

**Propiedad Intelectual**

El presente documento se encuentra depositado en el registro de Propiedad Intelectual de Digital Media Rights con ID de obra AAA-0181-02-AAA-012676

Fecha y hora de registro: 2013-10-08 16:13:16.0

Licencia de distribución: CC by-nc-sa



Queda prohibido el uso del presente documento y sus contenidos para fines que excedan los límites establecidos por la licencia de distribución.

Más información en <http://www.drights.com>



LibrosMareaVerde.tk

[www.apuntesmareaverde.org.es](http://www.apuntesmareaverde.org.es)



**Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo**

**Revisores: Javier Rodrigo y Raquel Hernández**

**Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF**

## Índice

### 1. PERÍMETROS Y ÁREAS DE POLÍGONOS

- 1.1. CONCEPTO DE PERÍMETRO Y DE ÁREA DE UNA FIGURA PLANA
- 1.2. ÁREA DEL CUADRADO Y DEL RECTÁNGULO
- 1.3. ÁREA DEL PARALELOGRAMO Y DEL TRIÁNGULO
- 1.4. ÁREA DEL TRAPECIO, ROMBO Y ROMBOIDE
- 1.5. ÁREA DE POLÍGONOS REGULARES
- 1.6. ÁREA DE POLÍGONOS IRREGULARES
- 1.7. PERÍMETROS DE POLÍGONOS

### 2. PERÍMETROS Y ÁREAS DE FIGURAS CIRCULARES

- 2.1. LONGITUD DE UNA CIRCUNFERENCIA
- 2.2. LONGITUD DE UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA
- 2.3. ÁREA DEL CÍRCULO
- 2.4. ÁREA DE LA CORONA CIRCULAR
- 2.5. ÁREA DEL SECTOR CIRCULAR
- 2.6. OTRAS ÁREAS



### Resumen

En este tema aprenderemos a hallar el perímetro y el área de las principales figuras: triángulos, cuadrados, rectángulos, trapecio, circunferencia, círculo, ...



## 1. PERÍMETROS Y ÁREAS DE POLÍGONOS

### 1.1. Concepto de perímetro y de área de una figura plana

El **perímetro** de una figura plana es la suma de las longitudes de sus lados.

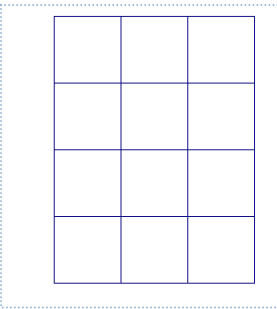
El **área** de una figura plana es lo que mide la región limitada por los lados de la figura.

Las unidades para el perímetro son centímetros (*cm*), decímetros (*dm*), metros (*m*)...

Las unidades para el área son  $cm^2$ ,  $dm^2$ ,  $m^2$ , ...

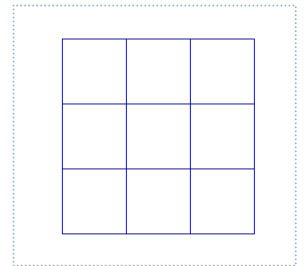
#### Ejemplo:

Si tenemos un cuadrado de lado 3 *cm*, su perímetro es  $3 + 3 + 3 + 3 = 12$  *cm* y su área es  $9$   $cm^2$  porque podemos meter en él 9 cuadraditos de lado 1 *cm*:



#### Ejemplo:

Si tenemos un rectángulo de base 3 *cm* y altura 4 *cm*, su perímetro es  $3 + 4 + 3 + 4 = 14$  *cm* y su área es  $12$   $cm^2$  porque podemos meter en él 12 cuadraditos de lado 1 *cm*:



### Actividades resueltas

✚ Halla los siguientes perímetros y áreas:

El perímetro de un cuadrado de lado 4 *dm*:  $4 + 4 + 4 + 4 = 16$  *dm*

El área de un cuadrado de lado 4 *km*:  $4 \cdot 4 = 16$   $km^2$

El perímetro de un rectángulo de base 4 *m* y altura 5 *dm* en *m*:  $4 + 0,5 + 4 + 0,5 = 9$  *m*

El área de un rectángulo de base 4 *m* y altura 5 *dm* en  $m^2$ :  $4 \cdot 0,5 = 2$   $m^2$

### Actividades propuestas

1. Indica la respuesta correcta: El perímetro y el área de un cuadrado de lado 5 *cm* son:

a) 10 *cm* y 25  $cm^2$       b) 20 *cm* y 25  $cm^2$

c) 20 *cm* y 5  $cm^2$       d) 20 *cm* y 20  $cm^2$

2. Indica la respuesta correcta: El perímetro y el área de un rectángulo de base 7 *dm* y altura 3 *cm* son:

a) 146 *cm* y 210  $cm^2$       b) 20 *cm* y 49  $cm^2$

c) 20 *cm* y 21  $cm^2$       d) 21 *cm* y 21  $cm^2$

## 1.2. Área del cuadrado y del rectángulo

El **área de un cuadrado** es el cuadrado de uno de sus lados:

$$\text{Área}_{\text{cuadrado}} = \text{lado}^2$$

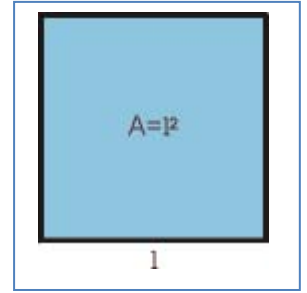
El **área de un rectángulo** es el producto de su base por su altura:

$$\text{Área}_{\text{rectángulo}} = \text{base} \cdot \text{altura}$$

**Ejemplo:**

- Si tenemos un cuadrado de 13 *dm* de lado, el área de dicho cuadrado es 169 *dm*<sup>2</sup> ya que:

$$\text{Área}_{\text{cuadrado}} = \text{lado}^2 = 13^2 = 169 \text{ dm}^2.$$



### Actividades resueltas

- Calcula el área de la baldosa de la figura de 7 *cm* de lado

**Solución:** La baldosa de la figura es cuadrada. Por lo tanto:

$$\text{Área}_{\text{cuadrado}} = \text{lado}^2 = 7^2 = 49 \text{ cm}^2.$$

- Calcula el área de un rectángulo de 9 *cm* de base y 4 *cm* de altura

**Solución:** Por tratarse de un rectángulo:

$$\text{Área}_{\text{rectángulo}} = \text{base} \cdot \text{altura} = 9 \cdot 4 = 36 \text{ cm}^2.$$



Baldosa cuadrada

### Actividades propuestas

- Las baldosas de la figura miden 12 *cm* de largo y 6 *cm* de ancho. ¿Qué área ocupa cada una de las baldosas?
- Mide la base y la altura de tu mesa. ¿De qué figura se trata? ¿Cuánto mide su área?



