $8x - 3x + 7 < 9x + 2$ c) $5x - 3x + 2 < 7x + 27$ d) $5x - 3x - 2 > 7x - 27$