- Estas molduras miden 175 *cm* de ancho y 284 *cm* de alto. ¿Cuál es el área encerrada?



Baldosas rectangulares

### 1.3. Área de paralelogramo y del triángulo

#### Recuerda que:

Un **paralelogramo** es un cuadrilátero (cuatro lados) cuyos lados opuestos son paralelos.

Los cuadrados, los rectángulos y los rombos son paralelogramos.

Los que no son de ninguno de esos tipos se llaman **romboides**.

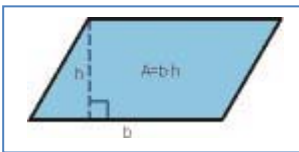


Los paralelogramos tienen las siguientes propiedades:

- Los lados opuestos son iguales
- Sus diagonales se cortan en sus puntos medios
- Tienen un centro de simetría
- Los romboides no tienen eje de simetría

El área de un **paralelogramo** es el producto de su base por su altura, igual que el área de un rectángulo:

$$\text{Área}_{\text{paralelogramo}} = \text{base} \cdot \text{altura}$$

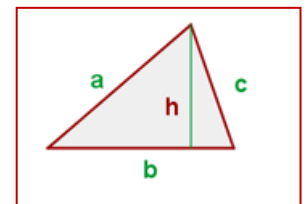


Mira el paralelogramo de la figura. Puedes convertirlo en un rectángulo cortando un triángulo y colocándolo al otro lado.

Si cortas a un paralelogramo por una de sus diagonales obtienes dos triángulos iguales, con la misma base y la misma altura que el paralelogramo. Por tanto su área es la mitad que la del paralelogramo.

El **área de un triángulo** es la mitad del área de un paralelogramo:

$$\text{Área}_{\text{triángulo}} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$$



#### Ejemplo:

✚ El área de un triángulo de base  $b = 5 \text{ cm}$  y altura  $h = 8 \text{ cm}$  es  $20 \text{ cm}^2$  ya que:

$$\text{Área}_{\text{triángulo}} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{5 \cdot 8}{2} = 20 \text{ cm}^2.$$

### Actividades resueltas

- ✚ La vela de un barco tiene forma triangular. La base de la vela mide 3 metros y su altura son 6 metros, ¿qué superficie ocupa dicha vela?

*Solución:* Como la vela tiene forma triangular:

$$\text{Área}_{\text{triángulo}} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9 \text{ m}^2.$$



- ✚ Halla los siguientes perímetros y áreas:

- a) Un cuadrado de 4 metros de lado:

*Perímetro:* La suma de sus cuatro lados:  $4 + 4 + 4 + 4 = 16 \text{ m}$ .

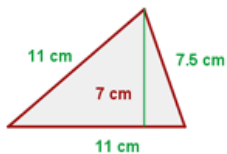
*Área:* lado  $\cdot$  lado =  $4 \cdot 4 = 16 \text{ m}^2$ .

- b) Un rectángulo de 5 metros de ancho y 3 m de largo

*Perímetro:* Suma de sus lados:  $5 + 5 + 3 + 3 = 16 \text{ m}$ .

*Área:* Largo por ancho =  $5 \cdot 3 = 15 \text{ m}^2$ .

- c)



*Área:*  $A = \frac{11 \cdot 7}{2} = 38.5 \text{ cm}^2$

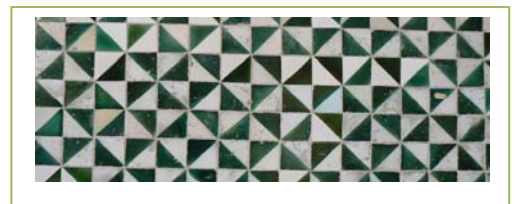
#### Recuerda que:

Un **triángulo** es **rectángulo**, si tiene un ángulo recto.

*Perímetro:*  $P = 11 + 11 + 7.5 = 29.5 \text{ cm}$

### Actividades propuestas

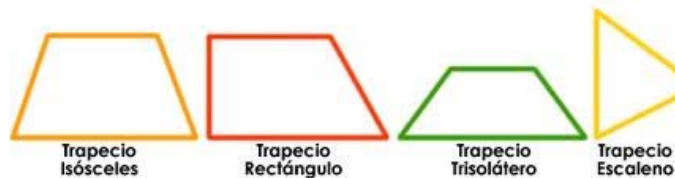
6. Cada uno de los triángulos de la figura tienen una base de 10 mm y una altura de 6 mm. ¿Cuánto vale el área de cada triángulo? Si en total hay 180 triángulos, ¿qué área ocupan en total?



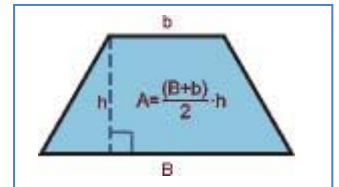
## 1.4. Área del trapecio, rombo y romboide

### Recuerda que:

- Un **trapecio** es un cuadrilátero con dos lados paralelos y dos lados no
- Un trapecio con dos ángulos rectos se llama **rectángulo**
- Un trapecio con los dos lados no paralelos iguales se llama **isósceles**
- Un trapecio con los tres lados desiguales se llama **escaleno**



Imagina un trapecio. Gíralo 180°. Une el primer trapecio con el trapecio que acabas de girar por un lado. ¿Qué obtienes? ¿Es un paralelogramo? Tiene de base, la suma de las bases menor y mayor del trapecio, y de altura, la misma que el trapecio, luego su área es la suma de las bases por la altura. Por tanto el área del trapecio, que es la mitad es la semisuma de las bases por la altura.

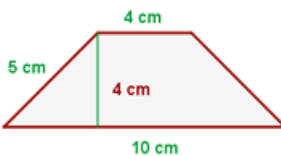


El **área de un trapecio** es igual a la mitad de la suma de sus bases multiplicada por su altura:

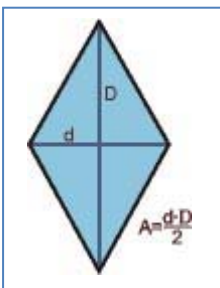
$$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

### Ejemplo:

- ✚ Tenemos el siguiente trapecio cuyas medidas son:  $B = 10 \text{ cm}$ ,  $b = 4 \text{ cm}$ ,  $h = 4 \text{ cm}$ , su área es:



$$A = \frac{(10+4) \cdot 4}{2} = 28 \text{ cm}^2$$



Piensa en un rombo. Está formado por dos triángulos iguales

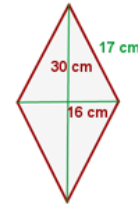
El **área de un rombo** es el producto de sus diagonales divididas entre 2:

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

**Ejemplo:**

- ✚ Si tenemos un rombo cuyas diagonales miden  $D = 30 \text{ cm}$  y  $d = 16 \text{ cm}$  respectivamente y un lado mide  $17 \text{ cm}$ , el área será

$$A = \frac{30 \cdot 16}{2} = 240 \text{ cm}^2$$



Y el perímetro  $P = 17 \cdot 4 = 68 \text{ cm}$  al ser todos los lados iguales.

Otra manera de hallar el área de un rombo sería considerar que el rombo con sus dos diagonales forma cuatro triángulos rectángulos iguales de lados:  $15 \text{ cm}$ , (la mitad de la diagonal  $D$ ),  $8 \text{ cm}$  (la mitad de la diagonal  $d$ ), pues ambas diagonales se cruzan en el centro del rombo, y de hipotenusa  $17 \text{ cm}$ , el lado del rombo.

El área es: Área de un triángulo multiplicado por 4 triángulos.

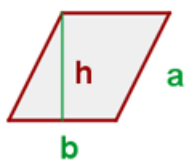
Comprobamos que el valor coincide con el anterior:

$$(8 \cdot 15 : 2) \cdot 4 = 60 \cdot 4 = 240 \text{ cm}^2.$$

Ya sabes que el romboide es un caso particular de paralelogramo.

El **área de un romboide** es el producto de su base y su altura:

$$\text{Área}_{\text{romboide}} = \text{base} \cdot \text{altura} = b \cdot h$$

**Ejemplo:**

- ✚ Si tenemos un romboide de  $5 \text{ cm}$  de base y  $4 \text{ cm}$  de altura su área es  $5 \cdot 4 = 20 \text{ cm}^2$ .

Si el lado vale  $4$ , el perímetro es  $5 + 5 + 4 + 4 = 18 \text{ cm}$ .

**Actividades resueltas**

- ✚ Calcula el área de las siguientes figuras planas:
- Un trapecio de bases  $10$  y  $4 \text{ cm}$  y de altura  $3 \text{ cm}$
  - Un rombo de diagonales  $16$  y  $12 \text{ cm}$

**Solución:**

$$\text{Área}_{\text{trapecio}} = \frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(10+4) \cdot 3}{2} = 21 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Área}_{\text{rombo}} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{16 \cdot 12}{2} = 96 \text{ cm}^2.$$



### Actividades propuestas

- En una cometa con forma de rombo, sus diagonales miden 84 y 35 cm. ¿Cuánto mide el área de la cometa?
- Un trapeceista está realizando acrobacias sobre un trapecio de bases 1,2 y 0,8 m y altura 0,5 m. ¿Cuánto mide el área del trapecio que usa el trapeceista?
- Calcula el área de un romboide de 15 cm de base y 12 cm de altura. Si doblamos las medidas de la base y la altura, ¿cuál es el área del nuevo romboide?

### 1.5. Área de polígonos regulares

Un polígono regular podemos dividirlo en tantos triángulos iguales como lados tiene el polígono. Cada triángulo tiene de área:  $(\text{base} \cdot \text{altura})/2$ . La base del triángulo es el lado del polígono, y su altura, el apotema del polígono.

#### Ejemplo

- El hexágono regular de lado 4 cm y apotema 3,5 cm lo descomponemos en 6 triángulos de base 4 cm y altura 3,5 cm, por lo que su área es:

$$\text{Área}_{\text{triángulo}} = \frac{4 \cdot 3,5}{2} = 7 \text{ cm}^2.$$

El área del hexágono es por tanto:

$$\text{Área}_{\text{hexágono}} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 3,5}{2} = \left(\frac{6 \cdot 4}{2}\right) \cdot 3,5 = 42 \text{ cm}^2.$$

Al ser  $\left(\frac{6 \cdot 4}{2}\right)$  el semiperímetro del hexágono, es decir, la mitad de su perímetro, se puede decir que:

El **área de un polígono regular** es igual al semiperímetro por la apotema.

$$\text{Área} = \text{semiperímetro} \cdot \text{apotema}$$

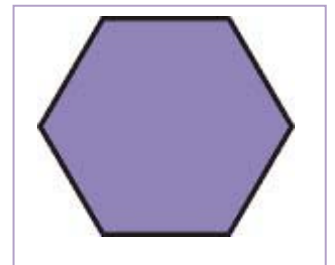
### Actividades resueltas

- Calcula las áreas de un triángulo y un hexágono regular de lado 6 cm.

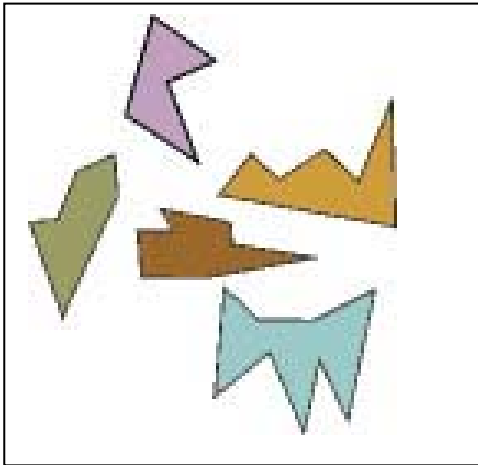
**Solución:** El semiperímetro del triángulo es 9 cm y el del hexágono es 18 cm. Las apotemas las puedes calcular utilizando el teorema de Pitágoras y valen, para el triángulo y para el hexágono aproximadamente 5,2 cm, luego las áreas valen:

$$A_{\text{triángulo}} = 9 \cdot 5,2 = 46,8 \text{ cm}^2.$$

$$A_{\text{hexágono}} = 18 \cdot 5,2 = 93,6 \text{ cm}^2.$$

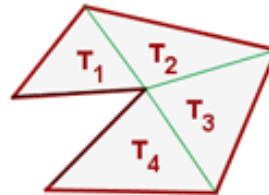


## 1.6. Área de polígonos irregulares



Los polígonos irregulares son aquellos que no tienen una forma conocida determinada.

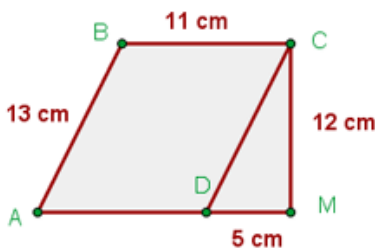
Para calcular el área de un polígono irregular, dividimos la figura en triángulos y cuadriláteros conocidos para poder aplicar las fórmulas aprendidas anteriormente.



$$A = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$$

### Ejemplo:

✚ Hallar el perímetro y el área de la figura:



$AD = BC; AB = DC \longrightarrow$  Romboide

$$P = 13 + 11 + 12 + 5 + 11 = 52 \text{ cm}$$

$$A = A_R + A_T$$

$A_R =$  área del romboide       $A_T =$  área del triángulo

$$A = 11 \cdot 12 + (12 \cdot 5) : 2 = 162 \text{ cm}^2$$

### Ejemplo:

✚ El área de esta figura irregular es  $84 \text{ cm}^2$ . ¿Qué hemos hecho para calcularla?

Dividimos la figura en dos triángulos y un rectángulo y calculamos el área de cada una de las figuras. Previamente utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura de los triángulos y obtenemos que mide  $6 \text{ cm}$ .

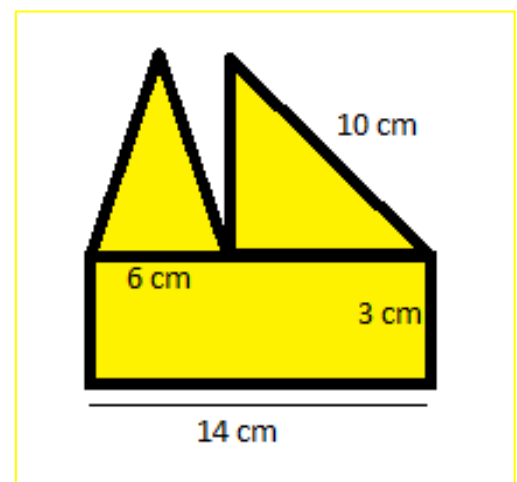
$$\text{Área}_{\text{triángulo 1}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Área}_{\text{triángulo 2}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Área}_{\text{rectángulo}} = b \cdot h = 14 \cdot 3 = 42 \text{ cm}^2.$$

Para calcular el área total, sumamos las tres áreas obtenidas:

$$A_{\text{total}} = 18 + 24 + 42 = 84 \text{ cm}^2.$$



## Actividades resueltas

✚ Para calcular el área de la figura de la derecha, la dividimos primero en cuadriláteros conocidos.

Tenemos un rombo, un trapecio y un triángulo:

Calculamos el área del rombo, el trapecio y el triángulo:

$$\text{Área}_{\text{rombo}} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{14 \cdot 10}{2} = 70 \text{ dm}^2.$$

El trapecio tiene de base mayor 16 dm, de base menor  $16 - 5 = 11$  dm, y de altura 7 dm, luego:

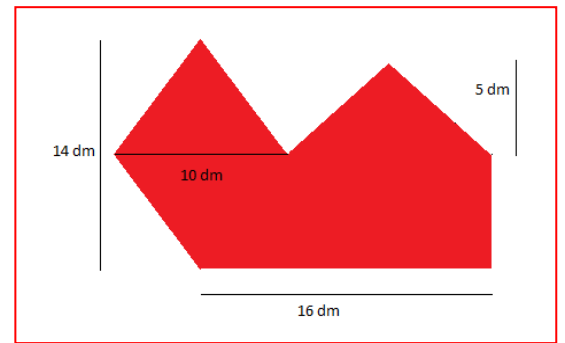
$$\text{Área}_{\text{trapecio}} = \frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(16+11) \cdot 7}{2} = \frac{189}{2} \text{ dm}^2.$$

La base del triángulo mide 11 dm y su altura 5 dm, luego su área mide:

$$\text{Área}_{\text{triángulo}} = \frac{B \cdot h}{2} = \frac{11 \cdot 5}{2} = \frac{55}{2} \text{ dm}^2.$$

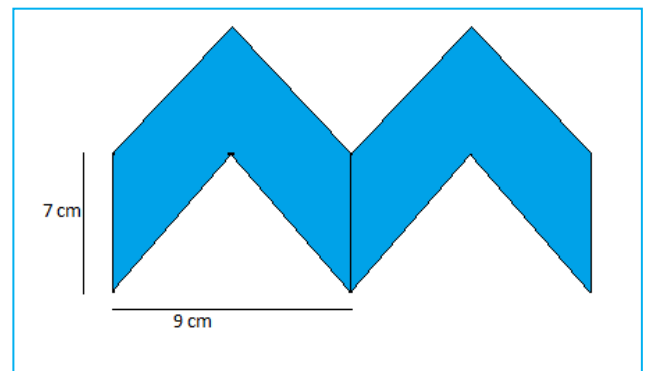
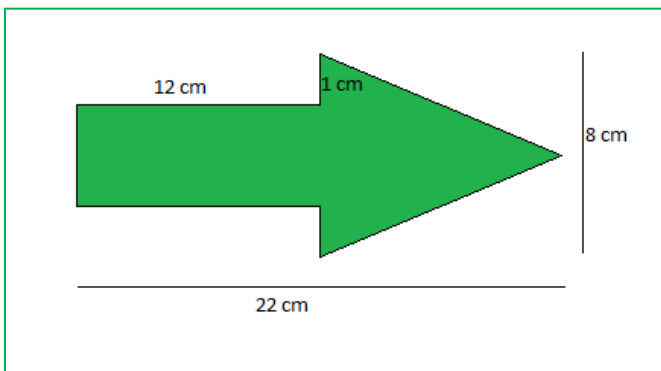
Sumando todas las áreas obtenidas:

$$\text{Área}_{\text{TOTAL}} = 70 + \frac{189}{2} + \frac{55}{2} = 192 \text{ dm}^2.$$



## Actividades propuestas

10. Estima el área de los siguientes polígonos irregulares:

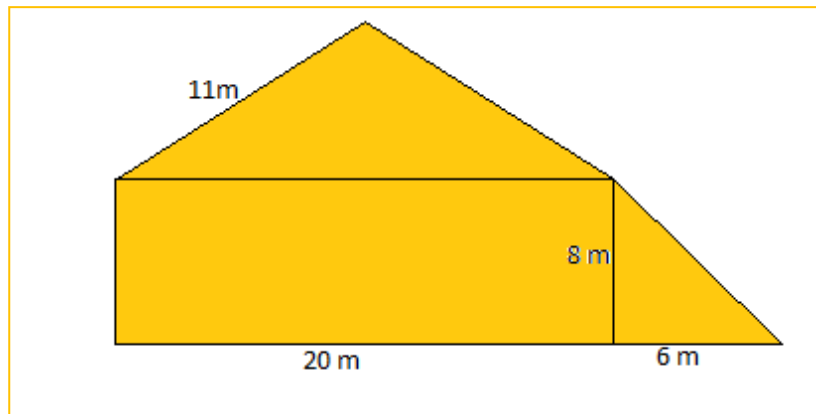


## 1.7. Perímetros de polígonos

El **perímetro** de un polígono es la suma de las longitudes de todos sus lados

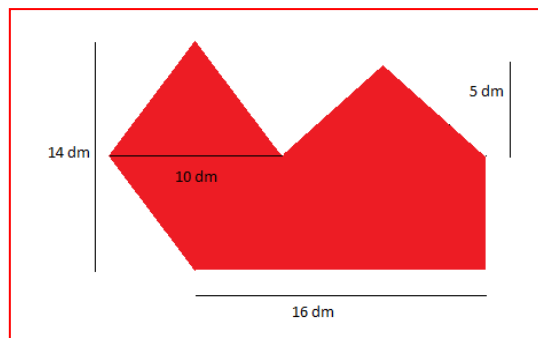
### Actividades propuestas

11. Estima el perímetro del polígono de la figura:



12. Estima el perímetro de los polígonos de la actividad 11.

13. Estima el perímetro del polígono de la figura:



## 2. PERÍMETROS Y ÁREAS DE FIGURAS CIRCULARES

### 2.1. Longitud de una circunferencia

El número  $\pi$  ( $\pi$ ) se define como el cociente entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.

$$\pi = \text{Longitud de la circunferencia} / \text{Diámetro}$$

Es un número irracional, con infinitas cifras decimales no periódicas. Una aproximación de  $\pi$  es 3,14, otra 3,1416, y otra 3,141592.

Desde la antigüedad más lejana hasta hoy en día los matemáticos siguen investigando sobre él.

Si una circunferencia tiene un radio  $r$ , entonces su diámetro mide  $2r$ , y su longitud, por la definición de  $\pi$ , mide  $2 \cdot \pi \cdot r$ .

$$\text{Longitud de la circunferencia} = 2 \cdot \pi \cdot r.$$

#### Actividades resueltas

- ✚ La circunferencia de radio 3 *cm* tiene una longitud  $L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 3 = 6 \cdot \pi \approx 18,84$ .

#### Actividades propuestas

- Las circunferencias de tamaño real de la ilustración del margen tienen como radio, la menor 2 *cm*, la un poco más oscura siguiente 2,5 *cm*, la clara siguiente 3,5 *cm*, y así, aumenta unas veces medio centímetro y otras, un centímetro. Calcula las longitudes de las 10 primeras circunferencias.
- Busca 3 objetos redondos, por ejemplo un vaso, una taza, un plato, una botella... y utiliza una cinta métrica para medir su longitud. Mide también su diámetro. Calcula su cociente. Anota las aproximaciones de  $\pi$  que hayas obtenido.
- La Tierra es aproximadamente una esfera de radio 6.379 *km*. ¿Cuánto mide el Ecuador?



### 2.2. Longitud de un arco de circunferencia

Para calcular la longitud de un arco de circunferencia que abarca un ángulo de  $\alpha$  grados, debemos tener en cuenta que la circunferencia completa abarca un ángulo de 360°. Por tanto:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha / 360.$$

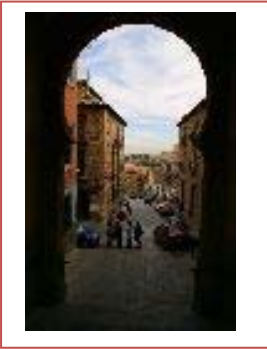
#### Actividades resueltas

- ✚ Las ruedas de un carro miden 60 *cm* de diámetro, y tienen 16 radios. La longitud del arco entre cada radio es  $L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha / 360 = 60 \cdot \pi / 16 \approx 11,78$  *cm*.



### Actividades propuestas

17. Antiguamente se definía un metro como: "la diez millonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre que pasa por París". Según esta definición, ¿cuánto mide (en metros) el diámetro terrestre?



18. Hemos medido la distancia entre los pilares del arco de la figura que es de  $8'4 \text{ m}$ . ¿Cuál es la longitud del arco?

19. Un faro gira describiendo un arco de  $170^\circ$ . A una distancia de  $5 \text{ km}$ , ¿cuál es la longitud del arco de circunferencia en el que se ve la luz?

20. El radio de la circunferencia exterior del rosetón de la figura es de  $3 \text{ m}$ , y la de la siguiente figura es de  $2,5 \text{ m}$ .

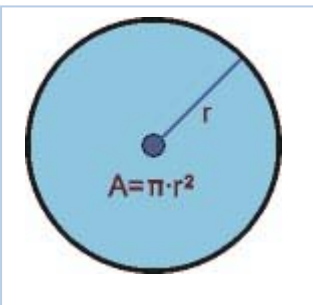
- Calcula la longitud del arco que hay en la greca exterior entre dos figuras consecutivas.
- Calcula la longitud de arco que hay en la siguiente greca entre dos figuras consecutivas



### 2.3. Área del círculo

El **área del círculo** es igual al producto del número  $\pi$  por el cuadrado del radio.

$$A = \pi \cdot r^2.$$



Se puede imaginar el área del círculo como a la que se acercan polígonos regulares inscritos en una misma circunferencia de radio  $r$ , con cada vez más lados. Entonces:

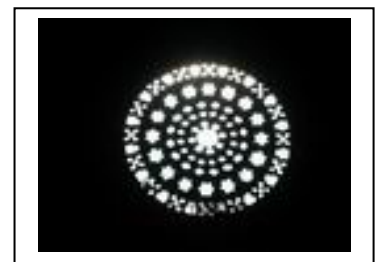
- La apotema del polígono se aproxima al radio.
- El perímetro del polígono se aproxima a la longitud de la circunferencia.

Por lo tanto, el área de ese polígono, que es igual al semiperímetro por la apotema, es igual a:

$$(2 \cdot \pi \cdot r / 2) \cdot r = \pi \cdot r^2.$$

### Actividades resueltas

- ✚ El área de un círculo de radio  $7 \text{ cm}$  es  $A = 49 \pi \approx 153,86 \text{ cm}^2$ . Y el de un círculo de  $1 \text{ cm}$  de radio es  $A = \pi \approx 3,14 \text{ cm}^2$ .
- ✚ El área de un círculo de diámetro  $4 \text{ m}$  es  $A = 2^2 \pi = 4 \pi \approx 12,56 \text{ m}^2$ . Y el de un círculo de  $2 \text{ m}$  de diámetro es  $A = 1^2 \pi = \pi \approx 3,14 \text{ m}^2$ .



### Actividades propuestas

21. Calcula el área encerrada por la circunferencia exterior del rosetón de  $3 \text{ m}$  de radio.

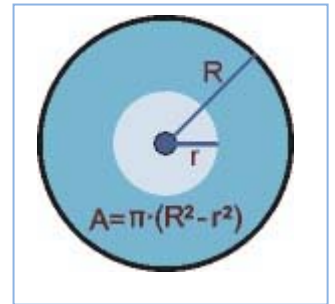
22. Calcula el área encerrada por la circunferencia que rodea a la figura interior sabiendo que su radio es de  $1,3 \text{ m}$ .

23. Dibuja un esquema en tu cuaderno de dicho rosetón y calcula áreas y longitudes.

## 2.4. Área de la corona circular

El **área de una corona circular** es igual al área del círculo mayor menos el área del círculo menor.

$$A = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$



### Actividades resueltas

- El área de la corona circular formada por las circunferencias concéntricas de radios  $97,5 \text{ cm}$  y  $53,2 \text{ cm}$  es igual a:  $A = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi \cdot (97,5^2 - 53,2^2) = \pi \cdot (9506,25 - 2830,24) = \pi \cdot 6676,01 \approx 20962,6714 \text{ cm}^2$ .

### Actividades propuestas

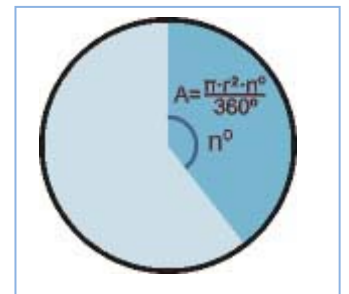
24. Calcula el área de la corona circular de radios  $7 \text{ y } 3 \text{ cm}$ .

## 2.5. Área del sector circular

El **área de un sector circular** que abarca un ángulo de  $n$  grados es igual a:

$$A = \pi \cdot r^2 \cdot n / 360.$$

Para hallar el **área del segmento circular** restamos al área del sector circular el área del triángulo construido sobre los radios.



### Actividades resueltas

- Para hallar el área del *sector* circular de radio  $7 \text{ m}$  que abarca un ángulo de  $90^\circ$ , calculamos el área del círculo completo:  $\pi \cdot 7^2 = 49 \pi$ , y hallamos la proporción:

$$A_S = 49\pi \cdot 90/360 = 12,25 \pi \approx 38,465 \text{ m}^2.$$

Para hallar el área del *segmento* circular, restamos al área anterior el área del triángulo rectángulo de base  $7 \text{ m}$  y altura  $7 \text{ m}$ ,  $A_T = 7 \cdot 7 / 2 = 24,5 \text{ m}^2$ . Luego el área del segmento es:

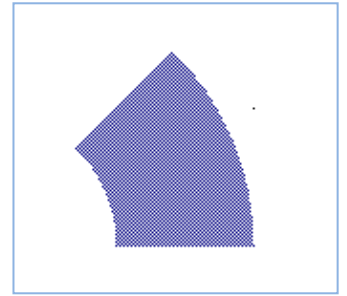
$$A = A_S - A_T = 38,465 - 24,5 = 13,965 \text{ m}^2.$$

## 2.6. Otras áreas

Para hallar el **área de un sector de corona circular** restamos al área del sector circular de mayor radio el área del sector circular de menor radio.

El **área de un sector de corona circular** formada por las circunferencias concéntricas de radios  $r$  y  $R$  que abarca un ángulo de  $n$  grados es igual a:

$$A = \pi \cdot R^2 \cdot (n/360) - \pi \cdot r^2 \cdot (n/360) = \pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot n/360.$$



### Actividades resueltas

- ✚ Para hallar el área del *sector* de corona circular de radios 7 m y 8 m que abarca un ángulo de  $90^\circ$ , calculamos el área de la corona circular completa:  $\pi \cdot (8^2 - 7^2) = 15 \pi$ , y hallamos la proporción:

$$A_C = 15 \pi \cdot 90/360 = 3,75 \pi \approx 11,78 \text{ m}^2.$$

También se puede hallar con la fórmula anterior:

$$A_C = \pi \cdot (8^2 - 7^2) \cdot 90/360 \approx 11,78 \text{ m}^2.$$

### Actividades propuestas

25. Calcula el área del sector de corona circular de radios 10 cm y 12 cm y que forma un ángulo de  $60^\circ$ .



CURIOSIDADES. REVISTA**Medida del radio de la Tierra.**

Eratóstenes de Cirene estimó, de forma muy precisa para su época, el radio de la Tierra. Para ello debió medir con cuidado longitudes (entre la ciudad de Syena cerca de Assuan y Alejandría), ángulos (del Sol en el solsticio de verano). Como ese ángulo era  $1/50$  de la circunferencia determinó que el radio de la Tierra era 50 veces la distancia calculada.

**El número  $\pi$  (PI)**

Es un número sorprendente con infinitas cifras decimales no periódicas.

Su rastro más antiguo se encuentra en el Papiro de Ahmes donde se le da un valor de  $3,16$ .

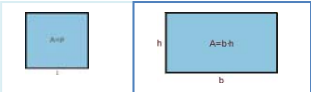
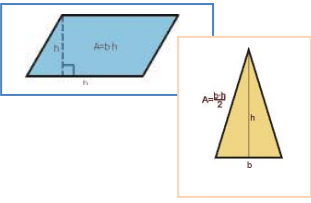
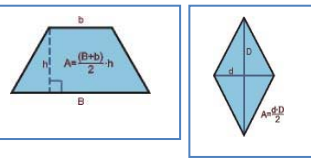
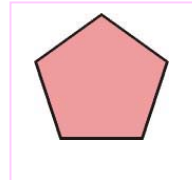

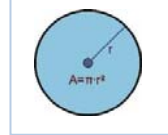
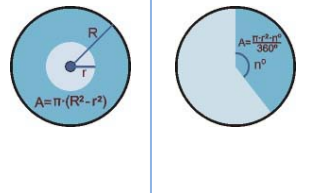
Arquímedes lo valoró como  $22/7$  que es  $3,1429$ .

Actualmente, con ayuda del ordenador, se calculan más y más de sus cifras decimales. En 2009 se hallaron más de dos billones y medio de decimales

**Algunas cifras de  $\pi$ :**

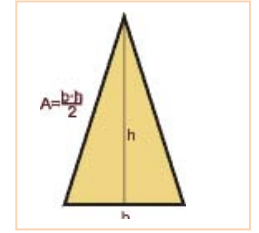
3,14159265358979323846264338327950288498628034825342117067982148086513282306  
 841027019385211055596446229489549303817120190914564856692346034861045432664  
 881520920962829254091715364367892590360572703657595919530921861173819326117  
 932793818301194912983367336244065664308617176293176752384674818467669405132  
 000787214684409012249534301465495853710501815981362977477130996051870721134  
 999955346908302642522308253344685035261931776691473035982534904287554687311  
 595621300192787661119590921642019893809525735301852968995773622599413891249  
 721775617278558890750983817546374649393192550766010471018194295559619894676  
 783744969491293313677028989152104752162056966732639141992726042699227967823  
 547816364983850549458858692699569092721079750981834797753566369807426542527  
 862551818921732172147723501414419735685481613613454776241686251898356948556  
 209921922227232791786085784383827967976681454100841284886269456042419652850  
 222106611867191728746776465757396241389086583264552595709825822620522489407  
 726719478268524517493996514314298091906592509372216175392846813826868386894  
 277415599185548653836736222626099124608051243884390894416948685558484063534  
 220722258284883852254995466672782398645659611635488679451096596094025228879  
 710893145669136178249385890097149096759852613655497817755513237964145152374  
 623436454285844435969536231442952484937187110145765403784896833214457138687  
 519435064302184536141966342875444064374512371819217999831961567945208095146  
 550225231603881930467221825625996615014215030680384477343243408819071048633  
 173464965145390579659102897064140110971206280439039759515731251471205329281  
 918261861258673215797229109816909152801735067127485832228706751033467110314  
 1267111369908658516390998985998238734552833163550...

## RESUMEN

			Ejemplos
<b>Área del cuadrado</b>	$A = \text{lado}^2 = l^2$		Si $l = 4 \text{ cm} \Rightarrow A = 16 \text{ cm}^2$
<b>Área del rectángulo</b>	$A = \text{base por altura} = a \cdot b$		Si $a = 3 \text{ cm}, b = 5 \text{ cm} \Rightarrow A = 15 \text{ cm}^2$ .
<b>Área del paralelogramo</b>	$A = \text{base por altura} = a \cdot b$		$a = 7 \text{ m}, b = 9 \text{ m} \Rightarrow A = 63 \text{ m}^2$
<b>Área del triángulo</b>	$A = (\text{base por altura})/2 = a \cdot b/2$		$a = 5 \text{ m}, b = 6 \text{ m} \Rightarrow A = 15 \text{ m}^2$
<b>Área del trapecio</b>	Área igual a la semisuma de las bases por la altura		$B = 7; b = 3; h = 5 \Rightarrow A = 25$
<b>Área del rombo</b>	Área igual al producto de las diagonales partido por 2		$D = 4, d = 9 \Rightarrow A = 36/2 = 18$
<b>Perímetro de un polígono</b>	Perímetro es igual a la suma de los lados		Lado = $6 \text{ cm}$ , apotema = $5 \text{ cm}$ , número de lados = $5 \Rightarrow$ Perímetro = $6 \cdot 5 = 30 \text{ cm}$ ; Área = $15 \cdot 5 = 75 \text{ cm}^2$ .
<b>Área de un polígono regular</b>	Área es igual al semiperímetro por la apotema		
<b>Longitud de la circunferencia</b>	Si el radio es $r$ , la longitud es igual a $2 \cdot \pi \cdot r$ .		Radio = $3 \text{ cm} \Rightarrow$ Longitud = $6\pi \approx 18,84 \text{ cm}$ . Área = $9\pi \approx 28,26 \text{ cm}^2$ .
<b>Longitud de un arco de circunferencia</b>	Si abarca un arco $\alpha^\circ$ , longitud es igual a $2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha/360$		Si $\alpha = 30^\circ$ y $r = 3 \text{ cm}$ $\Rightarrow$ Longitud del arco = $2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 30/360 = 0,5\pi \approx$ $1,57 \text{ cm}$
<b>Área del círculo</b>	Si el radio es $r$ , el área es igual a $\pi \cdot r^2$ .		
<b>Área de la corona circular</b>	Es la diferencia entre el área del círculo mayor menos la del círculo menor.		$R = 7, r = 3 \Rightarrow A = \pi(7^2 - 3^2)$ $= \pi(49 - 9) = 40\pi \approx 125,6 \text{ u}^2$
<b>Área del sector circular</b>	Si abarca un arco $n^\circ$ , el área es igual a $\pi \cdot r^2 \cdot n/360$ .		$R = 4 \text{ cm}, n = 60^\circ \Rightarrow A =$ $\pi \cdot 16 \cdot 60/360 \approx 8,373 \text{ cm}^2$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS**Longitudes y áreas de polígonos**

1. Una señal de tráfico tiene forma triangular. Su base mide 23 cm y su altura 36 cm. ¿Cuál es el área de la señal de tráfico?

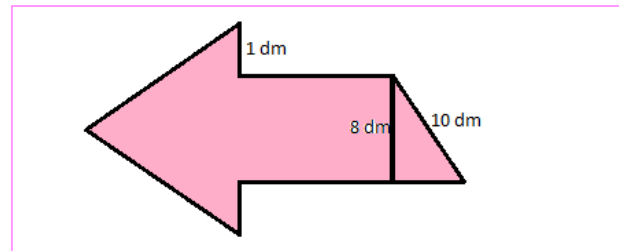
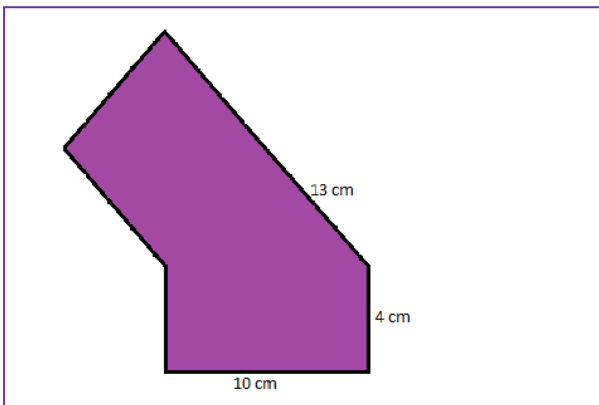


2. La pizarra de una clase tiene 150 cm de altura y 210 cm de base. ¿Cuál es la superficie de la pizarra?


3. El tejado de una casa tiene forma de trapecio. La base pegada al techo de la vivienda mide 53 m y la otra base mide 27 m. Sabiendo que la altura del tejado son 8 m, ¿Cuánto mide su área?

4. Se quiere diseñar un posavasos. Puede ser cuadrado de 12 cm de lado o circular de 7 cm de radio. Calcula ambas superficies. A los posavasos se les quiere poner un reborde. ¿Qué longitud de reborde se necesita en cada caso? ¿Cuál es menor? Sólo tenemos 50 cm de reborde, ¿qué cuadrado podemos diseñar y qué posavasos circular? Calcula el área de cada uno.

5. Estima el área de los siguientes polígonos irregulares:



### Longitudes y áreas de figuras circulares

6. Calcula la longitud de una circunferencia de radio 7 cm.
7. Una circunferencia de 98,27 cm de longitud, ¿qué radio tiene? ¿y qué diámetro?
8. ¿Cuál es la longitud de un arco de circunferencia de  $270^\circ$  si el radio mide 17 cm?
9. Calcula la longitud de una circunferencia inscrita en un hexágono de lado 5 cm.
10. Calcula la longitud de una circunferencia inscrita en un cuadrado de lado 5 cm.
11. Calcula la longitud de una circunferencia circunscrita en un cuadrado de lado 5 cm.
12. Calcula el área en  $m^2$  de los círculos de radio  $r$  igual a:
  - a)  $r = 53 \text{ cm}$
  - b)  $r = 9 \text{ m}$
  - c)  $r = 8,2 \text{ dam}$
  - d)  $r = 6,2 \text{ dm}$
13. Calcula el radio de un círculo de área  $28,26 \text{ m}^2$ .
14. Calcula el área de un círculo de diámetro 73,6 cm.
15. Calcula el área de las coronas circulares de radios, respectivamente:
  - a)  $R = 8 \text{ m}; r = 3 \text{ m}$ .
  - b)  $R = 72 \text{ cm}; r = 41 \text{ cm}$ .
  - c)  $R = 9 \text{ m}; r = 32 \text{ cm}$ .
  - d)  $R = 5 \text{ dm}; r = 4 \text{ cm}$ .
16. Calcula el área, en  $cm^2$ , de los sectores circulares de radio  $r$  y ángulo  $\alpha$  siguientes:
  - a)  $r = 6 \text{ m}; \alpha = 30^\circ$
  - b)  $r = 3,7 \text{ cm}; \alpha = 45^\circ$
  - c)  $r = 2,7 \text{ dm}; \alpha = 60^\circ$
  - d)  $r = 4 \text{ m}; \alpha = 90^\circ$
17. En una habitación rectangular de lados 3 y 5 m, cubrimos un trozo con una alfombra circular de radio 2 m, ¿qué parte de suelo queda sin cubrir?
18. Dibuja en tu cuaderno el diseño de tapiz del margen de forma que el lado del cuadrado pequeño oscuro sea de 1 cm, el lado del cuadrado de borde amarillo, de 3 cm, y el borde del cuadrado de fondo rojo, de 6 cm. Estima el área del círculo rojo, del círculo oscuro, de la figura en rojo y de las líneas amarillas.
 
19. En una alfombra circular de 3 m de diámetro ha caído en el centro una mancha de medio metro de radio. a) ¿Qué área ocupa la parte limpia de la alfombra? b) Tapamos la mancha con otra alfombra cuadrada de 1,5 m de lado, ¿qué área de la alfombra circular queda sin tapar?
20. En un círculo cortamos dos círculos tangentes interiores de radios 5 y 2 cm, ¿qué área queda sin cortar?

AUTOEVALUACIÓN

1. El lado de un hexágono regular mide 7 m, entonces su perímetro mide:  
a) 4,2 dam                      b) 42 m<sup>2</sup>                      c) 42 m                      d) 42000 cm
2. El rombo de diagonales 12 dm y 10 dm tiene como área:  
a) 62 dm<sup>2</sup>                      b) 11 dm<sup>2</sup>                      c) 60 dm<sup>2</sup>                      d) 67 dm<sup>2</sup>
3. El trapecio de bases 7 cm y 5 cm y altura 8 cm, tiene como área:  
a) 60 cm<sup>2</sup>                      b) 48 cm<sup>2</sup>                      c) 50 cm<sup>2</sup>                      d) 40 cm<sup>2</sup>
4. La longitud de la circunferencia de radio 4,6 cm mide aproximadamente:  
a) 0,2 m                      b) 30 cm                      c) 28,9 cm                      d) 25,7 cm
5. La longitud del arco de circunferencia de radio 27,4 m que abarca un arco de 30º mide aproximadamente:  
a) 28,6 m                      b) 100 cm                      c) 28,9 cm                      d) 14,34 m
6. El área del círculo de radio 83,6 m mide aproximadamente:  
a) 2,19 hm<sup>2</sup>                      b) 234 dam<sup>2</sup>                      c) 295413344 cm<sup>2</sup>                      d) 0,2 km<sup>2</sup>
7. El área de la corona circular de radios 10 y 5 m mide aproximadamente:  
a) 23550 cm<sup>2</sup>                      b) 235,5 m<sup>2</sup>                      c) 235 m                      d) 0,2 km<sup>2</sup>
8. La longitud de la semicircunferencia de radio 7,3 cm mide aproximadamente:  
a) 0,3 m                      b) 45,8 cm                      c) 22,922 cm                      d) 25,7 cm
9. La longitud del arco de circunferencia de radio 9,2 m que abarca un arco de 60º mide aproximadamente:  
a) 9,3421 m                      b) 10 m                      c) 976 cm                      d) 9,6 m
10. El área del sector circular de radio 83,6 m que abarca un arco de 45º mide aproximadamente:  
a) 2,172 hm<sup>2</sup>                      b) 231 dam<sup>2</sup>                      c) 27445581 cm<sup>2</sup>                      d) 273 m<sup>2</sup>